الفصل الرابع :

توزيعات المعاينه

تعريفات :

1/ المعلمه : هي ثابت يصف المجتمع أو يصف توزيع المجتمع كالوسط الحسابي للتوزيع أو الانحراف المعياري له.

2/ إحصاء العينه : هو أي متغير تتعين قيمته من جميع العينات ذا حجم معين مأخوذة من مجتمع ما , مثل الوسط الحسابي .

3/ ويسمى التوزيع الاحتمالي لاحصاء العينه بتوزيع المعاينه

توزيع المعاينة للوسط الحسابي $\overline{X}$:

نظرية (1) : إذا كان X يخضع للتوزيع وسطه (معدله) μ وتباينه σ^2 وكان $\overline{X}$ يمثل الوسط الحسابي للعينة ذات الحجم فان

1/: $\mu_{\overline{(X)}} = \mu$

2/ $6^2 \quad \overline{(X)} = A = \frac{6^2(\times)}{\pi}$

مثال : سحبت عينة عشوائية من مجتمع لا نهائي معدله 70 وتباينه 40. إذا كان حجم العينة 10، فأوجد:

1- الوسط الحسابي للعينة.

$$\mu_{\overline{X}} = \mu = 70$$

2- تباين الوسط الحسابي للعينة :

$$6^2(_{\overline{X}}) = \frac{6^2(\times)}{n} = \frac{40}{10} = 4$$

نظرية (2) : ***إذا كان $X_1, X_2, \dots, X_n$ تخضع لتوزيع طبيعي وسطه μ وتباينه 6^2 فإن توزيع $\overline{X}$ يكون التوزيع الطبيعي الذي وسطه μ وتباينه $\frac{6^2}{n}$ ويعرف القيمه المعياريه بالشكل التالي :***

$$Z = \frac{\overline{X} - \mu}{6/\sqrt{n}}$$

مثال : تخضع علامات الطلاب في أحد المقررات لتوزيع طبيعي وسطه 65 وانحراف معياري 18. اخذت عينة عشوائية حجمها 36 طالب، احسب :

1- احتمال أن يزيد وسط علامات العينة على 74 ؟

$$(\overline{X} = 74) = z\left(\frac{\overline{X}-\mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} > \frac{74-65}{18/6}\right) = \frac{9}{3} = 3$$ -2

$$= P(Z > 47) = P(Z > 3)$$ **-3**

1-P(Z≤3)

$$= 1 - 0.9987 = 0.0013$$

المعاينة لمجتمع طبيعي 6² غير معلومه :

إذا كان $X_1, X_2, \dots, X_n$ عينة عشوائية تخضع لتوزيع طبيعي وسطه μ وتباينه غير معلوم وكان $\overline{X}$ هو الوسط الحسابي لعينه حجمها n وانحرافها (s) فإن : $t = \frac{\overline{X}-\mu}{s/\sqrt{n}}$

$$\nu = n - 1$$

مثال : إذا كانت أطوال الطلاب في أحد الصفوف المدرسية تتبع التوزيع الطبيعي المتوسط يساوي 160سم، إذا سحبت عينة عشوائية من 4 طلاب فما احتمال أن يقل متوسطها الحسابي عن 166سم، إذا علمت أن الانحراف المعياري للعينة يساوي 10سم ؟

$$P(\overline{X} < 166)0.85$$

$$P(\overline{X} < 166) = t = \frac{\overline{X} - \mu}{s/\sqrt{n}} = \frac{166 - 160}{\frac{10}{2}}) = \frac{6}{5} = 1.2)$$

درجة الحريه = $t\{t,3\}1.2 = t\ 0.85 \quad , r = n - 1$

$r_{= 4 -1}$**=3**

نظرية (4) : توزيع المعاينة للفرق بين وسطي عينين $(\overline{X} - \overline{Y})$.

إذا اخذت عينة عشوائية حجمها n_1 من مجتمع طبيعي وسطه μ_1 وتباينه 6_1^2، ثم اخذت عينة عشوائية اخرى حجمها n_2 من مجتمع طبيعي وسطه μ_2 وتباينه 6_2^6 بحيث ان المجتمع الأول مستقل عن المجتمع الثاني، ورمزنا للوسط الحسابي للعينة الأولى بالرمز $\overline{X}$ والوسط الحسابي للعينة الثانية $\overline{Y}$ فإن توزيع الفرق وسطي العينة بين $(\overline{X} - \overline{Y})$ يكون التوزيع الطبيعي متوسطه $(\mu_1 - \mu_2)$ والتباين $\frac{6_1^2}{n_1} + \frac{6_2^2}{n_2}$

$$Z = \frac{(\overline{X} - \overline{Y}) - (\mu_1 - \mu_2)}{\sqrt{\frac{6_1^2}{n_1} + \frac{6_2^2}{n_2}}}$$

مثال : تخضع علامات الناجحين من امتحان الدراسة الثانوية في مدرسة ما لتوزيع طبيعي معدله 74 وانحرافه المعياري 12، وفي مدرسة أخرى تخضع لتوزيع الطبيعي معدله 70 وانحرافه المعياري 16،

اخذت عينة عشوائية حجمها 16 طالب من المدرسه الأولى و 9 طلاب من المدرسة الثانيه على فرض أن الوسط الحسابي للعينة الأولى $\overline{X}$، وللعينة الثانية $\overline{Y}$، أوجد :

أ- $P((\overline{Y}-\overline{X}) > 8)$ ؟

$$^{1}\mu = P\left((\overline{Y}-\overline{X}) > 8\right) = P\left(Z = \frac{(\overline{Y}-\overline{X})-(\mu_1-\mu_2)}{\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1}+\frac{\sigma_2^2}{n_2}}} > \frac{8-(74-70)}{\sqrt{\frac{(12)^2}{16}+\frac{(16)^2}{9}}}\right)$$

$\mu_{1=74}$

6_1=12

$$n_1 = 16$$
$$\mu_1 = 70$$
$$6_2 = 16$$
$$n_2 = 9$$

$$(Z = 0.65) =$$
$$P\left((\overline{X}-\overline{Y}) > 8\right) = p(Z > 0.65)$$
$$1 - P(z \le 0.65)$$
$$= 1 - 0.7422 = 0.2578$$

بالتوفيق , اعداد الطالبه . Diversified.

لا اله الا انت سبحانك اني كنت من الظالمين .