

اسم المقرر

مبادئ الرياضيات (١)

د. أسامة حنفي محمود

الأستاذ المشارك بقسم الأساليب الكمية



جامعة الملك فيصل

عمادة التعلم الإلكتروني والتعليم عن بعد

محاضرة ١٤

المحددات والمصفوفات



أولاً- المحددات

المحدد من الرتبة الثانية يكون على الصورة التالية

$$\begin{vmatrix} ٢١أ & ١١أ \\ ٢٢أ & ١٢أ \end{vmatrix}$$

ويمكن الحصول على قيمة المحدد = (١١أ x ١٢أ) - (٢١أ x ٢٢أ)



مثال: أوجد قيمة المحدد

$$\begin{vmatrix} 3 & 5 \\ 8 & 7 \end{vmatrix}$$

الحل:

$$\begin{aligned} \text{قيمة المحدد} &= (٧ \times ٣) - (٨ \times ٥) \\ &= ٢١ - ٤٠ = ١٩ \end{aligned}$$



مثال: أوجد قيمة المحدد

$$\begin{vmatrix} ١- & ٣- \\ ٦ & ٤ \end{vmatrix}$$

الحل:

$$\text{قيمة المحدد} = (١- \times ٤) - (٦ \times ٣-)$$

$$١٤- = ٤ + ١٨- =$$



مثال: أوجد قيمة المحدد

$$\begin{vmatrix} 4 & 12- \\ 2- & 3- \end{vmatrix}$$

الحل:

$$\begin{aligned} \text{قيمة المحدد} &= (4 \times 3-) - (2- \times 12-) \\ &= 12 + 24 = 36 \end{aligned}$$



استخدام المحددات في حل المعادلات

باستخدام المحددات حل المعادلات التالية :

$$5س + 2ص = 19$$

$$4س - ص = 10$$

الحل : حتى يمكن إيجاد قيمتي كلاً من س و ص يتم حساب

Δ و $\Delta س$ و $\Delta ص$ كما يلي :

Δ ويحتوى على معاملات س و ص



$$(2x^4) - (1 - x^5) = \begin{vmatrix} 2 & 5 \\ 1 & 4 \end{vmatrix} = \Delta$$

$$13 = 8 - 5 =$$

Δس ويتم أستبدال معاملات س بقيم النواتج كما يلي:

$$(2x^{10}) - (1 - x^{19}) = \begin{vmatrix} 2 & 19 \\ 1 & 10 \end{vmatrix} = \Delta$$

$$39 = 20 - 19 =$$

Δص ويتم أستبدال معاملات ص بقيم النواتج كما يلي:

$$(19x^4) - (10x^5) = \begin{vmatrix} 19 & 5 \\ 10 & 4 \end{vmatrix} = \Delta$$

$$26 = 76 - 50 =$$



وبالتالى يمكن الحصول على قيمة س و ص كما يلى :

$$س = \Delta / س \Delta = ٣٩ - / ١٣ - = ٣$$

$$ص = \Delta / ص \Delta = ٢٦ - / ١٣ - = ٢$$



مثال: حل باستخدام المحددات المعادلات التالية :

$$7س + 3ص = 2$$

$$4س - 2ص = 10$$

الحل:

$$\begin{array}{l} (3 \times 4) - (2 \times 7) = \begin{vmatrix} 7 & 3 \\ 4 & -2 \end{vmatrix} = \Delta \\ 26 = 12 - 14 = \end{array}$$



$$(3 \times 10) - (2 - x^2) = \begin{vmatrix} 3 & 2 \\ 2 & 10 \end{vmatrix} = \Delta \text{ س}$$

$$26 = 30 + 4 =$$

$$(2 \times 4) - (10 - x^7) = \begin{vmatrix} 2 & 7 \\ 10 & 4 \end{vmatrix} = \Delta \text{ ص}$$

$$78 = 8 - 70 =$$

وبالتالي يمكن الحصول على قيمة س و ص كما يلي :

$$س = \Delta / \Delta \text{ س} = 26 / 26 = 1$$

$$ص = \Delta / \Delta \text{ ص} = 78 / 78 = 3$$



المحددات من الرتبة الثالثة

مثال أوجد قيمة المحدد

$$\begin{vmatrix} 2 & 4 & 5 \\ 3 & 1 & 1 \\ 2 & 7 & 0 \end{vmatrix}$$

حتى يمكن إيجاد قيمة هذا المحدد يتم استخدام عناصر الصف الأول كما يلي:

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 2 \\ 3 & 3 & 3 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 2 \\ 3 & 3 & 3 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 2 \\ 3 & 3 & 3 \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 2 \\ 3 & 3 & 3 \end{vmatrix} =$$

$$(0 - 7) \cdot 2 + (0 - 2) \cdot 4 - (21 - 2) \cdot 5 =$$

$$7 \times 2 + 2 \times 4 - 23 \times 5 =$$

$$14 + 8 - 115 = -93$$



المحددات من الرتبة الثالثة

مثال أوجد قيمة المحدد

$$\begin{vmatrix} 7 & 5 & 2 \\ 1 & 4 & 6 \\ 9 & 8 & 3 \end{vmatrix}$$

حتى يمكن إيجاد قيمة هذا المحدد يتم استخدام عناصر الصف الأول كما يلي:

$$\begin{vmatrix} 4 & 6 \\ 8 & 3 \end{vmatrix} + 7 \begin{vmatrix} 1 & 6 \\ 9 & 3 \end{vmatrix} + 5 \begin{vmatrix} 1 & 4 \\ 9 & 8 \end{vmatrix} = 2 \begin{vmatrix} 1 & 4 \\ 9 & 8 \end{vmatrix} = 2(8 - 36) + 5(8 - 36) + 7(3 - 54) = 2(-28) + 5(-28) + 7(-51) = -56 - 140 - 357 = -553$$



ثانياً- المصفوفات

يتم التركيز على العمليات الجبرية للمصفوفات كما يلي :

إذا كان

$$P = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 12 & 7 \end{bmatrix}$$

$$K = \begin{bmatrix} 7 & 5 \\ 6 & 4 \end{bmatrix}$$

٢- $K + P$

٤- $K \cdot P$

أوجد ١- K^{-1} و P^{-1}

٣- $2K + P$

٥- K^{-1}



الحل: يمكن الحصول على ك/ و ط/ بتبديل الصفوفة أعمدة والأعمدة صفوف كما يلي:

$$\begin{bmatrix} ٧ & ٣ \\ ١٢ & ١- \end{bmatrix} = \text{ط/}$$

$$\begin{bmatrix} ٤- & ٥ \\ ٦ & ٧ \end{bmatrix} = \text{ك/}$$

٢- ك + ط يتم جمع كل رقم مع الموجود في نفس مكانه من المصفوفة الأخرى كما يلي

$$\begin{bmatrix} ٦ & ٨ \\ ١٨ & ٣ \end{bmatrix} = \text{ك + ط}$$



الحل:

٣- ٢ك + ط يتم ضرب كل عنصر في ك x ٢ ثم جمع الناتج مع الموجود في نفس مكانه من المصفوفة ط كما يلي

$$ك + ط = \begin{bmatrix} ١٢ & ٤ \\ ٣٦ & ٦ \end{bmatrix}$$



ضرب المصفوفات

٤- ك ط يتم ضرب عناصر الصفوف في المصفوفة ك x
عناصر أعمدة المصفوفة ط ثم جمع الناتج كما يلي

$$\begin{bmatrix} 12x7+1-x^0 & 7x7+3x^0 \\ 12x6+1-x^4- & 7x6+3x^4- \end{bmatrix} = \text{ك ط}$$

$$\begin{bmatrix} 79 & 64 \\ 76 & 30 \end{bmatrix} = \text{ك ط}$$



مقلوب المصفوفة

٥- يرمز إلى مقلبو بالمصفوفة ك ب ك-١ حيث أن
مقلوب المصفوفة = $\frac{1}{\text{المحدد}}$ x مصفوفة المرافقات المبدلة

$$\begin{vmatrix} 7 & 5 \\ 6 & 4 \end{vmatrix} = \text{محدد المصفوفة ك}$$

$$(4 - x7) - (6 \times 5) =$$

$$58 = 28 + 30 =$$



ويمكن الحصول على مصفوفة المرافقات المبدلة :
تبديل أماكن عناصر القطر الرئيسي
تبديل أشارات عناصر القطر الأخر

$$\begin{bmatrix} 7 & - \\ & 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7 & \\ & 5 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 7 & - \\ & 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7 & \\ & 5 \end{bmatrix}$$



وفى النهاية أتمنى للجميع كل التوفيق والنجاح أن شاء الله
وأخر دعواتهم أن الحمد لله رب العالمين

د. أسامة حنفي محمود





مَشَقَّةٌ
بِحَمْدِ اللَّهِ

