٣- للدالة $f(x)= 2x^3 + 10x^2 -15$ أحسب $f(1)+f(3)$

٤-إذا كانت $f(x)=6x+3$ و $g(x)=10$ فأوجد:

$(f+g)(x)$, $(f-g)(x)$, $(f\times g)(x)$, $(\frac{f}{g})(x)$

حل المثال ٣ :- اولاً نأخذ المعادلات المعطاه ونقوم بتعويض عن قيمة (X)

$= 2X^3+10X^2-15$

$F(1) = 2(1)^3+10(1)^2-15 =$

$= 2 + 10 - 15 = -3$

$F(3) = 2(3)^3+10(3)^2-15 =$

$= 54 + 90 - 15 = 129$

احسب :- $F(1)+F(3)$

$-3 + 129 = 126$

حل المثال ٤ :-

اولاً اوجد $(F+9)(X) = 6X+3+10 \Leftarrow 6X+13 =$

ثانياً $(F-9)(X) = (6X+3)-(10) \Leftarrow 6X-7$ (نضرب الاشارة بالقوس) $6X+3-10 =$

ثالثاً $(F\times 9)(X)$ $(6X+3)\times(10)$

نضرب ما في القوس الاول بالقوس الثاني =

$60X+30 =$

رابعاً :- $(\frac{F}{9})(X) = \frac{6X+3}{10}$ ← هذا ناتج القسمة

٥- أوجد ميل الخط المستقيم الواصل بين النقطتين $A(6,\frac{-3}{4})$ و $B(4,\frac{8}{5})$.

٦- أوجد ميل الخط المستقيم الواصل بين النقطتين $A(\frac{3}{2},\frac{9}{2})$ و $B(7,\frac{-5}{8})$.

٧- أوجد ميل الخط المستقيم الذي معادلته :-

$-5x + 3y - 8 = 0$

٨- أوجد ميل الخط المستقيم الذي معادلته :-

$12x = -9y + 30$

حل سؤال ٥ /

$A(6,\frac{-3}{4})$ $B(4,\frac{8}{5})$

X1=6 y1= -3/4 X2=4 y2=8/5

$m=\frac{y2-y1}{x2-x1}=$

$\frac{8/5-(-3/4)}{4-6}=\frac{-47}{40}$

حل سؤال ٦/

نفس طريقه السؤال السابق

نجي نعوض

$m=\frac{-5/8-9l2}{7-3/2}=\frac{-41}{44}$

حل سؤال ٧/

-5x+3y-8=0

$m=\frac{-a}{b}$

$=\frac{-(-5)}{3}=\frac{5}{3}$

حل سؤال ٨/

نرتب المعادله = 12x+9y-30=0

$m=\frac{-a}{b}=\frac{-12}{9}=\frac{-4}{3}$ الناتج = $\frac{-4}{3}$

٩- هل المستقيمان 0 = 8x – 2y -4 و 4y= 16x +4 متوازيان ؟

١٠- هل المستقيمان 0 = 3y -12x -6 ، 0= 8y + 2x -30 متعامدان ؟

١١- أوجد معادلة الخط المستقيم المار بالنقطة (9,-2) و ميله يساوي 5- ؟

حل المثال ٩ /

المعادله الاولي نقوم بترتيبها = -2y + 8x -4 =0

a=-2 b= 8

$m1=\frac{-a}{b}=\frac{-(-2)}{8}=\frac{1}{4}$

نقوم بترتيب المعادله الثانيه = 4y – 16x -4 = 0 a= 4 b= -16

$M2=\frac{-a}{b}=\frac{-4}{-16}=\frac{1}{4}$

هل المستقيمان متوازيان ؟ نعم متوازيان m1= m2

حل المثال ١٠ /

هل المستقيمان 0 = 3y -12x -6 ، 0= 8y + 2x -30 متعامدان ؟

المعادله الاولي **3y -12x -6 = 0** a = 3 b= -12

$M1=\frac{-3}{-12}=\frac{1}{4}$

المعادله الثانيه 0 =8y + 2x -30 a=8 b= 2

$M2=\frac{-8}{2}=-4$ m1xm2=1/4x-4=-1

هل المستقيمان متعامدان ؟ نعم

حل المثال ١١/

- أوجد معادلة الخط المستقيم المار بالنقطة (9,-2) و ميله يساوي 5- ؟

اولا نعرف القانون لهذه المعادله y-y1 =m (x-x1)

من المعطيات m=-5 y1= -2 x1= 9

الان نعوض المعطيات بالمعادله

y-(-2) = -5 (x-9) نضرب السالب بالقوس (-2)... نقوم بضرب -٥ مابداخل القوس (x-9)

y+2= -5x+45 نقوم بنقل ٢ الي الجهه الاخري مع الانتباه لتغير الاشاره فتصبح

y=5x+43

تمرين ١ :-

أوجد قيمة كل مما يأتي :-

$$\lim_{x\to 0} 5$$

$$\lim_{x\to 5}(10 - 2x + x^2)$$

$$\lim_{x\to 12}(3x + 6)$$

$$\lim_{x\to \frac{2}{3}}(9x - 2)$$

الحل /

$\lim_{x\to 0} 5 = 5$ بنترك العدد لنفس ماهو عندما لا يوجد x

$\lim_{x\to 5}(10 - 2x + x^2)$ نعوض بقيمة x

$(10 - 2(5) + (5^2)) = 10 - 10 + 25 = 25$

$\lim_{x\to 12}(3x + 6) = 3(12) + 6 = 36 + 6 = 42$

$\lim_{x\to \frac{2}{3}}(9x - 2) = (9(\frac{2}{3}) - 2 = 6 - 2 = 4$

تمرين ٢ :-

إذا كانت $\lim_{x\to 2} f(x) = 20$ و $\lim_{x\to 2} g(x) = -15$ و $\lim_{x\to 2} h(x) = 18.5$ ، فأوجد ما يلي :-

1- $\lim_{x\to 5}[h(x) + f(x)]$

2- $\lim_{x\to 5}[h(x) - g(x)]$

3- $\lim_{x\to 5}[g(x) \times f(x)]$

4- $\lim_{x\to 5}[\frac{g(x)}{f(x)}]$

اولاً السؤال يوجد فيه خطأ

بسؤال Lim تأول الـ $x \to 2$

وبالعطيات تأول الـ $x \to 5$

والصحيح انه تأول الـ $x \to 2$

هذا الخطأ

Lim تأول الى

$x \to 2$

$x \to 2$

نقوم بالحل

1- $\lim_{x\to 2}[h(x) + F(x)]$

الحل بسيط نقوم بالتعويض بقيمة كل من h و F

$\lim_{x\to 2} = 18.5 + 20 = 38,5$

2- $\lim_{x\to 2}[h(x) - g(x)] = 18,5 - (-15)$

$= 18,5 + 15 = 33.5$

3- $\lim_{x\to 2}[g(x) \times F(x)] =$

$= -15 \times 20 = -300$

4- $\lim_{x\to 2}[\frac{g(x)}{F(x)}] = \frac{-15}{20} = \frac{-3}{4}$

تمرين ٣ :-

أوجد :-

1- $\lim_{x\to 1}[5x-2]^2$

2- $\lim_{x\to 2}[10-2x]^2$

الحل /

1- $\lim_{x\to 1}[5x-2]^2$ نعوض بقيمة x

$[5(1)-2]^2 = [5-2]^2 = [3]^2 = 9$

2- $\lim_{x\to 2}[10-2x]^2 =$

$[10-2(2)]^2 =$

$[10-4]^2 =$

$[6]^2 = 36$

تمرين ٤ :-

أوجد نهاية كل من الدوال التالية :-

1- $\lim_{x\to 5}(2x^3 - 2x^2 - 50)$

2- $\lim_{x\to 0}(1 - e^x)$

3- $\lim_{x\to 1} log(10x^4 + 15)$

4- $\lim_{x\to 2} e^{2x^2+3x+2}$

5- $\lim_{x\to 3} ln(20x^2 - 5x + 10)$

الحل / ١

نعوض x بقيمة ← 5

$= (2(5)^3 - 2(5)^2 - 50) = 250 - 50 - 50$

$= 150$

الحل ٢

$\lim_{x\to 0}(1 - e^x)$

نعوض بقيمة x =

$(1 - e^0)$

كيف نوجد e^0 بالآلة الحاسبة

نضغط shift ثم زر ln

نختار e وفوقه الاس نضع فيه الاس صفر

$= 1 - 1 = 0$

الحل ٣ / $\lim_{x\to 1} Log(10x^4 + 15)$

← بالآلة الحاسبة نستخرج فيه Log

$Log(10(1)^4 + 15) = Log(25)$

$Log(25) = 1,3979$

الحل ٤ / $\lim_{x\to 2} e^{2x^2 + 3x + 2} =$

← أولاً نقوم بتخليص من الأقواس

$e^{2(2)^2 + 3(2) + 2} =$

← القوس الأول $(2)^2$ فيه 4 ونضربها ٢

وقوس (2) فيه ٣ = 6

$= e^{8+6+2} = e^{16}$

الحل ٥ / $\lim_{x\to 3} \ln(20x^2 - 5x + 10)$

← نقوم بتعويض نفيه x ← 3

$\ln(20(3)^2 - 5(3) + 10) =$

$(180 - 15 + 10) = 175$

← بالآلة الحاسبة نستخرج فيه ln

$\ln(175) = 5.1647$

تمرين ٥ :-

إذا كانت

$$f(x)=\begin{cases}30x^2+15 & , \quad x<2 \\ 5x-2 & , \quad x>2\end{cases}$$

الاكس اصغر من ٢ ←

الاكس اكبر من ٢ ←

فأوجد :-

1- $\lim_{x\to 3} f(x)$

2- $\lim_{x\to 1} f(x)$

الحل/

$1-\lim_{x\to 3} F(x)$

قيمة الاكس اكبر من ٢ بعني نستخدم المعادلة الثانية

$= 5(3)-2 = 15-2 = 13$

$2-\lim_{x\to 1} F(x)$

قيمة الاكس اقل من ٢ بعني نستخدم المعادلة الاولى

$= 30(1)^2+15$

$= 30+15 = 45$

تمرين ٦ :-

هل الدالة المعرفة بـ

$$f(x)=\begin{cases} 2x & , \quad 0<x<1 \\ 3+x^2 & , \quad x\geq 1 \end{cases}$$

متصلة في $x = 10$ ؟

الحل/ نقوم بتعويض بدالمتغير

$1 \leq 2X \rightarrow 2(10) = 20$

$2 = 3+X^2 \rightarrow 3+(10)^2 =$

$3+100 = 103$

اذا المتتابع غير متساوية

اذا الدالة غير متصلة عند $X = 10$

المحاضرة الثانيه

إذا كانت دالة الطلب هي (D = 1.5x +20) أحسب مرونة الطلب
إذا علمت الكمية المطلوبه هي ٦٠٠ وحدة عند سعر ٢٠٠ ريال ؟

أولاً نوجد المشتقة الاولى لدالة الطلب

تفاضل 1.5x =1.5

تفاضل 0 =20

D/ = 1.5

ثانيا التعويض في القانون-:

م = المشتقة الاولى لدالة الطلب x السعر **/** المطلوبة الكمية

م = $(1.5)x\frac{200}{600}$

= 0.5

اذا الناتج اقل من واحد اذا الطلب قليل المرونه او غير مرن

تمرين شامل (١)

تعتمد إحدى الشركات على مجموعة من الدوال لتحديد كل من التكاليف الكلية و الايرادات الكلية و تأخذ هذه الدوال الشكل التالي:-

$R = 30x^4 + 12x^2 - 6x + 15$

$C = 13x^3 - 5x^2 + 3x - 20$

المطلوب :-

١- حجم الايراد الحدي عند إنتاج وبيع ١٠ وحدات .

٢- حجم التكاليف الحدية عند إنتاج وبيع ١٢ وحدة .

٣- دالة الربح الكلي .

٤- حجم الربح الحدي عند إنتاج وبيع ٥ وحدات .

يريد الايراد الحدي

ناخذ داله الايراد الكلي ونقوم بالاشتقاق ضرب الاس ٤في معامل x٣٠ ونقص من الاس واحد

٤-١=٣

ثم نعوض عن قيمه x =10

وباقي نفس الطريقه

الحل /

١- حجم الايراد الحدي عند إنتاج وبيع ١٠ وحدات :-

$R = 30x^4 + 12x^2 - 6x + 15$

$R' = 120x^3 + 24x^2 - 6$

حيث أن عدد الوحدات المنتجة والمباعة هو ١٠ وحدة إذاً $x=10$

$R' = 120\times10^3 + 24\times10^2 - 6 = 122394$ ريال

الحل

٢- حجم التكاليف الحدية عند إنتاج وبيع ١٢ وحدة :-

التكاليف الحديه هي مشتقه التكاليف الكليه

ناخذ الداله ونقوم بالاشتقاق ثم نعوض بقيمه x=12

$C = 13x^3 - 5x^2 + 3x - 20$

$C' = 39x^2 - 10x + 3$

حيث أن عدد الوحدات المنتجة والمباعة هو ١٢ وحدة إذاً $x=12$

$C' = 39\times12^2 - 10\times12 + 3 = 5499$ ريال

الحل

٣- دالة الربح الكلي :-

داله الربح الكلي هي الداله الناتجه من طرح الايراد الكلي من داله التكاليف الكليه

$R = 30x^4 + 12x^2 - 6x + 15$

$C = 13x^3 - 5x^2 + 3x - 20$

$P = R - C = 30x^4 - 13x^3 + 17x^2 - 9x + 35$

الحل

٤- حجم الربح الحدي عند إنتاج وبيع ٥ وحدات :-

$P = 30x^4 - 13x^3 + 17x^2 - 9x + 35$

هي مشتقه داله الربح الكلي

$P^{/} = 120\,x^3 - 39x^2 + 34x - 9$

حيث أن عدد الوحدات المنتجة والمباعة هو ١٢ وحدة إذاً x=12

ريال $P^{/} = 120 \times 12^3 - 39 \times 12^2 + 34 \times 12 - 9 = 202143$

المحاضرة الثالثه :

تمرين شامل (١)

مثال :-

إذا علمت أن دالة الايراد الحدي تأخذ الشكل التالي :-

$R^{/} = 8x^3 + 24x^2 - 12\,x + 20$

ودالة التكاليف الحدية تأخذ الشكل التالي :-

$C^{/} = 36x^2 + 40x - 10$

المطلوب :-

١- حجم الايراد الكلي عند إنتاج وبيع ٢٠ وحدة .
٢- حجم التكاليف الكلية عند انتاج وبيع ٢٥ وحدة .
٣- دالة الربح الحدي .
٤- دالة الربح الكلي بطريقتين مختلفتين .
٥- حجم الربح الكلي عند انتاج وبيع ١٠ وحدات .

هنا معطيني داله الايراد الحدي ويبي داله الايراد الكلي

اقوم بضافه واحد للاس وقسم على الاس الجديد

٣+١=٤

واقسم ٤ على ٨ ونضيف للعدد X ٢٠

الحل

١- حجم الايراد الكلي عند إنتاج وبيع ٢٠ وحدة :-

حيث أن دالة الايراد الحدي هي :

$R^{/} = 8x^3 + 24x^2 - 12\,x + 20$

فيمكن الوصول إلى دالة الايراد الكلي عن طريق إجراء عملية التكامل لدالة الايراد الحدي كما يلي :-

$R = \frac{8}{4}x^4 + \frac{24}{3}x^3 - \frac{12}{2}\,x^2 + 20x$

$R = 2x^4 + 8x^3 - 6\,x^2 + 20x$

وللوصول إلى حجم الايراد الكلي المتحقق عند إنتاج وبيع ٢٠ وحدة يمكن التعويض عن قيمة x=20 كما يلي :-

$R = 2 \times (20)^4 + 8 \times (20)^3 - 6 \times (20)^2 + 20 \times (20)$

$= 320000 + 64000 - 2400 + 400 = 382000$ ريال

شرح المحاضره الرابعه

الاحتمالات

القانون الاول

$$\text{احتمال تحقق حدث } A = \frac{\text{عدد حالات تحقق الحدث}}{\text{عدد الحالات الكلية}}$$

ناخذ عليه مثال

مثال :-

صندوق به مجموعة من الكرات مقسمة كما يلي :-

٢٠ كرة بيضاء

٣٠ كرة حمراء

٥٠ كرة سوداء

فإذا سحبنا كرة واحدة عشوائياً من الصندوق احسب احتمال أن تكون هذه الكرة :-

١. حمراء

٢. بيضاء

٣. سوداء

٤. حمراء أو سوداء

٥. حمراء أو سوداء أو بيضاء

الحل /

حنا اخذنا القانون الاول قلنا عدد حالات تحقق الحدث A/ عدد الحالات الكليه

و A رمز لاي مثال معطي

الحين نجي نعوض بالقانون ونقول A هي الكرات الحمراء

$$= \frac{\text{عدد الكرات الحمراء}}{\text{العدد الكلي}} = \frac{30}{100}$$ **0,3** .. منين جبنا ٣٠ هي القيمه المعطاه لي من عدد الكرات الحمراء وطيب ١٠٠ منين جت هي العدد الكلي للكرات نقسمه على بعض تعطيني الناتج ٠،٣ طيب لو بطلع النسبه المئوية اضرب بميه تطلع لي ٣٠%

البيضاء والسوداء نفس طريقه الكرات الحمراء

نجي هنا قالي حمراء وسوداء شنو نسوي بقولك بسيطه

نجمع احتمال حمراء مع السوداء بتقول شلون بقولك بالاول نأخذ الحمراء

$= \frac{30}{100}$ طيب هذي الحمراء وبعدها بقولك جيب السوداء $\frac{50}{100}$ هذي السوداء وبعدين

بقولك حط الحمراء وجنبها + وبعدها السوداء وطلع لي الناتج $\frac{80}{100} = \frac{50}{100} + \frac{30}{100}$ **0,8**

خلصنا

طيب قالي لي حمراء وسوداء وبيضاء بقولك نفس المثال السابق مع اضافه عدد كرات البيضاء

$= \frac{30}{100} + \frac{50}{100} = \frac{20}{100} = \frac{100}{100} = 1$ وميه تقسيم ميه تطلع واحد

يعني القانون يقول لي الاحتمال هو كسر موجب تتراوح قيمته بين الصفر والواحد الصحيح ..

نأخذ مثال ثاني

مثال :-

تقدم إلى إختبار مقرر الاحصاء في الادارة و التحليل الاحصائي ١٠٠٠٠ طالب نجح منهم ٩٠٠٠ طالب في مقرر الاحصاء في الادارة كما نجح ٨٠٠٠ طالب في مقرر التحليل الاحصائي المطلوب:-

١) **حساب احتمال نجاح الطالب في مقرر الاحصاء في الادارة .**

٢) **حساب احتمال رسوب الطالب في مقرر الاحصاء في الادارة .**

٣) **حساب احتمال نجاح الطالب في مقرر التحليل الاحصائي .**

٤) **حساب احتمال رسوب الطالب في مقرر التحليل الاحصائي .**

٥) **حساب احتمال نجاح الطالب في المقررين معاً .**

٦) **حساب احتمال رسوب الطالب في المقررين معاً .**

٧) **حساب احتمال نجاح الطالب في احد المقررين فقط .**

نجي الحين نحل مسائله مسائله

بالاول نقرأ المثال ونفهم .. قال لي هناك امتحانين هم الاحصاء والتحليل الاحصائي امتحنوا فيه ١٠٠٠٠ طالب لي هنا حلو قال لي نجح منهم ٩٠٠٠ بمقرر الاحصاء ونجح ٨٠٠٠ بمقرر التحليل

نجي محط المعطيات .. ١٠٠٠٠ طالب امتحنوا المقررين

٩٠٠٠ نجح بمقرر الاحصاء طيب نجحوا من ١٠٠٠٠ كما طالب رسب .. ١٠٠٠ طالب

٨٠٠٠ نجح بمقرر التحليل من ١٠٠٠٠ طيب الي رسبوا يطلعون ٢٠٠٠

حين حلو نجي نحل اول طلب

١- **حساب احتمال نجاح الطالب في مقرر الاحصاء في الادارة** $= \frac{9000}{10000} =$ **0,9** ٩٠ % .

نقسم الي نجحوا بالاحصاء الي هم ٩٠٠٠ ونقسمهم على العدد الكلي الي متحنوا ١٠٠٠٠ يعطيني ٠،٩ اذا بطلع النسبه المئويه اضرب بـ١٠٠

٢- **حساب احتمال رسوب الطالب في مقرر الاحصاء في الادارة** $= \frac{1000}{10000} =$ **0,1** ١٠ % .

هنا قال رسوب بالاحصاء حنا قلنا نجحوا ٩٠٠٠ من ١٠٠٠٠ والباقي ١٠٠٠ وهم الي رسبوا

نفس الطلب الاول نقسم ١٠٠٠ على ١٠٠٠٠ يعطيني ٠،١ نضربه بـ١٠٠ يعطيني١٠%

٣- **حساب احتمال نجاح الطالب في مقرر التحليل الاحصائي** $= \frac{8000}{10000} =$ **0,8** ٨٠ % .

٤- **حساب احتمال رسوب الطالب في مقرر التحليل الاحصائي** $= \frac{2000}{10000} =$ **0,2** ٢٠ % .

نفس الطريقه السابقه

٥- **حساب احتمال نجاح الطالب في المقررين معاً** $= \frac{9000}{10000} \times \frac{8000}{10000} =$ ٠,٧٢ = ٧٢ %.

هنا طلب احسب احتمال نجاح الطالب بالمقررين معا
اولا ناخذ احتمال نجاح بالاحصاء ونضربه بالتحليل
لو نشوف فوق ناتج احتمال نجاح بالاحصاء 0,9 واحتمال نجاح بالتحليل 0,8 نضربهم مع بعض تعطيني 0,72 قلنا اذا بنطلع النسبه المئويه نضرب بميه يعطيني ٧٢%

٦- **حساب احتمال رسوب الطالب في المقررين معاً** $= \frac{1000}{10000} \times \frac{2000}{10000} =$ ٠,٠٢ =٢%.

نفس الطريقه السابقه بس المرة هذي الرسوب

٧- **حساب احتمال نجاح الطالب في احد المقررين فقط** $= \frac{9000}{10000} \times \frac{2000}{10000} + \frac{8000}{10000} \times \frac{1000}{10000} =$

$$0.26 = 0.2 \times 0.9 + 0.1 \times 0.8 =$$

هنا طلب احتمال نجاحه في احد المقررين ماقال احتمال نجاحه في مقرر لا طلب نسبه نجاحه في احد المقررين نضرب احتمال نجاحه بمقرر الاحصاء باحتمال رسوبه بالتحليل

وثم نضرب احتمال نجاحه بمقرر التحليل باحتمال رسوبه بالاحصاء

ثم نجمع الناتجين ونطلع الناتج

الي هو 0,26

الان نأتي الي احتمال تحقق حادث واحد على الأقل من حادثين A أو B هو أن يتحقق أحدهما أو أن يتحقق الاثنين معاً ويسمي الاتحاد و يرمز له بالرمز :-

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

هذا القانون نحفظه وهو قانون الاتحاد ∪ وهذا الرمز ∩ تقاطع

مثال :-

إذا تقدم لإختبار المحاسبة و الاقتصاد ٥٠ طالب نجح في المحاسبة ٣٠ طالب و نجح في الاقتصاد ٤٠ طالب فإذا علمت أن هناك ٢٥ طالب قد نجحوا في الاثنين معاً فاحسب احتمال النجاح في أحد المقررين على الاقل ؟

الحل :-

١- نرمز إلى إحتمال النجاح في المحاسبة بالرمز $P(A)=\frac{30}{50}=0.60$

ناخذ عدد الطلاب الي نجحوا بالمحاسبه ونقسمها على عدد لكلي لطلاب ومطلع الناتج

٢- نرمز إلى إحتمال النجاح في الاقتصاد بالرمز $P(B)=\frac{40}{50}=0.80$

ناخذ الطلاب الي نجحوا بالاقتصاد ونقسمهم على العدد الكلي ونطلع الناتج

٣- احتمال النجاح في المادتين معاً يشير إلى إحتمال النجاح في المادة الاولى و إحتمال النجاح في المادة الثانية و هو ما يعني التقاطع =

$$P(A\cap B)=\frac{25}{50}=0.50$$

هنا يبي احتمال في النجح بالمقررين معا ومن المعطيات معطيني انا نجح ٢٥ طالب بالمقررين معا يسمي التقاطع وحنا نعرف التقاطع هو شي مشترك بين مجموعتين عندي مجموعه الي نجحوا بالمحاسبه وعندي مجموعه الي نجحوا بالاقتصاد ٢٥ طالب اشتركوا بنجاح بمجموعتين ونسميها تقاطع نقسمهم على العدد الكلي ويطلع لي الناتج

٤- المطلوب هو إحتمال النجاح في مادة واحدة على الاقل وهو ما يعني النجاح في المادة الاولى أو النجاح في المادة الثانية و ذلك ما نطلق عليه الاتحاد = $P(A\cup B)$ =

$$P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)=0.60+0.80-0.50=0.90$$

هنا يبي احتمال نجاح بمقرر واحد على الاقل الي قبل هذا احتمال نجح بمادتين وعوضنا بقانون التقاطع

اما هنا نأخذ قانون الاتحاد لان قال نجاح في ماده واحده على الاقل نركز عدل نعوض بالقانون

احتمال النجاح بالمحاسبه + احتمال النجاح بالاقتصاد نقص منهم احتمال النجاح بالمادتين

$$=0.60+0.80-0.50=0.90$$

نجي لانواع الاحداث

مثال :-

إذا كان [$P(A)=0.3$, $P(B)=0.4$, $P(A\cap B)=0.12$] هل كل من الحدثين A و B مستقلة ؟

الحل

إذا كانت هذه الاحداث مستقلة فإن :-

الشرط $P(A\cap B)=P(A)\times P(B)$

١) $P(A)\times P(B)=0.3\times0.4=0.12$.

٢) $P(A\cap B) = 0.12$. قيمه التقاطع نفس قيمه ضرب $P(A) \times P(B)$

٣) $P(A\cap B) = P(A) \times P(B)$.

٤) إذا هذه الاحداث مستقلة .

مثال :-

إذا كان [$P(A\cap B)=0.2$, $P(B)= 0.3$, $P(A)= 0.5$] هل كل من الحدثين A و B مستقلة؟

الحل

إذا كانت هذه الاحداث مستقلة فإن :-

الشرط $P(A\cap B) = P(A) \times P(B)$

١) $P(A) \times P(B) = 0.5 \times 0.3 = 0.15$

٢) $P(A\cap B) = 0.2$ الناتج يختلف قيمه التقاطع ليس نفس قيمه ضرب a في b

٣) $P(A\cap B) \neq P(A) \times P(B)$

٤) إذا هذه الاحداث غير مستقلة

مثال

إذا علمت أن $P(A)=0.2$ و $P(B)=0.4$ و أن هذه الاحداث هي أحداث متنافية فأحسب كل من الاحتمالات التالية :-

١) $P(A\cap B)$

٢) $P(A\cup B)$

٣) $P(\overline{A})$

٤) $P(\overline{B})$

الحل

١- حيث أن هذه الاحداث هي أحداث متنافية إذاً فإن إحتمال تحققهما معاً يساوي :-
$P(A\cap B) = 0$ هنا قال احداث متنافيه اذا الناتج يساوي صفر

٢- و من ثم فإن إحتمال تحقق أحد الحدثين على الاقل أو ما يعرف بالاتحاد يساوي :
$P(A\cup B) = P(A) + P(B) - P(A\cap B) = 0.2 + 0.4 - 0 = 0.6$

هنا بالقانون نعوض كل معطي بقيمته

٣- إحتمال$P(\overline{A})$ هو الاحتمال المكمل لإحتمال تحقق الحدث A و حيث أن مجموع الاحتمالات تساوي واحد فإن :-
$P(\overline{A}) = 1 - P(A)$ هذا القانون نحفظه اذا طلب مكمل الاحتمال وحنا نعرف مجموع الاحتمالات يساوي واحد من التعريف السابق للاحتمالات

$= 1 - 0.2 = 0.8$

$P(\bar{B}) = 1 - P(B)$ وهنا نفس القانون مكمل احتمال B

$= 1 - 0.4 = 0.6$

مثال :-

إذا كان :-

$P(A) = 0.6 \ , \ P(B) = 0.8 \ , \ P(A \cap B) = 0.5$

هل كل من الحدثين A و B أحداث مستقلة وأوجد :-

$P(A \cup B) \ , \ P(A \mid B) \ , \ P(B \mid A) \ , \ P(\bar{A}) \ , \ P(\bar{B})$

الحل

لبيان ما إذا كانت هذه الاحداث مستقلة أم لا يمكن إتباع الخطوات التالية :-

١) $P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$

هنا طلب يعرف مستقله او لا على طول اشوف قيمه التقاطع مساويه لقيمه ضرب A في B نعوض ونشوف

٢) $P(A) \times P(B) = 0.6 \times 0.8 = 0.48$

$P(A \cap B) = 0.5$

هل قيمه التقاطع A في B تساوي ضربهما .. لا تساوي اذا

$P(A \cap B) \neq P(A) \times P(B)$ إذا **هذه الاحداث غير مستقلة**

ومن ثم يمكن الوصول إلى مطلوبات السؤال كما يلي :-

١) $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = 0.6 + 0.8 - 0.5 = 0.9$

٢) $P(A \mid B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{0.5}{0.8} = 0.625$ هنا نلاحظ الاحتمال الشرطي اذا كان بدايته A يكون المقام بالقانون B

٣) $P(B \mid A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{0.5}{0.6} = 0.833$ هنا نلاحظ بدايه الاحتمال الشرطي B يكون المقام A

٤) $P(\bar{A}) = 1 - P(A) = 1 - 0.6 = 0.4$ هنا مكمل الاحتمال نفس السابق

$P(\bar{B}) = 1 - P(B) = 1 - 0.8 = 0.2$ وكذالك هذا شرحنه سابقا

المثال الباقي نفس الطريقة

المحاضرة الخامسة

تابع نظرية الاحتمالات

مثال :-

في دراسة لتخصصات ٤٠٠ طالب وطالبة من خريجي جامعة الملك فيصل كانت النتائج كالتالي :-

التخصص	طالب B	طالبة C	المجموع
علمي S	١٢٠	٤٠	١٦٠
أدبي L	٩٦	١٤٤	٢٤٠
المجموع	٢١٦	١٨٤	٤٠٠

P(S)

P(B)

من خلال الجدول السابق المطلوب :-

حساب إحتمال أن يكون الشخص طالب أو علمي ؟ هنا الاحظ قال او واذا كان في المثال او على طول استخدم قانون الاتحاد

P(B∪S) = P(B) + P(S) - P(B∩S) منين جبنا BS بقولك Bرمز لطالب Sرمز لعلمي

الحين نجي نعوض **P(B)** هي عدد مجموع الطلاب على المجموع الكلي

P(S) مجموع الطلاب العلمي على المجموع الكلي

طيب **P(B∩S)** هي قيمه التقاطع بين الطلاب وبين العلمي

المقام موحد وهو مجموع الطلاب الان نعوض ونطلع القيمه

$$= \frac{216}{400} + \frac{160}{400} - \frac{120}{400} = \frac{256}{400} = 0.64$$

حساب إحتمال أن يكون الشخص طالبة و تخصص أدبي :- هنا قال (و) يعني يبي التقاطع

السهم البرتقالي يبين التقاطع الطالبات الي تخصصهن ادبي مجموع ١٤٤ نقسمها على المجموع الكلي ويطلع

$$P(C \cap L) = \frac{144}{400} = 0.36$$

إذا علمت أن الشخص المختار طالبة أحسب احتمال أن يكون تخصصها أدبي :-

من صيغه السؤال يتضح انه طالب الاحتمال الشرطي

طيب شلون اعرف من الاول بالاحتمال الشرطي اضع Lوهو رمز التخصص الادبي او Cوهو رمز طالبة

من بعد كلمه احسب اعرف الطلب يعني الطلب احتمال تكون تخصصها ادبي

يعني القانون بصير $P(L \mid C)$

نعوض بالقانون $P(L \mid C) = \frac{P(L \cap C)}{P(C)}$ =

تقاطع الطالبه بتخصص الادبي ١٤٤ نقسمها على المجموع ٤٠٠

ومجموع الطالبات نقسمها على المجموع الكلي

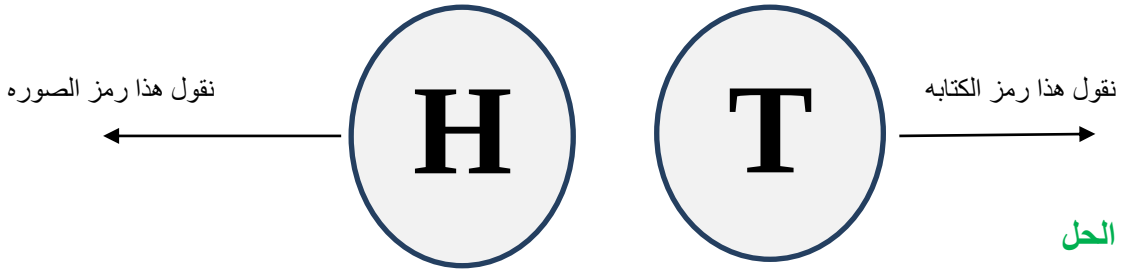
$$P(L \mid C) = \frac{P(L \cap C)}{P(C)} = \frac{\frac{144}{400}}{\frac{184}{400}} = \frac{144}{184} = 0.7826$$

المثال التالي نفس الطريقه

الاهم نميز بصيغه السؤال اذا قال او يقصد الاتحاد واذا قال و يقصد التقاطع

مثال :-

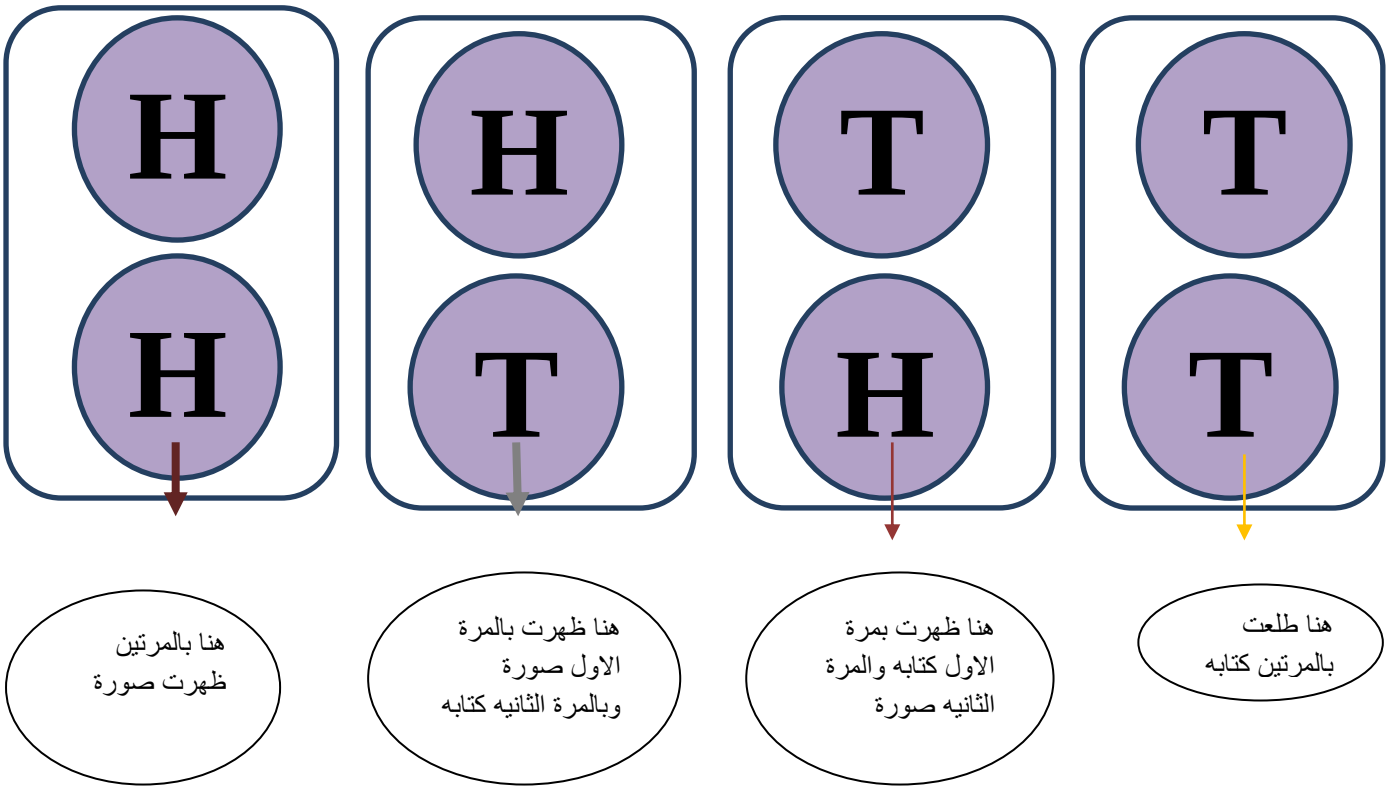
في تجربة إلقاء قطعة نقود مرتين متتاليتين إذا كان المتغير العشوائي X هو عدد مرات ظهور الصورة ، فأوجد القيم التي يأخذها ذلك المتغير واحتمالاته ؟



الحل

١- فراغ العينة (S):- $S = \{ HH, HT, TH, TT \}$

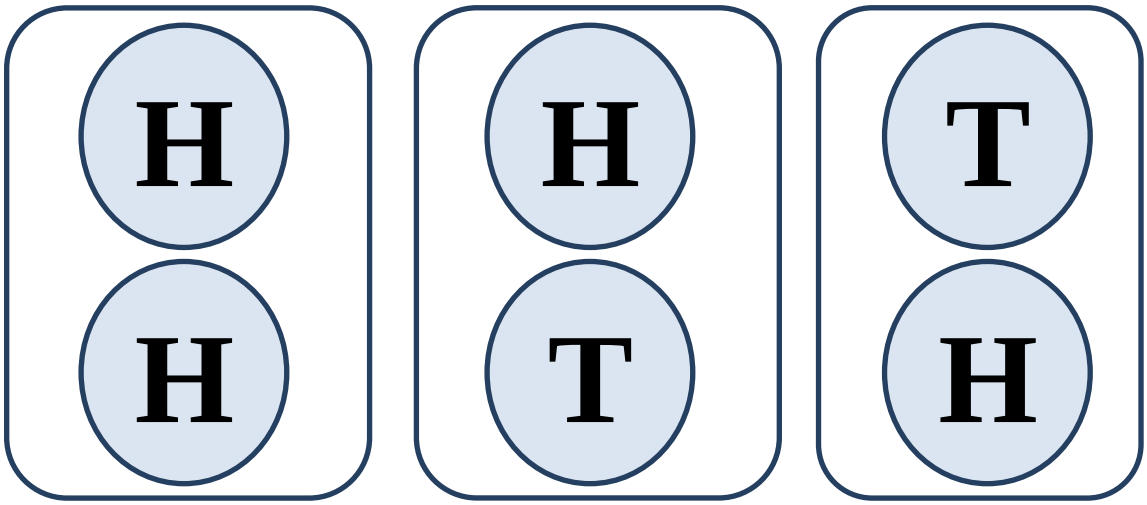
يقصد بفراغ العينه كم مره راح تطلع لي صورة وكتابه بمرتين الي حذفت فيها قطعه النقود



٢- الحدث (A):-

(تمثل وصف لنتائج التي يمكن أن يأخذها المتغير) ولازم نتذكر هو يبي الصورة فقط المره الاخيرة ظهرت كتابه مرتين فلا نوصفها بالحدث

A ={HH ,HT,TH}



٣- المتغير العشوائي (X):-

(وصف رقمي لعدد مرات ظهور الصورة) X = {2 , 1 , 0 }

هنا يبي كم مره ظهرت الصوره بجميع المحاولات

اول مره ظهرت مرتين ٢ والمره الثانيه والثالثه ظهرت مرة وحده ١

وبالرابعه ولا مره 0

٣- احتمال تحقق القيم المختلفة للمتغير p(x):-

لازم نعرف بالاول الاحتمالات بلقا النرد كم مره اربع مرات صح

طيب قسم مجموع الاحتمالات الي هو واحد على ٤ يساوي ربع لكل احتمال

P(x=0) = ¼ where (TT) هني قال احتمال x=0 يقصد الصوره لما تظهر بالاحتمال وهي مره وحده من ١ يساوي ربع

P(x=1) = 2/4 = ½ where (HT , TH) هنا كم مره ظهرت مره وحده ومن الاحتمالات الاربع ظهرت الصورة لي مرتين يعني ربع +ربع يساوي نص

P(x=2) = ¼ where (HH هنا يقول لي x=2 يعني كم مره ظهرت مرتين معا بالاحتمالات الاربع مره وحدة يعني ربع نجمعهم مع بعض تعطيني ١

لاحظ أن مجموع الاحتمالات دائماً تساوي واحد :-

P(x=0) + P(x=1) +P(x=2) = ¼ + ½ + ¼ = 1

مثال من المحاضرة السادسه :

X	0	1	2	3
P(x)	0.2	0.1	0.3	?

المطلوب :-

١) p(3)

٢) الوسط الحسابي .

٣) التباين .

٤) الانحراف المعياري .

٥) $P(x\geq 2)$. = P(2) + P(3) = 0.3 + 0.4 = 0.7

هنا قال يساوي ٢ او اكبر منه

يعني اكتب من قيمه ٢ الي اخر قيمه

قيمه ٢= ٠,٣ وقيمه ٣= ٠,٤

X	0	1	2	3	Σ	قيم المتغير
P(x)	0.2 =	0,1	0,3	0,4	1	الاحتمال
E(x)=x.P(x)	0 =	0,1	0,6	1,2	1,9	التوقع
$E(X^2)=x.E(x)$	0	0,1	1,2	3,6	4,9	مربع التوقع
$v(x)=\sigma^2$	$=E(x^2)-E(x)^2$		$4,9-(1,9)^2=$		1,29	التباين
σ	$\sqrt{\sigma^2}$		$=\sqrt{1,29}$		1,135	الانحراف المعياري

التباين والانحراف المعياري للبيانات غير المبوبه

ثانيا:- التباين والانحراف المعياري من البيانات المبوبه :

اذا كانت البيانات الظاهرة ، مبوبه في جدول توزيع تكراري ، فإن الانحراف المعياري يحسب بتطبيق المعادله التاليه :-

$$\sigma^2 = \frac{\sum fx^2}{\sum f} - (\frac{\sum fx}{\sum f})^2$$

$$\sigma = \sqrt{\sigma^2}$$

مثال :

الجدول التالي يتضمن فئات الانفاق الشهري للأسرة و المطلوب حساب الانحراف المعياري و التباين :-

فئات الانفاق	عدد الاسر
50 -	120
60 -	140
70 -	160
80 -	180
90 - 100	150
المجموع	750

فئات الانفاق	عدد الاسر f	مركز الفئة x	f x	f^2x
50 -	120	55	6600	363000
60 -	140	65	9100	591500
70 -	160	75	12000	900000
80 -	180	85	15300	1300500
90 - 100	150	95	14250	1353750
المجموع	750		57250	4508750

50+60= 110

=2÷110 55 قيمه x

وباقي نفس الطريقه

$$\sigma^2 = \frac{\sum fx^2}{\sum f} - (\frac{\sum fx}{\sum f})^2 = \frac{4508750}{750} - (\frac{57250}{750})^2 = 184,8889$$

$$\sigma = \sqrt{\sigma^2} = 13,5974$$

المثال السابق للبيانات المبوبه لتبيين والانحراف المعياري

قانون التباين $\sigma^2 = \frac{\sum fx^2}{\sum f} - (\frac{\sum fx}{\sum f})^2$

قانون الانحراف المعياري $\sigma = \sqrt{\sigma^2}$

عطاني مثال وطلب التباين والانحراف

فئات الانفاق	عدد الاسر
50 -	120
60 -	140
70 -	160
80 -	180
90 - 100	150
المجموع	750

ارمز له برمز f

مركز الفئه شلون اطلعه

هو مجموع الفئه الاولي مع الثانيه تقسيم ٢

٥٥=٢÷ ١١٠ =٦٠+٥٠

فئات الانفاق	عدد الاسر f	مركز الفئة x	f x	f^2x
50 -	120	55	6600	363000
60 -	140	65	9100	591500
70 -	160	75	12000	900000
80 -	180	85	15300	1300500
90 - 100	150	95	14250	1353750
المجموع	750		57250	4508750

نكمل الباقي = ٦٠+٧٠=١٣٠÷٢=٦٥

٧٠+٨٠=١٥٠÷٢=٧٥

٨٠+٩٠=١٧٠÷٢= ٨٥

٩٠+١٠٠=١٩٠÷٢=٩٥

عرفنا X

Fx شلون نطلعها ضرب X×f

120x55=6600

65x140=9100

160x75=12000

وهكذا واجمعهم النواتج يطلع عندي مجموع fx=٥٧٢٥٠

f^2x =xمضروبه في fx

55x6600=363000

65x9100=591500

وهكذا واجمع مجموع النواتج f^2x= ٤٥٠٨٧٥٠

نجي لتطبيق للقانون التباين

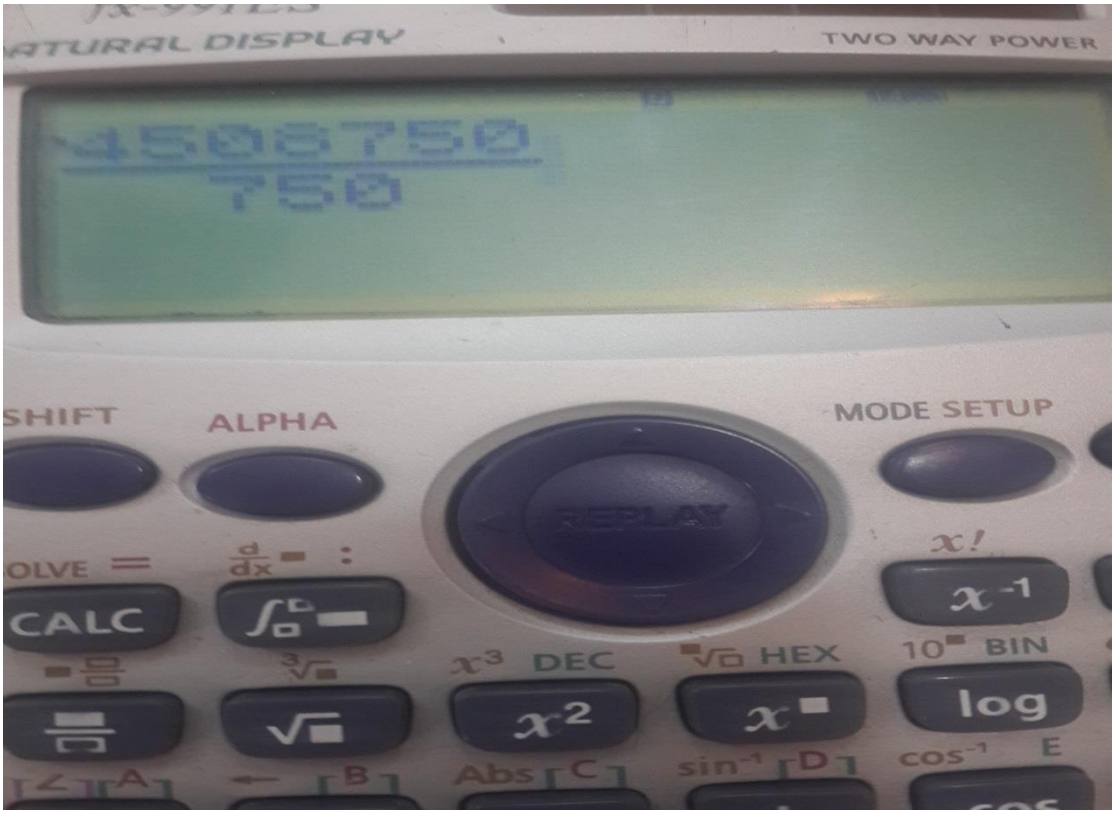
$$\sigma^2 = \frac{\sum fx^2}{\sum f} - (\frac{\sum fx}{\sum f})^2$$

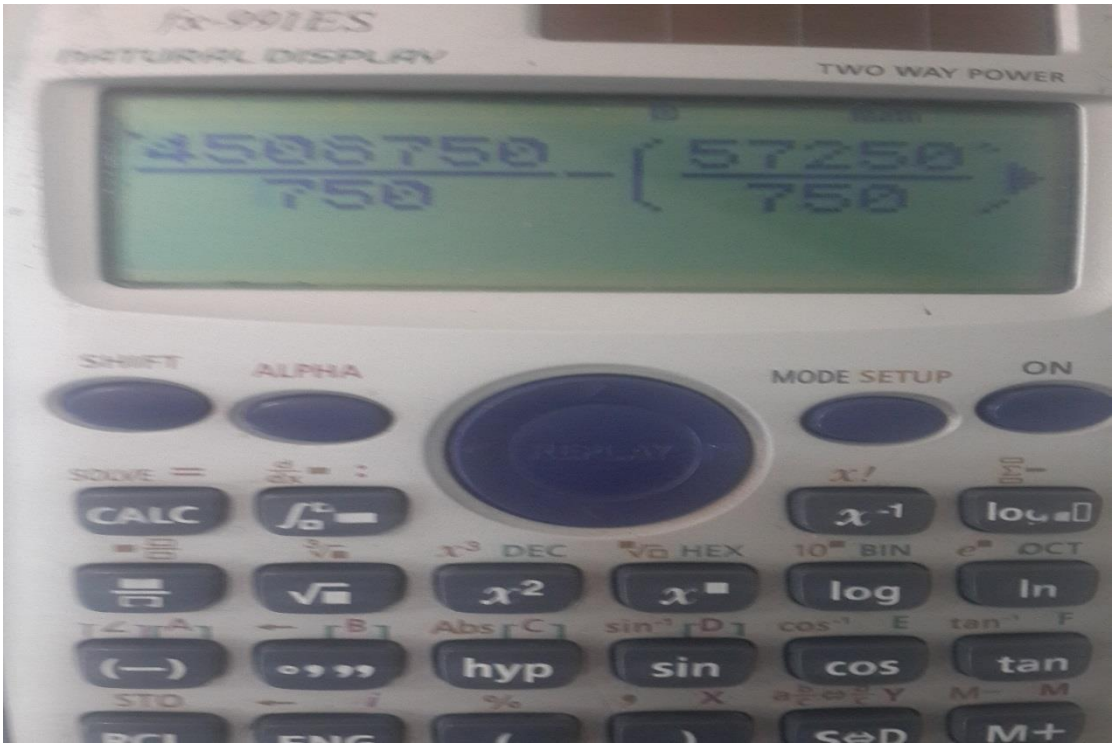
Fx^2 مقسومه على f هو مجموع f=750

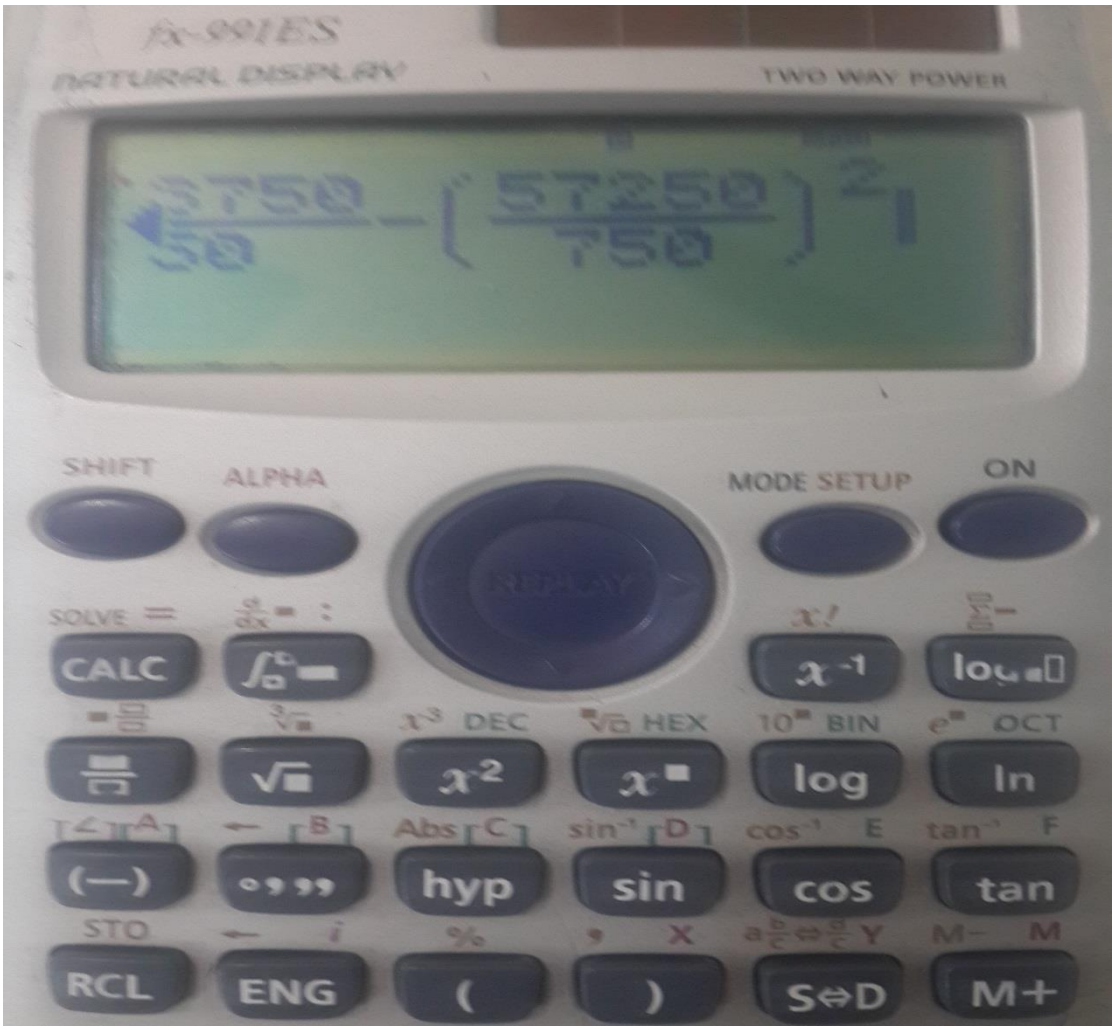
$$\frac{4508750}{750} - (\frac{57250}{750})^2 = 189.8889$$

لا ننسي انا الاس مرفوع لكل القوس الثاني

شكلها بالحاسبه




fx-991ES
NATURAL DISPLAY
TWO WAY POWER
SHIFT
ALPHA
MODE SETUP
ON
CALC
hyp
sin
cos
tan
log
ln
RCL
ENG
S⇔D
M+


fx-991ES
NATURAL DISPLAY
TWO WAY POWER
SHIFT
ALPHA
MODE SETUP
ON
CALC
hyp
sin
cos
tan
log
ln
RCL
ENG
S⇔D
M+

الناتج = ١٨٤,٨٨٨٩

الانحراف المعياري هو جذر التباين

ادخل الناتج بجذر =

$$\sqrt{184,8889} = 13,5974$$

ان شاء الله تفهمون على الطريقه

بنسبه لمعامل سبيرمان يخص الرتب

نخذ الرتب ونرتبها تصاعد او تنازلي راح يعطيني نفس الناتج

مثال: سجلت درجات الطلاب في مقرري الرياضيات و الإحصاء كما في الجدول التالي

درجات الرياضيات x	٢٠	١٩	12	10	11	15
درجات الإحصاء y	٢٥	22	15	10	6	15

ادرس وجود علاقة ارتباط بين درجات الطلاب في المقررين.

تم ترتيبها بالملخص تنازلي نرتبها تصاعدي

درجات الرياضيات : ١٠ ـ ١١ ـ ١٢ ـ ١٥ ـ ١٩ ـ ٢٠

الرتب : ١ ـ ٢ ـ ٣ ـ ٤ ـ ٥ ـ ٦

درجات الاحصاء : ٦ ـ ١٠ ـ ١٥ ـ ١٥ ـ ٢٢ ـ ٢٥

الرتب : ١ ـ ٢ ـ ٣ ـ ٤ ـ ٥ ـ ٦

تكرر الرقم ١٥ مرتبين اخذ رتبهم واقسمها على عدد تكرارهم مرتين

٣+٤= ٧ ÷٢=٣,٥ الرتبه هذي لعددين ١٥

x	y	x رتب	y رتب	d	d^2
20	25	1	1	0	0
19	22	2	2	0	0
12	15	4	3.5	0.5	0.25
10	10	6	5	1	1
11	6	5	6	-1	1
15	15	3	3.5	-0.5	0.25
المجموع					2.5

هذا جدول الترتيب التنازلي

الحين ترتيب التصاعدي

X	Y	xرتب	yرتب	d	d^2
٢٠	٢٥	٦	٦	٠	٠
١٩	٢٢	٥	٥	٠	٠
١٢	١٥	٣	٣,٥	٠،٥	٠,٢٥
١٠	١٠	١	٢	١	١
١١	٦	٢	١	١	١
١٥	١٥	٤	٣،٥	٠،٥	٠،٢٥
المجموع					٢,٥٠

مجموع d^2 = ٢,٥ تصاعدي او تنازلي

بكل الطريقتين تعطي نفس المجموع

بالتوفيق

ام حنان