

(المحاضرة الأولى)

س١/ ما هو مفهوم الأساليب الكمية ؟

هو أسلوب رياضي يعالج المشاكل الاقتصادية والإدارية والتسويقية والمالية والنظم المعلوماتية بمساعدة الموارد المتاحة من البيانات والأدوات والطرق التي تُستخدم من قبل متخذي القرار لمعالجة المشاكل .

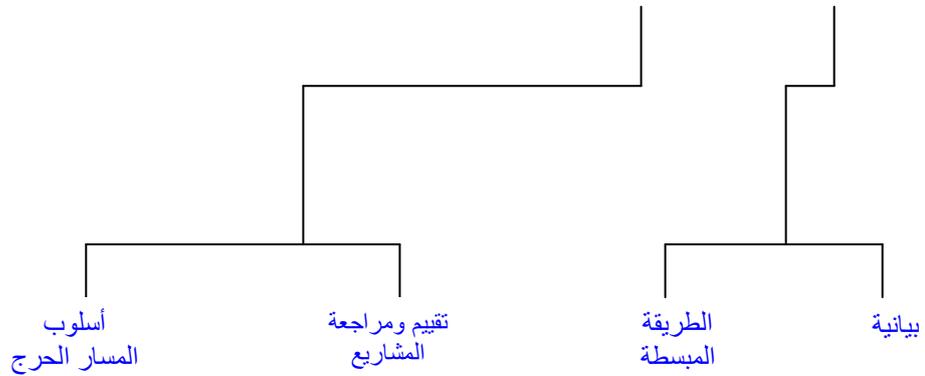
س٢/ تُعرّف الأساليب الكمية بأنها (مجموعة من الطرق والصيغ والمعدات والنماذج التي تساعد في حل المشكلات على أساس عقلائي). فمن هذا التعريف يمكننا إدراج عنوان أشمل وهو بحوث العمليات . أذكر التعريفين اللذان اعتمدناه جمعيتي بحوث العمليات البريطانية وجمعية بحوث العمليات الأمريكية ؟

أ- جمعية بحوث العمليات البريطانية : عرّفت الأساليب الكمية بأنها أساليب علمية تُستخدم لحل المعضلات المعقدة في إدارة أنظمة كبيرة من القوى العاملة والمعدات والمواد الأولية والأموال في المصانع الحكومية والقوات المسلحة .

ب- جمعية بحوث العمليات الأمريكية : عرّفت الأساليب الكمية بأنها تربط بحوث العمليات باتخاذ القرارات العلمية حول كيفية تصميم عمل أنظمة المعدات والقوى العاملة وفقاً لشروط تتطلب تخصيصها في الموارد النادرة . (ملاحظه . التعريف الامريكى احدث)

س٣/ للأساليب الكمية المستخدمة ضمن بحوث العمليات عدة أساليب . أذكرها ؟

- | | | | | | | | |
|--------------------|----------------|---------------------|---------------------|-------------------|---------------------|----------------------|----------------------|
| ٨ | ٧ | ٦ | ٥ | ٤ | ٣ | ٢ | ١ |
| أسلوب سلاسل ماركوف | أسلوب المحاكاة | أسلوب نماذج التخصيص | أسلوب صفوف الانتظار | أسلوب نماذج النقل | أسلوب تخطيط المخزون | أسلوب التحليل الشبكي | أسلوب البرمجة الخطية |



التطور التاريخي :

س٤/ العالم (فردريك تيلور) ألف كتاب بعنوان (الإدارة العلمية) والذي دعا فيه إلى ضرورة استبدال طريقة الحكم الشخصي والتجربة الخطأ بطريقة أخرى تعتمد على البحث العلمي . في أي عام ألف (فردريك تيلور) هذا الكتاب ؟

- في عام ١٩١١م

س٥/ بحوث العمليات ظهرت كحقلًا علميًا مستقلاً حيث شكلت بريطانيا والولايات المتحدة الأمريكية فرقاً من العلماء للبحث عن أفضل الأساليب العلمية لاستخدامها في طريقة توزيع أفضل للقوات العسكرية وكيفية استخدام الأجهزة المتطورة العسكرية . متى شكلت هذه الفرق من العلماء ؟

- شكلت في بداية الحرب العالمية الثانية وسميت بفرق بحوث العمليات .

س٦/ متى استفادة القطاعات الاقتصادية من أساليب بحوث العمليات في زيادة إنتاجها وربحها عن طريق الاستغلال لأفضل لمواردها ؟

- بعد نهاية الحرب العالمية الثانية

س٧/ أحد العوامل التي ساعدت في تطور بحوث العمليات هي الرواج الاقتصادي والذي أدى إلى مشاكل كثيرة مما دفع بعض العلماء إلى دراسة تلك المشاكل وإيجاد الحلول لها . متى بدأ هذا الرواج الاقتصادي ؟

- بعد نهاية الحرب العالمية الثانية

س٨/ متى أصبحت بحوث العمليات في تطور سريع وازدهار وتوسع في استخدامها؟

- بعد ظهور الحاسب الآلي

س٩/ ما هي أهمية البحوث العلمية ؟

- ١- وسيلة تساعد في اتخاذ القرارات الكمية باستخدام الطرق العلمية الحديثة
- ٢- يعتبر علم بحوث العمليات من الوسائل العلمية المساعدة في اتخاذ القرارات بأسلوب أكثر دقة ويعيد عن العشوائية الناتجة عن التجربة والخطأ .
- ٣- تعتبر بحوث العمليات فن وعلم في آن واحد فهي تتعلق بالتخصيص الكفاء للموارد المتاحة وكذلك قابليتها الجديدة في عكس مفهوم الكفاءة والندرة في نماذج رياضية تطبيقية .

٤- يسعى هذا العلم إلى البحث عن القواعد والأسس الجديدة للعمل الإداري وذلك للوصول إلى أفضل المستويات من حيث الجودة الشاملة ومقاييس المواصفات العالمية (الأيزو)

٥- أنها تساعد على تناول مشاكل معقدة بالتحليل والحل والتي يصعب تناولها في صورتها العادية

٦- أنها تساعد على تركيز الاهتمام على الخصائص الهامة للمشكلة دون الخوض في تفاصيل الخصائص التي لا تؤثر على القرار ويساعد هذا في تحديد العناصر الملائمة للقرار واستخدامها للوصول إلى الأفضل .

س ١٠/ في ماذا تستخدم بحوث العمليات بشكل عام؟

- تستخدم في التالي :



س ١١/ عدد نماذج بحوث العمليات ؟

- ١- البرمجة الخطية linear programming
- ٢- البرمجة العددية Integer programming
- ٣- المحاكاة Simulation
- ٤- التحليل الشبكي Network analysis
- ٥- نظرية صفوف الانتظار Qynamic theory
- ٦- البرمجة الديناميكية Dynamic programming
- ٧- نظرية القرارات Decision theory
- ٨- البرمجة اللاخطية Non-liner programming

س ١٢/ في ماذا تستخدم بحوث العمليات في منظمات الأعمال ؟

الإدارة المالية	إدارة الموارد البشرية	التخزين	النقل والتسويق	الإنتاج وإدارة العمليات	الوظائف الأساليب
توزيع الموارد الحالية بشكل أمثل	الاستغلال الأمثل للموارد البشرية			تخطيط الإنتاج	البرمجة الخطية
		نقل المشتريات من المخزن	تسويق المصانع	تداول بين خطوط الإنتاج	نماذج النقل
			تدفق الموارد والسلع	تنفيذ المشاريع	شبكات الأعمال
تحديد أفضل الفوائد المستثمرة		تحديد مصدر الشراء الأفضل		طرح منتج حديث	تحليل القرار
		تحديد حجم الدفعة الاقتصادية			السيطرة على المخزون

س ١٣/ نموذج القرار هو أداة لتلخيص مشكلة القرار بطريقة نسمح بتعريف وتقييم منظم لكل بدائل القرار في المشكلة . ولنموذج القرار عدة عناصر أذكرها ؟

١- تحديد بدائل القرار : فمثلاً شخص تقدم إلى عدة قطاعات للحصول على وظيفة وقدم له عدة عروض من هذه القطاعات فهنا يجب على هذا الشخص حصر جميع هذه العروض لكي يحدد ويختار البديل الأفضل .

٢- تصميم مقاييس أو معايير لتقييم كل بديل : هنا يجب على هذا الشخص أن يقيم هذه البدائل تحت معايير ومقاييس معينة فمثلاً يقيم المعيار الأول بمقدار الراتب ويقيم المعيار الثاني بالبدلات والعلوات السنوية ويقيم المعيار الثالث بالترقي الوظيفي ويقيم المعيار الرابع بالدورات المتقدمة التي سوف يحصل عليها .

٣- استخدام هذا المعيار كأساس لإختيار أفضل بديل من البدائل المتاحة : هنا يجب على هذا الشخص أن يستخدم طريقة رياضية لكي يحدد ويقيس هذه البدائل بطريقة رياضية صحيحة فمثلاً لو استخدم مصفوفة مربعة ووضع في الأعمدة الخيارات التي هي الوظائف ووضع في الصفوف المعايير التي هي الراتب والبدلات والترقي الوظيفي والدورات وقام بترقيمها بنسب مئوية من حيث أهميتها لتوصل إلى البديل الأفضل .

(المحاضرة الثانية)

س١/ يُعرّف النظام بشكل عام على أنه (مجموعة من العناصر المتداخلة والمرتبطة مع بعضها البعض في علاقات معينة ومعزولة إلى حد ما عن أي نظام آخر) . لذلك يوجد عدة تصنيفات للأنظمة . أذكر منها اثنين ؟

أ- الأنظمة الحتمية : هي التي تكون فيها جميع متغيرات النظام معروفة أي يمكن التنبؤ عن سلوك عناصر النظام بطريقة محددة تماماً .

المثال على ذلك : عدد محركات الطائرة وعدد المضيفين وعدد الركاب في الطائرة وكابتن الطائرة فجميع هذه العناصر محددة مسبقاً أي معروفة وحتمية .

ب- الأنظمة الاحتمالية : وهي التي تخضع بعض العناصر فيها إلى مفهوم التوزيعات الإحصائية والسبب في ذلك اعتمادها على مبدأ العشوائية التي تتغير باستمرار .

المثال على ذلك : درجة الحرارة الخارجية بالنسبة للطائرة لا يمكن التنبؤ بها لأنه عنصر يتغير باستمرار . وكذلك كمية وقود الطائرة لا يمكن التنبؤ به بعد فترة من الزمن من رحلة الطائرة والسبب في ذلك حدوث بعض المتغيرات كضغط الهواء الخارجي للطائرة أو سرعة الطائرة .

س٢/ أذكر مثال توضح به عناصر في النظام متداخلة ومرتبطة مع عناصر

أخرى خارجية ؟

المثال على ذلك :

برج المراقبة الجوية : هو نظام يستخدم لربط عناصر ما هو موجود في الطائرة بما هو موجود في المجال الجوي وبما هو موجود في برج المراقبة .

س٣/ ما هو النموذج ؟

هو الصورة المبسطة للتعبير عن نظام عملي من واقع الحياة أو فكرة مطروحة لنظام قابل للتنفيذ أي (نظام حقيقي مفترض) .

س٤/ أذكر مراحل دراسة بحوث العمليات (مراحل التحليل الكمي أو اتخاذ

القرارات) ؟

١- الملاحظة :

وهي إدراك وجود المشكلة وتحديد ما فلابد من جمع الحقائق والآراء والأعراض المتعلقة بهذه المشكلة .

٢- تعريف المشكلة :

تُعرّف بعبارات محددة وواضحة لنحاول أن نجمع بها معلومات عن الهدف والمتغيرات وثوابت والقيود .

٣- بناء النموذج :

ويقصد به تطوير النموذج الرياضي الذي يتفق مع أهداف المسألة .

٤- حل النموذج :

التوصل إلى الحل الذي يحقق أفضل قرار أما أن يكون حلاً يدوياً أو عن طريق برمجيات جاهزة .

٥- التحقق من صحة النموذج :

يكون عن طريق مقارنة النتائج مع قيم سبق اختبارها أو عن طريق استخدام الاختبارات الإحصائية .

٦- تنفيذ النتائج :

ترجمة النتائج إلى تعليمات تشغيلية تفصيلية ومن ثم إرسالها إلى الأقسام المعنية .

س٥/ من المعروف أن البرمجة الرياضية أحد النماذج المستخدمة في بحوث

العمليات . عرف البرمجة الرياضية ؟

هي العلم الذي يبحث في تحديد القيمة العظمى أو الصغرى لدالة محددة تسمى دالة الهدف (O.f) والتي تعتمد على عدد نهائي من المتغيرات وهذه المتغيرات قد تكون مستقلة عن بعضها أو قد تكون مرتبطة مع بعضها بما يسمى القيود .

س٦/ البرمجة الخطية تعتبر حالة خاصة من البرمجة الرياضية . وضح ذلك؟
إذا كانت دالة الهدف والقيود خطية .

س٧/ ماذا يقصد بالبرمجة؟

يقصد بها أي إجراءات أو خطوات معينة تؤدي إلى حل مشكلة ما . وتوجد عادة في الحاسب الآلي ومجالات الهندسة وغيرها .

س٨/ ماذا يقصد بالخطية؟

هي وجود علاقات خطية من الدرجة الأولى يمكن رسمها على خط مستقيم بين المتغيرات في حالة التأكد من خطية المعادلات .

س٩/ ما هي مكونات نموذج البرمجة الخطية؟

هناك أربع نقاط أساسية لمكونات نموذج البرمجة الخطية .
أولاً: متغيرات القرار . وهو عدد من المتغيرات والتي يجب أن تحدد قيمها للوصول إلى الهدف المنشود ونرمز لهذه المتغيرات بـ (X_1, X_2, \dots, X_n) .

سؤال: ماذا يقصد بالمتغير؟

هو (X) مجهول يأخذ قيمة متغيرة لا نستطيع مسبقاً أن نحدد هذه القيمة مع ملاحظة أن المتغير يكون أثناء بناء النموذج وليس بعد حل النموذج لأن المتغير بعد حل النموذج يصبح قيمة معروفة .

ثانياً: دالة الهدف وهي الوصول إلى هدف معين كزيادة الأرباح أو نقص التكاليف مثلاً . ويعبر عنه رياضياً بهذه الصيغة :

$$Z = \sum_{j=1}^n C_j \times x_j$$

قيم المتغيرات

دالة الهدف

أعداد حقيقية تسمى بمعاملات المتغيرات وهي قيم معطاه

سؤال : تُصنّف دالة الهدف إلى مجموعتين . وضح ذلك؟

أ- تعظيم دالة الهدف (Maximization) وهو السعي إلى تحقيق أقصى ربح ممكن ويأخذ الشكل التالي :

$$\text{تعظيم دالة الهدف} \leftarrow \text{Max } Z = \sum_{j=1}^n c_j \times_j$$

ب- تصغير دالة الهدف (Minimization) وهو السعي إلى تخفيض التكاليف لأدنى حد ممكن ويأخذ الشكل التالي:

$$\text{تصغير دالة الهدف} \leftarrow \text{Min } Z = \sum_{j=1}^n c_j \times_j$$

ثالثاً : القيود : وهو وجود علاقة بين المتغيرات يعبر عنها رياضياً بمتباينات وتأخذ أحد الشكلين التاليين :
الشكل (١) :

$$\text{عدد قيود المسألة} \uparrow \quad \text{قيم المتغيرات} \uparrow$$
$$\text{إذا كانت الدالة من نوع التعظيم} \leftarrow \text{Max} = \sum_{j=1}^m a_{jj} \times_j \leq b_j$$

أعداد حقيقية تسمى معاملات المتغيرات في القيود
أعداد حقيقية تعبر عن الموارد المتاحة والمتطلبات اللازمة لكل قيد من القيود

عدد قيود المسألة

قيم المتغيرات

$$\leftarrow \text{Min} = \sum_{j=1}^m a_{jj} \times x_j \geq b_j$$

أعداد حقيقية تسمى معاملات المتغيرات في القيود

أعداد حقيقية تعبر عن الموارد المتاحة والمتطلبات اللازمة لكل قيد من القيود

ملاحظة:

a_{jj} تعبر عن وجود أكثر من قيد (أكثر من متغير) وبالتالي تأخذ شكل مصفوفة مربعة حيث أن الأعمدة في المصفوفة تمثل المتغيرات والصفوف فيها تمثل القيود.

رابعاً: يجب أن لا تقل أو تزيد قيمة المتغيرات عن كمية معينة ويشترط أيضاً على المتغيرات أن تكون غير سالبة (قيد عدم السالبة) **وهم ذلك؟**

١- يجب أن لا تقل قيمة المتغيرات عن كمية معينة بسبب التزامات معينة .

مثال على ذلك:

لو افترضنا أن أحد الموردين قام بالتوقيع على عقد لتوريد (100) طاولة فهذا يجب أن يوضع قيد يضمن هذه المسألة والتي يُسعى إلى تحقيقها أما من ناحية تعظيم الأرباح أو تدني التكاليف بمعنى أنه يجب أن تتضمن القيود على قيد خاص بالمورد لكي يكون الإنتاج لهذا المورد بكمية معينة . .

٢- يجب أن لا تزيد قيمة أحد المتغيرات عن كمية معينة بسبب وجود منافسة على سبيل المثال .

مثال على ذلك:

لو افترضنا أن شركة ماء ومن خلال دراستها التسويقية اتضح لها أنه لن تستطيع تسويق أكثر من (10) طاولات مثلاً من نوع محدد ففي هذه الحالة يجب أن يوضع

قيد في البرنامج الخطي ($X_1 \leq 10$) حتى تتضمن عدم إنتاج أكثر من هذه الكمية لكي لا تتعرض إلى خسائر .

٣- قيد عدم السالبة أي أنه يشترط على المتغيرات أن تكون غير سالبة على جميع النماذج ($X_j \geq 0$) وهو قيد يشترط وجوده في كل نهاية برنامج خطي .

س١٠ / من المكونات الأربع لنموذج البرمجة الخطية ، بين الشكل العام في حالة التعظيم ؟

ج١٠ : الشكل العام في حالة التعظيم كالتالي :

$$\text{Dالة الهدف} \leftarrow \text{Max} \sum_{j=1}^n c_j x_j$$

s.t

$$\text{القيد} \leftarrow \sum_{j=1}^m a_{ij} x_j \leq b_i$$

$$\text{عدم السالبة} \leftarrow x_j \geq 0$$

ملاحظة :

S.t تعني طبقاً إلى الشروط التالية .

وهي اختصار إلى (Subject to) .

س١١ / كيف يمكن أن نصيغ نموذج برمجة خطية ؟

يمكننا أن نصيغ برمجة خطية بستة نقاط وهي كالتالي :

١- تحديد المتغيرات x_j حيث $j=1,2,\dots,n$ وتعريف هذه المتغيرات بدقة مع تعريف وحدات القياس المستعملة لكل متغير . **وضح ذلك ؟**

المثال على ذلك :

نفترض أن هناك مورد يتعامل مع مصنع وهذا المصنع ينتج أنواع محددة من قطع الزجاج فطلب المورد من هذا المصنع ثلاث أنواع من الزجاج النوع الأول مساحته ($2م \times 2م$) فهذا يجب أن نحدد على أن (x_1) تساوي عدد قطع الزجاج المنتجة من النوع الأول . والنوع الثاني مساحته ($2م١,٥ \times 2م١,٥$) فهذا يجب أن نحدد على أن (x_2) تساوي عدد قطع الزجاج المنتجة من النوع الثاني . والنوع الثالث مساحته ($2م٣ \times 2م٣$) فهذا يجب أن نحدد على أن (x_3) تساوي عدد قطع الزجاج المنتجة من النوع الثالث فالبتالي نحن حددنا المتغير وحددنا وحدات القياس المستخدمة وهي عدد قطع الزجاج .

٢- تحديد معاملات المتغيرات في حالة الهدف C_j مع تعريف الوحدات المستخدمة لقياس هذه المعامل . **وَضْمُ ذَلِكَ؟**

المثال على ذلك :

لو افترضنا أن النوع الأول من الزجاج يعطي هامش ربح قدره (100) ريال ففي هذه الحالة استطعت أن أتوصل إلى معامل المتغير (x_1) أي أن $100x_1$ وإذا افترضنا أن النوع الثاني من الزجاج يعطي هامش ربح قدره (200) ريال فإن معامل المتغير (x_2) يساوي 200 أي أن $200x_2$.

وإذا افترضنا أن النوع الثالث من الزجاج يعطي هامش ربح قدره (80) ريال فإن معامل المتغير (x_3) يساوي 80 أي أن $80x_3$.

إذا نلاحظ أن الدالة سوف تصبح على هذا الشكل $100x_1 + 200x_2 + 80x_3$ فكل متغير مضروب في معاملته . والمعامل قيمة ثابتة تدل على ربح أو تكاليف .

٣- تحديد دالة الهدف مع التأكد من استخدام وحدات القياس نفسها . **وَضْمُ ذَلِكَ؟**

نحدد نوع الدالة من خلال التعرّف على الكلمات المحددة قليلاً أي أنه إذا تكلمنا عن هامش ربح أو مبيعات فسوف يكون نوع الدالة تعظيم الأرباح أو المبيعات ، أما إذا تكلمنا عن تكاليف أو خسائر فسوف يكون نوع الدالة تدني أو تصغير ، وفي نفس الوقت تماماً يجب أن نستخدم وحدات القياس نفسها ، بمعنى إذا كان المتغير الأول (المنتج الأول) بالريال فيجب أن يكونه المتغير الثاني والمتغير الثالث بالريال أيضاً . ففي كل عملية لابد من إجراء التحويلات اللازمة لتوحيد جميع العملات على مستوى دالة الهدف .

٤- تحديد معاملات المتغيرات في القيود a_{ij} مع وحدات القياس المناسبة لكل

معامل . **وَضْمُ ذَلِكَ؟**

يوجد في القيود أكثر من قيد وكل قيد مستقل تماماً عن القيد الآخر فالقيد يكون مرتبط بشرط معين . على سبيل المثال أن القيد الأول مرتبط بالمادة الخام A من مورد معين . ومن خلال المعلومات المعطاه وجدنا أن المادة الخام A تدخل في إنتاج النوع الأول (الزجاج) بـ $3m^2$ ونفس المادة الخام A تدخل في إنتاج النوع الثاني (الزجاج) بـ $(5m^2)$ ونفس المادة الخام A تدخل في إنتاج النوع الثالث (الزجاج) بـ $(10m^2)$ لذا نلاحظ أن القيد يصاغ على الشكل التالي :

$$3x_1 + 5x_2 + 10x_3 \leq A$$

لو افترضنا أن مجموعة المادة الخام $A = (100m^2)$ فيصبح القيد مكتمل

$$3x_1 + 5x_2 + 10x_3 \leq 100$$

لو انتقلنا إلى القيد الثاني وافترضنا أن هذه المنتجات الثلاث من الزجاج تصنع من خلال آلة معينة وهذه الآلة تأخذ وقت وقدره لتصنيع هذه المنتجات الثلاث وافترضنا أن النوع الأول من منتج الزجاج يستغرق 4 ساعات في الآلة والنوع الثاني يستغرق 5 ساعات والنوع الثالث يستغرق 6 ساعات وعدد الساعات الإجمالية في وقت محدد لهذه الآلة يساوي 50 ساعة . لذا نلاحظ أن القيد يصاغ على الشكل التالي :

$$4x_1 + 5x_2 + 6x_3 \leq 50$$

٥- تحديد معاملات الطرف الأيمن (الموارد والالتزامات) b_i مع وحدات القياس المناسبة لكل معامل . **وضع ذلك؟**

لو نظرنا إلى شرح النقطة الرابعة لوجدنا أن مجموع المادة الخام A يساوي 100 في القيد الأول . ومجموع الساعات 50 في القيد الثاني فهما يمثلان الطرف الأيمن في القيد الذي هو b_i لذا يجب أن تكون ثابتة وموحدة مع القيم الموجودة في الطرف الأيسر . بمعنى لو أن القيم الموجودة في الطرف الأيسر تمثل الدقائق فيجب أن تكون القيم في الطرف الأيمن تمثل دقائق أيضاً ولو كانت القيم في الطرف الأيسر تمثل كيلوجرامات فيجب أن تكون القيم في الطرف الأيمن تمثل كيلوجرامات فيجب استخدام وحدة القياس نفسها في اليمين وفي اليسار .

٦- قيد عدم السالبية : يجب أن يكون موجود في جميع المسائل ويكتب في نهاية كل مسألة .

مصطلحات المحاضره الأولى والثانية

المصطلح بالانجليزي	المصطلح بالعربي
Linear Programming	البرمجة الخطية
Integer Programming	البرمجة العددية
Simulation	المحاكاة
Network analysis	التحليل الشبكي
Queuing theory	نظرية صفوف الانتظار
Dynamic Programming	البرمجة الديناميكية
Decision Theory	نظرية القرارات
Non-Linear Programming	البرمجة اللاخطية
System	النظام
Deterministic systems	الأنظمة الحتمية
Probabilistic system	الأنظمة الاحتمالية
The Mode	النموذج
Modeling	النمذجة
Observation	الملاحظة
Problem Definition	تعريف المشكلة
Model Construction	بناء النموذج
Model Solution	حل النموذج
Model Validity	التحقق من صحة النموذج
Implementation	تنفيذ النتائج
Mathematical Programming	البرمجة الرياضية
Programming	البرمجة
Linearity	الخطية
Decision Variables	متغيرات القرار
Maximization	تعظيم دالة الهدف
Minimization	تصغير دالة الهدف
Constraints	قيود
Objective function (o.f)	دالة الهدف
Variables	المتغيرات
Constraints	القيود

(المحاضرة الثالثة)

مثال (1) :

تقوم الشركة العربية للمنظفات بإنتاج أنواع مختلفة من مساحيق غسيل الملابس . إذا تسلمت الشركة طلبات من أحد التجار للحصول على 12 كيلو جرام من مسحوق معين من منتجات الشركة إذا كان المسحوق المطلوب يتم تصنيعه من خلال مزج ثلاثة أنواع من المركبات الكيميائية هي A,B,C .

إذا علمت أن المواصفات المطلوبة لهذا المسحوق كما ورد في الطلب كانت ما يلي:

- 1- يجب أن يحتوي المسحوق على 3 كيلوجرام على الأقل من المركب B .
- 2- يجب أن لا يحتوي المسحوق على أكثر من 900 جرام من المركب A .
- 3- يجب أن يحتوي المسحوق على 2 كيلو جرام بحد أدنى من المركب C .
- 4- يجب أن يحتوي المزيج على 4 كيلو جرام على الأكثر من A,C .

إذا علمت أن تكلفة تصنيع الكيلو جرام الواحد من المركب A تساوي 6 ريال ، وأن تكلفة تصنيع الكيلو جرام من المركب B تساوي 12 ريال ، في حين تبلغ تكلفة تصنيع الكيلو جرام من المركب C تساوي 9 ريال .

المطلوب : صياغة برنامج خطي :

لكن نتمكن من حل هذا المثال يجب علينا إتباع خمس خطوات كالتالي :

أولاً : ننظر إلى المثال بشكل عام لكي نستدل على نوع دالة الهدف ، فنجد أن كلمة

(تكلفة) في المثال تدل على أن الدالة من نوع التصغير (Minimization) $Min=z$

ثانياً : يجب تحديد جميع المتغيرات في المثال فنجد أنه يوجد ثلاثة مركبات مجهول

وهي (A - B - C) لذلك سنرمز لكل مركب برمز المتغير (X) حيث أن :

X_1 → ستأخذ المتغير → عدد الكيلوجرامات في المركب A

X_2 → ستأخذ المتغير → عدد الكيلوجرامات في المركب B

X_3 → ستأخذ المتغير → عدد الكيلوجرامات في المركب C

ثالثاً : نحدد معاملات المتغيرات من خلال تكلفة تصنيع الكيلوجرام لكل مركب فنجد

أن المركب A يساوي 6 ريال لكل كيلو جرام .

إذاً يصاغ بهذا الشكل $6x_1$

ونجد أن المركب B يساوي 12 ريال لكل كيلو جرام .

إذا يصاغ بهذا الشكل $12x_2$

ونجد أن المركب C يساوي 9 ريال لكل كيلو جرام .

إذا يصاغ بهذا الشكل $9x_3$.

رابعاً : بعد الانتهاء من الخطوة الثالثة نستطيع الآن أن نكون دالة الهدف رياضياً .
حيث أن :

$$\min z = 6x_1 + 12x_2 + 9x_3$$

خامساً : تحديد القيود . لذا سنرجع إلى المثال ونقوم بقراءته لكي نحصر جميع القيود فعند الإطلاع على المثال بشكل كامل وجدنا أنه يوجد خمسة قيود . أربعة قيود مباشرة والقيود الخامس غير مباشر .
إذاً ..

١- القيد الأول المباشر لفظياً هو : يجب أن يحتوي المسحوق على 3 كيلو جرام

على الأقل من المركب B يصاغ رياضياً كالتالي $x_2 \geq 3$.

٢- القيد الثاني المباشر لفظياً هو : يجب أن لا يحتوي المسحوق على أكثر من

900 جرام من المركب A .

ملاحظة :

يجب أن نحول 900 جرام إلى كيلو جرام قبل كتابة القيد رياضياً لكي يتساوى مع جميع الوحدات في القيود .

$$0.9 = \frac{900}{1000} = \text{طريقة التحويل}$$

الآن نستطيع أن نصيغ القيد رياضياً كالتالي $x_1 \leq 0.9$

٣- القيد الثالث المباشر لفظياً هو :

يجب أن يحتوي المسحوق على 2 كيلو جرام بحد أدنى من المركب C .

يصاغ رياضياً كالتالي $x_3 \geq 2$

٤- القيد الرابع المباشر لفظياً هو

يجب أن يحتوي المزيج على 4 كيلو جرام على الأكثر من المركبين A , C .

يصاغ رياضياً كالتالي $x_1 + x_3 \leq 4$

٥- القيد الخامس الغير مباشر :

إذا تسلمت الشركة طلبات من أحد التجار للحصول على 12 كيلو جرام من مسحوق معين .

يصاغ رياضياً كالتالي $x_1 + x_2 + x_3 = 12$

٦- القيد السادس . وهو قيد يجب كتابته في جميع البرامج الخطية ويسمى قيد عدم السالبة .

ويعبر رياضياً كالتالي $x_1, x_2, x_3 \geq 0$

وفي النهاية نقوم بترتيب البرنامج الخطي بهذا الشكل :

تصغير دالة الهدف $\min z = 6x_1 + 12x_2 + 9x_3$

s.t

القيد الخاص بالمركب B $\rightarrow x_2 \geq 3$

القيد الخاص بالمركب A $\rightarrow x_1 \leq 0.9$

القيد الخاص بالمركب C $\rightarrow x_3 \geq 2$

القيد الخاص بالمركب A, C $\rightarrow x_1 + x_3 \leq 4$

القيد العام للطبقة للمركبات (A , B , C) $\rightarrow x_1 + x_2 + x_3 = 12$

قيد عام السالبة. $\rightarrow x_1, x_2, x_3 \geq 0$

مثال (٣) :

تمتلك شركة مصنعاً صغيراً لإنتاج السيراميك من النوع الممتاز وإنتاج السيراميك من النوع العادي ومن ثم يوزع الإنتاج على تجار الجملة ، حيث تبلغ الكميات المتاحة في المستودع 12 طن للمادة الخام A و 25 طن للمادة الخام B والجدول التالي يظهر احتياجات إنتاج الطن من السيراميك الممتاز وإنتاج الطن من السيراميك العادي من المادتين الخام A و B .

المتاح بالطن في المستودع	احتياجات السيراميك من المواد الخام		
	العادي	الممتاز	
12 طن	1 طن	2 طن	A مادة خام
25 طن	4 طن	3 طن	B مادة خام

وقد أظهرت دراسات السوق أن الطلب على السيراميك العادي يزيد عن الطلب على السيراميك الممتاز ، كما أظهرت دراسات السوق أيضاً أن الحد الأقصى للطلب اليومي على السيراميك العادي هو 5 طن ، يبلغ هامش ربح الطن من السيراميك الممتاز 3000 ريال في حين يبلغ هامش الربح من النوع العادي 2000 ريال .

المطلوب : صياغة برنامج خطي مناسب للمشكلة.

لكي نتمكن من حل هذا المثال يجب علينا اتباع خمس خطوات كالتالي .
 أولاً : لنلقي نظرة على المثال بشكل عام لكي نستدل على نوع دالة الهدف . فنجد أن المثال يتكلم عن هامش ربح وكلمة ربح مرتبطة بالتعظيم (Maximization) . إذا

نستنتج على أن الدالة من نوع التعظيم = Max z

ثانياً : يجب تحديد المتغيرات في المثال . ففي هذا المثال نجد أن المتغيرين (x_1, x_2) يمثلان عدد الأطنان في السيراميك الممتاز وفي السيراميك العادي على التوالي والسبب في ذلك أن السيراميك هو المنتج النهائي الذي سوف يخرج للمستهلك إذا :

x_1 → يأخذ المتغير السيراميك الممتاز
 x_2 → يأخذ المتغير السيراميك العادي

ثالثاً : نحدد معاملات المتغيرات من خلال هامش الربح للطن الواحد من السيراميك فنجد أن الطن الواحد من السيراميك الممتاز يساوي 3000 ريال فيصاغ بهذا الشكل :

$$3000x_1$$

ونجد أن الطن الواحد من السيراميك العادي يساوي 2000 ريال فيصاغ بهذا الشكل :

$$2000x_2$$

رابعاً : بعد الانتهاء من الخطوة الثالثة نستطيع الآن أن نكوّن دالة الهدف رياضياً حيث أن :

$$\max z = 3000x_1 + 2000x_2$$

خامساً : تحديد القيود . لذا سنرجع إلى المثال ونقوم بقراءته لكي نحصر جميع القيود ، فعند الإطلاع على المثال بشكل كامل وجدنا أنه يوجد أربعة قيود ، اثنان في الجدول المعطى واثنان في التعبير اللفظي أسفل الجدول .

إذاً :

١- القيد الأول في الجدول هو أن المادة الخام A يُستخدم منها 2 طن لإنتاج السيراميك الممتاز ، وطن واحد لإنتاج السيراميك العادي ، والمخزون المتاح في المستودع من المادة الخام A يساوي 12 طن إذاً من هذه المعلومات نصيغ القيد رياضياً بهذا الشكل :

$$2x_1 + x_2 \leq 12$$

٢- القيد الثاني في الجدول هو أن المادة الخام B يستخدم منها 3 طن لإنتاج السيراميك الممتاز و 4 طن لإنتاج السيراميك العادي ، والمخزون المتاح في المستودع من المادة الخام B يساوي 25 طن إذاً من هذه المعلومات نصيغ القيد رياضياً بهذا الشكل : $3x_1 + 4x_2 \leq 25$

٣- القيد الثالث والمذكور بالتعبير اللفظي هو : قد أظهرت دراسات السوق أن الطلب على السيراميك العادي يزيد عن الطلب على السيراميك الممتاز .

إذاً من هذه المعلومة وخصوصاً كلمة (يزيد) نصيغ القيد رياضياً بهذا الشكل :

$$x_2 \geq x_1$$

٤- القيد الرابع والمذكور بالتعبير اللفظي هو :

كما أظهرت دراسات السوق أيضاً أن الحد الأقصى للطلب اليومي على السيراميك العادي هو 5 طن .

إذاً من هذه المعلومة وخصوصاً كلمة (الأقصى) نصيغ القيد رياضياً بهذا الشكل :

$$x_2 \leq 5$$

٥- القيد الخامس وهو قيد يجب كتابته في جميع البرامج الخطية ويسمى قيد عدم السالبة .

ويصاغ رياضياً كالتالي : $x_1, x_2 \geq 0$

وفي النهاية نقوم بترتيب البرنامج الخطي على الشكل التالي:

$$\text{max } z = 3000x_1 + 2000x_2 \text{ تعظيم دالة الهدف}$$

s.t

$$2x_1 + x_2 \leq 12$$

$$3x_1 + 4x_2 \leq 25$$

$$x_2 \geq x_1$$

$$x_2 \leq 5$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

أسئلة وردت في اختبارات سابقة من المحاضرة الأولى إلى الثالثة

١- البرمجة الخطية هي :

- Network Analysis
- Non- Linear programming
- Goal programming
- Linear programming

٢- Decision variables تعني :

- أساليب القرار .
- متغيرات القرار .
- القرارات المتغيرة .
- قيود القرار .

٣- مصطلح Constraints يعني :

- الحلول المقبولة .
- القيود .
- النقاط الركنية .
- المتغيرات .

٤- كانت البداية الحقيقية لعلم بحوث العمليات :

- الحرب العالمية الثانية .
- في السبعينات الميلادية .
- مع ظهور الانترنت .
- في عام ١٩١١ م .

٥- أحد الخصائص المميزة لبحوث العمليات :

- تعتمد على الحل الجزئي للمشكلة .
- تقوم بصياغة المسألة ولي حل المشكلة / صناعة القرار .
- تعتمد على فريق متكامل ينظر للنظام ككل .
- تعتمد على حل المشاكل يدوياً دون الحاجة لاستخدام الحاسوب .

٦- عند الربط بين (بحوث العمليات ، البرمجة الخطية ، البرمجة الرياضية)

من الأشمل فإن :

- البرمجة الرياضية - البرمجة الخطية - بحوث العمليات .
- بحوث العمليات - البرمجة الرياضية - البرمجة الخطية .
- البرمجة الخطية - البرمجة الرياضية - بحوث العمليات .
- البرمجة الرياضية - بحوث العمليات - البرمجة الخطية .

٧- عند الربط بين (بحوث العمليات ، الأساليب الكمية ، البرمجة الخطية -

البرمجة الرياضية) نجد :

- الأساليب الكمية - البرمجة الرياضية - البرمجة الخطية - بحوث العمليات .
- الأساليب الكمية - البرمجة الخطية - بحوث العمليات - البرمجة الرياضية .
- الأساليب الكمية - بحوث العمليات - البرمجة الرياضية - البرمجة الخطية .
- الأساليب الكمية - البرمجة الرياضية - بحوث العمليات - البرمجة الخطية .

٨- تعتبر مشاكل البرمجة الخطية حالة خاصة من البرمجة الرياضية إذا كان :

العلاقة بين المتغيرات الموجودة في المسألة من الدرجة الأولى .

٩- البرمجة الخطية هي حالة خاصة من البرمجة الرياضية إذا كانت :

- القيود على شكل متباينات .
- هناك إمكانية لبرمجة المسألة .
- يوجد لها حل أمثل .
- العلاقات بين المتغيرات خطية .

١٠- دالة الهدف في البرمجة الخطية تأخذ شكل :

- تعظيم أو تدنية .
- تعظيم وتدنية .
- تعظيم في الرسم البياني ، وتدنية في طريقة السمبلكس .
- معادلة من الدرجة الثانية .

المثال جاء في الاختبار بالصيغة التالية :

أحد المدارس تستعد لرحلة ٤٠٠ طالب وطالبة ، الشركة التي ستوفر النقل لديها عدد من الحافلات الكبيرة تتسع لـ ٥٠ مقعد لكل منهما وعدد من الحافلات الصغيرة تتسع الواحدة منها لـ ٤٠ مقعداً ، ولكن لا يوجد لدى الشركة إلا ٩ سائقين لقيادة هذه الحافلات ، تكلفة تأجير الحافلة الكبيرة هي ٨٠٠ ريال و ٦٠٠ ريال للحافلة الصغيرة ، (إذا افترضنا أن x_1 = عدد الشاحنات الكبيرة ، x_2 = عدد الشاحنات الصغيرة) .

(١) دالة الهدف في هذه المسألة تأخذ الشكل التالي :

$Max z = 800x_1 + 600x_2$ - خطأ لأن دالة الهدف من نوع التصغير min والسبب كلمة تكلفة

$Min z = 800x_1 + 600x_2$ - اجابة صحيحة

$Max z = 50x_1 + 40x_2$ - خطأ لأن (40-50) عدد المقاعد وليست المعاملات بالاضافة الى ان الدالة min

$Min z = 800x_1 + 600x_2 \leq 1400$ - خطأ لأن صياغة الدالة بهذا الشكل خاطئة حيث ان

الدالة لا تحتوي على المتباينات اطلاقاً

(٢) القيد الخاص بعدد المقاعد يساوي :

$$x_1 + x_2 \leq 400 \quad \text{خطأ لأنه لم يبين عدد المقاعد في } (x_1 - x_2) \text{ بالإضافة أن علامة المتباينة يجب أن تكون } \geq 400$$

$$50x_1 + 40x_2 = 400 \quad \text{اجابة صحيحة}$$

$$50x_1 + 40x_2 \leq 200 \quad \text{خطأ لأن عدد الطلاب } \geq 400$$

$$50x_1 + 40x_2 < 400 \quad \text{خطأ لان علامة المتباينة } (< - >) \text{ لا توضع في القيود اطلاقاً}$$

(٣) القيد الخاص بالسائقين هو :

$$x_1 + x_2 \leq 9 \quad \text{اجابة صحيحة}$$

$$x_1 + x_2 \geq 9 \quad \text{خطأ لأن } (x_1 - x_2) \text{ عدد الحافلات يجب أن يكون عددها } \leq \text{ عدد السائقين}$$

$$x_1 \leq 9 : x_2 \leq 9 \quad \text{خطأ لايعتبر قيد واحد والسبب الفاصلة}$$

$$x_1 + x_2 \leq 14 \quad \text{خطأ لأن المتغير } x_1 \text{ كرر مرتين بالإضافة الى ان عدد السائقين 9 وليس 14}$$

(٤) دالة الهدف في هذه المسألة من نوع :

- **تدنيّة** . الاجابة صحيحة والسبب كلمة تكلفة في المثال

- ثنائية الهدف .

- تعظيم .

- غير محددة .

حل المثال كاملاً من خلال صياغة برنامج خطي :

أحد المدارس تستعد لرحلة ٤٠٠ طالب وطالبة الشركة التي ستوفر النقل لديها عدد من الحافلات الكبيرة تتسع لـ ٥٠ مقعد لكل منهما وعدد من الحافلات الصغيرة تتسع الواحدة منها لـ ٤٠ مقعداً ، ولكن لا يوجد لدى الشركة إلا ٩ سائقين لقيادة هذه الحافلات تكلفة تأجير الحافلة الكبيرة هي ٨٠٠ ريال و٦٠٠ ريال للحافلة الصغيرة .

أولاً : كلمة (تكلفة) في المثال تدل على أن الدالة من نوع التصغير $Min = z$
ثانياً : يوجد نوعين من الحافلات ، حافلات كبيرة وهي المتغير الأول ونرمز لها بالرمز x_1 . وحافلات صغيرة وهي المتغير الثاني ونرمز لها بالرمز x_2

سؤال : كيف عرفنا أن الحافلات الكبيرة والحافلات الصغيرة هما المتغيران ؟

(١) نرى أن الحافلات هي الطرف الأول الذي يستفيد منه الطرف الثاني وهم الطلاب
(٢) نجد أن الحافلات مرتبطة أيضاً بمعاملات والمعاملات في هذا المثال نقدية بالريال
لذلك

المتغير الأول x_1 = عدد الشاحنات الكبيرة .

المتغير الثاني x_2 = عدد الشاحنات الصغيرة .

ثالثاً : نحدد معاملات المتغيرات من خلال تكلفة تأجير الحافلات فنرى أن الحافلات
الكبيرة تؤجر بـ 800 ريال لوقت معين .

إذا تصاغ بهذا الشكل $800x_1$.

ونرى أن الحافلات الصغيرة تؤجر بـ 600 ريال لوقت معين .

إذا تصاغ بهذا الشكل $600x_2$

رابعاً : بعد الانتهاء من الخطوة الثالثة نستطيع الآن أن نكون دالة الهدف رياضياً ،
حيث أن :

$$\text{Min } z = 800x_1 + 600x_2$$

خامساً : تحديد القيود . عند الإطلاع على المثال بشكل عام وجدنا أنه يوجد قيدين .
القيود الأول : وهو خاص بالمقاعد .

الشركة التي ستوفر النقل لديها عدد من الحافلات الكبيرة تتسع لـ 50 مقعد لكل
منهما وعدد من الحافلات الصغيرة تتسع الواحدة لـ 40 مقعد .

إذا القيد يصاغ رياضياً كالتالي :

$$50x_1 + 40x_2 = 400$$

القيود الثاني : وهو خاص بالسائقين :

ولكن لا يوجد لدى الشركة إلا (9 سائقين) لقيادة هذه الحافلات .

إذا القيد يصاغ رياضياً كالتالي : $X_1 + X_2 \leq 9$

القيود الثالث : وهو قيد عدم السالبية الذي يجب كتابته في جميع البرامج الخطية

ويصاغ رياضياً بهذا الشكل : $X_1, X_2 \geq 0$

وفي النهاية نقوم بترتيب البرنامج الخطي بالشكل التالي:

$$\text{Min } z = 800x_1 + 600x_2$$

S.T

القيد الخاص بالمقاعد $50x_1 + 40x_2 = 400$

القيد الخاص بالسائقين $x_1 + x_2 \leq 9$

قيد عدم السالبة $x_1, x_2 \geq 0$

المثال جاء في الاختبار بالصيغة التالية :

تقوم شركة اثاث بتصنيع عدة منتجات من الأخشاب ، يتمثل أهمها في الكراسي والطاولات ، حيث يبلغ ثمن الكرسي الواحد في السوق 111 ريال ، ويحتاج إلى 3 ساعات عمل في قسم النشر ، و 4 ساعات عمل واحدة في قسم التجميع ، بينما يبلغ ثمن الطاولة 444 ريال ، وتحتاج إلى ساعتين عمل في قسم النشر ، و 5 ساعات عمل في قسم التجميع ، وفي اللحظة التي يستوعب فيها السوق جميع المنتجات من كلا المنتجين ، لا يستطيع مدير الشركة الحصول شهرياً على أكثر من 175 ساعة عمل في قسم النشر ، كما لا يستطيع الحصول على أكثر من 250 ساعة عمل في قسم التجميع .

(١) المتغيرات الموجودة في المسألة هي :

- ساعات العمل = x_1 ، الأخشاب = x_2 .

- الكراسي = x_1 ، الطاولات = x_2 . اجابة صحيحة لأنها هي المنتج النهائي للمستهلك

- قسم النشر = x_1 ، ساعات العمل = x_2 .

- قسم النشر = x_1 ، قسم التجميع = x_2 .

(٢) دالة الهدف في هذه المسألة تأخذ الشكل التالي :

- $\text{Min } z = 111x_1 + 444x_2$ خطأ لأن نوع الدالة تعظيم max

- $\text{Max } z = 111x_1 + 444x_2$ اجابة صحيحة

- $\text{Max } z = 175x_1 + 250x_2$ خطأ لأن معامل x_1 هو 111 ومعامل x_2 هو 444

- $\text{Max } z = 555x_1 + 425x_2$ خطأ لأن معامل x_1 هو 111 ومعامل x_2 هو 444

٣) قيد قسم التجميع هو :

$$2x_1 + 5x_2 \leq 250 \quad \text{خطأ لأن عدد الساعات لـ } x_1 \text{ هو 4}$$

$$7x_1 + 7x_2 < 250 \quad \text{خطأ لأن عدد الساعات لـ } x_1 \text{ هو 4}$$

$$5x_2 + 9x_2 \leq 425 \quad \text{خطأ لأن عدد الساعات لـ } x_2 \text{ هو 4}$$

$$4x_1 + 5x_2 \leq 250 \quad \text{اجابة صحيحة}$$

٤) دالة الهدف في هذه المسألة من نوع :

- تدنية .

- غير محددة .

- تعظيم . اجابة صحيحة لأنه لا يوجد في المثال كلمة تكلفة او خسارة انما وجدة كلمة مبيعات

- ثنائية الهدف .

حل المثال كاملاً من خلال صياغة برنامج خطي

تقوم شركة أثاث بتصنيع عدة منتجات من الأخشاب ، يتمثل أهمها في الكراسي والطاولات ، حيث يبلغ ثمن الكرسي الواحد في السوق ١١١ ريال ، ويحتاج إلى 3 ساعات عمل في قسم النشر ، و 4 ساعات عمل واحدة في قسم التجميع ، بينما يبلغ ثمن الطاولة 444 ريال ، وتحتاج إلى ساعتين عمل في قسم النشر و 5 ساعات عمل في قسم التجميع ، وفي اللحظة التي يستوعب فيها السوق جميع المنتجات من كلا المنتجين ، لا يستطيع مدير الشركة الحصول شهرياً على أكثر من 175 ساعة عمل في قسم النشر ، كما لا يستطيع الحصول على أكثر من 250 ساعة عمل في قسم التجميع .

أولاً : في المثال يتكلم عن المبيعات وهو ثمن الكرسي الواحد والطاولة الواحدة في

السوق ، إذاً من هذه المعلومة نستنتج أن الدالة من نوع التعظيم = Max z .

ثانياً : يوجد متغيران وهما يمثلان المنتجين من الكراسي والطاولات .

إذا المنتج الأول (الكراسي) هو المتغير الأول ونرمز له بالرمز x_1

والمنتج الثاني (الطاولات) فهي المتغير الثاني ونرمز لها بالرمز x_2

سؤال : كيف عرفنا أن الكراسي والطاولات هما المتغيران ؟

(١) نجد أن الطرف الأول والمتمثل في (الكراسي والطاولات) هو من سيخرج ويستفيد منه الطرف الثاني والذي هو المستهلك .

(٢) نجد أن الكرسي الواحد والطاولة الواحدة مرتبطين بعاملين وهي قيمتهما بالريال .

ثالثاً : تحديد معاملات المتغيرين من خلال ثمنهما بالريال ، فنجد أن ثمن الكرسي الواحد في السوق يبلغ 111 ريال .

إذا يصاغ بهذا الشكل $111x_1$

ونجد أن ثمن الطاولة الواحدة في السوق يبلغ 444 ريال .

إذا يصاغ بهذا الشكل $444x_2$

رابعاً : بعد الانتهاء من الخطوة الثالثة نستطيع الآن أن نكوّن دالة الهدف رياضياً .
حيث أن :

$$Max z = 111x_1 + 444x_2$$

خامساً : يوجد في المثال قيدين .

١- القيد الأول : وهو يتعلق بقسم النشر حيث أن الكرسي الواحد يحتاج إلى 3 ساعات في قسم النشر والطاولة الواحدة تحتاج إلى ساعتين في قسم النشر ولا يستطيع مدير الشركة الحصول شهرياً على أكثر من 175 ساعة عمل في قسم النشر .

إذا القيد يصاغ رياضياً بهذا الشكل :

$$3x_1 + 2x_2 \leq 175$$

٢- القيد الثاني : وهو يتعلق بقسم التجميع ، حيث أن الكرسي الواحد يحتاج إلى 4 ساعات في قسم التجميع والطاولة الواحدة تحتاج إلى 5 ساعات عمل في قسم التجميع ، ولا يستطيع مدير الشركة الحصول شهرياً على أكثر من 250 ساعة عمل في قسم التجميع .

إذا القيد يصاغ رياضياً بهذا الشكل :

$$4x_1 + 5x_2 \leq 250$$

٣- القيد الثالث : وهو قيد عدم السالبة :

$$x_1, x_2 \geq 0$$

وفي النهاية نقوم بترتيب البرنامج الخطي بهذا الشكل :

$$Maxz = 111x_1 + 444x_2$$

S.T

$$3x_1 + 2x_2 \leq 175$$

$$4x_1 + 5x_2 \leq 250$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

المثال جاء في الاختبار بالصيغة التالية

تقوم شركة السهل الممتنع بتصنيع نوعين من النظارات الشمسية للأطفال ، بناتي وولادي ، حيث يبلغ ثمن النظارة الشمسية للبنات 1234 ريال ، ويحتاج إلى 30 ساعة عمل في قسم الصبغ ، و 40 ساعة عمل في قسم التجميل ، بينما يبلغ ثمن النظارة الشمسية للولد 44 ريال ، وتحتاج إلى 2 ساعة عمل قسم الصبغ ، و 5 ساعات عمل في قسم التجميل ، و لا تستطيع الشركة توفير أكثر من 500 ساعة عمل في قسم الصبغ ، كما لا يستطيع الحصول على أكثر من 900 ساعة عمل في قسم التجميل .

(١) دالة الهدف في هذه المسألة تأخذ الشكل التالي :

$Max z = 1234x_1 + 500x_2$ - خطأ لأن معامل x_2 هو 44 وليس 500

$Max z = 44x_1 + 1300x_2$ - خطأ لأن معامل x_1 هو 1234 ومعامل x_2 44

$Max z = 1234x_1 + 44x_2$ - اجابة صحيحة

$Min z = 500x_1 + 900x_2$ - خطأ لأن معامل x_1 هو 1234 ومعامل x_2 هو 44 بالاضافة الى ان الدالة max

(٢) قيد التجميع هو :

$$2x_1 + 5x_2 \leq 900 \quad \text{خطأ لأن عدد الساعات في } x_1 \text{ هو } 40$$

$$40x_1 + 5x_2 \leq 900 \quad \text{اجابة صحيحة}$$

$$1234x_1 + 44x_2 \leq 500 \quad \text{خطأ في عدد الساعات في } x_1 \text{ و } x_2$$

$$30x_1 + 40x_2 \leq 1400 \quad \text{خطأ في عدد الساعات في } x_1 \text{ و } x_2$$

حل المثال كاملاً من خلال صياغة برنامج خطي

تقوم شركة السهل الممتنع بتصنيع نوعين من النظارات الشمسية للأطفال : بناتي وولادي ، حيث يبلغ ثمن النظارة الشمسية للبنات 1234 ريال ، ويحتاج إلى 30 ساعة عمل في قسم الصبغ ، و 40 ساعة عمل في قسم التجميع ، بينما يبلغ ثمن النظارة الشمسية للولد 44 ريال ، وتحتاج إلى 2 ساعة عمل في قسم الصبغ ، و 5 ساعات عمل في قسم التجميع ، ولا تستطيع الشركة توفير أكثر من 500 ساعة عمل في قسم الصبغ ، كما لا يستطيع الحصول على أكثر من 900 ساعة عمل في قسم التجميع .

أولاً : في المثال يتكلم عن المبيعات وهو ثمن النظارات للبنات والأولاد .

إذا من هذه المعلومة نستنتج أن الدالة من نوع التعظيم = Max z

ثانياً : يوجد متغيرين وهما يمثلان المنتجان من النظارات الشمسية للبنات والأولاد .

فالمنتج الأول (نظارات البنات) يمثل المتغير الأول ونرمز له بالرمز X_1

والمنتج الثاني (نظارات الأولاد) ويمثل المتغير الثاني ونرمز له بالرمز X_2

سؤال : كيف عرفنا أن نظارات البنات والأولاد هما المتغيرين ؟

(١) نجد أن الطرف الأول والمتمثل في (النظارات) هو من سيخرج ويستفيد منه

الطرف الثاني والذي هو المستهلك (البنات والأولاد) .

(٢) نجد أن النظارات مرتبطين بمعاملين وهي قيمتهما بالريال .

ثالثاً : تحديد معاملات المتغيرين من خلال ثمنهما بالريال . فنجد أن ثمن نظارات

البنات في السوق يبلغ 1234 ريال .

إذا يصاغ رياضياً بهذا الشكل $1234x_1$.

ونجد أن ثمن نظارات الأولاد في السوق يبلغ 44 ريال .
 إذا يصاغ رياضياً بهذا الشكل $44x_2$.
 رابعاً : بعد الانتهاء من الخطوة الثالثة نستطيع الآن أن نكوّن دالة الهدف رياضياً .
 حيث أن :

$$Max z = 1234x_1 + 44x_2$$

خامساً : تحديد القيود .

١- القيد الأول : وهو يتعلق بقسم الصبغ حيث أن النظارة الشمسية الواحدة للبنت تحتاج إلى 30 ساعة في قسم الصبغ . والنظارة الشمسية الواحدة للولد تحتاج إلى ساعتين عمل في قسم الصبغ ، ولا تستطيع الشركة توفير أكثر من 500 ساعة عمل في قسم الصبغ .

إذا القيد يصاغ رياضياً بهذا الشكل :

$$30x_1 + 2x_2 \leq 500$$

٢- القيد الثاني : وهو يتعلق بقسم التجميع حيث أن النظارة الشمسية الواحدة للبنت تحتاج إلى 40 ساعة في قسم التجميع والنظارة الشمسية الواحدة للولد تحتاج إلى 5 ساعة عمل في قسم التجميع ، ولا تستطيع الشركة الحصول على أكثر من 900 ساعة عمل في قسم التجميع .

إذا القيد يصاغ رياضياً بهذا الشكل :

$$40x_1 + 5x_2 \leq 900$$

٣- القيد الثالث : وهو قيد عدم السالبة :

$$x_1, x_2 \geq 0$$

وفي النهاية نقوم بترتيب البرنامج الخطي على الشكل التالي:

$$Max z = 1234x_1 + 44x_2$$

S.T

$$30x_1 + 2x_2 \leq 500$$

$$40x_1 + 5x_2 \leq 900$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

(المحاضرة الرابعة والخامسة)

(بحوث العمليات)

س١/ نُحل مسائل البرمجة الخطية بطريقتين . أذكرهما ؟

١- طريقة الرسم البياني .

٢- طريقة السمبلكس (الطريقة المبسطة) .

س٢/ متى نستخدم طريقة الرسم البياني ومتى نستخدم طريقة

السمبلكس في حل مسائل البرمجة الخطية ؟

يعتمد على عدد المتغيرات . إذا كان هناك متغيران في المسألة فبالإمكان حل المسألة بالطريقتين أما إذا كان أكثر من متغيران فلا يمكن حلها إلا بطريقة السمبلكس . **لماذا ؟** لأنه لا يمكن حل المسألة بالرسم والسبب كثرة المتغيرات فالمتغيرات تعبر عن بعد . إذا كان متغيرين فبالإمكان حل المسألة بالرسم ، ونعبر عن البعد الأول بالطول والبعد الثاني بالعرض . لكن مع طريقة السمبلكس فنحن نتعامل مع جداول بحيث الأعمدة تعبر عن المتغيرات والصفوف تعبر عن القيود .

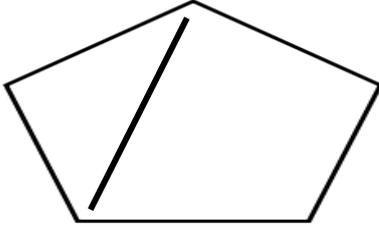
ملاحظة : نلاحظ أن الاعتماد الكلي على الطريقة المستخدمة في حل المسألة يعتمد على المتغيرات وليس على القيود فبصرف النظر عن القيود الموجودة في المسألة سواء كانت قيدين أو ثلاثة أو أكثر من ذلك فسيكون التركيز فقط على المتغيرات .

س٣/ ما هي خصائص معالجة البرمجة الخطية ؟

أولاً : تقع جميع الحلول الممكنة في **منطقة محدبة** وتكون جميع نقاطها مجموعة محدبة .

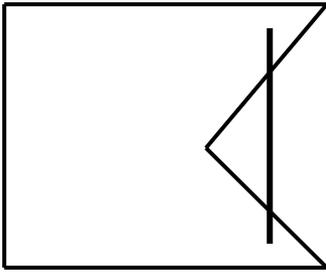
سؤال : ماذا نعني بكلمة منطقة محدبة ؟

هي المنطقة التي تكون فيها كل النقاط الواقعة على الخط المستقيم الموصل بين أي نقطتين تقع كذلك في المنطقة المحدبة نفسها .



شكل (١) :

يمثل **منطقة محدبة** نجد أنه عند وضع نقطتين في هذا الشكل وعند التوصيل بينهما نلاحظ أن جميع النقاط الواقعة على الخط المستقيم تقع جميعها داخل هذه المنطقة وبالتالي يمكن إطلاق منطقة محدبة على هذا الشكل .



شكل (٢) :

يمثل **منطقة غير محدبة** لو وضعت نقطتين داخل الشكل وقمت بتوصيلهما بخط مستقيم لوجد أن جزء من المستقيم خارج الشكل ، فهنا القاعدة داخل الشكل وهي النقطتين ولكن أنا لا أبحث عن القاعدة أنا أبحث عن الاستثناء .

ثانياً : مجموعة الحلول الممكنة محدودة بعدد نهائي من الجوانب بمعنى أنها ليست مفتوحة إلى الأعلى أو إلى اليمين أو إلى اليسار في الرسم البياني .
ثالثاً : أي حل أمثل لابد وأن يقع على أحد أركان منطقة الحلول الممكنة (النقاط الركنية) .

سؤال : ما هي النقطة الركنية ؟

عبارة عن تقاطع خطين مستقيمين وبالتالي ينتج عندها نقطة ركنية .

س٤/ ما هي طريقة الرسم البياني ؟

أولاً: تحديد منطقة الحلول المقبولة أو الممكنة والتي تتحقق عندها المتباينات أو القيود (منطقة تقاطع مناطق الحل للقيود = التي تتحقق عندها جميع قيود المسألة)
ثانياً: الحصول على قيمة دالة الهدف عند كل نقطة من نقاط رؤوس المضلع المحدب والتي تتمثل (بالنقاط الركنية) في منطقة الحلول المقبولة ، تكون عندها دالة الهدف أكبر أو أصغر ما يمكن . اعتماداً على نوع الدالة .

س5/ يوجد هناك حالات خاصة في البرمجة الخطية . أذكرها ؟

١- قد يوجد تكرار (تحلل) عند استخدام الطريقة المبسطة فنجد أننا نمر بجداول دائرية ننتقل من جدول إلى جدول آخر ونعود إلى نفس الجدول السابق مع وجود إشارة إلى تحسين الحل .

٢- قد يوجد حلول مثلى متعددة حيث نستطيع أن نحكم عليها بمجرد النظر إلى المسألة أو البرنامج الخطي المعطى ويكون الحكم عليها من خلال مقارنة دالة الهدف بالقيود جميعها إذا وجدنا إن معاملات أحد القيود هي تماماً معاملات دالة الهدف فسوف يتبين لنا أن هناك حلول مثلى متعددة جميعها تقع على الخط المستقيم

٣- قد لا يوجد لها حل أمثل أي لا يوجد لها حل يحقق جميع الشروط ولا يوجد منطقة تتحقق عندها جميع القيود .

ملاحظة : منطقة الحلول المقبولة هي المنطقة التي تتقاطع عندها جميع القيود فإذا وجد أن هناك قيد واحد لم يتقاطع فبالتالي لا يوجد حل .

٤- قد يوجد لها حل غير محدود ونستطيع أن نحكم عليه من خلال الرسم البياني ، إذا وجدنا أنه ليس هناك سقف أعلى لمنطقة الحلول المقبولة ، فهذا يعني أن الحل في هذه الحالة غير محدودة .

س٦/ عدد خطوات طريقة الرسم البياني ؟

١- تحويل متباينات القيود إلى معادلات وعملية التحويل هذه تجعل القيد في صيغة معادلة خطية يمكن تمثيلها بخط مستقيم .

٢- تحديد نقاط تقاطع كل قيد مع المحورين والتوصيل بين هاتين النقطتين بخط مستقيم لكل قيد على حدى . إذاً كل قيد في الرسم البياني يمثل بخط مستقيم تتقاطع النقطة الأولى مع المحور الرأسي والنقطة الثانية مع المحور الأفقي بعد التوصيل بينهما نتعرف على اتجاه تضليل هذا الخط المستقيم بعد الرجوع إلى أصل القيد المستخدم .

٣- رسم القيود على الشكل البياني بعد أن يتم تحديد نقاط التقاطع وتحديد منطقة الحل الممكن فنحكم عليها بعد رسم جميع القيود بمعنى أن التركيز يجب أن يكون على المنطقة التي تقع فيها جميع القيود .

٤- تحديد الحل الأمثل والذي يقع على أحد نقاط زوايا المضلع (نقطة ركنية) من خلال :

أ- إيجاد قيم المتغيرات عند هذه النقاط التي بمثابة زوايا ركنية .
ب- اختيار أكبر أو أصغر قيمة بعد التعويض بدالة الهدف ، أي تقييم هذه النقاط في دالة الهدف .

س٧/ إذا أعطيت القيودين التاليين . أوجد من خلال الرسم البياني منطقة الحل المقبولة ؟

$$x_1 + x_2 \leq 10$$

$$2x_1 + 4x_2 \leq 12$$

أولاً : تحويل المتباينات إلى معادلات .

$$x_1 + x_2 \leq 10 \quad \leftarrow \text{المتباينة الأولى}$$

$$x_1 + x_2 = 10 \quad \leftarrow \text{تحويلها لمعادلة}$$

ثانياً : تحديد نقاط تقاطع هذا الخط المستقيم الذي تمثله المعادلة مع محور X_1 ومع محور X_2 وهذا يتم من خلال التعويض بصفر في قيمة X_1 ثم التعويض بصفر في قيمة X_2 ومعرفة قيمة المتغير الآخر ، إذاً :

X_1	0	10
X_2	10	0

إذا النقطة الأولى هي (0 - 10) والنقطة الثانية (10 - 0)

$$2X_1 + 4X_2 \leq 12 \leftarrow \text{المتباينة الثانية}$$

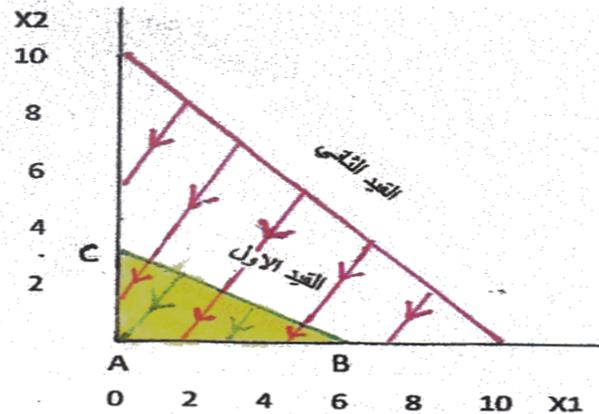
$$2X_1 + 4X_2 = 12 \leftarrow \text{تحويلها لمعادلة}$$

$$X_2 = \frac{12}{4} = 3$$

$$X_1 = \frac{12}{2} = 6$$

X_1	0	6
X_2	3	0

إذاً النقطة الأولى (0 - 3) والنقطة الثانية (6 - 0) .
 بعدما أوجدنا النقاط المطلوبة من خلال حلنا للمعادلات السابقة نستطيع الآن أن
 نحدد هذه النقاط على الرسم البياني التالي :
 نقاط المعادلة الأولى = (0 - 10) و (10 - 0) ونظللها إلى أسفل لأن المتباينة \leq
 نقاط المعادلة الثانية = (0 - 3) و (6 - 0) ونظللها إلى أسفل لأن المتباينة \leq



المنطقة المحصورة بين النقاط (A - B - C) هي منطقة الحلول المقبولة والسبب
 أن هذه المنطقة تُحقق القيدين كلاهما .

(A - B - C) هي نقاط ركنية سيقع الحل الأمثل عند واحدة منها ، بعدما استحضرت دالة الهدف وأعوض في هذه النقاط الثلاث ومن ثم أكبر قيمة لدالة الهدف ستكون هي النقطة التي سيتم اختيارها كنقطة مثلى أو قيمة مثلى .

ملاحظة مهمة :

في حالة المتباينة \leq سيكون التظليل إلى الأسفل أو إلى اليسار .
وفي حالة المتباينة \geq سيكون التظليل إلى أعلى أو إلى اليمين .

س ٨ / إذا أعطيت البرنامج الخطي التالي أوجد من خلال الرسم البياني منطقة الحل المقبولة وأوجد الحل الأمثل من خلال دالة الهدف ؟

$$Max z = 45x_1 + 65x_2$$

s.t

$$5x_1 + 15x_2 \geq 375$$

$$3x_1 + 6x_2 \leq 450$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

أولاً : تحويل المتباينات إلى معادلات

المعادلة الأولى:

$$5x_1 + 15x_2 = 375$$

$$x_2 = \frac{375}{15} = 25$$

$$x_1 = \frac{375}{5} = 75$$

x_1	0	75
x_2	25	0

المعادلة الثانية :

$$3x_1 + 6x_2 = 450$$

$$x_2 = \frac{450}{6} = 75$$

$$x_1 = \frac{450}{3} = 150$$

x_1	0	150
x_2	75	0

ثانياً : تحديد النقاط :

نقاط المعادلة الاولى : $(0 - 25), (75 - 0)$

نقاط المعادلة الثانية : $(0 - 75), (150 - 0)$

ثالثاً : بعد تحديد النقاط السابقة نقوم بالرسم البياني لنحدد منطقة الحلول المقبولة

النقاط الركنية

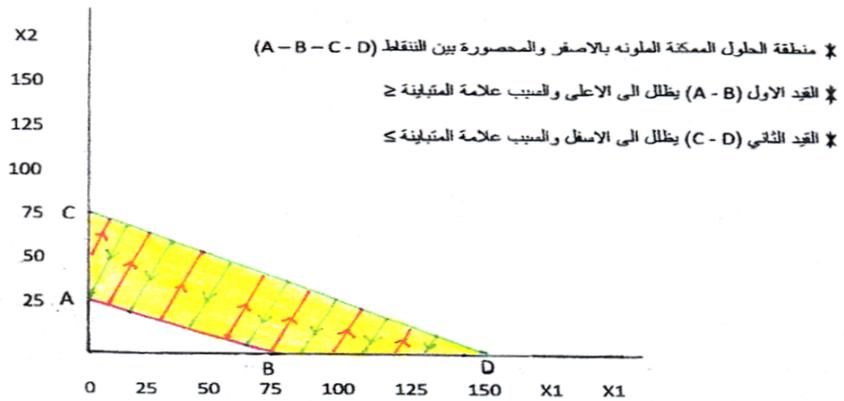
A - B - C - D

A (0 - 25)

B (75 - 0)

C (0 - 75)

D (150 - 0)



رابعاً : نعوض في دالة الهدف لكي نصل إلى الرقم المطلوب والذي يمثل الحل الأمثل :

النقاط	دالة الهدف $Max z = 45x_1 + 65x_2$
A (0 - 25)	$Z A = 45(0) + 65(25) = 1652$
B (75 - 0)	$Z B = 45(75) + 65(0) = 3375$
C (0 - 75)	$Z C = 45(0) + 65(75) = 4875$
D (150 - 0)	$Z D = 45(150) + 65(0) = 6750$

نلاحظ أنه عند النقطة A دالة الهدف = 1652

نلاحظ أنه عند النقطة B دالة الهدف = 3375

نلاحظ أنه عند النقطة C دالة الهدف = 4875

نلاحظ أنه عند النقطة D دالة الهدف = 6750

خامساً : بما أن دالة الهدف من نوع التعظيم Max فيجب أن نختار أكبر قيمة وهي (6750) والتي تحققة عند النقطة D وتصبح هي الحل الأمثل :
إذاً :

$$Z = 6750 \text{ دالة الهدف}$$

$$x_1 = 150$$

$$x_2 = 0$$

س ٩/ إذا أعطيت البرنامج الخطي التالي أوجد من خلال الرسم البياني منطقة

الحلول المقبولة وأوجد الحل الأمثل من خلال دالة الهدف ؟

$$Max z = 6x_1 + 4x_2$$

S.t

$$10x_1 + 10x_2 \leq 100$$

$$7x_1 + 3x_2 \leq 42$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

أولاً: تحويل المتباينات إلى معادلات

المعادلة الأولى:

$$10x_1 + 10x_2 = 100$$

$$x_2 = \frac{100}{10} = 10$$

$$x_1 = \frac{100}{10} = 10$$

X ₁	0	10
X ₂	10	0

المعادلة الثانية:

$$7x_1 + 3x_2 = 42$$

$$x_2 = \frac{42}{3} = 14$$

$$x_1 = \frac{42}{7} = 6$$

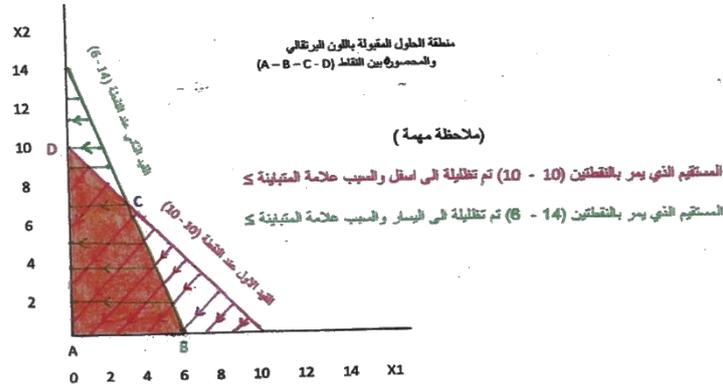
X ₁	0	6
X ₂	14	0

ثانياً : تحديد النقاط :

النقاط للمعادلة الأولى (0-10), (10-0)

النقاط للمعادلة الثانية (0-14), (6-0)

ثالثاً : نقوم برسم (رسم بياني) ونحدد عليه النقاط والتي سبق وأن أوجدناها .



من المعروف أن النقطة A هي (0 - 0)

والنقطة B هي (6 - 0)

والنقطة D هي (0 - 10)

رابعاً : كيف يمكننا إيجاد النقطة C ؟

لو رجعنا إلى الرسم البياني لوجدنا أن النقطة C حدثت أثناء تقاطع القيد الأول (10 - 10) مع القيد الثاني (6 - 14) . لذا سنوجد النقطة C بطريقة رياضية صحيحة من خلال حل المعادلتين بطريقة الحذف .

$$10x_1 + 10x_2 = 100 \leftarrow \text{المعادلة الأولى}$$

$$7x_1 + 3x_2 = 42 \leftarrow \text{المعادلة الثانية}$$

نأخذ معامل المتغير الأول في القيد الثاني ونضربه في جميع عناصر القيد الأول ثم نأخذ معامل المتغير الأول في القيد الأول ونضربه في جميع عناصر القيد الثاني . كما هو موضح في الأسفل .

$$\begin{array}{l} (7 \text{ معامل } x_1 \text{ في المعادلة الثانية نظرية في جميع عناصر المعادلة الأولى}) \\ (10 \text{ معامل } x_1 \text{ في المعادلة الأولى نظرية في جميع عناصر المعادلة الثانية}) \end{array} \begin{array}{l} \rightarrow \\ \rightarrow \end{array} \begin{array}{l} 10x_1 + 10x_2 = 100 \\ 7x_1 + 3x_2 = 42 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 70x_1 + 70x_2 = 700 \\ - 70x_1 + 30x_2 = 420 \\ \hline \end{array} \begin{array}{l} \text{عملية طرح} \\ \rightarrow \end{array}$$

$$\text{الناتج بعد عملية طرح} \rightarrow 40x_2 = 280$$

$$x_2 = \frac{280}{40}$$

$$x_2 = 7$$

خامساً : أوجدنا قيمة x_2 كيف يمكننا إيجاد قيمة x_1 لإيجاد قيمة x_1 يتم ذلك من خلال التعويض بأحد المعادلتين .
بقية x_2 إذا نأخذ المعادلة الأولى ونعوض بها :

$$10x_1 + 10x_2 = 100$$

$$10x_1 + 10(7) = 100$$

$$10x_1 + 70 = 100$$

$$10x_1 = 30$$

$$x_1 = \frac{30}{10}$$

$$x_1 = 3$$

إذا النقطة C هي (3 - 7) .

سادساً : في هذه الخطوة نعوض في دالة الهدف لكي نصل إلى الرقم المطلوب والذي يمثل الحل الأمثل :

النقاط	دالة الهدف $Maxz = 6x_1 + 4x_2$
$A = (0 - 0)$	$Z A = 6(0) + 4(0) = 0$
$B = (6 - 0)$	$Z B = 6(6) + 4(0)$ $Z B = 36 + 0$ $Z B = 36$
$C = (3 - 7)$	$Z C = 6(3) + 7(4)$ $Z C = 18 + 28$ $Z C = 46$
$D = (0 - 10)$	$Z D = 6(0) + 4(10)$ $Z D = 0 + 40$ $Z D = 40$

نلاحظ أنه عند النقطة A دالة الهدف = 0

وعند النقطة B دالة الهدف = 36

وعند النقطة C دالة الهدف = 46

وعند النقطة D دالة الهدف = 40

سابعاً : وبما أن دالة الهدف من نوع التعظيم MAX يجب أن نختار أكبر قيمة وهي 46 والتي تحققة عند النقطة C وتصبح هي الحل الأمثل .
إذاً :

دالة الهدف $Z = 46$

$X_1 = 3$

$X_2 = 7$

هذا التمرين في المحاضرة الرابعة
وهو شامل على تمارين المحاضرة الثالثة والرابعة والخامسة

يقوم معرض الهفوف لصناعة الرفوف بعرض عدة منتجات يتمثل أهمها في إنتاج الطاولات والكراسي حيث يبلغ سعر الطاولة الواحدة (7) ريال وتحتاج إلى (3) ساعات عمل في قسم النجارة و(2) ساعة عمل في قسم الطلاء بينما يبلغ ثمن الكرسي الواحد (5) ريال ويحتاج إلى (4) ساعات عمل في قسم النجارة و (1) ساعة واحدة عمل في قسم الطلاء ، مع العلم أن الساعات المتاحة يومياً في قسم النجارة تبلغ (2400) ساعة والساعات المتاحة يومياً في قسم الطلاء تبلغ (1000) ساعة مع التأكيد على أن عدد الطاولات المنتجة يومياً لا يقل عن (100) طاولة وعدد الكراسي المنتجة يومياً لا يزيد عن (450) كرسي .

المطلوب :

١- صياغة برنامج خطي مناسب .

٢- أوجد من خلال الرسم البياني منطقة الحلول المقبولة .

٣- أوجد الحل الأمثل من خلال دالة الهدف .

سؤال: كيف يمكن صياغة برنامج خطي مناسب؟

يجب إتباع خمس خطوات .

١- نقرأ المثال بشكل عام لكي نستدل على نوع دالة الهدف فنجد أنه في المثال يتكلم عن المبيعات وهو ثمن الطاولة الواحدة و ثمن الكرسي الواحد في السوق . إذا من هذه المعلومة نستنتج أن الدالة من نوع التعظيم $Max z =$.

٢- يجب أن نحدد جميع المتغيرات فنرى في المثال أنه يوجد متغيران وهما يمثلان المنتجين من الطاولات والكراسي .

إذاً المنتج الأول (الطاولات) هو المتغير الأول ونرمز له بالرمز X_1

والمنتج الثاني (الكراسي) هو المتغير الثاني ونرمز له بالرمز X_2 .

سؤال / كيف عرفنا أن الطاولات والكراسي هما المتغيران ؟

نجد أن الطرف الأول والمتمثل في (الطاولات والكراسي) هو من سيخرج ويستفيد منه الطرف الثاني والذي هو المستهلك بالإضافة أيضاً أن الطاولة الواحدة والكرسي الواحد مرتبطين بمعاملين وهي قيمتهما بالريال .

٣- تحديد معاملات المتغيران من خلال ثمنهما بالريال فنجد أن ثمن الطاولة الواحدة 7 ريال .

إذا تصاغ بهذا الشكل $7x_1$.

ونجد أن ثمن الكرسي الواحد 5 ريال .

إذا تصاغ بهذا الشكل $5x_2$.

٤- بعد الانتهاء من الخطوة الثالثة نستطيع الآن أن نكوّن دالة الهدف رياضياً حيث أن

$$Max z = 7x_1 + 5x_2$$

٥- تحديد القيود . لذا سنرجع إلى المثال ونحصر جميع القيود فعندما قرئنا المثال بشكل عام وجدنا أنه يوجد أربعة قيود .

١- القيد الأول : وهو يتعلق بقسم النجارة حيث أن الطاولة الواحدة تحتاج (3) ساعات والكرسي الواحد يحتاج (4) ساعات في قسم النجارة مع العلم أن الساعات المتاحة يومياً في قسم النجارة تقدر (2400) ساعة .

إذا القيد يصاغ رياضياً بهذا الشكل :

$$3X_1 + 4X_2 \leq 2400$$

٢- القيد الثاني : وهو خاص بقسم الطلاء حيث أن الطاولة الواحدة تحتاج إلى (2) ساعة في قسم الطلاء والكرسي الواحد يحتاج إلى (1) ساعة واحدة في قسم الطلاء مع العلم أن الساعات المتاحة يومياً في قسم الطلاء تقدر (1000) ساعة .

إذا القيد يصاغ رياضياً بهذا الشكل :

$$2X_1 + 1X_2 \leq 1000$$

٣- القيد الثالث : يجب إنتاج (100) طاولة يومياً على الأقل .

إذا القيد يصاغ رياضياً بهذا الشكل :

$$X_1 \geq 100$$

٤- القيد الرابع : يجب أن لا يزيد عدد الكراسي المنتجة يومياً عن (450) كرسي
إذا القيد يصاغ رياضياً بهذا الشكل :

$$X_2 \leq 450$$

٥- القيد الخامس هو قيد عدم السالبة

$$X_1, X_2 \geq 0$$

وفي النهاية نقوم بترتيب البرنامج الخطي بهذا الشكل :

$$Max z = 7x_1 + 5x_2$$

S.t

$$3x_1 + 4x_2 \leq 2400$$

$$2x_1 + 1x_2 \leq 1000$$

$$x_1 \geq 100$$

$$x_2 \leq 450$$

$$X_1, X_2 \geq 0$$

**سؤال / من خلال البرنامج الخطي السابق ، أوجد منطقة الحلول المقبولة عن طريق الرسم
البياني ؟**

أولاً : تحويل المتباينات إلى متساويات (معادلات) .

المتباينة الأولى بعد تحويلها الى معادلة

$$3x_1 + 4x_2 = 2400$$

نعوض عن x_1 بصفر ونحل المعادلة :

$$4x_2 = 2400$$

$$x_2 = \frac{2400}{4}$$

$$x_2 = 600$$

نعوض عن x_2 بصفر ونحل المعادلة :

$$3x_1 = 2400$$

$$x_1 = \frac{2400}{3}$$

$$x_1 = 800$$

نرسم جدول ونضع به النقاط :

X_1	0	800
X_2	600	0

نقاط المعادلة الأولى :

$$(0 - 600)$$

$$(800 - 0)$$

المتباينة الثانية بعد تحويلها الى معادلة

$$2x_1 + 1x_2 = 1000$$

نعوض عن x_1 بصفر ونحل المعادلة

$$x_2 = \frac{1000}{1}$$

$$x_2 = 1000$$

نعوض عن x_2 بصفر ونحل المعادلة :

$$2x_1 = 1000$$

$$x_1 = \frac{1000}{2}$$

$$x_1 = 500$$

نرسم جدول ونضع به النقاط :

X1	0	500
X2	1000	0

نقاط المعادلة الثانية :

$$(0 - 1000)$$

$$(500 - 0)$$

المتباينة الثالثة بعد تحويلها الى معادلة

$$x_1 = 100$$

نرسم جدول ونضع به النقاط :

X1	0	100
X2	0	0

نقاط المعادلة :

$$(0 - 0)$$

$$(100 - 0)$$

المتباينة الرابعة بعد تحويلها الى معادلة

$$x_2 = 450$$

نرسم جدول ونضع به النقاط :

X1	0	0
X2	450	0

نقاط المعادلة :

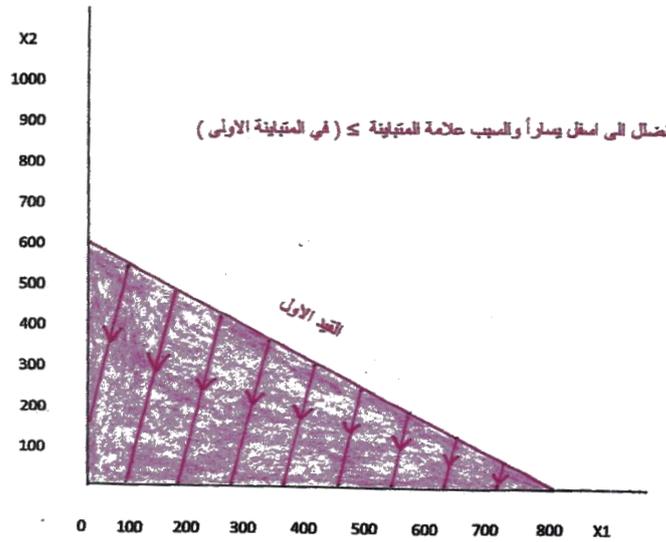
$$(0 - 450)$$

$$(0 - 0)$$

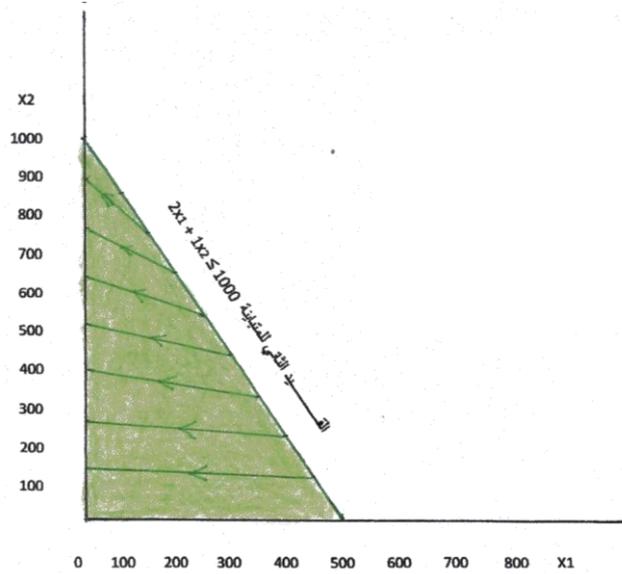
ثانياً: نرسم رسم بياني للمعادلة الأولى والتي نقاطها :

$$(0 - 600)$$

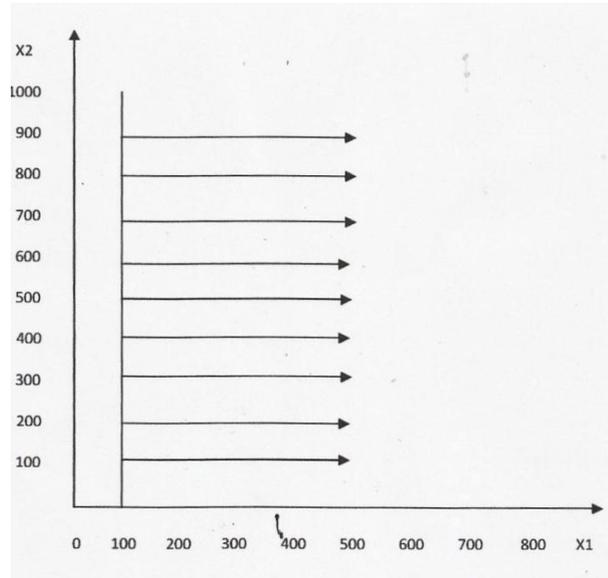
$$(800 - 0)$$



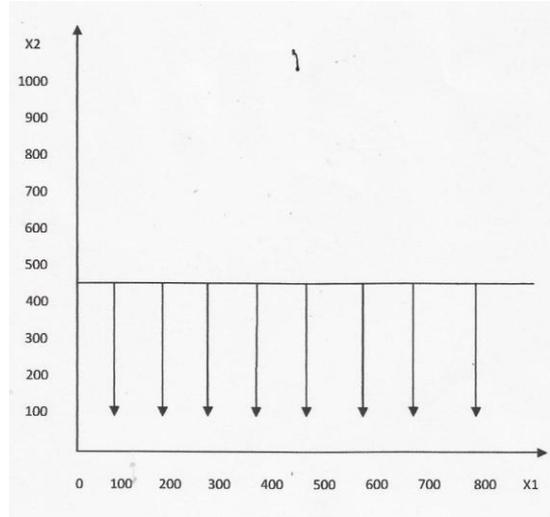
ثالثاً : نرسم رسم بياني للمعادلة الثانية والتي نقاطها (0 - 1000) (500 - 0) وتظل إلى اليسار والسبب علامة \leq في المتباينة الثانية .



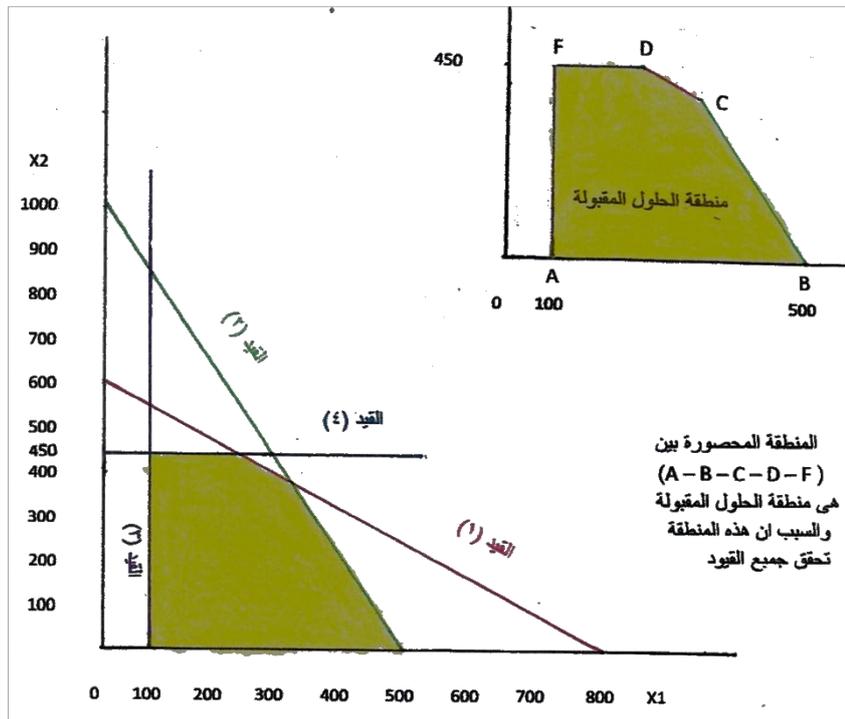
رابعاً : نرسم رسم بياني للمعادلة الثالثة والتي نقاطها (0 - 0) (100 - 0) وتظل إلى اليمين والسبب علامة \geq في المتباينة الثالثة .



خامساً : نرسم رسم بياني للمعادلة الرابعة والتي نقاطها (0-450) (0-0) وتظل إلى أسفل والسبب علامة \leq في المتباينة الرابعة .



سادساً : نضع جميع الرسوم السابقة في رسمة واحدة لكي نحدد منطقة الحل المقبولة .



سؤال (A - B - C - D - F) هي نقاط ركنية سيقم الحل الأمثل عند

واحدة منها - وضع ذلك؟

A تمثل النقطة (100 ، 0)

B تمثل النقطة (500 ، 0)

أوجد النقاط (C , D , F) .

أولاً : النقطة C هي تقاطع القيد الأول مع القيد الثاني .

لذا سنأخذ معادلة القيد الأول ومعادلة القيد الثاني ونحلها بطريقة الحذف .

$$\begin{array}{l} (2 \text{ معامل } x_1 \text{ في المعادلة الثانية نضرب في جميع عناصر المعادلة الأولى}) \\ (3 \text{ معامل } x_1 \text{ في المعادلة الأولى نضرب في جميع عناصر المعادلة الثانية}) \end{array} \begin{array}{l} \rightarrow \\ \rightarrow \end{array} \begin{array}{l} 3x_1 + 4x_2 = 2400 \\ 2x_1 + 1x_2 = 1000 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \cancel{6x_1} + 8x_2 = 4800 \\ - \cancel{6x_1} + 3x_2 = 3000 \\ \hline \end{array}$$

$$5x_2 = 1800$$

$$x_2 = \frac{1800}{5} = 360$$

إذا x_2 تساوي 360

لكي نوجد x_1 نأخذ قيمة x_2 ونعوض بها في المعادلة الأولى :
المعادلة الأولى :

$$3x_1 + 4x_2 = 2400$$

$$3x_1 + 4(360) = 2400$$

$$3x_1 + 1440 = 2400$$

$$3x_1 = 2400 - 1440$$

$$3x_1 = 960$$

$$x_1 \frac{960}{3} = 320$$

إذا النقطة C تحققه عند النقطتين (320 ، 360)

ثانياً : النقطة D هي تقاطع القيد الأول مع القيد الرابع لذا سنأخذ معادلة القيد الأول
ومعادلة القيد الرابع ونحلها بطريقة الحذف .

المعادلة الأول : $3x_1 + 4x_2 = 2400$ (1 معامل x_2 في المعادلة الرابعة نضربه في جميع عناصر المعادلة الأولى)
المعادلة الرابع : $1x_2 = 450$ (4 معامل x_2 في المعادلة الأولى نضربه في جميع عناصر المعادلة الرابعة)

$$\begin{array}{r} 3x_1 + 4x_2 = 2400 \\ - \quad \quad \quad 4x_2 = 1800 \\ \hline \end{array}$$

$$3x_1 = 600$$

$$x_1 = 600 \div 3$$

$$x_1 = 200$$

إذا x_1 تساوي 200

لكي نوجد x_2 نأخذ قيمة x_1 ونعوض بها في المعادلة الأولى .

$$المعادلة الأولى : $3x_1 + 4x_2 = 2400$$$

$$3(200) + 4x_2 = 2400$$

$$600 + 4x_2 = 2400$$

$$4x_2 = 2400 - 600$$

$$4x_2 = 1800$$

$$x_2 = \frac{1800}{4} = 450$$

إذا النقطة D تحققة عند النقطتين (200 ، 450)

ثالثاً : النقطة F وهي تقاطع القيد الثالث مع القيد الرابع

$$x_1 = 100 \text{ هو القيد الثالث}$$

$$x_2 = 450 \text{ هو القيد الرابع}$$

إذا النقطة f تحققة عند النقطتين (100 و 450)

سؤال / النقاط (A – B – C – D – F) نقاط ركنية . أي من هذه النقاط هي

الحل الأمثل :

النقطة A هي (100 ، 0)

النقطة B هي (500 ، 0)

النقطة C هي (320 ، 360)

النقطة D هي (200 ، 450)

النقطة F هي (100 ، 450)

نعوض في دالة الهدف بالنقاط أعلاه لكي نصل إلى الحل الأمثل :

النقاط	دالة الهدف $MaX Z = 7X_1 + 5X_2$
A = (100 - 0)	$Z A = 7 (100) + 5 (0)$ $Z A = 700$
B = (500 - 0)	$Z B = 7 (500) + 5 (0)$ $Z B = 3500$
C = (320 - 360)	$Z C = 7(320) + 5(360)$ $Z C = 2240 + 1800 = 4040$
D = (200 - 450)	$Z D = 7(200) + 5(450)$ $Z D = 1400 + 2250 = 3650$
F = (100 - 450)	$Z F = 7(100)+5(450)$ $Z F = 700 + 2250 = 2950$

نلاحظ أنه عند النقطة A دالة الهدف = 700

نلاحظ أنه عند النقطة B دالة الهدف = 3500

نلاحظ أنه عند النقطة C دالة الهدف = 4040

نلاحظ أنه عند النقطة D دالة الهدف = 3650

نلاحظ أنه عند النقطة f دالة الهدف = 2950

وبما أن دالة الهدف من نوع التعظيم Max يجب أن نختار أكبر قيمة وهي (4040) والتي تحققة عند النقطة C وتصبح هي الحل الأمثل :

$$Z = 4040 \text{ دالة الهدف}$$

$$X1 = 320$$

$$X2 = 360$$

مصطلحات المحاضرة الرابعة

المصطلح بالإنجليزي	المصطلح بالعربي
Graphical Method	طريقة الرسم البياني
Simplex Method	طريقة السبلكس (المبسطة)
Feasible Solutions	منطقة الحلول المقبولة (الممكنة)
Degenerate	تكرار (تحلل) في الطريقة المبسطة
Optimal Solutions	حلول مثلى متعددة
Infeasible	لا يوجد لها حل في الرسم البياني
Unbounded	حل غير محدود في الرسم البياني

أسئلة وردت في اختبارات سابقة في المحاضرة الرابعة والخامسة

(١) الطريقة المبسطة هي :

Pivot Element -

Pivot Equation -

Pivot Column -

. Simplex Method -

(٢) يعتبر (تحلل الحل) أحد الحالات الخاصة في البرمجة الخطية عندما :

- يكون الحل غير ممكن .

- يكون الحل غير محدود .

- يكون الحل متعدد .

- يكون الحل متكرر .

٣) برنامج خطي ما يتكون من متغيرين وسبعة قيود فإنه يمكن إيجاد الحل الأمثل عن طريق :

- السمبلكس فقط .
- الرسم البياني فقط .
- لا يمكن الحصول على حل أمثل لها بسبب كثرة القيود .
- السمبلكس أو الرسم البياني .

٤) الحل الأمثل في الرسم البياني يوجد دائماً عند :

- النقطة الأصل (0 - 0)
- نقطة ركنية .
- نقطة تقاطع مع محور x_1 .
- نقطة تقاطع مع محور x_2 .
- ٥) إذا كان القيد الأول $x_1 + x_2 \leq 20$ والقيد الثاني هو $x_1 + x_2 \geq 30$ فإن الحل
- عدد محدود .
- غير ممكن والسبب عند تضليل القيدين لا يجتمعان في منطقة حلول ممكنة .
- متعدد الحلول .
- متكرر .

هذا المثال جاء في الاختبار بالصيغة التالية :

إذا أعطيت البرنامج الخطي التالي وطلب منك استخدام الرسم البياني في الحل :

$$Max z = 40x_1 + 50x_2$$

s.t

$$x_1 + 2x_2 \leq 40$$

$$4x_1 + 3x_2 \leq 120$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

أجب على الأسئلة من (٩-١)

١- القيد الأول يتقاطع مع محور x_1 في النقطة :

(0 , 30) -

(30 , 0) -

(40 , 0) -

(0 , 40) -

٢- القيد الثاني يتقاطع مع محور x_1 في النقطة :

(0 , 30) -

(0 , 40) -

(30 , 0) -

(40 , 0) -

٣- القيد الأول يتقاطع مع محور x_2 في النقطة :

(0 , 20) -

(0 , 40) -

(40 , 0) -

(20 , 0) -

٤) تظليل القيد الأول يكون إلى :

- اليمين (أعلى)

- اليسار (أسفل)

٥) تظليل القيد الثاني يكون إلى :

- اليمين (أعلى) .

- اليسار (أسفل) .

٦) القيد الأول يتقاطع مع القيد الثاني في النقطة :

- (8 , 24)

- (20 , 30)

- (30 , 20)

- (24 , 8)

٧) قيمة دالة الهدف عند النقطة (24 , 8) تساوي :

- 1360

- 1200

- 90

- 1260

٨) قيمة دالة الهدف عند النقطة (0 , 20) تساوي :

- 100

- 1200

- 800

- 1000

٩) لو افترضنا أن دالة الهدف هي $Max z = 40x_1 + 30x_2$ فإن حل للمسألة

يكون :

- متكرر

- غير محدد

- متعدد الحلول المثلى

- لا يوجد حلاً أمثل

حل السؤال كاملاً :

إذا أعطيت البرنامج الخطي التالي وطلب منك استخدام الرسم البياني في الحل :

$$Max z = 40x_1 + 50x_2$$

s.t

$$x_1 + 2x_2 \leq 40$$

$$4x_1 + 3x_2 \leq 120$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

أ- نقوم بتحويل القيدين من متباينات إلى متساويات (معادلات) كالتالي :

القيد الأول بعد تحويله لمعادلة

$$X_1 + 2x_2 = 40$$

ب- نعوض عن x_1 بصفر ونحل المعادلة :

$$x_2 = \frac{40}{2} = 20$$

ج- نعوض عن x_2 بصفر ونحل المعادلة

$$x_1 = 40$$

د- نرسم جدول ونضع به النقاط

X_1	0	40
X_2	20	0

نقاط المعادلة الأولى

$$(0, 20)$$

$$(40, 0)$$

القيد الثاني بعد تحويله لمعادلة

$$4x_1 + 3x_2 = 120$$

نعوض عن x_1 بصفر ونحل المعادلة

$$x_2 = \frac{120}{3} = 40$$

نعوض عن x_2 بصفر ونحل المعادلة

$$x_1 = \frac{120}{4} = 30$$

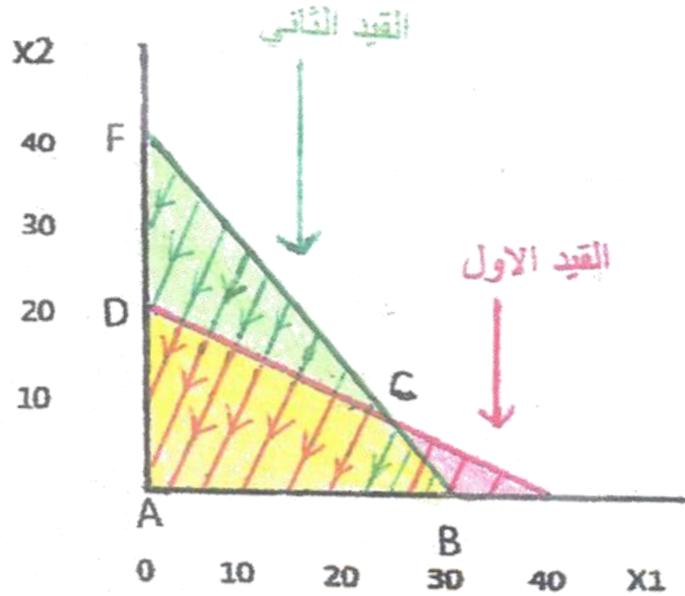
نرسم جدول ونضع به النقاط :

x_1	0	30
x_2	40	0

نقاط المعادلة الثانية :

$$(30 - 0) (0 - 40)$$

هـ- نرسم رسم بياني ونحدد عليه النقاط : المنطقة التي باللون الأصفر والمحصورة بين النقاط (A- B- C - D) هي منطقة الحلول الممكنة .



د- النقطة A هي (0 ، 0)

النقطة B هي (30 ، 0)

النقطة D هي (0 ، 20)

النقطة F هي (0 ، 40)

السؤال كيف نوجد النقطة C ؟

لو رجعنا إلى الرسم البياني لوجدنا أن النقطة C حدثت أثناء تقاطع القيد الأول مع القيد الثاني لذا نوجد لنقطة C من خلال طريقة الحذف .

$$\begin{array}{l} (4 \text{ معامل } x_1 \text{ في المعادلة الثانية نضربها في جميع عناصر المعادلة الأولى}) \\ (1 \text{ معامل } x_1 \text{ في المعادلة الأولى نضربها في جميع عناصر المعادلة الثانية}) \end{array} \begin{array}{l} \rightarrow \\ \rightarrow \end{array} \begin{array}{l} x_1 + 2x_2 = 40 \\ 4x_1 + 3x_2 = 120 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 4x_1 + 8x_2 = 160 \\ - \quad 4x_1 + 3x_2 = 120 \\ \hline \end{array}$$

$$5x_2 = 40$$

$$x_2 = 40 \div 5$$

$$x_2 = 8$$

نعوض بقيمة x_2 في المعادلة الأولى لنحصل على قيمة x_1 .
المعادلة الأولى :

$$x_1 + 2x_2 = 40$$

$$x_1 + 2(8) = 40$$

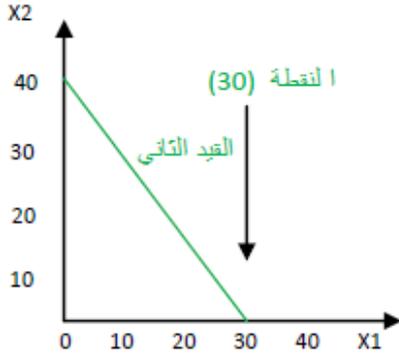
$$x_1 + 16 = 40$$

$$x_1 = 40 - 16$$

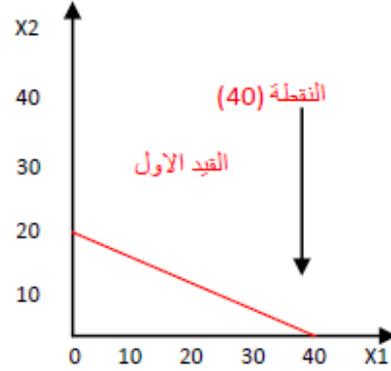
$$x_1 = 24$$

إذا النقطة C هي (24 , 8)

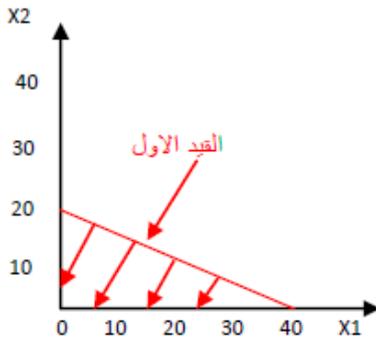
حل فقرات الاختبار



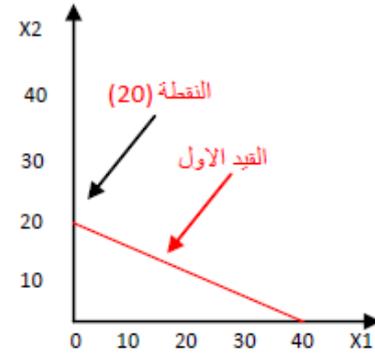
القيد الثاني يتقاطع مع X_1 في النقطة (30)



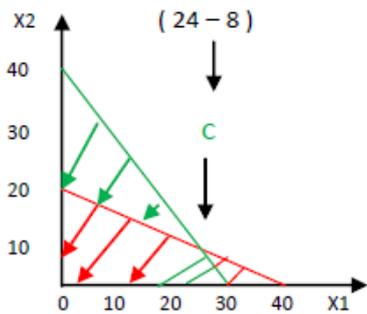
القيد الاول يتقاطع مع X_1 في النقطة (40)



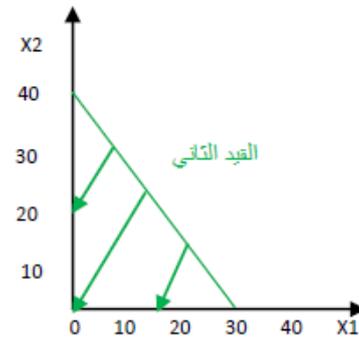
تظليل القيد الاول يكون الى اليسار اسفل والسبب العلامة \leq



القيد الاول يتقاطع مع محور X_2 في النقطة (20)



القيد الاول يتقاطع مع القيد الثاني عند النقطة (24 - 8) والتي سبق وان اوجدناها في حل التمرين



تظليل القيد الثاني يكون الى اليسار اسفل والسبب العلامة \leq

تابع حل فقرات الاختبار

(٧) قيمة دالة الهدف عند النقطة (8 , 24) تساوي :

1360 -

1200 -

90 -

1260 -

حل فقره (٧) نعوض في دالة الهدف تعويض مباشر ($x_1 = 24$) و ($x_2 = 8$)
دالة الهدف :

$$Max z = 40x_1 + 50x_2$$

$$Max z = 40(24) + 50(8)$$

$$Max z = 960 + 400$$

$$Max z = 1360$$

(٨) قيمة دالة الهدف عند النقطة (0 , 20) تساوي :

100 -

200 -

800 -

1000 -

حل فقره (٨) نعوض في دالة الهدف تعويض مباشر ($x_1 = 0$) و ($x_2 = 20$)
دالة الهدف :

$$Max z = 40x_1 + 50x_2$$

$$Max z = 40(0) + 50(20)$$

$$Max z = 0 + 1000$$

$$Max z = 1000$$

٩) لو افترضنا أن دالة الهدف هي $Max z = 40x_1 + 30x_2$ فإن حل المسألة يكون متعدد الحلول المثلى لأنه لو نظرنا إلى قيود البرنامج الخطي في السؤال لوجدنا أن معاملات القيد الثاني عندما نظربها بعدد صحيح مثل العشرة لأعطانا نفس معاملات دالة الهدف كالتالي :

$$\begin{array}{r} 4x_1 + 3x_2 \\ \times \\ 10 \\ \hline 40x_1 + 30x_2 \end{array}$$

هذا المثال جاء في اختبار سابق

إذا أعطيت البرنامج الخطي التالي وطلب منك استخدام الرسم البياني في الحل :

$$Max z = 3x_1 + 2x_2$$

S.t

$$x_1 + 2x_2 \leq 80$$

$$x_1 + x_2 \leq 55$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

أ) نقوم بتحويل القيد من متباينات إلى متساويات (معادلات) كالتالي :

القيد الأول بعد تحويله لمعادلة

$$x_1 + 2x_2 = 80$$

ب) نعوض عن x_1 بصفر ونحل المعادلة :

$$x_2 = \frac{80}{2} = 40$$

ج) نعوض عن x_2 بصفر ونحل المعادلة :

$$X_1 = 80$$

د) نرسم جدول ونضع النقاط :

X_1	0	80
X_2	40	0

نقاط المعادلة الأولى :

$$(0, 40)$$

$$(80, 0)$$

القيد الثاني بعد تحويله لمعادلة

$$x_1 + x_2 = 55$$

نعوض عن x_1 بصفر ونحل المعادلة

$$X_2 = 55$$

نعوض عن x_2 بصفر ونحل المعادلة :

$$X_1 = 55$$

نرسم جدول ونضع النقاط :

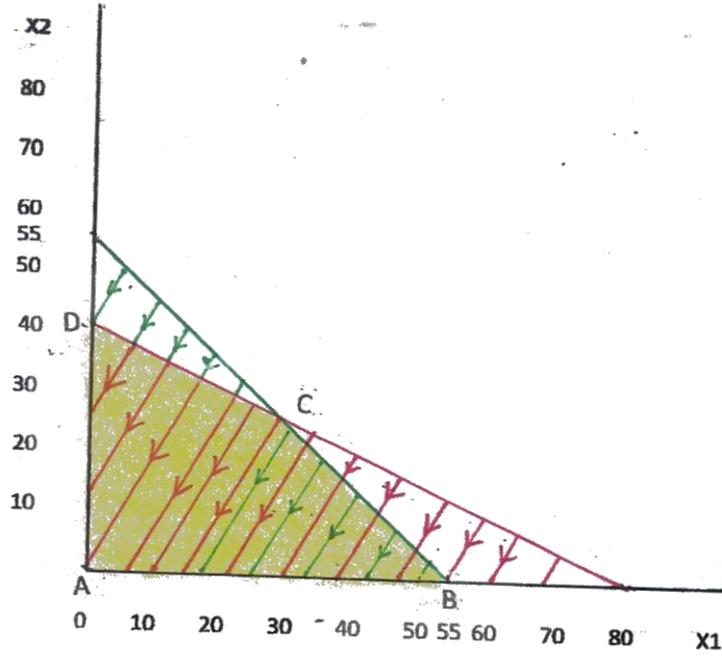
X_1	0	55
X_2	55	0

نقاط المعادلة الثانية :

$$(0, 55)$$

$$(55, 0)$$

نرسم رسم بياني ونحدد عليه النقاط :



أسئلة الاختبار :

(١) القيد الثاني يتقاطع مع محور X_1 في النقطة :

(1 , 1) -

(0 , 55) -

انظر الى الرسم البياني (55 , 0) -

(55 , 55) -

(٢) القيد الأول يتقاطع مع محور X_2 في النقطة :

انظر الى الرسم البياني (0 , 40) -

(40 , 0) -

(1 , 2) -

(0 , 80) -

٣) القيد الأول يتقاطع مع القيد الثاني في النقطة :

- (5 , 25)

- (30 , 5)

- (60 , 20)

- (30 , 25)

حل فقرة (٣) لو نظرنا إلى الرسم البياني لوجدنا أن القيد الأول يتقاطع مع القيد الثاني عند النقطة C لذا يجب أن نوجد النقطة C من خلال حل المعادلات بطريقة الحذف .

$$\begin{array}{r} 1 \rightarrow \\ 1 \rightarrow \end{array} \begin{array}{l} x_1 + 2x_2 = 80 \\ x_1 + x_2 = 55 \end{array}$$

$$x_2 = 80 - 55$$

$$x_2 = 25$$

أوجدنا x_2 بـ 25 إذا نعوض في المعادلة الأولى عن قيمة x_2 بـ 25 لكي نوجد x_1

$$x_1 + 2(25) = 80$$

$$x_1 + 50 = 80$$

$$x_1 = 80 - 50$$

$$x_1 = 30$$

إذا النقطة C هي (30 - 25)

٤) قيمة دالة الهدف عند نقطة التقاطع أعلاه تساوي :

- 140

- 110

- 75

- 220

حل فقره(٤) نعوض في دالة الهدف تعويض مباشر باستخدام نقطة التقاطع

(30 -25)

دالة الهدف :

:

$$Max Z = 3x_1 + 2x_2$$

$$Max Z = 3(30) + 2(25)$$

$$= 90 + 50$$

$$= 140$$

(المحاضرة السادسة والسابعة والثامنة)

الطريقة المبسطة (Simplex Method)

١) الطريقة المبسطة نشرت على شكل ورقة علمية على يد المؤسس :

- أ- فردريك تيلور عام ١٩١١ م .
- ب- Dr.Dantzing عام ١٩٤٥ م .
- ج- جاوس جوردان (Gauss – Jordan) عام ١٩٤٧ م .
- د- Dr.Dantzing عام ١٩٤٧ م .

٢) تعتبر طريقة رياضية ذات كفاءة عالية في استخراج الحل الأمثل لمسائل

البرمجة الخطية بغض النظر عن عدد متغيرات المسألة :

- أ- طريقة الرسم البياني .
- ب- الطريقة المطولة .
- ج- الطريقة المبسطة (Simplex) .

٣) ساعد في انتشارها إمكانية برمجة المشكلات ذات العلاقة والتوصل إلى

نتائج باستخدام الحاسب الآلي :

- أ- طريقة الرسم البياني .
- ب- الطريقة المبسطة (Simplex) .

س٣/ ما هي الطريقة التي تقوم على فكرة إيجاد الحل الأمثل ضد أركان

منطقة الحلول الممكنة باستخدام عملية التحسن التدريجي ؟

الطريقة المبسطة (Simplex) .

س٣/ تكوين الجدول الجديد يقوم على نوعين من العمليات الحسابية بناءً

على طريقة (جاوس جوردان Gauss – Jordan) أذكر هذين النوعين ؟

النوع الأول : معادلة الارتكاز ، وتعني

معادلة الارتكاز الجديدة = معادلة الارتكاز القديمة ÷ عنصر الارتكاز .

النوع الثاني : تطبيق المعادلة الثانية على كل الصفوف بما فيها صف Z وتعني:
المعادلة الجديدة = المعادلة القديمة - معاملها في العمود الداخل × معادلة الارتكاز الجديدة .
ملاحظات :

عمليات النوع الأول : ستجعل من عنصر الارتكاز يساوي 1 في معادلة الارتكاز الجديدة .

عمليات النوع الثاني : ستجعل كل المعاملات الأخرى في العمود الداخل مساوية للصفر .

تمثل نتائج كلا النوعين من العمليات الحسابية الحل الأساسي الجديد من خلال إحلال المتغير الداخل في كل المعادلات الأخرى ما عدا معادلة الارتكاز .

التمرين الأول

أوجد الحل الأمثل للبرنامج الخطي التالي باستخدام طريقة السومباكس ؟

$$\begin{aligned} \text{دالة الهدف} & \leftarrow \text{Max } z = 2x_1 + 3x_2 \\ \text{طبقاً الى الشروط التالية} & \leftarrow \text{S.t} \\ \text{القيد الأول} & \leftarrow x_1 + 2x_2 \leq 20 \\ \text{القيد الثاني} & \leftarrow x_1 + x_2 \leq 12 \\ \text{قيد عدم السالبة} & \leftarrow x_1, x_2 \geq 0 \end{aligned}$$

الحل :

الخطوة الأولى : نبني الشكل القياسي كالتالي :

أ- بالنسبة لدالة الهدف نقوم بنقل عناصر الطرف الأيمن إلى الطرف الأيسر مع تغيير الإشارات وإضافة الصفر لكي تصبح المعادلة كالتالي :

$$\text{Max } z - 2x_1 - 3x_2 = 0$$

ب- بالنسبة للقيود الأول نستبدل علامة المتباينة (\leq) بمتغير راكد (s_1) يسبقه إشارة (+) لأن علامة المتباينة أصغر من أو يساوي . أما إذا كانت علامة المتباينة (\geq) أكبر من أو يساوي نستبدلها بمتغير راكد (s_1) يسبقه إشارة (-) .
إذا المتباينة ستصبح على الشكل التالي :

$$x_1 + 2x_2 + s_1 = 20$$

ج- بالنسبة للقيود الثاني نستبدل علامة المتباينة (\leq) بمتغير راكد (s_2) يسبقه إشارة (+) ليصبح كالتالي :

$$x_1 + x_2 + s_2 = 12$$

د- بالنسبة لقيود عدم السالبية نضيف له المتغيرين الراكدين s_1, s_2 ليصبح كالتالي:

$$x_1, x_2, s_1, s_2 \geq 0$$

إذا نرتب الشكل القياسي للمعادلات كالتالي :

$$Max z - 2x_1 - 3x_2 = 0$$

S.T

$$x_1 + 2x_2 + s_1 = 20$$

$$x_1 + x_2 + s_2 = 12$$

$$x_1, x_2, s_1, s_2 \geq 0$$

ملاحظة هامة : يجب التفريق بين (**العمود المحوري**) وبين (**صف الارتكاز**) .

الخطوة الثانية : نرسم جدول رقم (١) ونبدأ بتفريغ البيانات (معاملات الشكل القياسي مع الثوابت) . كالتالي :

متغيرات أساسية	X1	X2	S1	S2	الثابت	
القيد الأول ←	S1	1	2	1	0	20
القيد الثاني ←	S2	1	1	0	1	12
دالة الهدف ←	z	-2	-3	0	0	0

الخطوة الثالثة : ننظر إلى صف z لكي نتحقق هل يوجد حل أمثل أم لا . **كيف**

نتحقق من ذلك؟

نتحقق من ذلك من خلال النظر إلى صف z فإذا وجدنا قيمة سالبة واحدة على الأقل فهذا يعني أن هناك إمكانية لتحسين الحل .

بعد النظر في صف z وجدنا أن هناك قيمتين سالبتين ففي هذه الحالة ماذا

نفعل؟

في هذه الحالة نختار القيمة السالبة الأكبر لنستدل بها على المتغير الداخل ، فنلاحظ أن القيمة (-3) هي القيمة السالبة الأكبر في صف z . فبتالي تعرفنا على المتغير الداخل وهو (X2) والذي يقع على رأس عمودها المحوري . إذا ننقل الجدول رقم (1) إلى الأسفل ونحدد عليه عمود المتغير الداخل والذي يسمى (العمود المحوري) ونحدده باللون الأخضر :

متغيرات أساسية	X1	X2	S1	S2	الثابت
S1	1	2	1	0	20
S2	1	1	0	1	12
z	-2	-3	0	0	0

بعدما حددنا عمود المتغير الداخل باللون الأخضر والذي على رأسه المتغير الداخل X2 يجب أن نحدد أيضاً المتغير الخارج والذي سيحل X2 محلة .

كيف نحدد المتغير الخارج؟

نحدد المتغير الخارج من خلال قسمة أرقام الثوابت التي هي (12 - 20) على أرقام ما يناظرها في عمود المتغير الداخل المحدد بالأخضر والتي هي (1 - 2) مع استبعاد القيم السالبة والقيم الصفرية إن وجده واستبعاد صف Z من القسمة أيضاً .

نبدأ بعملية القسمة :

إذا خارج القسمة — $20 \div 2 = 10$

خارج القسمة — $12 \div 1 = 12$

بعدما انتهينا من عملية القسمة ، نقوم بأختيار أقل عدد خارج القسمة والذي هو الرقم (10) ليحدد الصف الذي سيخرج ويسمى (صف الارتكاز او معادلة الارتكاز) إذا المتغير الخارج هو S_1 .

وسوف نحدد صف S_1 باللون الأحمر في الجدول رقم (1) في الأسفل :

متغيرات أساسية	X1	X2	S1	S2	الثابت
S_1	1	2	1	0	20
S2	1	1	0	1	12
z	-2	-3	0	0	0

الخطوة الرابعة : بعدما حددنا المتغير الداخل الذي هو (X_2) وحددنا المتغير الخارج الذي هو (S_1) أصبحنا الآن جاهزين لتطبيق المعادلات والمتعلقة بتكوين جدول جديد رقم ٢ بناءً على الجدول القديم رقم ١ .

أ- الجدول الجديد رقم ٢ كالتالي . أنظر للجدول بعدما أدخلنا المتغير الداخل X_2 مكان المتغير الخارج S_1 .

متغيرات أساسية	X1	X2	S1	S2	الثابت
X_2					
S2					
z					

ب- نبدأ بعملية بناء الجدول الجديد رقم ٢ .

نطبق المعادلة الأولى لتكوين صف الارتكاز لـ X_2 .

معادلة الارتكاز الجديدة = معادلة الارتكاز القديمة ÷ عنصر الارتكاز

إذا نبدأ بعملية القسمة :

$$20 \div 2 = 10$$

$$0 \div 2 = 0$$

$$1 \div 2 = 0.5$$

$$2 \div 2 = 1$$

$$1 \div 2 = 0.5$$

بعد الانتهاء من عملية القسمة ، ننقل النواتج والتي باللون الأخضر إلى صف

الارتكاز x_2 في الجدول الجديد رقم ٢ كما هو موضح في الأسفل :

متغيرات أساسية	X1	X2	S1	S2	الثابت
X2	0.5	1	0.5	0	10
S2					
Z					

بعدما انتهينا من بناء صف الارتكاز الأول لـ x_2 نطبق المعادلة الثانية على باقي

الصفوف صف (S_2 ، Z) .

أولاً : نطبق المعادلة الثانية لاجاد عناصر صف الارتكاز الجديدة لـ S_2 .

معادلة S_2 الجديدة = (عناصر S_2 القديمة) - (معاملها في العمود المحوري) × (معادلة الارتكاز الجديدة)

إذا نبدأ بتطبيق المعادلة :

$$\text{معادلة } S_2 \text{ الجديدة} = (1 \quad 1 \quad 0 \quad 1 \quad 12)$$

$$- (1) \times (0.5 \quad 1 \quad 0.5 \quad 0 \quad 10)$$

$$(0.5 \quad 0 \quad -0.5 \quad 1 \quad 2)$$

ننقل النواتج إلى صف الارتكاز S_2 في الجدول الجديد رقم ٢ في الأسفل :

متغيرات أساسية	X1	X2	S1	S2	الثابت
X2	0.5	1	0.5	0	10
S2	0.5	0	-0.5	1	2
Z					

ثانياً : نطبق المعادلة الثانية لإيجاد عناصر صف الارتكاز الجديدة لـ Z
معادلة Z الجديدة = (عناصر Z القديمة) - (معاملها في العمود المحوري) × (معادلة الارتكاز الجديدة) .

إذا نبدأ بتطبيق المعادلة :

$$\text{معادلة } z \text{ الجديدة : } (-2 \quad -3 \quad 0 \quad 0 \quad 0) - (-3) \times (0.5 \quad 1 \quad 0.5 \quad 0 \quad 10)$$

نستخدم الآلة الحاسبة بالطريقة التالية.

$$(-2) - (-3) \times (0.5) = -0.5$$

$$(-3) - (-3) \times (1) = 0$$

$$(0) - (-3) \times (0.5) = 1.5$$

$$(0) - (-3) \times (0) = 0$$

$$(0) - (-3) \times (10) = 30$$

وبعد ما أوجدنا قيم Z نقوم بنقلها إلى الجدول الجديد رقم ٢ في صف Z ويصبح الجدول الجديد مكتمل البيانات كالتالي :

متغيرات أساسية	X1	X2	S1	S2	الثابت
X2	0.5	1	0.5	0	10
S2	0.5	0	-0.5	1	2
Z	-0.5	0	1.5	0	30

ولكن السؤال هنا . هل وصلنا إلى الحل الأمثل ؟

بالطبع لم نصل إلى الحل الأمثل ، والسبب وجود قيمة سالبة في صف Z والتي هي (-0.5) لذا يجب أن نكرر الخطوات السابقة من جديد لكي نصل إلى الحل الأمثل ملاحظة الجدول رقم ٢ سيصبح (جدول قديم رقم ٢) ونبني جدول جديد ثالث ونسميه (جدول جديد رقم ٣) :

أولاً : ننقل الجدول القديم رقم ٢ إلى الأسفل ونحدد عليه عمود المتغير الداخل X_1 باللون الأخضر حيث أننا استدلينا على المتغير الداخل X_1 من خلال القيمة السالبة (-0.5) التي في صف Z .

متغيرات أساسية	X_1	X_2	S_1	S_2	الثابت
X_2	0.5	1	0.5	0	10
S_2	0.5	0	-0.5	1	2
z	-0.5	0	1.5	0	30

ثانياً : نحدد المتغير الخارج من خلال قسمة أرقام الثوابت في الجدول أعلاه والتي هي $(10 - 2)$ على أرقام ما يناظرها في عمود المتغير الداخل X_1 والمحددة بالعمود الأخضر ، مع استبعاد الأرقام السالبة والصفرية إن وجدة ومع استبعاد صف Z أيضاً .

إذا :

$$10 \div 0.5 = 20$$

$$2 \div 0.5 = 4$$

إذاً بعدما انتهينا من عملية القسمة . نختار أقل عدد خارج القسمة والذي هو رقم (4) لكي يحدد الصف الذي سيخرج ويسمى (صف الارتكاز أو معادلة الارتكاز) إذا المتغير الخارج هو S_2 .

وسوف نحدده باللون الأحمر في الجدول القديم رقم ٢ الذي في الأسفل .

متغيرات أساسية	X1	X2	S1	S2	الثابت
X2	0.5	1	0.5	0	10
S2	0.5	0	-0.5	1	2
z	-0.5	0	1.5	0	30

الخطوة الثالثة : بعدما حددنا المتغير الداخل الذي هو (X₁) وحددنا المتغير الخارج الذي هو (S₂) أصبحنا الآن جاهزين لتطبيق المعادلات والمتعلقة بتكوين جدول جديد رقم ٣ بناء على الجدول القديم رقم ٢ .

أ- الجدول الجديد رقم ٣ كالتالي بعدما أدخلنا المتغير الداخل X₁ مكان المتغير الخارج S₂ .

متغيرات أساسية	X1	X2	S1	S2	الثابت
X1					
X2					
Z					

ب- نبدأ بعملية بناء الجدول الجديد رقم ٣ .

نطبق المعادلة الأولى لتكوين صف الارتكاز لـ X₁ .

معادلة الارتكاز الجديدة = معادلة الارتكاز القديمة ÷ عنصر الارتكاز

إذا نبدأ بعملية القسمة :

$$0.5 \div 0.5 = 1$$

$$0 \div 0.5 = 0$$

$$-0.5 \div 0.5 = -1$$

$$1 \div 0.5 = 2$$

$$2 \div 0.5 = 4$$

ننقل النواتج والتي باللون الأخضر إلى صف الارتكاز X_1 في الجدول الجديد رقم ٣ كما هو موضح في الأسفل .

متغيرات أساسية	X1	X2	S1	S2	الثابت
X_1	1	0	-1	2	4
X_2					
Z					

بعدما انتهينا من بناء صف الارتكاز الأول لـ X_1 نطبق المعادلة الثانية على باقي الصفوف صف (Z و X_2) .

أولاً : نطبق المعادلة الثانية لاجاد عناصر صف الارتكاز الجديدة لـ X_2 .

معادلة X_2 الجديدة = (عناصر X_2 القديمة) - (معاملها في العمود المحوري) × (معادلة الارتكاز الجديدة)
 إذا نبدأ بتطبيق المعادلة :

$$\text{معادلة } X_2 \text{ الجديدة} = (0.5 \quad 1 \quad 0.5 \quad 0 \quad 10) - (0.5) \times (1 \quad 0 \quad -1 \quad 2 \quad 4)$$

نستخدم الآلة الحاسبة مباشرة كالاتي :

$$(0.5) - (0.5) \times (1) = 0$$

$$(1) - (0.5) \times (0) = 1$$

$$(0.5) - (0.5) \times (-1) = 1$$

$$(0) - (0.5) \times (2) = -1$$

$$(10) - (0.5) \times (4) = 8$$

ننقل النواتج إلى صف الارتكاز x_2 في الجدول الجديد رقم ٣ كما هو موضح في الأسفل .

متغيرات أساسية	X1	X2	S1	S2	الثابت
X1	1	0	-1	2	4
X2	0	1	1	-1	8
Z					

ثانياً : نطبق المعادلة الثانية ليجاد عناصر صف الارتكاز الجديدة لـ Z
معادلة Z الجديدة = (عناصر Z القديمة) - (معاملها في العمود المحوري) × (معادلة الارتكاز الجديدة)
إذا نطبق المعادلة الثانية :

$$\text{معادلة } Z \text{ الجديدة} = (-0.5 \quad 0 \quad 1.5 \quad 0 \quad 30) - (-0.5) \times (1 \quad 0 \quad -1 \quad 2 \quad 4)$$

نستخدم الآلة الحاسبة مباشرة كالآتي :

$$(-0.5) - (-0.5) \times (1) = 0$$

$$(0) - (-0.5) \times (0) = 0$$

$$(1.5) - (-0.5) \times (-1) = 1$$

$$(0) - (-0.5) \times (2) = 1$$

$$(30) - (-0.5) \times (4) = 32$$

وبعدما أوجدنا قيم Z نقوم بنقلها الى الجدول الجديد رقم ٣ في صف Z ويصبح
الجدول الجديد مكتمل البيانات كالتالي :

متغيرات أساسية	X1	X2	S1	S2	الثابت
X1	1	0	-1	2	4
X2	0	1	1	-1	8
Z	0	0	1	1	32

السؤال مرة أخرى : هل وصلنا إلى الحل الأمثل ؟

نعم وصلنا إلى الحل الأمثل لأن صف Z خالي تماما من القيم السالبة .
الخطوة الأخيرة : لابد من تفسير القيم الموجودة في الجدول السابق .

أولاً : دالة الهدف العظمى Z تحققه عند قيمة 32

ثانياً: تحققه الدالة Z عند النقاط (4 - 8)

$$\text{Max } Z = 32$$

$$x_1 = 4$$

$$x_2 = 8$$

التمرين الثاني

أوجد الحل الأمثل للبرنامج الخطي التالي باستخدام طريقة السمبلكس ؟

$$\text{دالة الهدف} \leftarrow \text{Max } z = 6x_1 + 8x_2$$

$$\text{طبقا الى الشروط التالية} \leftarrow \text{S.T}$$

$$\text{القيد الأول} \leftarrow 30x_1 + 20x_2 \leq 300$$

$$\text{القيد الثاني} \leftarrow 5x_1 + 10x_2 \leq 110$$

$$\text{قيد عدم السالبة} \leftarrow x_1, x_2 \geq 0$$

الحل : الخطوة الأولى : نبنى الشكل القياسي كالتالي :

$$\text{Max } z - 6x_1 - 8x_2 = 0$$

s.t

$$30x_1 + 20x_2 + s_1 = 300$$

$$5x_1 + 10x_2 + s_2 = 110$$

$$x_1, x_2, s_1, s_2 \geq 0$$

الخطوة الثانية : نرسم جدول رقم ١ ونبدأ بتفريغ البيانات (معاملات الشكل القياسي مع الثوابت) كالتالي.

متغيرات اساسية	X1	x2	s1	s2	الثوابت
S1	30	20	1	0	300
S2	5	10	0	1	110
Z	-6	-8	0	0	0

خارج القسمة $300 \div 20 = 15$ —

خارج القسمة $110 \div 10 = 11$ —

بعد تفريغ البيانات في الجدول رقم 1 في الاعلى وجدنا قيمتين سالبتين . سنأخذ القيمة السالبة الاكبر (-8) لتحدد المتغير الداخل (X2) و نحدد المتغير الخارج من خلال قسمة قيم الثوابت على ماينظرها من قيم عمود المتغير الداخل (X2) ونأخذ القيمة الأصغر لتحدد المتغير الخارج. اذاً S2 هو المتغير الخارج. بعد ذلك نطبق المعادلتين.

اولا . نوجد معادلة الارتكاز الجديدة من خلال تطبيق المعادلة الاولى

معادلة الارتكاز الجديدة X2 = معادلة الارتكاز القديمة S2 ÷ عنصر ارتكاز

$$5 \div 10 = 0.5 , \quad 10 \div 10 = 1 , \quad 0 \div 10 = 0 , \quad 1 \div 10 = 0.1 , \quad 110 \div 10 = 11$$

ثانيا . نطبق المعادلة الثانية لايجاد عناصر معادلة (S1 , Z)

المعادلة الجديدة = المعادلة القديمة - معاملها في العمود x معادلة الارتكاز الجديدة

ايجاد عناصر Z الجديد

$$\begin{aligned} & (-6 \quad -8 \quad 0 \quad 0 \quad 0) \\ & -(-8) \times (0.5 \quad 1 \quad 0 \quad 0.1 \quad 11) \\ & (-6) - (-8) \times (0.5) = -2 \\ & (-8) - (-8) \times (1) = 0 \\ & (0) - (-8) \times (0) = 0 \\ & (0) - (-8) \times (0.1) = 0.8 \\ & (0) - (-8) \times (11) = 88 \end{aligned}$$

ايجاد عناصر S1 الجديدة

$$\begin{aligned} & (30 \quad 20 \quad 1 \quad 0 \quad 300) \\ & -(20) \times (0.5 \quad 1 \quad 0 \quad 0.1 \quad 11) \\ & (30) - (20) \times (0.5) = 20 \\ & (20) - (20) \times (1) = 0 \\ & (1) - (20) \times (0) = 1 \\ & (0) - (20) \times (0.1) = -2 \\ & (300) - (20) \times (11) = 80 \end{aligned}$$

نقوم بتفريغ النواتج في الجدول الجديد رقم 2

متغيرات اساسية	X1	x2	s1	s2	الثوابت
S1	20	0	1	-2	80
X2	0.5	1	0	0.1	11
Z	-2	0	0	0.8	88

نلاحظ ان صف Z يوجد به قيمة سالبة واحدة (-2) لتحديد المتغير الداخل (X1) اذاً سنكرر الخطوات من جديد لنصل إلى الحل الأمثل . مع ملاحظة ان الجدول رقم ٢ سيصبح جدول قديم وننشئ جدول جديد رقم ٣

م.اساسية	X1	x2	s1	s2	الثوابت
S1	20	0	1	-2	80
X2	0.5	1	0	0.1	11
Z	-2	0	0	0.8	88

$$80 \div 20 = 4 \text{ خارج القسمة}$$

$$11 \div 0.5 = 22 \text{ خارج القسمة}$$

بعدها نقلنا الجدول القديم رقم ٢ في الاعلى واخترنا القيمة السالبة (-2) لتحديد المتغير الداخل (x1) . سنحدد المتغير الخارج من خلال قسمة قيم الثوابت على ماينظرها من قيم عمود المتغير الداخل (x1) ونأخذ القيمة الأصغر لتحديد المتغير الخارج . اذا s1 هو المتغير الخارج . بعد ذلك نطبق المعادلتين .

اولا . نوجد معادلة الارتكاز الجديدة من خلال تطبيق المعادلة الاولى

معادلة الارتكاز الجديدة x1 = معادلة الارتكاز القديمة s1 ÷ عنصر الارتكاز

$$80 \div 20 = 4 , -2 \div 20 = -0.1 , 1 \div 20 = 0.05 , 0 \div 20 = 0 , 20 \div 20 = 1$$

ثانيا . نطبق المعادلة الثانية لايجاد عناصر معادلة (x2 , z)

المعادلة الجديدة = المعادلة القديمة - معاملها في العمود x معادلة الارتكاز الجديدة

ايجاد عناصر z الجديدة

$$\begin{pmatrix} -2 & 0 & 0 & 0.8 & 88 \\ 1 & 0 & 0.05 & -0.1 & 4 \end{pmatrix} \times (-2)$$

$$(-2) - (-2) \times (1) = 0$$

$$(0) - (-2) \times (0) = 0$$

$$(0) - (-2) \times (0.05) = 0.1$$

$$(0.8) - (-2) \times (-0.1) = 0.6$$

$$(88) - (-2) \times (4) = 96$$

ايجاد عناصر x2 الجديدة

$$\begin{pmatrix} 0.5 & 1 & 0 & 0.1 & 11 \\ 1 & 0 & 0.05 & -0.1 & 4 \end{pmatrix} \times (-0.5)$$

$$(0.5) - (-0.5) \times (1) = 0$$

$$(1) - (-0.5) \times (0) = 1$$

$$(0) - (-0.5) \times (0.05) = -0.025$$

$$(0.1) - (-0.5) \times (-0.1) = 0.15$$

$$(11) - (-0.5) \times (4) = 9$$

نقوم بتفريغ النواتج في الجدول الجديد رقم 2

م.اساسية	X1	x2	s1	s2	الثوابت
X1	1	0	0.05	-0.1	4
X2	0	1	-0.025	0.15	9
Z	0	0	0.1	0.6	96

نلاحظ ان صف z خالي تماما من القيم السالبة . اذاً وصلنا الى الحل الامثل . حيث ان دالة الهدف العظمى z تحققة عند القيمة (96) وتحققة الدالة z عند النقاط (9 - 4)

التمرين الثالث

أوجد الحل الأمثل للبرنامج الخطي التالي باستخدام طريقة السمبلكس ؟

$$\leftarrow \text{Dالة الهدف } Max z = 6x_1 + 4x_2 + 5x_3$$

s.t

$$\leftarrow \text{القيد الأول } x_1 + x_2 + 2x_3 \leq 12$$

$$\leftarrow \text{القيد الثاني } x_1 + 2x_2 + x_3 \leq 12$$

$$\leftarrow \text{القيد الثالث } 2x_1 + x_2 + x_3 \leq 12$$

$$\leftarrow \text{قيد عدم السالبة } x_1, x_2, x_3 \geq 0$$

الحل :

الخطوة الأولى : نبني الشكل القياسي كالتالي :

$$Max z - 6x_1 - 4x_2 - 5x_3 = 0$$

S.t

$$x_1 + x_2 + 2x_3 + s_1 = 12$$

$$x_1 + 2x_2 + x_3 + s_2 = 12$$

$$2x_1 + x_2 + x_3 + s_3 = 12$$

$$x_1, x_2, x_3, s_1, s_2, s_3 \geq 0$$

الخطوة الثانية : نرسم جدول رقم (١) ونبدأ بتفريغ البيانات (معاملات الشكل القياسي

مع الثوابت) كالتالي :

متغيرات اساسية	X1	x2	x3	s1	s2	s3	الثابت
S1	1	1	2	1	0	0	12
S2	1	2	1	0	1	0	12
S3	2	1	1	0	0	1	12
Z	-6	-4	-5	0	0	0	0

$$12 \div 1 = 12$$

$$12 \div 1 = 12$$

$$12 \div 2 = 6$$

بعد تفريغ البيانات في الجدول رقم 1 في الاعلى وجدنا ثلاث قيم سالبه سنأخذ القيمة الاكبر (-6) لتحديد المتغير الداخل (x1) وسنحدد المتغير الخارج من خلال قسمة قيم الثوابت على ماينظرها من قيم عمود المتغير الداخل (x1). ثم نأخذ القيمة الاصغر لتحديد المتغير الخارج. اذا S3 هو المتغير الخارج. ثم بعد ذلك نطبق المعادلتين.

اولا: نطبق المعادلة الاولى لايجاد معادلة الارتكاز الجديدة

معادلة الارتكاز الجديدة (X1) = معادلة الارتكاز القديمة (S3) ÷ عنصر الارتكاز

$$2 \div 2 = 1, \quad 1 \div 2 = 0.5, \quad 1 \div 2 = 0.5, \quad 0 \div 2 = 0, \quad 0 \div 2 = 0, \quad 1 \div 2 = 0.5, \quad 12 \div 2 = 6$$

$$\text{اذأ معادلة الارتكاز الجديدة} = (1 \quad 0.5 \quad 0.5 \quad 0 \quad 0 \quad 0.5 \quad 6)$$

ثانيا : نطبق المعادلة الثانية لاييجاد عناصر معادلة (S1 , S2 , Z)

المعادلة الجديدة = المعادلة القديمة - معاملها في العمود x معادلة الارتكاز الجديدة

ايجاد عناصر Z الجديدة

$$\begin{aligned} &(-6 \quad -4 \quad -5 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0) \\ &-(-1) \times (1 \quad 0.5 \quad 0.5 \quad 0 \quad 0 \quad 0.5 \quad 6) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (-6) - (-6) \times (1) &= 0 \\ (-4) - (-6) \times (0.5) &= -1 \\ (-5) - (-6) \times (0.5) &= -2 \\ (0) - (-6) \times (0) &= 0 \\ (0) - (-6) \times (0) &= 0 \\ (0) - (-6) \times (0.5) &= 3 \\ (0) - (-6) \times (6) &= 36 \end{aligned}$$

ايجاد عناصر S2 الجديدة

$$\begin{aligned} &(1 \quad 2 \quad 1 \quad 0 \quad 1 \quad 0 \quad 12) \\ &-(-1) \times (1 \quad 0.5 \quad 0.5 \quad 0 \quad 0 \quad 0.5 \quad 6) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (1) - (-1) \times (1) &= 0 \\ (2) - (-1) \times (0.5) &= 1.5 \\ (1) - (-1) \times (0.5) &= 0.5 \\ (0) - (-1) \times (0) &= 0 \\ (1) - (-1) \times (0) &= 1 \\ (0) - (-1) \times (0.5) &= -0.5 \\ (12) - (-1) \times (6) &= 6 \end{aligned}$$

ايجاد عناصر S1 الجديدة

$$\begin{aligned} &(1 \quad 1 \quad 2 \quad 1 \quad 0 \quad 0 \quad 12) \\ &-(-1) \times (1 \quad 0.5 \quad 0.5 \quad 0 \quad 0 \quad 0.5 \quad 6) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (1) - (-1) \times (1) &= 0 \\ (1) - (-1) \times (0.5) &= 0.5 \\ (2) - (-1) \times (0.5) &= 1.5 \\ (1) - (-1) \times (0) &= 1 \\ (0) - (-1) \times (0) &= 0 \\ (0) - (-1) \times (0.5) &= -0.5 \\ (12) - (-1) \times (6) &= 6 \end{aligned}$$

نقوم بتفريغ النواتج في الجدول الجديد رقم 2

متغيرات اساسية	X1	x2	x3	s1	s2	s3	الثابت
S1	0	0.5	1.5	1	0	-0.5	6
S2	0	1.5	0.5	0	1	-0.5	6
X1	1	0.5	0.5	0	0	0.5	6
Z	0	-1	-2	0	0	3	36

نلاحظ ان صف Z يوجد به قيمتان سالبتان نأخذ القيمة الاكبر (-2) لتحديد المتغير الداخل (X3) ونكرر الخطوات من جديد لنصل

الى الحل الامثل. ملاحظه : الجدول رقم 2 سيصبح جدول قديم وننشئ جدول جديد رقم 3

متغيرات اساسية	X1	x2	x3	s1	s2	s3	الثابت
S1	0	0.5	1.5	1	0	-0.5	6
S2	0	1.5	0.5	0	1	-0.5	6
X1	1	0.5	0.5	0	0	0.5	6
Z	0	-1	-2	0	0	3	36

$$6 \div 1.5 = 4$$

$$6 \div 0.5 = 12$$

$$6 \div 0.5 = 12$$

بعدما نقلنا الجدول القديم رقم ٢ في الاعلى واخترنا القيمة السالبة (-2) لتحدد المتغير الداخل (x3) . سنحدد المتغير الخارج من خلال قسمة قيم الثوابت على ماينظرها من قيم عمود المتغير الداخل (x3) ثم نأخذ القيمة الأصغر لتمثل المتغير الخارج. اذا S1 هو المتغير الخارج . بعد ذلك سنطبق المعادلتين.

اولا: نوجد معادلة الارتكاز الجديدة من خلال تطبيق المعادلة الاولى

معادلة الارتكاز الجديدة x3 = معادلة الارتكاز القديمة S1 ÷ عنصر الارتكاز

$$(0 \div 1.5 = 0) \quad (0.5 \div 1.5 = 0.33) \quad (1.5 \div 1.5 = 1) \quad (1 \div 1.5 = 0.66) \quad (0 \div 1.5 = 0) \quad (-0.5 \div 1.5 = -0.33) \quad (6 \div 1.5 = 4)$$

اذأ معادلة الارتكاز الجديدة X3 = (0 0.33 1 0.66 0 -0.33 4)

ثانيا : نطبق المعادلة الثانية لايجاد عناصر معادلة (X1 , S2 , Z)

المعادلة الجديدة = المعادلة القديمة - معاملها في العمود x معادلة الارتكاز الجديدة

ايجاد عناصر Z الجديدة

$$(0 \quad -1 \quad -2 \quad 0 \quad 0 \quad 3 \quad 36) \\ - (1) \times (0 \quad 0.33 \quad 1 \quad 0.66 \quad 0 \quad -0.33 \quad 4)$$

$$(0) - (-2) \times (0) = 0$$

$$(-1) - (-2) \times (0.33) = -0.34$$

$$(-2) - (-2) \times (1) = 0$$

$$(0) - (-2) \times (0.66) = 1.32$$

$$(0) - (-2) \times (0) = 0$$

$$(3) - (-2) \times (-0.33) = 2.34$$

$$(36) - (-2) \times (4) = 44$$

ايجاد عناصر S2 الجديدة

$$(0 \quad 1.5 \quad 0.5 \quad 0 \quad 1 \quad -0.5 \quad 6) \\ - (1) \times (0 \quad 0.33 \quad 1 \quad 0.66 \quad 0 \quad -0.33 \quad 4)$$

$$(0) - (0.5) \times (0) = 0$$

$$(1.5) - (0.5) \times (0.33) = 1.33$$

$$(0.5) - (0.5) \times (1) = 0$$

$$(0) - (0.5) \times (0.66) = -0.33$$

$$(1) - (0.5) \times (0) = 1$$

$$(-0.5) - (0.5) \times (-0.33) = -0.33$$

$$(6) - (0.5) \times (4) = 4$$

ايجاد عناصر X1 الجديدة

$$(1 \quad 0.5 \quad 0.5 \quad 0 \quad 0 \quad 0.5 \quad 4) \\ - (1) \times (0 \quad 0.33 \quad 1 \quad 0.66 \quad 0 \quad -0.33 \quad 4)$$

$$(1) - (0.5) \times (0) = 1$$

$$(0.5) - (0.5) \times (0.33) = 0.33$$

$$(0.5) - (0.5) \times (1) = 0$$

$$(0) - (0.5) \times (0.66) = -0.33$$

$$(0) - (0.5) \times (0) = 0$$

$$(0.5) - (0.5) \times (-0.33) = 0.66$$

$$(6) - (0.5) \times (4) = 4$$

نقوم بتفريغ النواتج في الجدول الجديد رقم 2

م / اساسية	X1	x2	x3	s1	s2	s3	الثابت
X3	0	0.33	1	0.66	0	-0.33	4
S2	0	1.33	0	-0.33	1	-0.33	4
X1	1	0.33	0	-0.33	0	0.66	4
Z	0	-0.34	0	1.32	0	2.34	44

نلاحظ ان صف Z يوجد به قيمة سالبة واحدة (-0.34) لتحدد المتغير الداخل (X2) فسنكرر الخطوات من جديد لنصل

الى الحل الامثل . ملاحظه : الجدول رقم ٣ سيصبح جدول قديم وننشئ جدول جديد رقم ٤

متغيرات أساسية	X1	x2	x3	s1	s2	s3	الثابت
X3	0	0.33	1	0.66	0	-0.33	4
S2	0	1.33	0	-0.33	1	-0.33	4
X1	1	0.33	0	-0.33	0	0.66	4
Z	0	-0.34	0	1.32	0	2.34	44

خارج القسمة $4 \div 0.33 = 12$ —

خارج القسمة $4 \div 1.33 = 3$ —

خارج القسمة $4 \div 0.33 = 12$ —

بعدما نقلنا الجدول القديم رقم 3 في الاعلى واخترنا القيمة السالبة (-0.34) لتحدد المتغير الداخل (X2) فسنددد المتغير الخارج من خلال قسمة قيم الثوابت على ماينظرها من قيم العمود المتغير الداخل (X2) ونأخذ القيمة الأصغر لتمثل المتغير الخارج. اذا (S2) هو المتغير الخارج اولاً: نوجد معادلة الارتكاز الجديدة من خلال تطبيق المعادلة الاولى

معادلة الارتكاز الجديدة (X2) = معادلة الارتكاز القديمة (S2) ÷ عنصر الارتكاز

$$(0 \div 1.33 = 0) \quad (1.33 \div 1.33 = 1) \quad (0 \div 1.33 = 0) \quad (-0.33 \div 1.33 = -0.25) \quad (1 \div 1.33 = 0.75) \quad (-0.33 \div 1.33 = -0.25) \quad (4 \div 1.33 = 3)$$

ثانياً: نطبق المعادلة الثانية لايجاد عناصر معادلة (X1 , X3 , Z)

المعادلة الجديدة = المعادلة القديمة - معاملها في العمود x معادلة الارتكاز الجديدة

ايجاد عناصر Z الجديدة

$$(0 \quad -0.34 \quad 0 \quad 1.32 \quad 0 \quad 2.34 \quad 44) \\ - (-0.34) \times (0 \quad 1 \quad 0 \quad -0.25 \quad 0.75 \quad -0.25 \quad 3)$$

$$(0) - (-0.34) \times (0) = 0$$

$$(-0.34) - (-0.34) \times (1) = 0$$

$$(0) - (-0.34) \times (0) = 0$$

$$(1.32) - (-0.34) \times (-0.25) = 1.24$$

$$(0) - (-0.34) \times (0.75) = 0.25$$

$$(2.34) - (-0.34) \times (-0.25) = 2.25$$

$$(44) - (-0.34) \times (3) = 45.02$$

ايجاد عناصر X3 الجديدة

$$(0 \quad 0.33 \quad 1 \quad 0.66 \quad 0 \quad -0.33 \quad 4) \\ - (0.33) \times (0 \quad 1 \quad 0 \quad -0.25 \quad 0.75 \quad -0.25 \quad 3)$$

$$(0) - (0.33) \times (0) = 0$$

$$(0.33) - (0.33) \times (1) = 0$$

$$(1) - (0.33) \times (0) = 1$$

$$(0.66) - (0.33) \times (-0.25) = -0.75$$

$$(0) - (0.33) \times (0.75) = -0.25$$

$$(-0.33) - (0.33) \times (-0.25) = -0.25$$

$$(4) - (0.33) \times (3) = 3.01$$

ايجاد عناصر X1 الجديدة

$$(1 \quad 0.33 \quad 0 \quad -0.33 \quad 0 \quad 0.66 \quad 4) \\ - (0.33) \times (0 \quad 1 \quad 0 \quad -0.25 \quad 0.75 \quad -0.25 \quad 3)$$

$$(1) - (0.33) \times (0) = 1$$

$$(0.33) - (0.33) \times (1) = 0$$

$$(0) - (0.33) \times (0) = 0$$

$$(-0.33) - (0.33) \times (-0.25) = -0.25$$

$$(0) - (0.33) \times (0.75) = -0.25$$

$$(0.66) - (0.33) \times (-0.25) = 0.74$$

$$(4) - (0.33) \times (3) = 3.01$$

نقوم بتفريغ النواتج في الجدول الجديد رقم 2

متغيرات اساسية	X1	x2	x3	s1	s2	s3	الثابت
X3	0	0	1	-0.75	-0.25	-0.25	3.01
X2	0	1	0	-0.25	0.75	-0.25	3
X1	1	0	0	-0.25	-0.25	0.74	3.01
Z	0	0	0	1.24	0.25	2.25	45.02

نلاحظ ان صف Z خالي تماماً من القيم السالبة . اذاً وصلنا الى الحل الامثل . حيث ان دالة الهدف العظمى Z تحققة عند القيمة

$$(45.02) \text{ وتحققة الدالة } Z \text{ عند النقاط } (3 - 3.01)$$

المصطلحات الانجليزية للمحاضرة السادسة

المصطلح بالانجليزي	المصطلح بالعربي
Standard form	الشكل القياسي
Pivot Column	العمود المحوري
Pivot equation	صف الارتكاز
Pivot element	العنصر المحوري
Slack Variables	متغيرات راكدة

(أسئلة وردت في اختبارات سابقة للمحاضرات السادسة والسابعة والثامنة)

س١/ المتباينة من النوع \leq (أقل من أو يساوي) تتحول إلى مساواة في

الصورة القياسية عن طريق :

- أ- ضرب طرفي المعادلة ب (-1) .
- ب- نقل الطرف الأيمن إلى الطرف الأيسر مع تغيير الإشارة . في حالة الشكل القياسي لدالة الهدف
- ج- إضافة متغير راكد . اجابة صحيحة
- د- طرح متغير راكد . اذا كانت المتباينة من نوع \geq

س٢/ Pivot Element يعني :

- أ- العنصر الداخل .
- ب- العنصر المحوري .
- ج- معاملة الارتكاز .
- د- العنصر المتحرك .

**س٣/ إذا كانت جميع عناصر صف دالة الهدف عند استخدام السمبلكس
أصفار أو قيم موجبة فهذا يدل على :**

- أ- الحل الأمثل قد تم التوصل إليه في الجدول السابق .
- ب- **الحل الأمثل قد تم التوصل إليه في الجدول الحالي .**
- ج- لازال هناك مجال لتحسين الحل وإيجاد جدول جديد .
- د- هناك أكثر من حل أمثل .

س٤/ يجب أن يكون العنصر المحوري في جدول السمبلكس :

- أ- صفر .
- ب- **موجب .**
- ج- عدد صحيح .
- د- سالب .

**س٥/ إذا كان أحد القيود في الشكل القياس هو $x_1 + x_2 + S_1 = 150$ فإن
قيمة x_1 في الحل الابتدائي تساوي :**

- أ- 1
- ب- 147
- ج- **0**
- د- 150

**س٦/ إذا وجدنا قيمة سالبة واحدة فقط في صف دالة الهدف في جدول
السمبلكس فهذا يعني أن :**

- أ- الحل الأمثل قد تم التوصل إليه في الجدول السابق .
- ب- الحل الأمثل قد تم التوصل إليه في الجدول الحالي .
- ج- **لازال هناك مجال لتحسين الحل وإيجاد جدول جديد .**
- د- هناك أكثر من حل أمثل .

هذا البرنامج الخطي التالي (شاملاً الاسئلة من ١ الى ٤)

$$Max z = 40x_1 + 50x_2$$

s.t

$$x_1 + 2x_2 \leq 40$$

$$4x_1 + 3x_2 \leq 120$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

(١) دالة الهدف في الشكل القياسي لهذه المسألة ستكون على الشكل :

$$Max z - 40x_1 - 50x_2 = 0 \text{ -أ}$$

ب- $Max z + 40x_1 + 50x_2 = 0$ خطأ في الإشارات عند النقل من الطرف الأيمن إلى الأيسر يجب ان تكون سالبة

ج- $Min z - 40x_1 - 50x_2 = 0$ خطأ لأن الدالة من النوع max وليست min

د- $Max z - 40x_1 + 50x_2 = 0$ الخطاء في إشارة الموجب

(٢) القيد الأول في الشكل القياسي لهذه المسألة سيكون على الشكل :

أ- $X_1 + 2X_2 - S_1 = 40$ الخطاء في إشارة السالب للمتغير s1 يجب ان تكون موجبة والسبب اصل المتباينة \leq

ب- $X_1 + 2X_2 + S_1 \leq 40$ الخطاء في علامة المتباينة \leq يجب ان تكون =

ج- $X_1 + 2X_2 - S_1 \leq 40$ الخطاء في إشارة السالب للمتغير s1 يجب ان تكون موجبة بالإضافة إلى علامة المتباينة خاطئة يجب ان تكون =

$$X_1 + 2X_2 + S_1 = 40 \text{ -د}$$

(٣) القيد الثاني في الشكل القياسي لهذه المسألة سيكون على الشكل :

أ- $4x_1 + 3x_2 + s_2 \leq 120$ الخطاء في علامة المتباينة \leq يجب ان تكون =

$$4x_1 + 3x_2 + s_2 = 120 \text{ -ب}$$

ج- $4x_1 + 3x_2 - s_2 \leq 120$ الخطاء في علامة المتباينة يجب ان تكون = بالإضافة إلى إشارة السالب في المتغير s1 يجب ان تكون موجبة

د- $4x_1 - 3x_2 + s_2 = 120$ الخطاء في إشارة السالب للمتغير x2 يجب ان تكون موجبة

(٤) قيد عدم السالبة في الشكل القياسي سيأخذ الشكل التالي :

أ- $X_1, X_2 \geq 0$ خطأ لعدم وجود المتغيرات الراكدة

ب- $X_1 + X_2 + S_1 + S_2 \geq 0$ خطأ لوجود العلامات الحسابية الموجبة يجب ان تكون فواصل

$$X_1, X_2, S_1, S_2 \geq 0 \text{ -ج}$$

د- $s_1, s_2 \geq 0$ خطأ لان قيد عدم السالبة لا يصاغ بهذا الشكل

من خلال الجدول التالي أجب على الفقرات (من ١ إلى ٥) :

الثابت	S2	S1	X2	X1	م أساسية
40	0	1	2	1	S1
120	1	0	3	4	S2
0	0	0	-50	-40	z

(١) المتغير الداخل من الجدول هو :

أ- x_1

ب- s_1

ج- s_2

د- x_2 استدلينا عليه من خلال القيمة السالبة الاكبر في صف z (-50)

(٢) المتغير الخارج من الجدول هو :

أ- x_1

ب- s_1 استدلينا عليه من خلال قسمة قيم الثوابت على قيم المتغير الداخل x_2 فوجدنا ان s_1 يأخذ القيمة الأصغر

ج- s_2

د- x_2

(٣) قيمة العنصر المحوري هو :

أ- 2 لأنه تقاطع المتغير الداخل x_2 مع المتغير الخارج s_1

ب- 1

ج- 3

د- 4

(٤) معادلة الارتكاز الجديدة :

أ- $(0.5, 1, 0.5, 0, 20)$ تطبيق القانون ... معادلة الارتكاز الجديدة $x_2 =$ معادلة الارتكاز القديمة s_1 ÷ عنصر الارتكاز

ب- $(0.5, 1, 0.5, 0, 40)$

ج- $(1, 0, 0.5, 0, 20)$

د- $(1, 2, 1, 0, 40)$

٥) معادلة صف z الجديدة هي :

أ- (-40 ، 0 ، 0 ، 0 ، 0)

ب- (-40 ، -50 ، 0 ، 0 ، 1000)

ج- (-15 ، 0 ، 25 ، 0 ، 1000) تطبيق القانون ... معادلة z الجديدة = (معادلة z القديمة) - معاملها في العمود x معادلة الارتكاز الجديدة

د- (-15 ، 25 ، 01 ، 0 ، 0)

إذا كان جدول الحال النهائي على النحو التالي (الأسئلة من ١ الى ٥)

م أساسية	X1	X2	S1	S2	الثابت
X1	1	0	*	*	8
X2	0	1	*	*	24
Z	0	0	*	*	1360

١) قيمة المتغير x1 هي :

أ- 8 استدلينا عليه من الجدول مباشرة

ب- 24

ج- 32

د- 1360

٢) قيمة المتغير x2 هي :

أ- 24 استدلينا عليه من الجدول مباشرة

ب- 32

ج- 1360

د- 8

٣) قيمة دالة الهدف Z هي :

أ- 8

ب- 1360 استدلينا عليـة من الجدول مباشرة

ج- 1392

د- 24

٤) النقطة المثلى لهذه المسألة هي :

أ- (8 , 24)

ب- (1 , 0)

ج- (0 , 1)

د- (8 , 24) استدلينا عليـة من الجدول مباشرة

٥) هل يمكن تحسين الحل لهذا الجدول :

أ- لا لانه لا يوجد قيم سالبة في صف z

ب- نعم

ج- المعلومات المعطاة غير كافية .

د- طريقة السمبلكس لا توفر آلية للتعرف على إمكانية تحسين الحل .

لدينا البرنامج الخطي التالي :

$$Maxz = 2x_1 + 3x_2$$

s.t

$$x_1 + 2x_2 \leq 80 \quad (1)$$

$$x_1 + x_2 \leq 55 \quad (2)$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

أجب على الفقرات التالية :

١) دالة الهدف في الشكل القياسي لهذه المسألة ستكون على الشكل :

أ- $Max z - 2x_1 + 3x_2 = 0$ خطأ لوجود علامة الموجب امام المتغير x_2

ب- $Max z - 2x_1 - 3x_2 = 0$

ج- $Max z + 2x_1 - 3x_2 = 0$ خطأ لوجود علامة الموجب امام المتغير x_1

د- $Min z - 2x_1 - 3x_2 = 0$ خطأ لأن دالة الهدف من نوع التعظيم max

٢) القيد الأول في الشكل القياسي لهذه المسألة سيكون على الشكل :

أ- $x_1 + 2x_2 + s_1 = 80$

ب- $x_1 + 2x_2 + s_1 \leq 80$ خطأ لأن علامات المتباينات (ك) (\geq) لا توضع في الشكل القياسي اطلاقاً

ج- $x_1 + 2x_2 + s_1 \geq 80$ خطأ لأن علامات المتباينات (ك) (\geq) لا توضع في الشكل القياسي اطلاقاً

د- $x_1 + 2x_2 - s_1 = 80$ خطأ لوجود علامة السالب امام المتغير s_1 والصحيح يجب ان تكون موجبة والسبب اصل المتباينة ك

٣) القيد الثاني في الشكل القياسي لهذه المسألة سيكون على الشكل :

أ- $x_1 + x_2 - s_1 = 55$ خطأ لوجود علامة السالب امام المتغير s_1 والصحيح يجب ان تكون موجبة والسبب اصل المتباينة ك

ب- $x_1 + x_2 + s_1 \leq 55$ خطأ لأن علامات المتباينات (ك) (\geq) لا توضع في الشكل القياسي اطلاقاً

ج- $x_1 + x_2 - s_1 \leq 55$ خطأ لأن علامات المتباينات (ك) (\geq) لا توضع في الشكل القياسي اطلاقاً

د- $x_1 + x_2 + s_1 = 55$

إذا كان جدول الحال الابتدائي على النحو التالي :

الثابت	S2	S1	X2	X1	م أساسية
0	*	*	-3	-2	Z
80	*	*	2	1	S1
55	*	*	1	1	S2

أجب على الفقرات التالية :

١) المتغير الداخل في الجدول هي :

أ- x_1

ب- x_2 استدلينا عليا من خلال القيمة السالبة الأكبر في صف z (-3)

ج- s_1

د- s_2

٢) المتغير الخارج من الجدول هو :

أ- x_1

ب- x_2

ج- s_1 استدلينا عليا من خلال قسمة قيم الثوابت على ماينظرها من قيم المتغير الداخل x_2

د- s_2

٣) قيمة العنصر المحوري هي :

أ- -2

ب- 0.5

ج- 1

د- 2 تقاطع المتغير الداخل x_2 مع المتغير الخارج x_1

٤) الصف المحوري الجديد سوف يكون :

أ- $(2 \quad 1 \quad * \quad * \quad 55)$

ب- $(0.5 \quad 1 \quad * \quad * \quad 80)$

ج- $(1 \quad 1 \quad * \quad * \quad 80)$

د- $(0.5 \quad 1 \quad * \quad * \quad 40)$ تطبيق القانون ... معادلة الارتكاز الجديدة $x_2 =$ معادلة الارتكاز القديمة $s_1 \div$ عنصر الارتكاز

٥) معادلة صف Z الجديدة في الجدول الجديد هي :

- أ- $(120 \quad * \quad * \quad 0 \quad -0.5)$ نطبق القانون ... معادلة Z الجديدة = (معادلة Z القديمة) - معاملها في العمود X معادلة الارتكاز الجديدة
- ب- $(40 \quad * \quad * \quad 0 \quad 0)$
- ج- $(120 \quad * \quad * \quad 0 \quad 0.5)$
- د- $(120 \quad * \quad * \quad -3 \quad -2)$

إذا كان جدول الحل لبرنامج خطي ما على النحو التالي :

م أساسية	X1	X2	S1	S2	الثابت
Z	0.0001	0	*	*	75
X2	0	1	*	*	8
S2	1	0	*	*	10

أجب على الفقرات التالية :

١) قيمة دالة الهدف Z هي :

- أ- 80
- ب- 75 من الجدول مباشرة
- ج- 93
- د- 18

٢) النقطة التي تحقق عندها الحل الأمثل هي :

- أ- $(0 \quad ، \quad 8)$
- ب- $(8 \quad ، \quad 10)$ من الجدول مباشرة
- ج- $(8 \quad ، \quad 0)$
- د- $(1 \quad ، \quad 0)$

٣) قيمة s_1 هي :

أ- 8

ب- 10

ج- 0 لا يوجد له قيمة في الجدول

د- 1

٤) قيمة x_1 هي :

أ- 0 لا يوجد له قيمة في الجدول

ب- 10

ج- 8

د- لا يمكن حسابها

٥) هل يمكن تحسين الحل لهذا الجدول النهائي :

أ- نعم

ب- طريقة السمبلكس لا توفر آلية للتعرف على إمكانية تحسين الحل .

ج- لا لانه خالي من القيم السالبة

د- المعلومات المعطاة غير كافية .

المحاضرة التاسعة (تحليل القرارات)

س١/ كيف يساعد تحليل القرار على اتخاذ القرار؟

ج ١ : تحليل القرار يساعد على اتخاذ القرار من خلال اختيار بديل من مجموعة من القرارات البديلة والممكنة تحت ظروف معينة عندما يكون هناك حالات في ظل عدم التأكد أو في ظل المخاطرة أو حتى في حالات التأكد التام . **كيف يكون ذلك؟**
يكون ذلك من خلال التالي :

- ١- تحديد المشكلة .
- ٢- تحديد البدائل المختلفة لحل المشكلة تمهيداً لاختيار إحداها .
- ٣- تحديد بعض الأهداف والتي عليها يترتب المفاضلة بين البدائل المختلفة .
- ٤- دراسة البدائل المطروحة لاختيار أفضلها في ظل الإمكانيات المتاحة .
- ٥- تحديد المناخ الذي يتخذ في ظله القرار وما يتضمنه من اعتبارات مثل :
- شخصية متخذ القرار (شخصية تفاؤلية أو تشاؤمية) .
- الظروف المحيطة بعملية اتخاذ القرار : التأكد والمخاطرة ، أو عدم التأكد .
- المتغيرات البيئية الخارجة عن نطاق السيطرة .

س٢/ ما يتكون جدول العوائد؟

- ١- البدائل : عبارة عن مجموعة من الأساليب والطرق التي تُمكن متخذ القرار من تحقيق أهدافه ويرمز له a_1, a_2, \dots, a_n
- ٢- الطبيعة أو الحالة الفظرية للظروف التي تواجهه متخذ القرار ويرمز له s_1, s_2, \dots, s_k
- ٣- الاحتمالات الخاصة بإمكانية حدوث كل حالة .
- ٤- النتائج المتحققة أو ما يسمى بالعائد من احتمال حدوث كل حالة طبيعية ويرمز له Π_{ij} .

		State of Nature (حالة الطبيعة)				
		S1	S2	S3	...	SK
Action (الفعل)	a1	π_{11}	π_{12}	π_{13}	...	π_{1k}
	a2	π_{21}	π_{22}	π_{23}	...	π_{2k}
	a3	π_{31}	π_{32}	π_{33}	...	π_{3k}

	an	π_{n1}	π_{n2}	π_{n3}	...	π_{nk}

س / أذكر مثال يوضح تحليل القرارات وجدول العوائد ؟

المثال على ذلك :

تعرضت شركة الصقر لمشكلة في زيادة إنتاجيتها لتقوم بتغطية احتياجات السوق المختلفة . فهنا بدأت الإدارة العليا في شركة الصقر بتحديد البدائل التالية :

- ١- توسيع المصنع الحالي .
- ٢- بناء مصنع جديد بطاقات إنتاجية كبيرة .
- ٣- التعاقد مع منظمة أخرى لتلبية الطلبات الداخلية .

ومن ثم بدأت الإدارة العليا في الشركة بوضع قائمة لتحديد الاتجاهات المستقبلية والتي ربما عادةً تكون خارج نطاق سيطرة متخذي القرار ، فهنا قدرة الشركة أن الطلب على المنتجات أما سيكون بحجم عالي أو بحجم متوسط أو بحجم منخفض نتيجة لعوامل مؤثرة خارجية . كرضى الزبون على المنتج من عدمه أو وجود منافسة عالية في السوق . وبالطبع هدف الشركة هو الربح دائماً أو تخفيض التكاليف قدر المستطاع ، لذا بدأت الإدارة العليا بشركة الصقر بإعداد جدول العوائد على النحو التالي :

البدايل والاستراتيجيات Alternative Strategies	حالات الطبيعة (الطلب على المنتج) State of Nature				
	عالي	متوسط	منخفض	عدم الطلب	
← البديل الأول	التوسع	30	15	-15	-23
← البديل الثاني	بناء مصنع جديد	50	20	-30	-60
← البديل الثالث	التعاقد	20	10	-1	-5

تفسير وشرح جدول العوائد السابق .

تم إعداد الجدول على أن البدائل وضعت على شكل صفوف في الجدول والتي هي (توسيع المصنع - بناء مصنع جديد - التعاقد مع منظمة أخرى) ووضعت في الأعمدة الحالات الطبيعية للطلب على المنتج فإما يكون طلب **عالي** أو طلب **متوسط** أو طلب **منخفض** أو **لا يوجد على المنتج طلب** ، ثم وضعت أرقام تقديرية في الجدول فمثلاً الرقم (30) يدل على أن الطلب عالي في حالة البديل الأول وهو التوسيع في المصنع . أي سيعطي ربحاً إضافياً قدره (30) أما الرقم (15) فيدل على أن الطلب متوسط في حالة توسيع المصنع والرقم (-15) فيدل على أن الطلب منخفض في حالة توسيع المصنع والرقم (-23) فيدل على أنه لا يوجد طلب على المنتج في حالة توسيع المصنع ، وكذلك يطبق نفس المفهوم على البديل الثاني والثالث .

ولكن لابد أن تعمل الإدارة العليا على اختيار وتطبيق نموذج نظرية القرارات والتي

صنفت في المنظمة كالتالي :

- أ- القرارات في حالة التأكد .
- ب- القرارات في حالة عدم التأكد .
- ج- القرارات في حالة المخاطرة .

أ- القرارات في حالة التأكد :

فهذا يعني أن القرارات اعتمدت على معلومات مؤكدة فإبتالي لا تصبح مشكلة بالنسبة للشركة .

ب- القرارات في حالة عدم التأكد :

فهذا يعني أن المعلومات غير كافية لمتخذ القرار في الشركة ، لذا يجب عليه أن يستعين بمعيار معين لاختيار البديل المناسب .

حيث يوجد هناك ثلاثة معايير :

أولاً : معيار أقصى الأقصى (المتفائل) ويطلق عليها بالإستراتيجية التفاؤلية. حيث يتم اختيار أقصى الممكن من الأرباح لكل بديل ومن ثم يُختار المكسب الأكبر من ضمن هذه البدائل ، الجدول التالي يوضح ذلك :

البدائل	حالات الطبيعة (الطلب على المنتج)				الأقصى في الصفوف
	عالي	متوسط	منخفض	عدم الطلب	
التوسع	30	15	-15	-23	30
بناء مصنع جديد	50	20	-30	-60	أقصى الأقصى
التعاقد	20	10	-1	-5	20

نلاحظ أن الرقم (30) هو الأقصى في صف التوسع ونلاحظ أن الرقم (50) هو الأقصى في صف بناء مصنع جديد ونلاحظ أن الرقم (20) هو الأقصى في صف التعاقد ، لذا يجب على متخذ القرار في الشركة أن يختار الرقم (50) لأنه هو الرقم **أقصى الأقصى** في البدائل الثلاث والذي يمثل بناء مصنع جديد للشركة .

ثانياً : معيار أقصى الأدنى . يطلق عليها بالإستراتيجية التشارؤية ، حيث يحاول متخذ القرار في الشركة تقادي الخسائر المحتملة من خلال اختيار أسوأ النتائج ومن ثم اختيار أفضلها ، الجدول التالي يوضح ذلك :

البدائل والاستراتيجيات	حالات الطبيعة (الطلب على المنتج)				الأقصى في الصفوف
	عالي	متوسط	منخفض	عدم الطلب	
التوسع	30	15	-15	-23	-23
بناء مصنع جديد	50	20	-30	-60	-60
التعاقد	20	10	-1	-5	-5 أقصى الأدنى

نلاحظ أن الرقم (-23) هو الأدنى في صف التوسع ونلاحظ أن الرقم (-60) هو الأدنى في صف بناء مصنع جديد ونلاحظ أن الرقم (-5) هو الأدنى في صف التعاقد .

لذا يجب على متخذ القرار في الشركة أن يختار الرقم (-5) لأنه هو الرقم **أقصى الأدنى** في البدائل الثلاث والذي يمثل التعاقد ليكون هو البديل والقرار الأفضل .
ثالثاً : معيار أدنى الأقصى (الندم ، الأسف) ويطلق عليه الفرصة الضائعة ويفترض فيه أن متخذ القرار قد يندم على قرار قد اتخذه . فعليه أنه يحاول تقليل قيمة الندم أو الفرصة الضائعة .

تحل المشكلة في هذا المعيار بعدة خطوات :

البدائل والاستراتيجيات	حالات الطبيعة (الطلب على المنتج)			
	عالي	متوسط	منخفض	عدم الطلب
التوسع	30	15	-15	-23
بناء مصنع جديد	50	20	-30	-60
التعاقد	20	10	-1	-5

الخطوة الأولى : نختار أكبر قيمة في كل عمود ونقوم بطرحها من القيم الموجودة في نفس العمود ، فمثلاً العمود الأول والذي يمثل الطلب العالي على المنتج أكبر قيمة به هي (50) .

إذاً :

$$50 - 30 = 20$$

$$50 - 50 = 0$$

$$50 - 20 = 30$$

العمود الثاني والذي يمثل الطلب المتوسط على المنتج أكبر قيمة هي (20) .

إذاً :

$$20 - 15 = 5$$

$$20 - 20 = 0$$

$$20 - 10 = 10$$

العمود الثالث والذي يمثل الطلب المنخفض على المنتج أكبر قيمة هي (-1) .

إذاً :

$$(-1) - (-15) = 14$$

$$(-1) - (-30) = 29$$

$$(-1) - (-1) = 0$$

العمود الرابع والذي يمثل عدم الطلب على المنتج أكبر قيمة هي (-5) .

إذاً :

$$(-5) - (-23) = 18$$

$$(-5) - (-60) = 55$$

$$(-5) - (-5) = 0$$

الخطوة الثانية : ننقل جميع النواتج في جدول جديد (مصفوفة الندم) .

البدائل	حالات الطبيعة (الطلب على المنتج)			
	عالي	متوسط	منخفض	عدم الطلب
الاستراتيجيات والتوسع	20	5	14	18
بناء مصنع جديد	0	0	29	55
التعاقد	30	10	0	0

الخطوة الثالثة : في هذه الخطوة سوف نتعامل مع الصفوف (البدائل) حيث نختار لكل صف القيمة الأكبر .

إذاً أكبر قيمة في صف (التوسع) هي 20

أكبر قيمة في صف (بناء مصنع) هي 55

أكبر قيمة في صف (التعاقد) هي 30

الخطوة الرابعة : نختار القيمة الأقل من قيم البدائل فنجد أن القيمة (20) هي القيمة الأقل والتي تمثل خيار التوسع .

إذاً : نجد أن القرار يختلف باختلاف المعيار المستخدم فمثلاً المعيار الأول (أقصى الأقصى) كان القرار هو اختيار بناء مصنع جديد .

والمعيار الثاني (أقصى الأدنى) كان القرار هو اختيار التعاقد .

والمعيار الثالث (أدنى الأقصى الندم) كان القرار هو اختيار البديل الأول (التوسع).

ج - القرارات في حالة المخاطرة :

فهذا يعني أن متخذ القرار على علم باحتمال وقوع كل حالة من حالات الطبيعة حيث تُستخرج هذه الاحتمالات من سجلات الماضي أو بمقارنة مع منظمات مماثلة أو من خلال حكم متخذ القرار بها .

س / توجد عدة معايير تساعد وتسهل عملية اتخاذ القرار في حالة المخاطرة أذكر منها اثنين ؟

- أ- معيار القيمة المتوقعة .
- ب- معيار خسارة الفرصة المتوقعة .

س / ماذا يتطلب معيار القيمة المتوقعة ؟

يتطلب هذا المعيار حساب القيمة المتوقعة لكل بديل والذي هو مجموع أوزان هذه البدائل .

وضح ذلك ؟

تمثل الأوزان بحاصل ضرب الأرباح أو التكاليف بالاحتمالات المقابلة لها لحالات الطبيعة المختلفة .

س / عندما يكون عدد البدائل كثيرة . ما هي الطريقة التي تُستخدم في عرض وتحليل البيانات ؟

شجرة القرارات .

س / معيار القيمة المتوقعة يفيد في حالتين . أذكرهما ؟

- ١- في حالة التخطيط لأمد طويل وحالات اتخاذ القرارات تكرر نفسها .
- ٢- في حالة متخذ القرار محايد بالنسبة للمخاطر .

س / (EVPI) وتعني الحسارة في العائد المتوقع والذي نحصل عليه من المعرفة الأكيدة عن حالات الطبيعة المستقبلية . أذكر القانون الذي يبين القيمة النقدية المتوقعة (ERV) ؟

القانون هو :

$$ERV = r_1.P(r1) + r_2.P(r2) + \dots + r_n.p(rn)$$

ERV ← تعني مجموع قيم العائد المتوقعة .

r ← تعني العائد .

P ← تعني الاحتمالية (احتمال وقوع هذا العائد) .

س / أذكر مثال يوضح كيفية الحصول على القيمة النقدية المتوقعة مستخدماً قانون (EVR) ؟

المثال هو :

إذا افترضنا أنه يوجد لدينا نوعين من الاستثمارات (سندات - أسهم) وتعتبر هي البدائل ، وحالات الطبيعة فيها إما أن تكون استثمارات ممتازة أو استثمارات ضعيفة وتُعطى أيضاً احتمالين بالرقم النسبي المئوي (ممتاز 30% ، ضعيف 70%) والقيم المعطاة على سبيل المثال ، للسندات في حالة الممتاز (100) وفي حالة الضعيف (200) وبالنسبة للأسهم في حالة الممتاز (300) وفي الضعيف (100) .

	ممتاز 30%	ضعيف 70%
← البديل الأول سندات	100	200
← البديل الثاني أسهم	300	100

$$\begin{aligned} \text{← السندات} \quad EVR &= 100 (0.3) + 200(0.7) \\ &= 30 + 140 = 170 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{← الأسهم} \quad Evr &= 300 (0.3) + 100 (0.7) \\ &= 90 + 70 = 160 \end{aligned}$$

بما أنه يتحدث أن أرباح فطبعاً **السندات** هي البديل الأفضل . حيث أنها حصلت على الاحتمالية الأكبر .

س / ما هو معيار خسارة الفرصة المتوقعة ؟

هو مقدار ما يخسره متخذ القرار من العائد الأمثل إذا حدثت حالة طبيعية J علماً بأن قراره هو البديل Ai .

س / ما هي شجرة القرار ؟

هي أداة مساعدة في عرض وتحليل أي مشكلة قرار في ظل المخاطرة ، وهي تمثيل تصويري للعناصر المرتبطة بمشكلة القرار والعلاقات التي تربط بينهم ، حيث تسهل على عملية اتخاذ القرار ، وتكمن أهميتها في حالة القرارات ذات المراحل المتعددة والتي يصعب عرضها وتحليلها بمصفوفة عوائد أو تكاليف .

غالباً ما تُستخدم هذه الطريقة عند :

- 1- اتخاذ قرارات بشأن المشاكل كبيرة الحجم أو متعددة المراحل (القرارات المتتالية)
- 2- عندما يكون عدد الخيارات كبير ، وكذلك حالات الطبيعة محصورة .

س / كيف يمكننا تمثيل شجرة القرار ؟

- عُقدة قرار (اختيار بديل) تُمثل بـ
- عُقدة مخاطرة أو عدم تأكد : القرار يمر بعدة حالات طبيعية تُمثل بـ
- الروابط بين العقد تسلسل القرار .
- أطراف الشجرة تمثل العائد النهائي لتابع القرار لهذا الطرف .

مثال : ترغب شركة باستثمار مبلغ من المال خلال عام ، ولدى الشركة ثلاث فرص استثمارية : شركة بيع أثاث ، أو شراء أسهم ، أو تسويق سيارات ، وقد دلت الدراسات الإحصائية على أن الوضع الاقتصادي في البلد يكون إما في حالة نمو

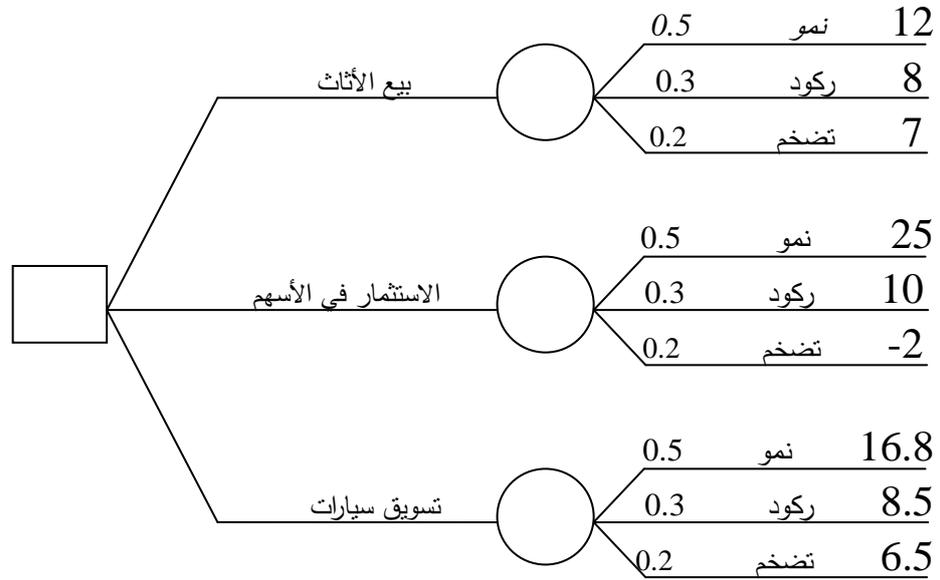
بنسبة 50% أو في حالة ركود بنسبة 30% أو في حالة تضخم بنسبة 20% ومن خلال استقرار الشركة لحالات الاقتصاد تتوقع أن تكون نسبة الأرباح من كل نشاط كالتالي :

حالة النمو : بيع أثاث = 12%	أسهم = 25%	تسويق سيارات = 16.8%
حالة الركود: بيع أثاث = 8%	أسهم = 10%	تسويق سيارات = 8.5%
حالة التضخم : بيع أثاث = 7%	أسهم = -2%	تسويق سيارات = 6.5%

المطلوب رسم شجرة القرار .

الشركة عليها أن تحدد أي البدائل ستختار في البداية .

بعد بداية الاستثمار يمر القرار بحالات الطبيعة : نمو - ركود - تضخم .



- لحل شجرة القرار يجب تحديد معيار مناسب لتحديد القرار في حالة المخاطرة ومعيار مناسب لتحديد القرار في حالة عدم التأكد .

- يتم تقييم العقد على شجرة القرار ابتداء من أطراف (أوراق) شجرة القرار رجوعاً جذر الشجرة

- تقييم عقدة المخاطرة على أساس معيار المخاطرة المناسب .

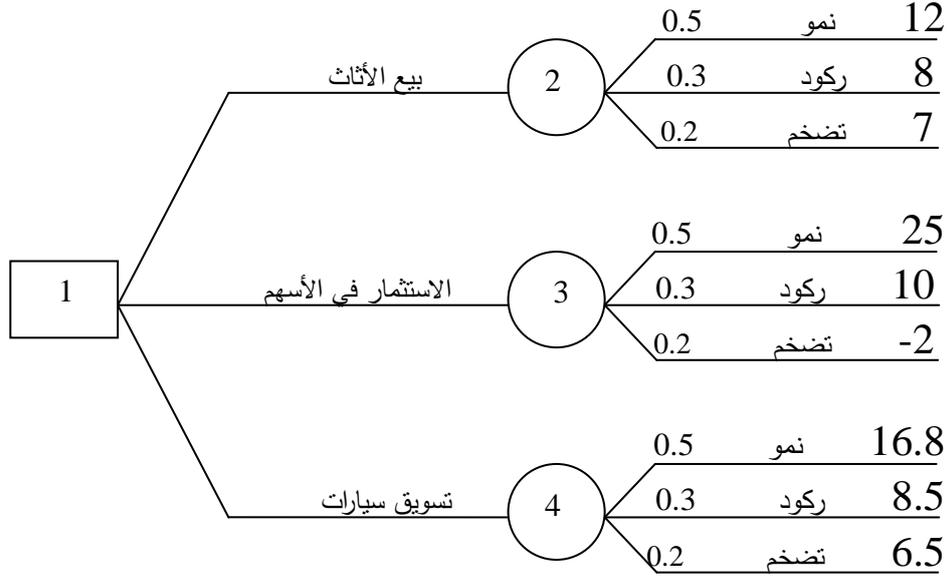
- تقييم عقدة عدم التأكد على أساس معيار حالة عدم التأكد المناسب .

- تقييم عقدة (الاختيار) على أساساً أفضل البدائل عند هذه العقدة .

- الأكبر في حالة الأرباح .

- الأقل في حالة التكاليف .

القيم على أساس القيمة المتوقعة في المخاطرة



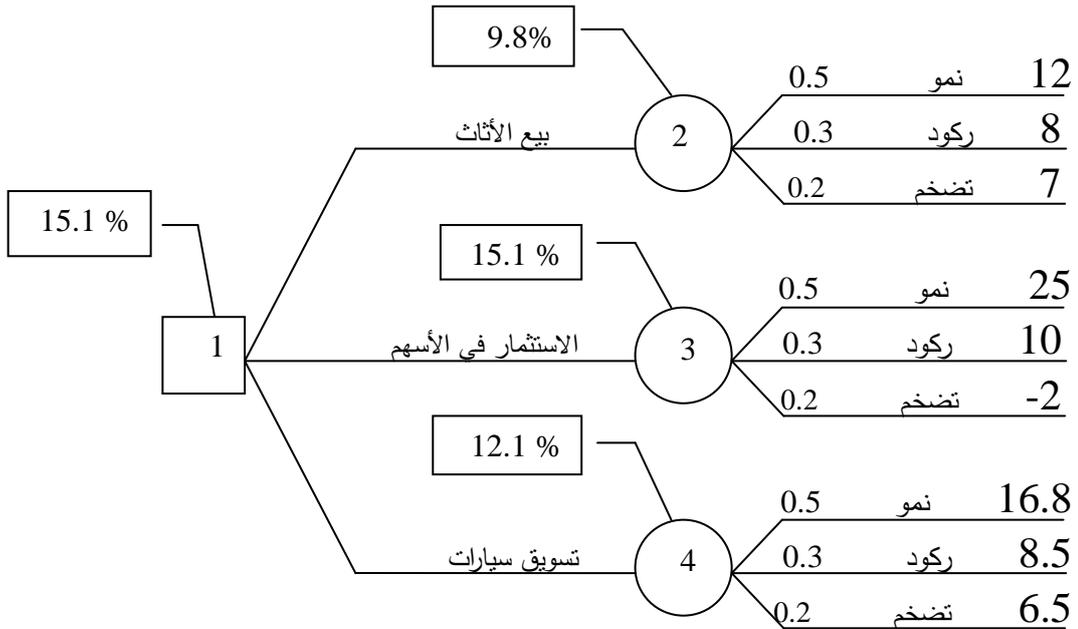
- تقييم عُقدة المخاطرة i هو $E[i]$

- تقييم عُقدة القرار i هو $D[i]$

$$E[2] = 0.5(12) + 0.3(8) + 0.2(7) = 9.8\%$$

$$E[3] = 0.5(25) + 0.3(10) + 0.2(-2) = 15.1\%$$

$$E[4] = 0.5(16.5) + 0.3(8.5) + 0.2(6.5) = 12.1\%$$



مصطلحات المحاضرة التاسعة

المصطلح بالإنجليزي	المصطلح بالعربي
Decision Analysis	تحليل القرار
Alternatives	القرارات البديلة
Uncertainty	عدم التأكد
Alternatives	البدائل
State of nature	حالة الطبيعة
Probability	الاحتمال
Payoff	العائد
High demand	الطلب عالي
Moderate demand	الطلب متوسط
Alternatives strategies	البدائل والاستراتيجيات
Decisions Under Certainty	القرارات في حالة التأكد
Decisions Under Uncertainty	القرارات في حالة عدم التأكد
Decisions Under Risk	القرارات في حالة المخاطرة
Maximax	معايير أقصى الأقصى
Optimistic strategy	الاستراتيجية التفاؤلية
Maximin	أقصى الأدنى
Pessimistic strategy	الاستراتيجية التشاؤمية
Maximax Regret	أدنى الأقصى
Expected Value Criterion أو Expected Monetary Value	معيار القيمة المتوقعة
Expected Value of Perfect Information (EVP)	القيمة المتوقعة للمعلومات الكاملة
Expected return	العائد المتوقع
Gain	الحصيلة
Expected Opportunity loss Criterion	معيار خسارة الفرصة المتوقعة
Decision Tree	شجرة القرار
Decision Tree Representation	تمثيل شجرة القرار

أسئلة وردت في اختبارات سابقة في المحاضرة التاسعة

السؤال الأول :

تحليل القرارات :

الجدول التالي يمثل ثلاثة بدائل للاستثمار مع وجود ثلاث حالات . أجب على الفقرات (١-٧) .

ضعيف	متوسط	جيد	
5	5	5	أسهم
-3	5	12	سندات
1	6	11	عقارات

(١) وفقاً للمدخل التفاولي Maximax فإن البديل الأفضل هو :

- أسهم وسندات .
- عقارات .
- أسهم .
- سندات .

حل الفقرة رقم (1) :

لماذا اخترنا السندات بأنها هي البديل الأفضل للمدخل التفاولي ؟

لأن الاستراتيجية التفاولية (أقصى الأقصى) تنص على اختيار أقصى الممكن من الأرباح لكل بديل ومن ثم اختيار المكسب الأكبر من ضمن هذه البدائل ، فنجد أن السندات هي المكسب الأكبر بتقييم جيد وقدره (12) .

(٢) وفقاً للمدخل المتشائم MaxiMin فإن البديل الأفضل هو :

- عقارات .
- أسهم .
- لا يوجد .
- سندات .

حل الفقرة رقم (2) :

لماذا اخترنا الأسهم بأنها البديل الأفضل للمدخل التشاؤمي ؟

لأن الاستراتيجية التشاؤمية (أقصى الأدنى) تنص على تفادي الخسائر المحتملة من خلال اختيار أسوأ النتائج ومن ثم اختيار أفضلها فنلاحظ أن الأسهم هي أفضل أسوأ النتائج بتقييم ضعيف وقدره (5) .

٣) وفقاً لمدخل الندم MiniMax فإن البديل الأفضل هو :

- سندات .
- أسهم .
- عقارات .
- متساوية بالأفضلية .

حل الفقرة رقم (3) :

لماذا اخترنا العقارات بأنها البديل الأفضل لمدخل الندم ؟

لأن الاستراتيجية الفرصة الضائعة (الندم) تنص على أربع خطوات .
الخطوة الأولى : يجب أن نختار أكبر قيمة في كل عمود ومن ثم نقوم بطرحها من جميع القيم الموجودة في نفس العمود . فمثلاً العمود الأول والذي يمثل التقييم (جيد) أكبر قيمة فيه هي (12) .
إذاً :

$$12 - 5 = 7$$

$$12 - 12 = 0$$

$$12 - 11 = 1$$

العمود الثاني والذي يمثل التقييم (متوسط) أكبر قيمة هي (6) .
إذاً :

$$6 - 5 = 1$$

$$6 - 5 = 1$$

$$6 - 6 = 0$$

العمود الثالث والذي يمثل التقييم (ضعيف) أكبر قيمة به هي (5) .
إذاً :

$$5 - 5 = 0$$

$$5 - (-3) = 8$$

$$5 - 1 = 4$$

الخطوة الثانية نقوم بنقل جميع النواتج أعلاه في جدول جديد .

ضعيف	متوسط	جيد	
0	1	7	أسهم
8	1	0	سندات
4	0	1	عقارات

الخطوة الثالثة نختار من كل صف القيمة الأكبر .

ف نجد أن أكبر قيمة في صف الأسهم هي (7) .

أكبر قيمة في صف السندات هي (8) .

أكبر قيمة في صف العقارات هي (4) .

الخطوة الرابعة نختار القيمة الأقل من قيم البدائل أعلاه فنجد أن القيمة (4) هي القيمة الأقل والتي تمثل العقارات .

٤) إذا افترضنا أن احتمال (الإقبال الجيد ، المتوسط) يساوي 0.40 لكل حالة على حده ، فإن احتمال الإقبال الضعيف =

$$0.40 -$$

$$0.20 -$$

$$- \text{ لا يمكن قياسه}$$

$$0.80 -$$

حل الفقرة (4) :

لماذا اخترنا (0.20) لتمثل احتمال الإقبال الضعيف .

لأن احتمال الإقبال الجيد = 0.40

احتمال الإقبال المتوسط = 0.40

إذاً المتبقي (0.20) لتصبح جميع احتمالات الإقبال 100% .

٥) بافتراض استمرار فرضية فقرة رقم (4) أعلاه فإن القيمة المتوقعة للأسهم :

7.2 -

5 -

6.4 -

14 -

حل الفقرة رقم (5) :

نطبق قانون القيمة النقدية المتوقعة $Erv = r1.P(r1) + r2.P(r2) + \dots + rn.p(rn)$

في الفقرة رقم (٤) أعطاني الإقبال الجيد على الأسهم = 40% .

والإقبال المتوسط على الأسهم = 40%

والإقبال الضعيف على الأسهم = 20%

إذاً نطبق القانون أعلاه وهو ضرب مصفوفة الأسهم في الاحتمالات .

إذاً :

$$(5) \times (40\%) + (5) \times (40\%) + (5) \times (20\%) = 5$$

٦) بافتراض استمرار فرضية فقرة رقم (4) أعلاه فإن القيمة النقدية المتوقعة

للسندات =

5 -

5.2 -

6.2 -

4.4 -

حل الفقرة رقم (6) :

بنفس خطوات الفقرة رقم (5) نضرب عائد مصفوفة السندات في الاحتمالات .
إذاً :

$$(12) \times (40\%) + (5) \times (40\%) + (-3) \times (20\%) = 6.2$$

٧) بافتراض استمرار فرضية فقرة رقم (4) أعلاه فإن القيمة النقدية المتوقعة للعقارات تساوي =

5 -

18 -

15 -

7 -

بنفس خطوات الفقرة رقم (5) و (6) نضرب عائد مصفوفة العقارات في الاحتمالات .
 $(11) \times (40\%) + (6) \times (40\%) + (1) \times (20\%) = 7$

السؤال الثاني :

مدخل الندم (MiniMax (Regret) يعتمد على تقويم البدائل تمهيداً :

- لاختيار البديل الذي يتضمن العوائد الممكنة في ظل الحالات المتشائمة .
- لاختيار البديل الذي يحتوي على أكبر قيمة نقدية متوقعة .
- لاختيار البديل الذي يتضمن أفضل العوائد الممكنة في ظل الحالات المتفائلة .
- لاختيار البديل الذي ينطوي على أقل الفرص الضائعة .

السؤال الثالث :

مصطلح Decision Tree يعني :

- قرار المخاطر .
- شجرة القرارات .
- تحليل القرارات .
- غاية القرارات .

السؤال الرابع :

الحد الأعلى الذي ينفقه صانع القرار نظير حصوله على المعلومات هو :

- تحليل الحساسية .
- قيمة المعلومات الجيدة .
- القيمة النقدية المتوقعة .
- القرار في حالة عدم التأكد .

المحاضرة العاشرة جدول المشاريع CPM and Pert

س١/ إلى كم تنقسم جدولة المشاريع ؟

- ١- طريقة المسار الحرج (CPM = Critical path method) .
- ٢- طريقة تقييم المشاريع ومراجعتها (PERT = Project Evaluation and Review Technique)

س٢/ طريقة المسار الحرج وطريقة تقييم المشاريع ومراجعتها تتشابهان

في كل شيء ما عدا في الأزمنة ، وضح ذلك ؟

- أ- طريقة المسار الحرج تكون الأزمنة به مؤكدة .
- ب- طريقة تقييم المشاريع ومراجعتها تكون الأزمنة به احتمالية .

س٣/ تستخدم جدولة المشاريع من قبل الإداريين لضمان إنجاز المشروع في

الوقت المحدد لإيجاد مؤشرات منبهة للحالات الغير اعتيادية حين ظهورها

والمرونة في إعادة تخطيط المشروع وفقاً لذلك وتشخيصها في ثلاث مراحل

تنفيذية . أذكرها ؟

أولاً : إنشاء شبكة الأعمال للمشروع :

- تحليل المشاريع إلى أنشطة وأحداث .
- تتابع الأنشطة والأحداث .
- رسم تخطيطي للمشروع .
- تقدير الأزمنة لكل نشاط .

ثانياً : تخطيط المشروع :

تعريف أنشطة المشروع حسب التسلسل الزمني وتحديد التالي :

- أنشطة والأحداث الحرجة .
- المسار الحرج .
- حساب الفائض من كل نشاط .

ثالثاً : ضبط المشروع :

تقدير مراقبة الأنشطة ومتابعتها :

- مراقبة الأزمنة ومقارنتها مع خطة المشروع النظرية .
- محاولة قدر المستطاع إتباع الخطة المقرر تنفيذها .
- نقل الإمكانيات من نشاط ذات فائض إلى الحرج إن أمكن .

س٤/ إن أهمية أسلوب المسار الحرج ، وبيرت تكمن في أربع خطوات أذكرها ؟

- ١- مساعدة المدراء على التعرف على الأنشطة الحرجة .
- ٢- حساب مرونة الأنشطة غير الحرجة لإتاحة الفرص لنقل الموارد إلى الأنشطة الحرجة .
- ٣- التعرف على الأزمنة المبكرة والمتأخرة لانتهاؤ المشروع .
- ٤- حساب التكلفة النهائية للمشروع .

س٥/ أذكر القواعد الهامة في رسم الشبكة ؟

- ١- يبدأ المشروع عند نقطة بداية وينتهي عند نقطة نهاية ، تسمى النقطة الوهمية (Milestone)
- ٢- الترقيم يبدأ من بداية الشبكة إلى النهاية .
- ٣- لا يمكن البدء في عدد من العُقد .
- ٤- لا يجوز العودة إلى النشاط السابق .
- ٥- لا يجوز ترك نشاط بدون تسلسل .
- ٦- تحديد الأزمنة وفترة السماح لكل نشاط .

ES زمن البداية المبكر	EF زمن النهاية المبكر
Activity رمز النشاط	Time الوقت
LS زمن البداية المتأخر	LF زمن النهاية المتأخر

س٦ / كيف يمكن رسم الشبكة ؟

- كيفية تحديد أقرب موعد لبداية النشاط (ES) وأقرب موعد لنهاية النشاط (EF) :
- ١- ابدأ من بداية المشروع وتقدم أمام الشبكة .
 - ٢- حدد أقرب موعد لبدء المشروع بحيث يكون مساوي للصفر .
 - ٣- أحسب أقرب موعد لنهاية كل نشاط من خلال إضافة المدة التي تستغرقها إلى أقرب موعد لبدايته .
 - ٤- بالنسبة لكل نشاط متسلسل لا يسبقه إلا نشاط واحد ، حدد أقرب موعد لبدايته بحيث يكون مساوي لأقرب موعد لنهاية النشاط السابق .
 - ٥- بالنسبة لكل نشاط متسلسل يسبقه أكثر من نشاط واحد ، حدد أقرب موعد لبدايته بحيث يكون مساوياً لأقرب موعد لنهاية الأنشطة السابقة .
 - ٦- دون أقرب موعد بداية وأقرب موعد نهاية .
 - ٧- كرر الخطوات من ٣ إلى ٦ حتى تصل إلى نهاية المشروع ، لا يمكن تحديد أقرب موعد لبداية نشاط إلا بعد تحديد أقرب موعد لنهاية جميع الأنشطة السابقة له .

وضع حساب فترات السماح والأنشطة الحرجة ؟

- ١- بالنسبة لكل نشاط يتطابق أقرب موعد لبدايته مع آخر موعد لبدايته ، وأقرب موعد لنهايته وآخر موعد لنهايته ، فإن فترة سماحه تساوي صفر .
- ٢- وفيما عدا ذلك ، فإن فترة السماح هي الفرق الزمني بين أقرب وآخر موعد لبداية كل نشاط أو بين أقرب وآخر موعد لنهاية كل نشاط ، أي
$$ST = LF - EF \text{ أو } ST = LS - ES$$
- ٣- راجع الحسابات الخاصة بكل نشاط بإضافة المدة التي يستغرقها ، وفترة السماح الخاصة به إلى تاريخ أقرب موعد لبدايته حيث يجب أن يساوي المجموع تاريخ آخر موعد لنهاية النشاط .
- ٤- أي نشاط تساوي فترة سماحه صفرًا هو نشاط حرج .
- ٥- تسلسل الأنشطة الحرجة من بداية إلى نهاية المشروع هو المسار الحرج للمشروع .

المصطلحات المستخدمة في جدولة المشاريع

المصطلح	التعريف
الحدث EVENT	هو الوصول إلى نقطة معينة من الزمن ولا يحتاج إلى بداية ونهاية زمنية .
النشاط ACTIVITY	هو مجهود يحتاج إلى نقطة بداية ونهاية وموارد لتنفيذه.
النشاط الوهمي DUMMY ACTIVITY	النشاط الذي لا يحتاج إلى زمن أو موارد لإتمامه ويستعمل فقط للدلالة على تتابع الأنشطة منطقياً ويرسم بسهم منقطع .
النشاط الحرج CRITICAL ACTIVITY	النشاط الذي إذا تم تأخير انتهائه فإنه يتسبب في تأخير المشروع
المسار الحرج CRITICAL PATH	مجموعة من الأنشطة الحرجة ، تبدأ من بداية إلى نهاية المشروع
المشروع PROJECT	عبارة عن مجموعة من الأنشطة والأحداث مرتبة حسب تسلسل منطقي
شبكة الأعمال Network	عبارة عن مجموعة من الأنشطة والأحداث مرتبة بطريقة منطقية لتسلسل الأنشطة
زمن البداية المبكر للنشاط EARLIEST START	هو الزمن الذي يبدأ فيه النشاط إذا أنجزت جميع الأنشطة السابقة في أوقاتها (ES)
زمن النهاية المبكر EARLIEST FINISH	هو الزمن الذي يمكن أن ينجز فيه النشاط إذا بدأ في وقته المبكر (EF) نهاية مبكرة = بداية مبكرة + وقت النشاط
زمن النهاية المتأخر LATEST FINISH	هو آخر زمن يمكن إتمام النشاط فيه بدون أن يسبب تأخير لأيه أنشطة لاحقة (LF)
زمن البداية المتأخر LATEST START	هو آخر وقت يمكن أن يبدأ فيه النشاط بشرط عدم تأخير الأنشطة اللاحقة (LS) بداية متأخرة = نهاية متأخرة - وقت النشاط
الفائض SLACK TIME	الفائض في النشاط = زمن بداية متأخر - زمن بداية مبكر $ST = LS - ES$

(المحاضرة الحادي عشر)

(طريقة رسم شبكات الاعمال للمشروع + طريقة المسار الحرج)

القوانين في المحاضرة

اولاً. قوانين تحكم مرحلة التقدم الى الامام.

(أ) . وقت النهاية المبكر EF

وقت النهاية المبكر = وقت البداية المبكر + وقت النشاط

(ب) وقت البداية المبكر ES

وقت البداية المبكر = اعظم قيمة للنهايات المبكره للانشطة السابقة

ثانياً: قوانين تحكم مرحلة الرجوع الى الخلف

(أ) وقت البداية المتأخر LS

وقت البداية المتأخر = وقت النهاية المتأخر - وقت النشاط

(ب) وقت النهاية المتأخر LF

(LF) وقت النهاية المتأخر = اقل قيمة للبدايات المتأخرة للانشطة اللاحقة

الجدول التالي يمثل الأنشطة والأنشطة السابقة لها مع الوقت اللازم لإكمال النشاط.

الزمن	النشاط السابق	النشاط
3	-	A
4	-	B
6	B	C
5	A,C	D
2	A	E
9	D,E	F

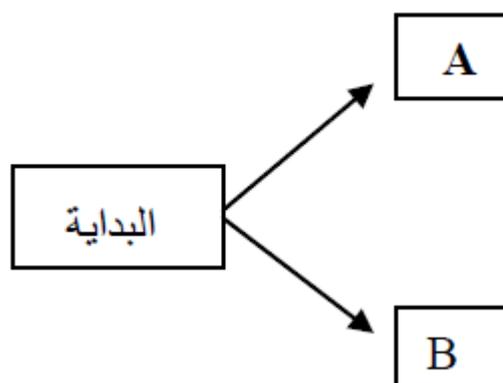
المطلوب :

- 1- طريقة رسم شبكة المشروع
- 2- طريقة المسار الحرج

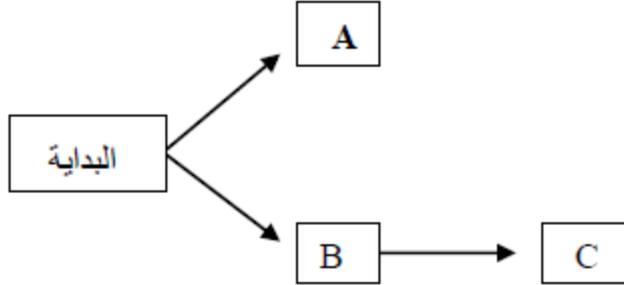
كيف يمكننا رسم شبكة المشروع ؟
اولاً. نرسم عُقدة البداية كالتالي.

البداية

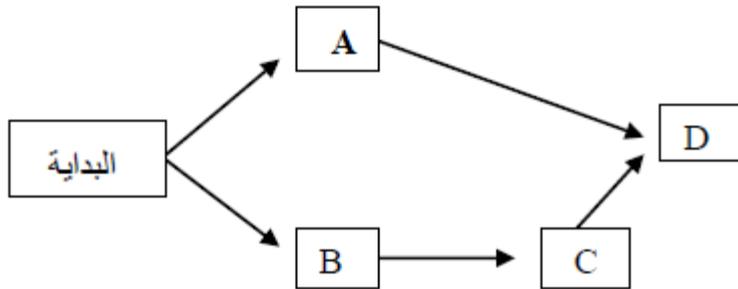
ثانياً. ننظر الى الجدول في الاعلى ونلاحظ انه يوجد به نشاطين لم يسبقهم أي نشاط اخر . وهما النشاطين (A – B) فمن هنا نُخرج سهمين من عُقدة البداية فيصبح النشاطين كالتالي.



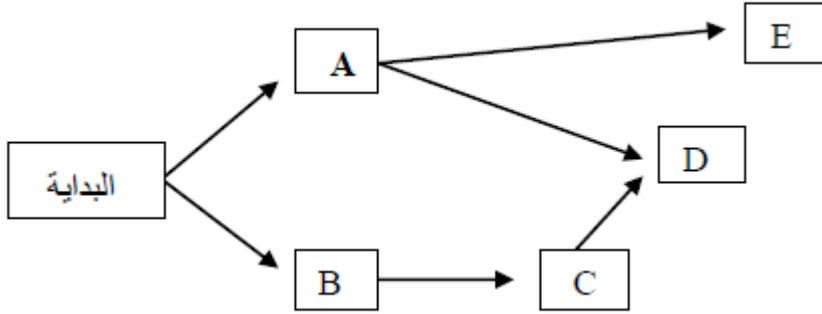
ثالثاً. نرجع للجدول ونجد ان النشاط (C) مسبق بالنشاط (B) بمعنى اننا لانستطيع البدء في النشاط (C) حتى ننهي من النشاط (B) فنرسم عُقدة النشاط (C) كالتالي.



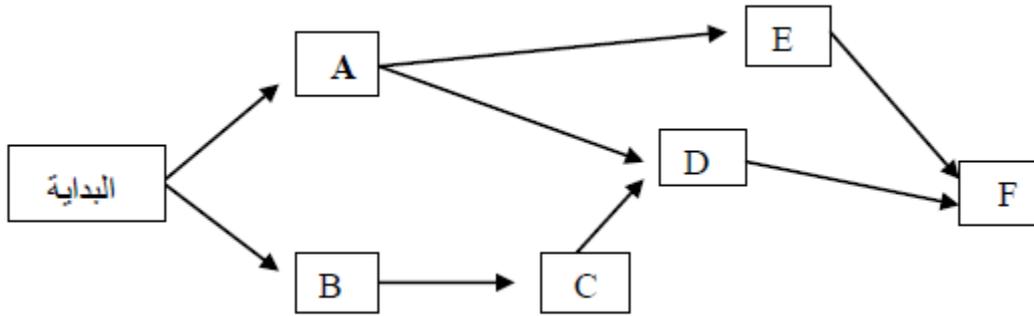
رابعاً. من خلال الجدول نلاحظ ان النشاط (D) يعتمد اعتماداً كلياً على النشاطين (A - C) أي يجب الانتهاء منهما قبل البدء في النشاط (D) لذلك سيكون الرسم كالتالي.



خامساً. فيما يتعلق بالنشاط (E) نجد انه يعتمد على نشاط واحد فقط وهو النشاط (A) أي يجب الانتهاء من النشاط (A) قبل البدء في النشاط (E) والرسم التالية توضح ذلك .



سادساً. وهى الخطوه الاخيرة في رسم الشبكة . حيث ان النشاط (F) مرتبط بنشاطين يسبقانه وهما النشاطين (D – E) انظر الى رسمة شبكة المشروع مكتملة في الاسفل.



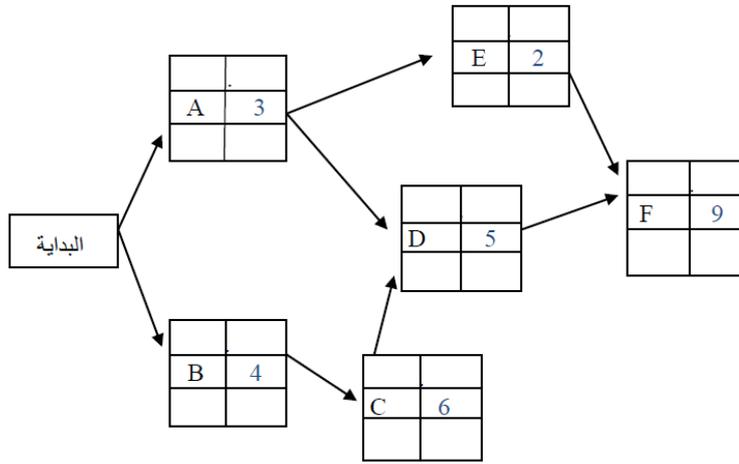
- إذاً نلاحظ في رسمة شبكة المشروع اعلاة . ان جميع القواعد قد تحققة .
- بدئنا بعقدة واحدة وانتهينا بعقدة واحدة.
 - ليس هناك رجوع الى نشاط سابق.
 - الحفاظ على تسلسل الانشطة ، أي ليس هناك أي نشاط تُرك من غير تسلسل.

سؤال . لو أن رسمة المشروع انتهت بعقدتين ففي هذه الحالة ماذا نعمل ؟
 لأبد ان تكون هتين العُقدتين (متوازيتين) لنستطيع التوصيل بينهما . وتسميان بعقدتي النهاية.

كيف يمكننا فهم المطلوب من طريقة المسار الحرج؟

بعدما تأكدنا من رسم شبكة المشروع بالشكل الصحيح نقوم بتقسيم عُقد النشاطات بها إلى ست خلايا كل خلية فيها لها وظيفتها الخاصة . فسوف ننقل الجدول الذي يمثل الأنشطة ورسمت شبكة المشروع بعد تقسيم العُقد بها . بالإضافة إلى جدول مكون من ست خانات يوضح كل خلية من خلايا الشبكة للمسار الحرج.في الأسفل

تفسير خلايا شبكة المسار الحرج		جدول يمثل الأنشطة والأنشطة السابقة مع وقت النشاط		
الخلية ١ →	ES وقت البداية المبكر	الخلية ٤ ←	الزمن	النشاط
الخلية ٢ →	اسم النشاط	الخلية ٥ ←	4	B
الخلية ٣ →	LS وقت البداية المتأخر	الخلية ٦ ←	6	C
	EF وقت النهاية المبكر		5	A,C
	TIME وقت النشاط		2	A
	LF وقت النهاية المتأخر		9	D,E



أخذنا النشاطات (A – B – C – D – E – F) من جدول الأنشطة ووضعناها في الشبكة والموضحة في الأعلى (باللون الأسود) ومقابل لكل نشاط الوقت الزمني الخاص به (باللون الأزرق)

الآن نبدأ بحل شبكة المسار الحرج خطوة بخطوة . من خلال تطبيق القوانين الخاصة بها

المرحلة الأولى : مرحلة التقدم إلى الإمام وفي هذه المرحلة نحدد الخلايا التي فوق النشاط فقط.

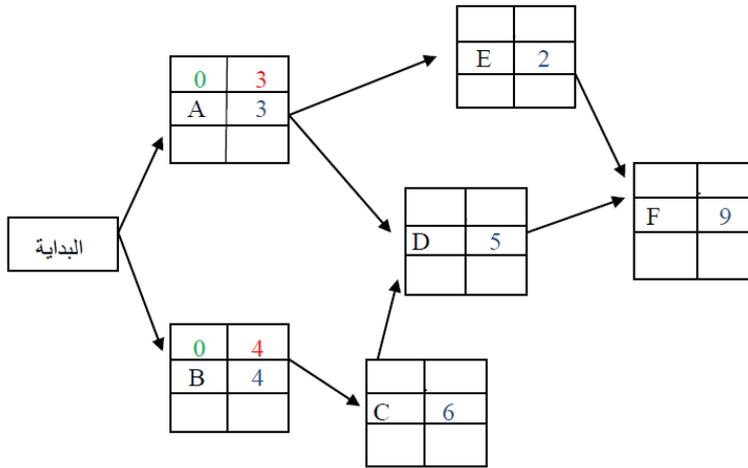
أولاً : النشاطين (A – B)

جدول يمثل الأنشطة والأنشطة السابقة مع وقت النشاط

النشاط	النشاط السابق	الزمن
A	-	3
B	-	4
C	B	6
D	A,C	5
E	A	2
F	D,E	9

تفسير خلايا شبكة المسار الحرج

الخلية ٤ ←	وقت البداية المبكر ES	وقت النهاية المبكر EF	الخلية ١ →
الخلية ٥ ←	اسم النشاط	وقت النشاط TIME	الخلية ٢ →
الخلية ٦ ←	وقت البداية المتأخر LS	وقت النهاية المتأخر LF	الخلية ٣ →



نلاحظ ان النشاطين (A – B) زمن البداية المبكر لهما هو (0) (باللون الأخضر). والسبب في ذلك ان هذين النشاطين ليس قبلهما أنشطة سابقة. اذا رقم الخلية الأولى التي فوق النشاط A هي (0) ورقم الخلية الثانية التي فوق النشاط A هي (3) (باللون الأحمر) وقد أوجدنا (3) من خلال تطبيق القانون التالي

$$\text{(زمن النهاية المبكر للنشاط A)} = \text{(زمن البداية المبكر للنشاط A)} + \text{(وقت النشاط)}$$

$$\text{إذا} \quad 0 + 3 = 3$$

رقم الخلية الأولى التي فوق النشاط B هي (0) ورقم الخلية الثانية التي فوق النشاط B هي (4) وقد أوجدنا (4) من خلال تطبيق القانون التالي

$$\text{(زمن النهاية المبكر للنشاط B)} = \text{(زمن البداية المبكر للنشاط B)} + \text{(وقت النشاط)}$$

$$\text{إذا} \quad 0 + 4 = 4$$

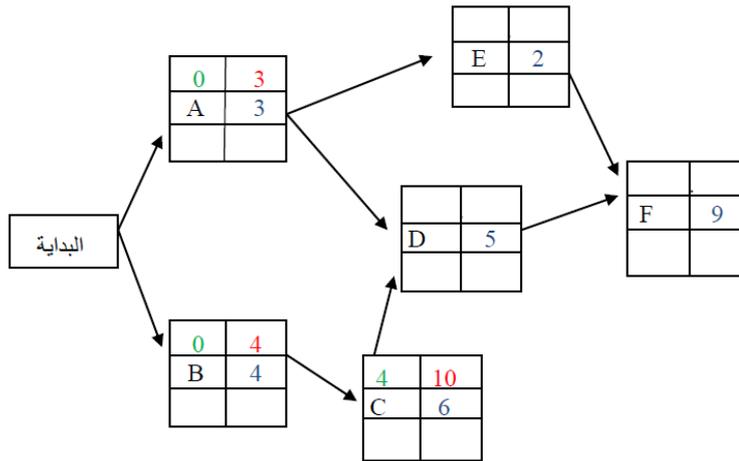
ثانياً النشاط (C)

جدول يمثل الأنشطة والأنشطة السابقة مع وقت النشاط

النشاط	النشاط السابق	الزمن
A	-	3
B	-	4
C	B	6
D	A,C	5
E	A	2
F	D,E	9

تفسير خلايا شبكة المسار الحرج

الخلية ٤	EF وقت النهاية المبكر	ES وقت البداية المبكر
الخلية ٤	EF	ES
الخلية ٥	وقت النشاط	اسم النشاط
الخلية ٥	TIME	اسم النشاط
الخلية ٦	LF وقت النهاية المتأخر	LS وقت البداية المتأخر
الخلية ٦	LF	LS



نرى أن النشاط (C) مرتبط بالنشاط (B) أي إننا لا نستطيع ان نبدأ بالنشاط (C) حتى ننتهي من النشاط (B) وهذا في مرحلة التقدم إلى الأمام .
إذا نحن قد انتهينا من النشاط (B) في مرحلة التقدم إلى الأمام . كيف يمكننا إيجاد أبكر وقت يبدأ به النشاط (C)
نوجد ذلك من خلال تطبيق القانون الذي يقول

وقت البداية المبكر للنشاط المستهدف = أعظم قيمة للنهايات المبكرة للأنشطة السابقة

وبما أن النشاط (C) لا يسبقه إلا نشاط واحد فقط وهو النشاط (B) سنأخذ الرقم (4) والذي يمثل النهاية المبكرة للنشاط (B) ليصبح البداية المبكرة للنشاط (C)
إذاً ننقل الرقم (4) فوق النشاط (C)

نوجد النهاية المبكرة للنشاط (C) من خلال تطبيق القانون

زمن النهاية المبكرة للنشاط (C) = زمن البداية المبكرة للنشاط (C) + وقت النشاط
إذاً

$$4 + 6 = 10$$

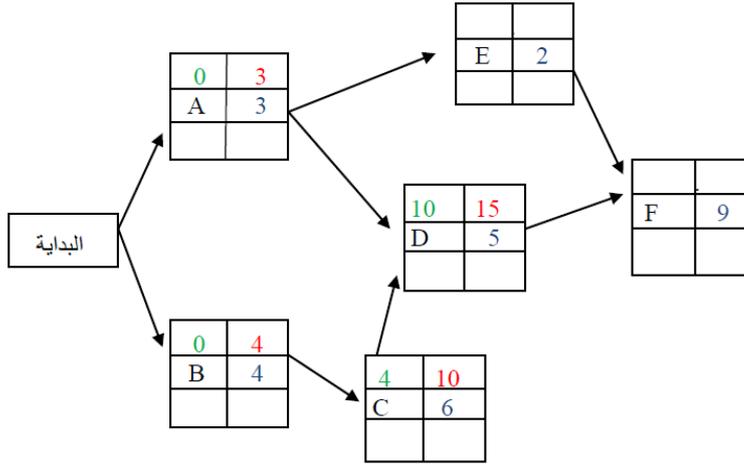
ثالثاً : النشاط (D)

جدول يمثل الأنشطة والأنشطة السابقة مع وقت النشاط

النشاط	النشاط السابق	الزمن
A	-	3
B	-	4
C	B	6
D	A,C	5
E	A	2
F	D,E	9

تفسير خلايا شبكة المسار الحرج

الخلية ٤ ←	وقت النهاية المبكر EF	وقت البداية المبكر ES	الخلية ١ →
الخلية ٥ ←	وقت النشاط TIME	اسم النشاط	الخلية ٢ →
الخلية ٦ ←	وقت النهاية المتأخر LF	وقت البداية المتأخر LS	الخلية ٣ →



نرى ان النشاط (D) مرتبط بنشاطين يسبقانه وهما (A - C) أي إننا لا نستطيع ان نبدأ بالنشاط (D) حتى ننتهي من النشاطين (A - C) وهذا في مرحلة التقدم إلى الأمام . اذا نحن قد انتهينا من النشاطين (A - C) في مرحلة التقدم إلى الأمام . كيف يمكننا إيجاد أبكر وقت يبدأ به النشاط (D) نوجد ذلك من خلال تطبيق القانون الذي يقول

وقت البداية المبكر للنشاط المستهدف = أعظم قيمة للنهايات المبكرة للأنشطة السابقة

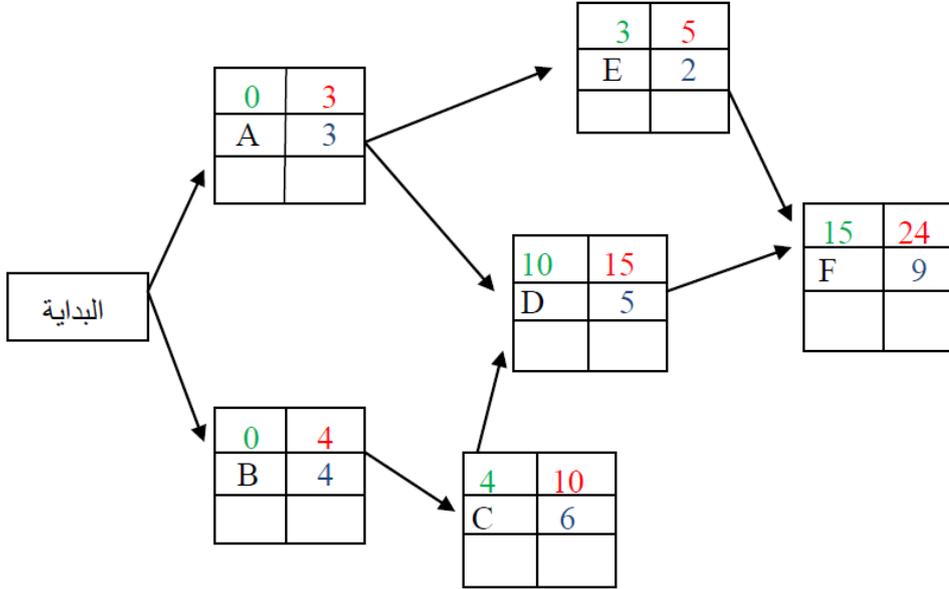
وبما أن النشاط (D) يسبقه نشاطين سنأخذ أعظم قيمة ينتهي بها احد النشاطين فنجد أعظم قيمة هي (10) والتي تمثل النهاية المبكرة للنشاط (C) لتصبح البداية المبكرة للنشاط (D) اذاً ننقل الرقم (10) فوق النشاط (D)

نوجد النهاية المبكرة للنشاط (D) من خلال تطبيق القانون

زمن النهاية المبكرة للنشاط (D) = زمن البداية المبكرة للنشاط (D) + وقت النشاط
إذاً

$$10 + 5 = 15$$

رابعاً : نوجد النشاطين (E – F) بنفس الخطوات السابقة . لتصبح الشبكة مكتملة البيانات في حالة التقدم إلى الأمام كالتالي :



وبعدما انتهينا من مرحلة التقدم إلى الإمام كما هو موضح في شبكة المشروع التي في الأعلى . نبدأ الآن

بالمرحلة الثانية . وهي مرحلة الرجوع إلى الخلف من خلال تطبيق القوانين الخاصة بها

القوانين مرة أخرى للتذكير

القانون الأول :

وقت البداية المتأخر = وقت النهاية المتأخر - وقت النشاط

القانون الثاني :

وقت النهاية المتأخر = اقل قيمة للبدايات المتأخرة للأنشطة اللاحقة

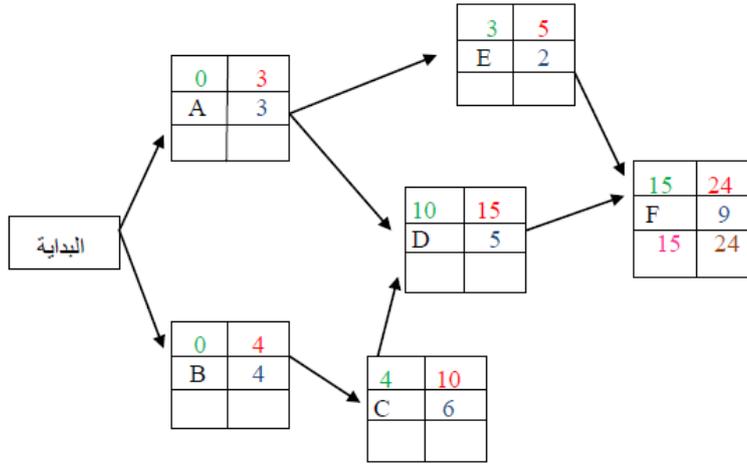
اولاً : النشاط (F)

تفسير خلايا شبكة المسار الحرج

الخلية ١ →	وقت البداية المبكر ES	وقت النهاية المبكر EF	الخلية ٤ ←
الخلية ٢ →	اسم النشاط	وقت النشاط TIME	الخلية ٥ ←
الخلية ٣ →	وقت البداية المتأخر LS	وقت النهاية المتأخر LF	الخلية ٦ ←

جدول يمثل الأنشطة والأنشطة السابقة مع وقت النشاط

الزمن	النشاط السابق	النشاط
3	-	A
4	-	B
6	B	C
5	A,C	D
2	A	E
9	D,E	F



بالنسبة للنشاط (F) فهو النشاط الأخير في الشبكة ودائماً النشاط الأخير يكون نشاط حرج حيث يجب ان يكون هناك تطابق في ألامنه المبكرة والمتأخرة .
بمعني :

وقت البداية المتأخر يجب أن يتطابق مع وقت البداية المبكر .
ووقت النهاية المتأخر يجب أن يتطابق مع وقت النهاية المبكر .

بأختصار هنا لا نستخدم القانون . بل نقل الأرقام التي في أعلى النشاط (F) إلى أسفل النشاط (F) كما هو موضح في الأعلى .

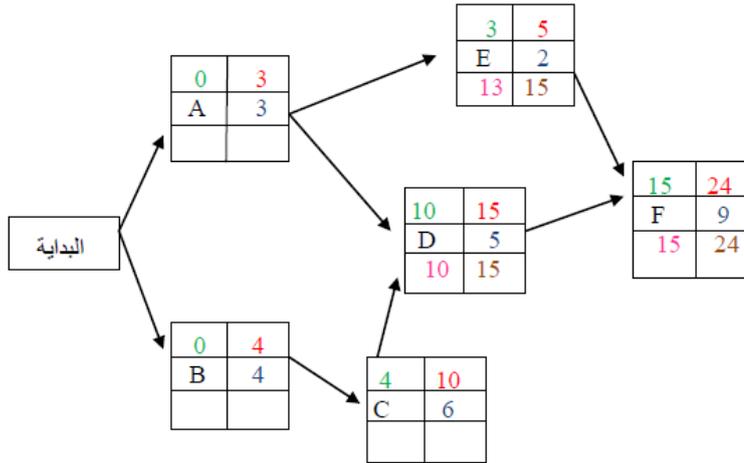
ثانياً : النشاط (E – D)

تفسير خلايا شبكة المسار الحرج

الخلية ١ →	وقت البداية المبكر ES	وقت النهاية المبكر EF	الخلية ٤ ←
الخلية ٢ →	اسم النشاط	وقت النشاط TIME	الخلية ٥ ←
الخلية ٣ →	وقت البداية المتأخر LS	وقت النهاية المتأخر LF	الخلية ٦ ←

جدول يمثل الأنشطة والأنشطة السابقة مع وقت النشاط

الزمن	النشاط السابق	النشاط
3	-	A
4	-	B
6	B	C
5	A,C	D
2	A	E
9	D,E	F



بالنسبة لهذه الخطوة . فهي على مرحلتين ، المرحلة الأولى لانطبق فيها القوانين إطلاقاً إنما هي مجرد نقل أرقام فقط ، والمرحلة الثانية نطبق بهما احد القوانين **ملاحظة** (النشاط F قدم آلية سهمين من النشاطين (E - D)

المرحلة الأولى وهو نقل الرقم (15) من النشاط (F) إلى النشاطين (E – D)

لأن الرقم (15) يمثل وقت البداية المتأخر للنشاط (F) وفي حالة عودته إلى الخلف سيمثل وقت النهاية المتأخر للنشاطين (E – D) المرحلة الثانية وهي تطبيق القانون التالي على النشاطين (E – D) لإيجاد وقت البداية المتأخرة لهما

وقت البداية المتأخر للنشاط (E) = وقت النهاية المتأخر للنشاط (E) – وقت النشاط
إذاً

$$15 - 2 = 13$$

وقت البداية المتأخر للنشاط (D) = وقت النهاية المتأخر للنشاط (D) – وقت النشاط
إذاً

$$15 - 5 = 10$$

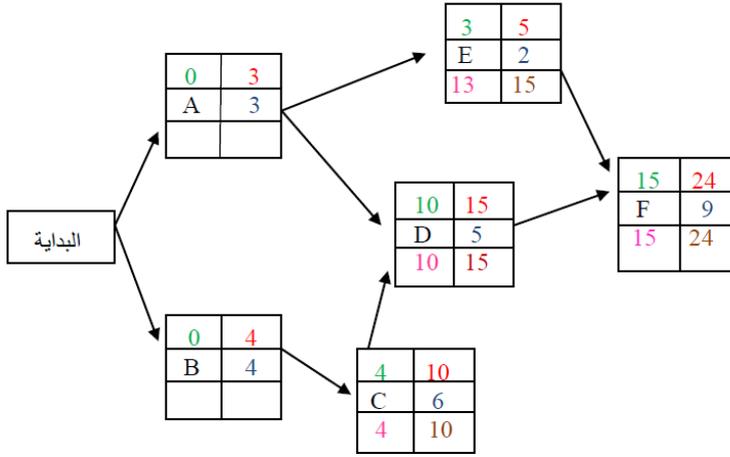
ثالثاً : النشاط C

تفسير خلايا شبكة المسار الحرج

وقت البداية المبكر ES	وقت النهاية المبكر EF
اسم النشاط	وقت النشاط TIME
وقت البداية المتأخر LS	وقت النهاية المتأخر LF

جدول يمثل الأنشطة والأنشطة السابقة مع وقت النشاط

النشاط	النشاط السابق	الزمن
A	-	3
B	-	4
C	B	6
D	A,C	5
E	A	2
F	D,E	9



الخطوة الأولى وهي نقل الرقم (10) من النشاط (D) إلى النشاط (C)

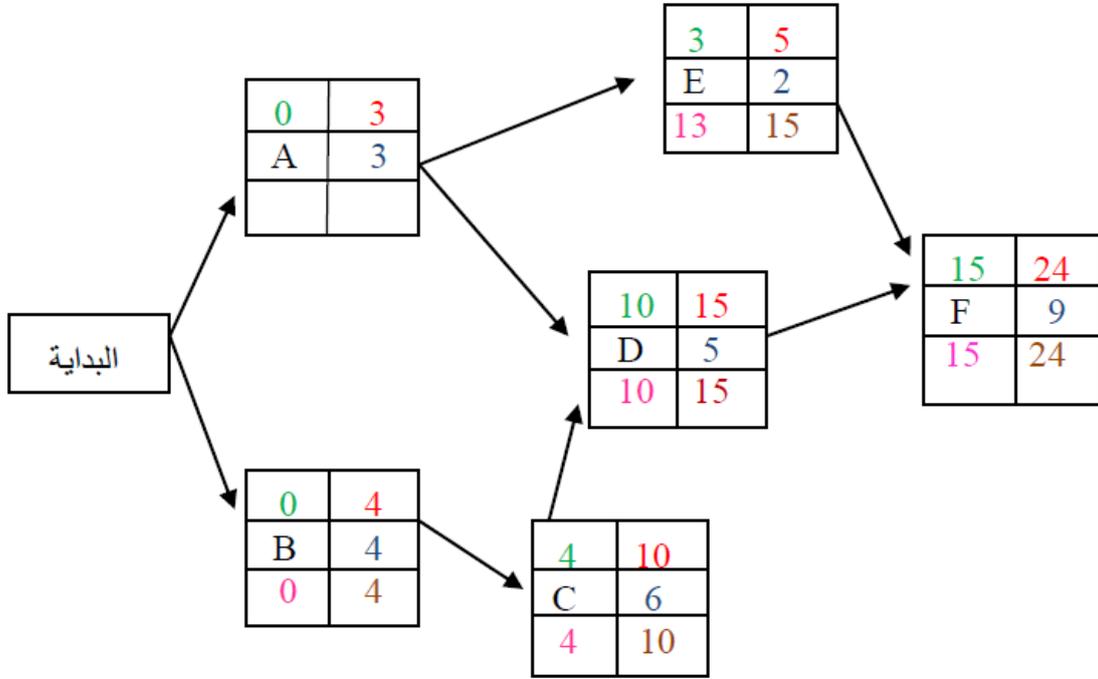
لأن الرقم (10) يمثل وقت البداية المتأخر للنشاط (D) وفي حالة عودته إلى الخلف سيمثل وقت النهاية المتأخر للنشاط (C)

الخطوة الثانية وهي تطبيق القانون التالي لإيجاد وقت البداية المتأخر للنشاط (C)

وقت البداية المتأخر للنشاط (C) = وقت النهاية المتأخر للنشاط (C) - وقت النشاط
إذاً

$$10 - 6 = 4$$

رابعاً : النشاط B



الخطوة الأولى وهي نقل الرقم (4) من النشاط (C) إلى النشاط (B)

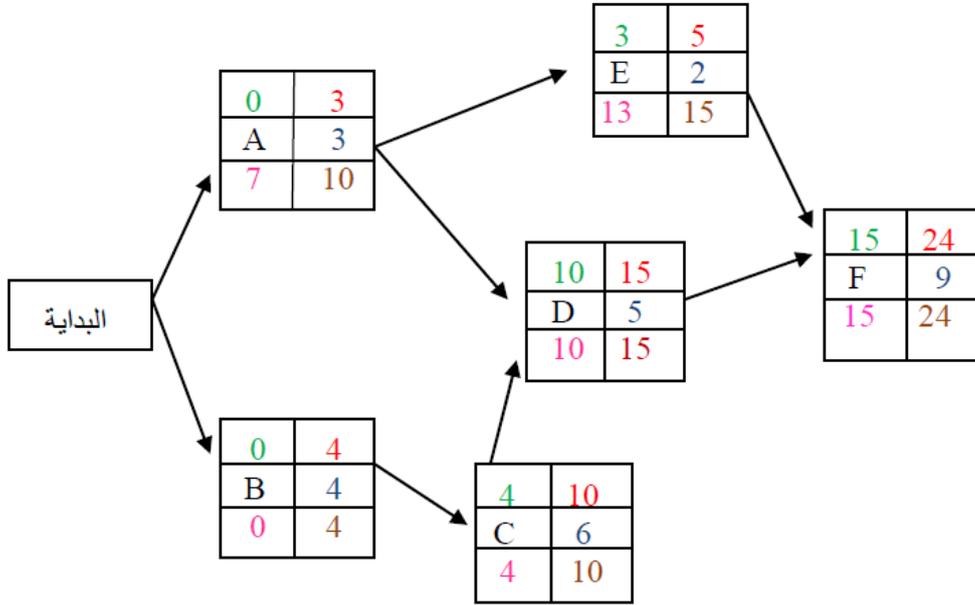
لأن الرقم (4) يمثل وقت البداية المتأخر للنشاط (C) وفي حالة عودته إلى الخلف سيمثل وقت النهاية المتأخر للنشاط (B)

الخطوة الثانية وهي تطبيق القانون التالي لإيجاد وقت البداية المتأخر للنشاط (B)

وقت البداية المتأخر للنشاط (B) = وقت النهاية المتأخر للنشاط (B) - وقت النشاط
إذاً

$$4 - 4 = 0$$

خامساً : النشاط A



نلاحظ ان النشاط (A) خرج منه سهمين للنشاطين (D – E) ففي هذه الحالة نطبق القانون الثاني من قوانين مرحلة الرجوع إلى الخلف والذي يقول.

وقت النهاية المتأخر = اقل قيمة للبدايات المتأخرة للأنشطة اللاحقة

فنرى أن الرقم (10) الذي يمثل وقت **البداية المتأخر** للنشاط (D) هو من سيمثل وقت **النهاية المتأخر** للنشاط (A) لأنه هو الأقل

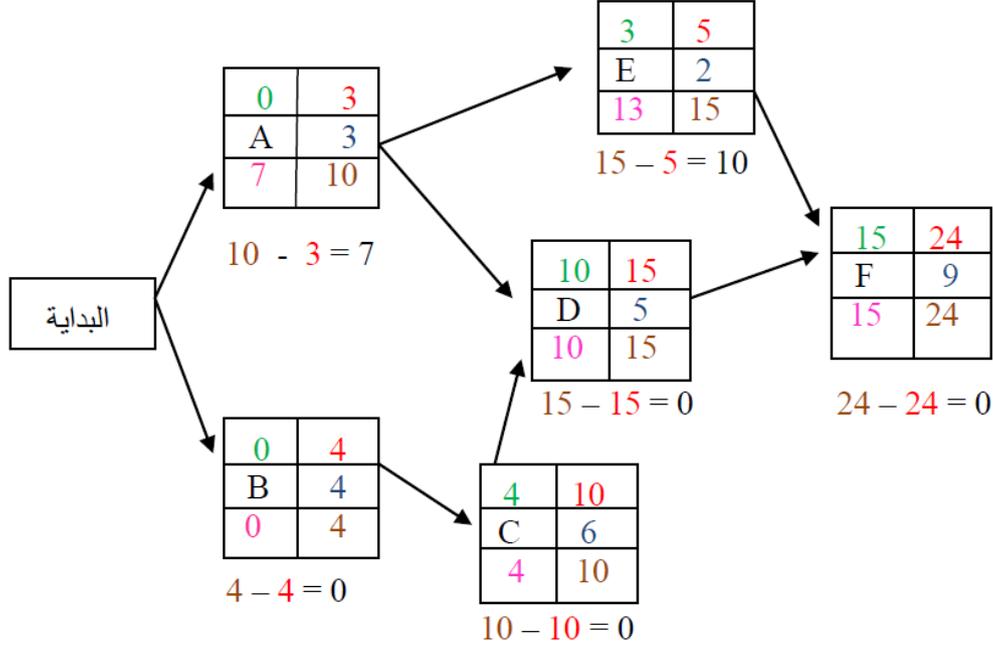
ثانياً. نوجد وقت **البداية المتأخر** للنشاط (A) من خلال تطبيق القانون التالي.

وقت البداية المتأخر = وقت النهاية المتأخر – وقت النشاط

إذاً

$$10 - 3 = 7$$

الآن وبعدها انتهينا من تكوين شبكة المشروع والمتعلقة بالمسار الحرج . لابد أن نعرف أو نحسب فترة السماح أو الفائض لكل نشاط . وهذا يكون من خلال طرح وقت النهاية المتأخر من وقت النهاية المبكر لكل نشاط . أو من خلال طرح وقت البداية المتأخر من وقت البداية المبكر لكل نشاط . ف كلا الطريقتين لهما نفس الناتج . فنحن هنا طرحنا وقت النهاية المتأخر من وقت النهاية المبكر لكل نشاط . كما هو موضح أسفل جداول الأنشطة



إذا بعد عملية الطرح اتضح لنا الآتي

- | | | |
|---|---|--------------------|
| يعتبر نشاط غير حرج لان لديه فائض 7 وحدات زمنية | → | فائض النشاط A = 7 |
| يعتبر نشاط حرج لان ليس لديه فائض | → | فائض النشاط B = 0 |
| يعتبر نشاط حرج لان ليس لديه فائض | → | فائض النشاط C = 0 |
| يعتبر نشاط حرج لان ليس لديه فائض | → | فائض النشاط D = 0 |
| يعتبر نشاط غير حرج لان لديه فائض 10 وحدات زمنية | → | فائض النشاط E = 10 |
| يعتبر نشاط حرج لان ليس لديه فائض | → | فائض النشاط F = 0 |

السؤال هنا: كيف يُمكن ان نعرف الزمن الذي سيستغرقه المشروع؟

نعرف ذلك من خلال جمع الأزمته للأنشطة الحرجة (زمن النشاط هو الذي باللون الأزرق في جداول الأنشطة). فالأنشطة الحرجة لدينا هي (B , C , D , F) إذا

$$4 + 6 + 5 + 9 = 24 \leftarrow \text{الزمن الذي يُفترض أن يستغرقه المشروع}$$

(المحاضرة الثانية عشر)

تقييم المشاريع ومراجعتها PERT

س١/ يتبعم بيرت (PERT) في حساب متوسط فترة انجاز النشاط ثلاثة أزمنة تقديرية وبالتالي فإن متوسط الفترة تفترض طريقة الأسلوب الاحتمالي . اذكر أزمنة النشاط التقديرية؟

١- الزمن المتفائل (S) : هو اقل وقت لإتمام النشاط

٢- الزمن الأكثر احتمالاً (M) : هو الزمن الأكثر تكراراً لإتمام النشاط.

٣- الزمن المتشائم (L) : هو أطول زمن لإتمام النشاط.

س٢/ بعد تقدير الأزمنة الثلاثة (المتفائل ، الأكثر احتمالاً ، المتشائم) كيف يتم حساب متوسط زمن أداء النشاط ؟

يتم حساب متوسط زمن أداء النشاط من خلال القانون التالي :

$$\frac{\text{متفائل} \quad \text{اكثر احتمالاً} \quad \text{متشائم}}{S + 4(M) + L}$$
$$6$$

ملاحظة . زمن انتهاء المشروع النهائي يتبع التوزيع الطبيعي ، وهذا يعني ان المشروع سوف ينتهي عند النقطة المحددة باحتمال 50%

س٣/ متى يتم تقدير التباين لجميع الأنشطة الحرجة . وكيف يحسب ؟

يتم ذلك بعد حساب جميع التقديرات الزمنية للأنشطة ثم رسم شبكة الأعمال وتحديد المسار الحرج ، ويحسب من خلال القانون التالي .

$$\left(\frac{L - S}{6} \right)^2$$

س٣/ ماذا يقصد بالانحراف المعياري ؟

يقصد بالانحراف المعياري الابتعاد عن القيمة الزمنية المتوقعة سواءً كانت (بالأيام أو بالأسابيع أو بالاشهر) مع ملاحظة اذا كان الانحراف المعياري يساوي (صفر) فهذا يدل على ان التقديرات دقيقة أما اذا كبرت قيمة الانحراف المعياري زادة درجة عدم اليقين في تقدير الأزمنة

س ٤ / يكون الانحراف المعياري يساوي صفر في حالة واحدة فقط. وضح ذلك؟

إذا كان الزمن المتفائل يتساوى بالقيمة مع الزمن المتشائم حيث إذا تم طرحهما من بعضهما يكون الناتج صفر

س ٥ / كيف يتم حساب التباين للمسار الحرج ؟

من خلال جمع قيم التباين لكل الأنشطة الحرجة

التباين للمسار الحرج = (تباين النشاط الحرج 1 + تباين النشاط الحرج 2 + تباين النشاط الحرج n)

مثال . الجدول التالي يمثل أنشطة حرجة (جميع الأزمنة به تمثل أزمنة حرجة)

الزمن التقديري المعطى لكل نشاط (بالأسبوع)			النشاط
زمن متشائم L	الزمن الأكثر احتمالاً M	زمن متفائل S	
الزمن المتشائم ينهي النشاط A خلال 6 أسابيع	الزمن الأكثر احتمالاً ينهي النشاط A خلال 4 أسابيع	الزمن المتفائل ينهي النشاط A خلال 2 أسبوع	A
الزمن المتشائم ينهي النشاط B خلال 4.5 أسبوع	الزمن الأكثر احتمالاً ينهي النشاط B خلال 3 أسابيع	الزمن المتفائل ينهي النشاط B خلال 1.5 أسبوع	B
الزمن المتشائم ينهي النشاط C خلال 7 أسابيع	الزمن الأكثر احتمالاً ينهي النشاط C خلال 4.5 أسابيع	الزمن المتفائل ينهي النشاط C خلال 3 أسابيع	C

المطلوب :

- ١- الزمن المتوقع لكل نشاط على حدى
 - ٢- تباين المسار الحرج لكل نشاط على حدى
 - ٣- طول المسار الحرج او الوقت المستغرق لإنهاء المشروع
 - ٤- تباين المسار الحرج لجميع الأنشطة
- اولاً. نوجد الزمن او الوقت المتوقع لكل نشاط من خلال تطبيق القانون التالي.

$$s + 4(M) + L$$

6

الوقت المتوقع للنشاط A

$$\frac{2 + 4(4) + 6}{6} = \frac{2 + 16 + 6}{6} = \frac{24}{6} = 4$$

الوقت المتوقع للنشاط B

$$\frac{1.5 + 3(4) + 4.5}{6} = \frac{1.5 + 12 + 4.5}{6} = \frac{18}{6} = 3$$

الوقت المتوقع للنشاط C

$$\frac{3 + 4(4.5) + 7}{6} = \frac{3 + 18 + 7}{6} = \frac{28}{6} = 4.66$$

ثانياً. نوجد حساب تباين المسار الحرج لكل نشاط من خلال تطبيق القانون التالي.

$$\left(\frac{L - S}{6} \right)^2$$

حساب تباين النشاط A

$$\left(\frac{6 - 2}{2} \right)^2 = \left(\frac{4}{6} \right)^2 = (0.66)^2 = 0.44$$

حساب تباين النشاط B

$$\left(\frac{4.5 - 1.5}{6} \right)^2 = \left(\frac{3}{6} \right)^2 = (0.5)^2 = 0.25$$

حساب تباين النشاط C

$$\left(\frac{7 - 3}{6} \right)^2 = \left(\frac{4}{6} \right)^2 = (0.66)^2 = 0.44$$

ثالثاً: نوجد حساب طول المسار الحرج او الوقت المستغرق لانتهاء المشروع من خلال جمع الأوقات (الأزمنة) المتوقعة لكل نشاط . كالتالي

$$\begin{array}{c} \text{النشاط A} \\ \downarrow \\ 4 \end{array} + \begin{array}{c} \text{النشاط B} \\ \downarrow \\ 3 \end{array} + \begin{array}{c} \text{النشاط C} \\ \downarrow \\ 4.66 \end{array} = 11.66$$

رابعاً: نوجد حساب تباين المسار الحرج لجميع الانشطة من خلال جمع كل تباين لكل نشاط . كالتالي

$$\begin{array}{c} \text{تباين النشاط A} \\ \downarrow \\ 0.44 \end{array} + \begin{array}{c} \text{تباين النشاط B} \\ \downarrow \\ 0.25 \end{array} + \begin{array}{c} \text{تباين النشاط C} \\ \downarrow \\ 0.44 \end{array} = 1.13$$

ننقل نواتج العمليات السابقة في الجدول التالي

التباين	الوقت المتوقع	الزمن التقديري المُعطى لكل نشاط (بالأسبوع)			النشاط
		زمن متسائم L	الزمن الاكثر احتمالاً M	زمن متقابل S	
0.44	4	6	4	2	A
0.25	3	4.5	3	1.5	B
0.44	4.66	7	4.5	3	C
	11.66	الوقت المستغرق لانتهاء المشروع			
1.13		تباين المسار الحرج لكل الأنشطة			

(المحاضرة الثالثة عشر)

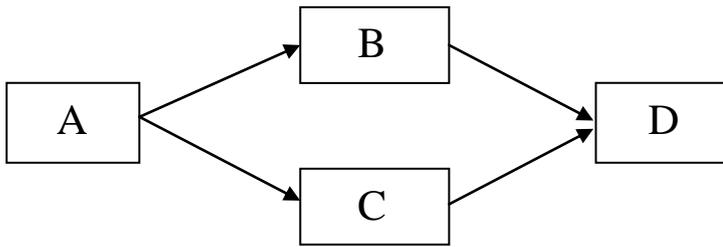
مثال : مشروع مكوّن من أربعة أنشطة (A , B , C , D)

النشاط	النشاط السابق	الزمن التقديري المُعطى لكل نشاط		
		زمن متفائل S	الزمن الأكثر احتمالاً M	زمن متشائم L
A	---	2	4	7
B	A	3	16	20
C	A	4	7	7
D	B,C	3	6	8

المطلوب:

- ١- رسم شبكة المشروع
- ٢- حساب الزمن المتوقع لكل نشاط
- ٣- تحديد المسار الحرج
- ٤- حساب التباين للأنشطة الحرجة فقط

اولاً: نرسم شبكة المشروع بالطريقة التالية



ثانياً: حساب الزمن المتوقع لكل نشاط بتطبيق القانون التالي.

$$\frac{S + 4(M) + L}{6}$$

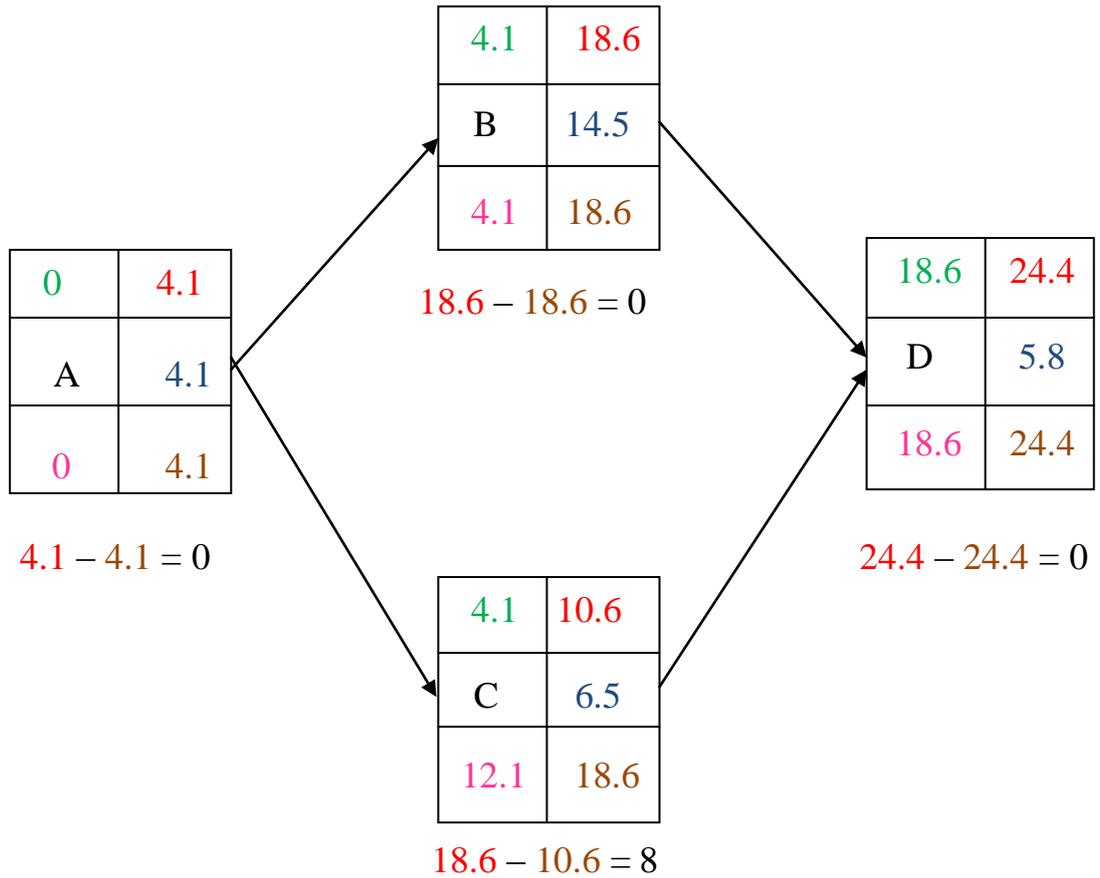
$$A = \frac{2 + 4(4) + 7}{6} = \frac{25}{6} = 4.1$$

$$B = \frac{3 + 4(16) + 20}{6} = \frac{87}{6} = 14.5$$

$$C = \frac{4 + 7(4) + 7}{6} = \frac{39}{6} = 6.5$$

$$D = \frac{3 + 6(4) + 8}{6} = \frac{35}{6} = 5.8$$

ثالثاً: تحديد المسار الحرج



المدة الزمنية التي يستغرقها المشروع (الحساب من خلال الأنشطة الحرجة فقط (A - B - D) هي

$$4.1 + 14.5 + 5.8 = 24.4$$

رابعاً: حساب التباين للأنشطة الحرجة (A - B - D) نطبق القانون

$$\left(\frac{L - S}{6} \right)^2$$

$$A = \left(\frac{7 - 2}{6} \right)^2 = \left(\frac{5}{6} \right)^2 = \frac{25}{36} = 0.69$$

$$B = \left(\frac{20 - 3}{6} \right)^2 = \left(\frac{17}{6} \right)^2 = \frac{289}{36} = 8.02$$

$$D = \left(\frac{8 - 3}{6} \right)^2 = \left(\frac{5}{6} \right)^2 = \frac{25}{36} = 0.69$$

حساب الانحراف المعياري :

$$\sqrt{9.41} = 3.07$$

تباين المسار الحرج للأنشطة الحرجة

$$0.69 + 8.02 + 0.69 = 9.4$$

نقل نواتج العمليات السابقة في الجدول التالي

النشاط	النشاط السابق	الزمن التقديري المُعطى لكل نشاط			الزمن المتوقع لكل نشاط	التباين لكل نشاط
		زمن متقائل S	الزمن الأكثر احتمالاً M	زمن متشائم L		
A	---	2	4	7	4.1	0.69
B	A	3	16	20	14.5	8.02
C	A	4	7	7	6.5	ليس نشاط حرج فلم يحسب
D	B,C	3	6	8	5.8	0.69
<p>الوقت المستغرق لإنهاء المشروع للأنشطة الحرجة فقط ← 24.4</p> <p>تباين المسار الحرج لكل الأنشطة ← 9.4</p>						

أسئلة وردت في اختبارات سابقة للمحاضرات (١٠ - ١١ - ١٢ - ١٣)

س١/ التحليل الشبكي المتضمن جدولة المشاريع يحتوي على :

- أ- أسلوب المسار الحرج وأسلوب تقييم ومراجعة المشاريع .
- ب- الطريقة البيانية وطريقة السملكس .
- ج- المحاكاة وصفوف الانتظار .
- د- تحليل القرارات وبناء النموذج .

س٢/ حساب التباين في المسار الحرج في طريقة PERT ؟

- أ- يتم حسابه لجميع الأنشطة .
- ب- يتم حسابه لجميع الأنشطة الحرجة فقط .
- ج- يتم حسابه لجميع الأحداث .
- د- يتم حسابه لبعض الأنشطة الحرجة .

س٣/ النشاط الحرج هو ؟

- أ- النشاط الذي يمكن تأخير البدء فيه .
- ب- النشاط الذي لا يمكن تأخير البدء فيه .
- ج- النشاط الذي له وقت فائض أكبر من الصفر .
- د- النشاط الوهمي .

س٤/ زمن النهاية المبكر يرمز له بـ ؟

- أ- EST
- ب- EFT
- ج- LST
- د- LFT

س5/ المسار الحرج هو ؟

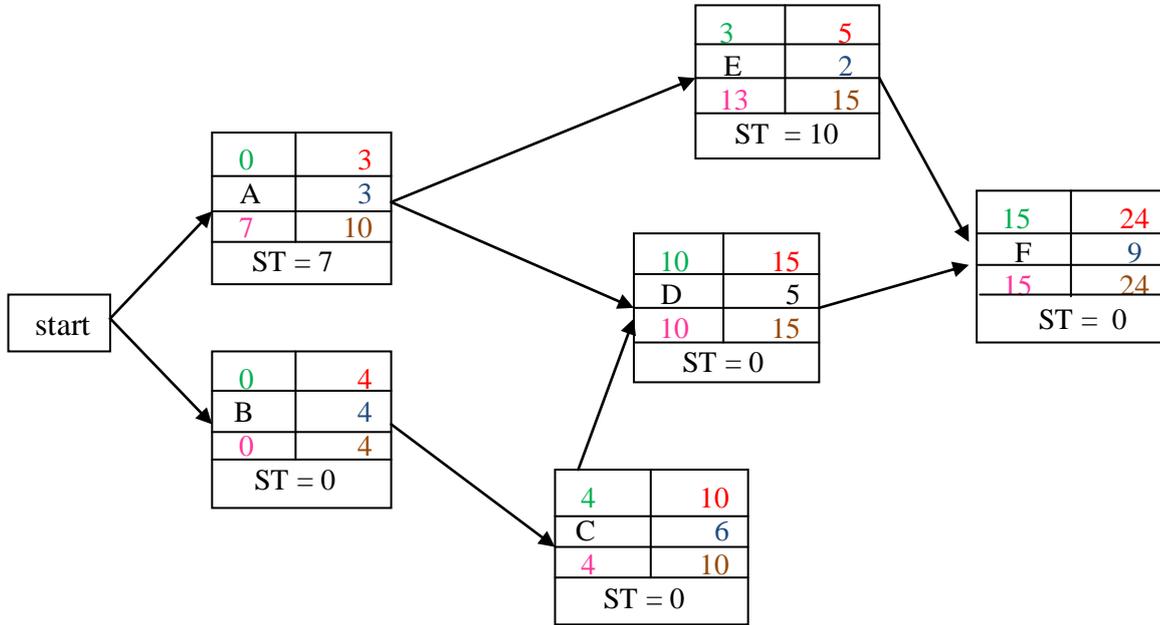
- أ- الذي يحتوي على الأنشطة الحرجة .
- ب- الذي ينتهي في وقته المحدد .
- ج- نفس تعريف النشاط الحرج .
- د- الذي يحتوي على جميع الأنشطة .

س6/ النشاط الحرج هو ؟

- أ- النشاط الذي يبتدئ وينتهي فيه المشروع .
- ب- مجهود يحتاج إلى نقطة بداية ونهاية موارد لتنفيذه .
- ج- مجموعة من المسارات الحرجة التي يتكون منها المشروع .
- د- النشاط الذي إذا تم تأخير انتهائه فإنه يتسبب في تأخير المشروع .

المسار الحرج (الاسئلة من ١ الى ٩)

إذا اعطيت شبكة الأعمال التالية (المطلوب القيام بالحسابات اللازمة والأزمنة الفائضة)



س١/ الزمن الكلي للمشروع (المسار الحرج) هو ؟

أ- 29

ب- 14

ج- 9

د- 24

حل الفقرة رقم (١)

نجمع قيم الانشطة الحرجة فقط والتي فائضها = 0

وهي (B , C , D , F)

$$4 + 6 + 5 + 9 = 24$$

س٣/ زمن البداية المتأخر للنشاط A يساوي ؟

أ- 10

ب- 0

ج- 7

د- 3

حل الفقرة رقم (٢)

والحل: بتطبيق القانون ← **زمن البداية المتأخر** = **زمن النهاية المتأخر** - قيمة النشاط

$$10 - 3 = 7$$

س٣/ زمن البداية المتأخر للنشاط D يساوي ؟

أ- 15

ب- 10

ج- 0

د- 5

حل الفقرة رقم (٣)

والحل: بتطبيق القانون ← **زمن البداية المتأخر** = **زمن النهاية المتأخر** - قيمة النشاط

$$15 - 5 = 10$$

س٤/ زمن البداية المبكر للنشاط F يساوي ؟

أ- 15

ب- 24

ج- 9

د- 5

حل الفقرة رقم (٤)

انظر الى رسم الشبكة والى النشاط F سترى الرقم 15 (باللون الأخضر)

والحل: بتطبيق القانون ← وقت البداية المبكر = اعظم قيمة للنهايات المبكره للانشطة السابقة

وبما أن النشاط F يسبقه نشاطين (E , D) سنأخذ القيمة الاكبر وهى رقم (15) والتي تمثل النهاية المبكرة للنشاط D لتمثل البداية المبكره للنشاط F

س٥/ زمن النهاية المتأخر للنشاط F يساوي ؟

أ- 33

ب- 15

ج- 41

د- 24

حل الفقرة رقم (٥)

والحل: بما ان النشاط F هو النشاط الأخير ، والنشاط الأخير دائماً يعتبر نشاط حرج . اذاً نقوم بنقل الأرقام التي فوق النشاط إلى أسفل النشاط

س٦/ الزمن الفائض للنشاط A يساوي ؟

أ- 0

ب- 7

ج- 10

د- 3

حل الفقرة رقم (٦)

وهذا يكون من خلال طرح وقت النهاية المتأخر من وقت النهاية المبكر

$$10 - 3 = 7$$

س٧ / النشاط الذي يمكن تأجيل البدء به هو ؟

أ - A

ب - D

ج - B

د - C

حل الفقرة رقم (٧)

والسبب انه ليس نشاطاً حرج بل انه يحتوي على 7 وحدات زمنية فائضة

س٨ / الأنشطة السابقة للنشاط D هي ؟

أ - B,C

ب - A,C

ج - B,A

د - F

حل الفقرة رقم (٨)

انظر الى رسمة الشبكة ستري ان النشاط D قد اتاه سهمين من النشاطين (A , C)

س٩ / لو افترضنا أن زمن النشاط A قد تغير وأصبح يساوي 10 ؟

أ - النشاط A سوف يصبح نشاط وهمي .

ب - النشاط A سوف يصبح نشاطاً حرجاً

ج - النشاط A سوف يزيد من زمن انجاز المشروع .

د - العلاقات بين المتغيرات الخطية .

جدول المشاريع وتقييمها PERT (الأسئلة من ١ إلى ٦) :

الجدول التالي يشمل تسلسل الأنشطة الحرجة للمسار الحرج لمشروع ما :

رمز النشاط	التقدير			المتوقع	التباين
	تفاوت (S)	أكثر احتمالاً (M)	تساؤم (L)		
A	2	5	8		
B	1	15	5		

س١/ الوقت المتوقع ؟

للنشاط الحرج A يساوي :

أ- 2

ب- 8

ج- 4

د- 5

حل الفقرة رقم (١)

$$\frac{s + 4(M) + L}{6} \leftarrow \text{نطبق القانون}$$

$$\frac{2 + 4(5) + 8}{6} = 5$$

س٢/ تباين النشاط ؟

الحرج A يساوي :

أ- 5

ب- 1

ج- 0.44

د- 3

حل الفقرة رقم (٢)

$$\left(\frac{L - S}{6} \right)^2 \leftarrow \text{نطبق القانون}$$

$$\left(\frac{8 - 2}{6} \right)^2 = \frac{36}{36} = 1$$

س٣/ الوقت المتوقع للنشاط الحرج B يساوي؟

أ- 1

ب- 2

ج- 5

د- 1.5

حل الفقرة رقم (٣)

$$\frac{s + 4(M) + L}{6} \leftarrow \text{نطبق القانون}$$

$$\frac{1 + 4(1.5) + 5}{6} = 2$$

س٤/ تباين النشاط الحرج B يساوي؟

أ- 0

ب- 0.69

ج- 2.55

د- 0.44

حل الفقرة رقم (٤)

$$\left(\frac{L - S}{6}\right)^2 \leftarrow \text{نطبق القانون}$$

$$\left(\frac{5 - 1}{6}\right)^2 = \frac{16}{36} = 0.44$$

س5/ زمن المسار الحرج لهذا المشروع يساوي ؟

أ- 6.5

ب- 7

ج- 6

د- 12

حل فقرة رقم (٥)

زمن المسار الحرج للمشروع

$$\begin{array}{r} A + B \\ 5 + 2 = 7 \end{array}$$

س٦/ التباين للأنشطة الحرجة يساوي ؟

أ- 1.44

ب- 0.31

ج- 2

د- 1.5

حل الفقرة (٦)

تباين وقت المشروع

$$\begin{array}{r} A + B \\ 1 + 0.44 = 1.44 \end{array}$$

(أسئلة وردت في اختبار سابق)

س١/ مصطلح Earliest Finish يعني ؟

- البداية المبكرة .

- النهاية المبكرة .

- النهاية المتأخرة .

- الزمن الفائض .

س٣ / حساب الزمن المتوقع للنشاط في طريقة PERT ؟

- يتم حسابه لجميع الأنشطة الحرجة فقط .
- يتم حسابه لجميع الأحداث .
- يتم حسابه لبعض الأنشطة الحرجة .
- يتم حسابه لجميع الأنشطة .

س٣ / المفاهيم التالية جميعها تنطبق على النشاط الحرج ما عدا ؟

- النشاط الذي يمكن تأخير البدء فيه .
- النشاط الذي لا يمكن تأخير البدء فيه .
- النشاط الذي له وقت فائض يساوي الصفر .
- النشاط الذي إذا تم تأخير انتهائه ، فإنه يتسبب في تأخير المشروع .

س٢ / المسار الحرج هو ؟

- الذي يحتوي على جميع الأنشطة الحرجة .
- الذي ينتهي في وقته المحدد .
- نفس تعريف النشاط الحرج .
- الذي يحتوي على جميع الأنشطة .

س٥ / PERT يعني في شبكات الأعمال ؟

- Production E-business & Report Technique
- **Project Evaluation & Review Technique**
- Critical Path Method
- Production Evaluation & Report Tchnique

س٦/ إذا كان زمن البداية المتأخر = 12 وزمن النهاية المتأخر = 15 ، زمن البداية المبكر = 11 ، فإن الفائض ST يساوي ؟

أ- 3

ب- 4

ج- 1

د- 0

حل الفقرة رقم (٦)

عملية طرح ← زمن البداية المتأخر - زمن البداية المبكر

$$12 - 11 = 1$$

س٧/ Critical Activity يعني ؟

أ- مسار حرج .

ب- نشاط وهمي .

ج- حدث حرج .

د- نشاط حرج .

س٨/ النشاط في طريقة PERT يأخذ ؟

- زمن واحد مؤكد .

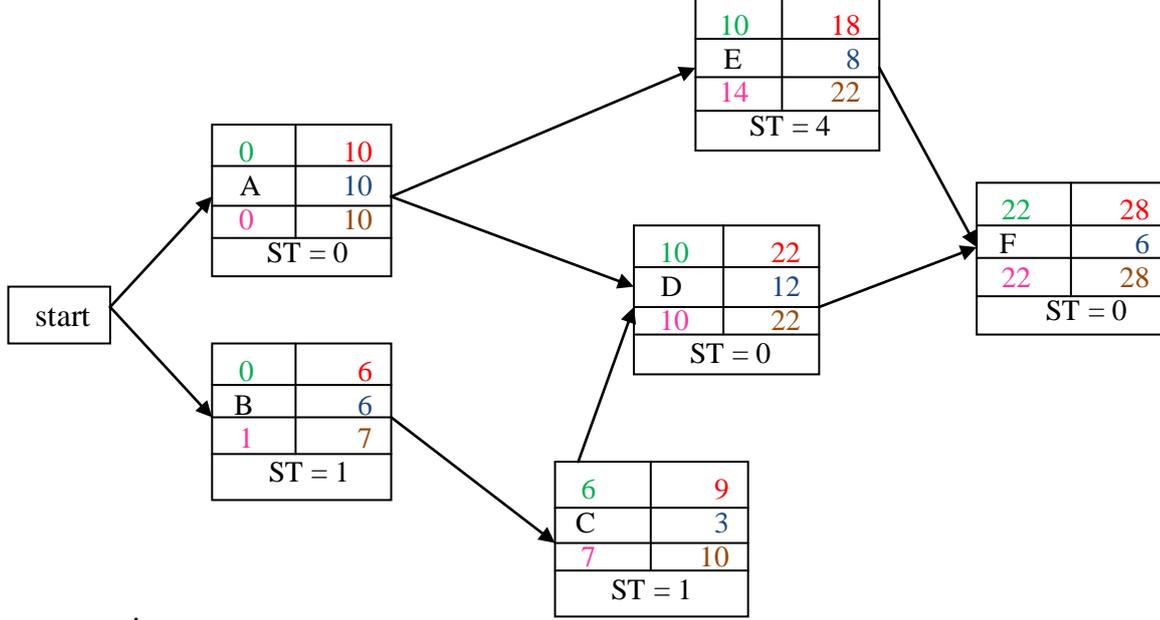
- زمن واحد عشوائي .

- ثلاث أوقات (متفائل ، أكثر احتمالاً ، متشائم) .

- وقتين اثنين (متفائل ، متشائم) .

المسار الحرج :

إذا أعطيت شبكة الأعمال التالية (المطلوب القيام بالحسابات اللازمة والأزمنة الفائضة) .



س١/ الزمن الكلي للمشروع (المسار الحرج) هو ؟

28 -

24 -

22 -

27 -

حل الفقرة رقم (١)

نجمع قيم الأنشطة الحرجة فقط والتي فائضها = 0

وهي (A , D , F)

$$10 + 12 + 6 = 28$$

س٣ / زمن البداية المتأخر للنشاط A يساوي ؟

1 -

0 -

6 -

7 -

حل الفقرة رقم (٢)

والحل: بتطبيق القانون ← **زمن البداية المتأخر = زمن النهاية المتأخر - قيمة النشاط**

$$10 - 10 = 0$$

س٣ / زمن البداية المبكر للنشاط D يساوي ؟

15 -

12 -

10 -

9 -

حل الفقرة رقم (٤)

انظر الى رسم الشبكة والى النشاط D سترى الرقم 10 (باللون الأخضر)

والحل: بتطبيق القانون ← **وقت البداية المبكر = اعظم قيمة للنهايات المبكره للأنشطة السابقة**

وبما أن النشاط D يسبقه نشاطين (C , A) سنأخذ القيمة الاكبر وهى رقم (10) والتي تمثل النهاية المبكرة

للنشاط A لتمثل البداية المبكره للنشاط D

س٤ / زمن النهاية المتأخرة للنشاط C يساوي ؟

9 -

7 -

13 -

10 -

حل الفقرة رقم (٤)

نطبق القانون ← **وقت النهاية المتأخر = اقل قيمة للبدائيات المتأخرة للأنشطة اللاحقة**

وبما أن النشاط D هو النشاط اللاحق للنشاط C سنأخذ الرقم 10 والذي يمثل البداية المتأخرة للنشاط D ليمثل

النهاية المتأخر للنشاط C

س٥/ النشاط الذي يمكن تأجيل البدء به هو؟

A -

C -

D -

F -

حل الفقرة رقم (٥)

والسبب انه ليس نشاطاً حرج بل انه يحتوي على 1 وحدة زمنية فائضة

س٦/ الزمن الفائض للنشاط C يساوي؟

1-

2 -

0 -

- غير متوفر .

حل الفقرة رقم (٦)

وهذا يكون من خلال طرح وقت النهاية المتأخر من وقت النهاية المبكر

$$10 - 9 = 1$$

س٧/ بدأنا بعقدة بداية Start وذلك بسبب؟

- وجود نشاط وهمي .

- وجود نشاطين في البداية .

- عدم وجود نهاية End .

- يمكن الاستغناء عن عقدة البداية في هذه الشبكة .

جدولة المشاريع وتقييمها PERT :

الجدول التالي يمثل تسلسل الأنشطة لمشروع ما (علامة * تدل على أن النشاط حرج) . اجب على الأسئلة (من ١ الى ٥)

التيابن	المتوقع	التقدير			رمز النشاط
		تساؤم (L)	أكثر احتمالاً (M)	تقاؤل (S)	
		8	4.5	4	A*
		16	13	10	B
		14	5	2	C*

س١/ الوقت المتوقع للنشاط الحرج A يساوي ؟

23.33 -

7 -

4.5 -

5 -

حل الفقرة رقم (١)

$$\frac{s + 4(M) + L}{6}$$

← نطبق القانون

$$\frac{4 + 4(4.5) + 8}{6} = 5$$

س٣/ الوقت المتوقع للنشاط C يساوي ؟

13 -

5.5 -

6 -

3.5 -

حل الفقرة رقم (٢)

$$\frac{s + 4(M) + L}{6} \leftarrow \text{نطبق القانون}$$

$$\frac{2 + 4(5) + 14}{6} = 6$$

س٣/ تبين النشاط الحرج C يساوي ؟

2 -

1 -

24 -

4 -

حل الفقرة رقم (٣)

$$\left(\frac{L - S}{6}\right)^2 \leftarrow \text{نطبق القانون}$$
$$\left(\frac{14 - 2}{6}\right)^2 = \frac{144}{36} = 4$$

س ٣/ تباين النشاط الحرج A يساوي ؟

0.44 -

5.44 -

1.44 -

2.44 -

حل الفقرة رقم (٣)

$$\left(\frac{L - S}{6} \right)^2 \leftarrow \text{نطبق القانون}$$
$$\left(\frac{8 - 4}{6} \right)^2 = \frac{16}{36} = 0.44$$

س ٤/ الزمن الذي يستغرقه هذا المشروع (زمن الإنجاز) يساوي ؟

13 -

11 -

24 -

19 -

حل الفقرة رقم (٤)

المدة الزمنية التي يأخذها المشروع هي (جمع الازمنة المتوقعه للمشروع)

$$A + C$$
$$5 + 6 = 11$$

س ٥/ تباين المشروع يساوي ؟

4.44 -

5.44 -

1.44 -

2.44 -

حل الفقر (٦)

تباين وقت المشروع

$$\begin{array}{r} A + C \\ 0.44 + 4 = 4.44 \end{array}$$

تمت والله الحمد

