

رياضيات للإدارة

المحاضرة الأولى

الفصل الأول: الدوال

(الأزواج المرتب - الضرب الديكارتي - العلاقة والدالة - الدوال - معادلات الخط المستقيم)

الفصل الثاني: الرياضيات المالية (معدل الربح البسيط-معدل الربح المركب)

الفصل الثالث: النهايات والاتصال (قوانين النهايات-الاتصال - تطبيقات اقتصادية

الفصل الرابع: التفاضل (الاشتقاق -) مشتقات الدوال- التطبيقات الاقتصادية (: الإيراد الحدي، التكلفة الحدية، الربح الحدي)

الفصل الخامس: التكامل - التكامل الغير محدود - التكامل المحدود - تطبيقات اقتصادية

أولاً : المجموعات

$$A = \{ 1,2,5,7 \} \longrightarrow n(A) = 4$$

$$B = \{ 3,8,9,11,15 \} \longrightarrow n(B) = 5$$

$$\phi = \{ \} \longrightarrow n(\phi) = 0$$

$X = \{1, 3, 5, 7, \dots\}$ **مجموعة غير محدودة** \longrightarrow

$Y = \{2, 4, 6, 8, 10\}$ **مجموعة محدودة** \longrightarrow

$\{5, 7\} = \{7, 5\}$ **الترتيب ليس له اهمية** \longrightarrow

الزوج المرتب



$(a, b) \neq (b, a)$ **الترتيب له اهمية** \longrightarrow

$(x, y) = (a, b)$ \longrightarrow $x = a, y = b$

مقارنة بين المجموعة والزوج المرتب

الزوج المرتب	المجموعة	الشكل
()	{ }	
لا يوجد زوج مرتب خالي	$\emptyset = \{ \}$ يوجد مجموعة خالية	الوجود
الزوج المرتب يتكون فقط من مسقطين المسقط الأول والمسقط الثاني أو احدثين الإحداثي الأول والاحداثي الثاني	$\emptyset, \{5\}, \{2, 6, 7\}, \{2, 4, 6, \dots\}$ يوجد مجموع خالية أو بها عنصر أو عنصرين أو ثلاثة أو عدد لا نهائي	عدد العناصر
$(3, 5) \neq (5, 3)$ الترتيب مهم	$\{3, 5\} = \{5, 3\}$ الترتيب ليس له أهمية	ترتيب العناصر

$$(x, y) = (3, 7) \longrightarrow x = 3, y = 7$$

$$(a + 1, b - 2) = (3, 1) \longrightarrow a = 2, b = 3$$

$$(r - 1, 6) = (5, t + 2) \longrightarrow r = 6, t = 4$$

$$(a + 4, 5) = (9, b - 4) \longrightarrow a = \dots, b = \dots$$

الضرب الديكارتي لمجموعتين x و y

هو عبارة عن كل الأزواج المرتبة التي مسقطها الأول من x ومسقطها الثاني من y

1- مثال اذا كان $x = \{1, 3, 5\}$, $y = \{a, b\}$

فأوجد حاصل الضرب الديكارتي

$$X \times Y \text{ and } Y \times X, X \times X, Y \times Y$$

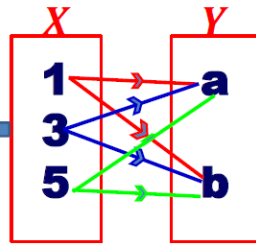
ومثله بمخطط سهمي

$$X = \{1, 3, 5\}, Y = \{a, b\},$$

$$X \times Y = \{1, 3, 5\} \times \{a, b\},$$

$$X \times Y = \{(1, a), (1, b), (3, a), (3, b), (5, a), (5, b)\}$$

المخطط السهمي
 $X \times Y$



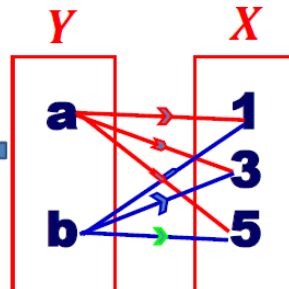
$$x = \{1, 3, 5\}, y = \{a, b\},$$

$$Y \times X = \{a, b\} \times \{1, 3, 5\}$$

$$Y \times X = \{(a, 1), (a, 3), (a, 5), (b, 1), (b, 3), (b, 5)\}$$

المخطط السهمي

$Y \times X$



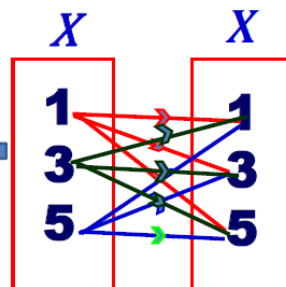
$$x = \{1, 3, 5\},$$

$$X \times X = \{1, 3, 5\} \times \{1, 3, 5\}$$

$$X \times X = \{(1, 1), (1, 3), (1, 5), (3, 1), (3, 3), (3, 5), (5, 1), (5, 3), (5, 5)\}$$

المخطط السهمي

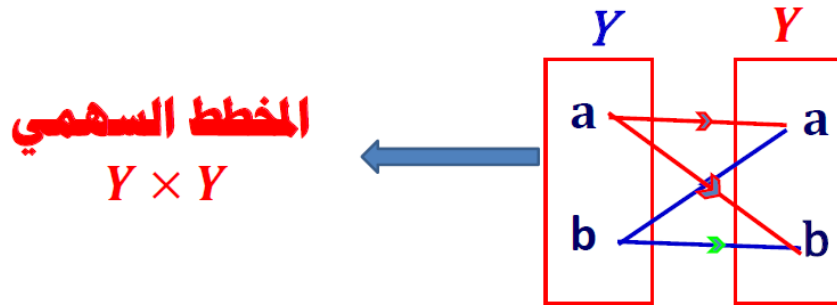
$X \times X$



$$Y = \{a, b\}$$

$$Y \times Y = \{a, b\} \times \{a, b\}$$

$$Y \times Y = \{(a, a), (a, b), (b, a), (b, b)\}$$



ملاحظات علي الضرب الديكارتي

1) اذا كان المجموعة $A = \{2, 6, 9\}$ فانه يرمز لعدد عناصر المجموعة A

$$n(A) = 3$$

2) اذا كان المجموعة $B = \{4, 8\}$ فانه يرمز لعدد عناصر المجموعة B

$$n(B) = 2$$

3) فان عدد عناصر حاصل الضرب $A \times B$ يرمز له بالرمز $n(A \times B)$

$$n(A \times B) = n(A) \times n(B) = 3 \times 2 = 6$$

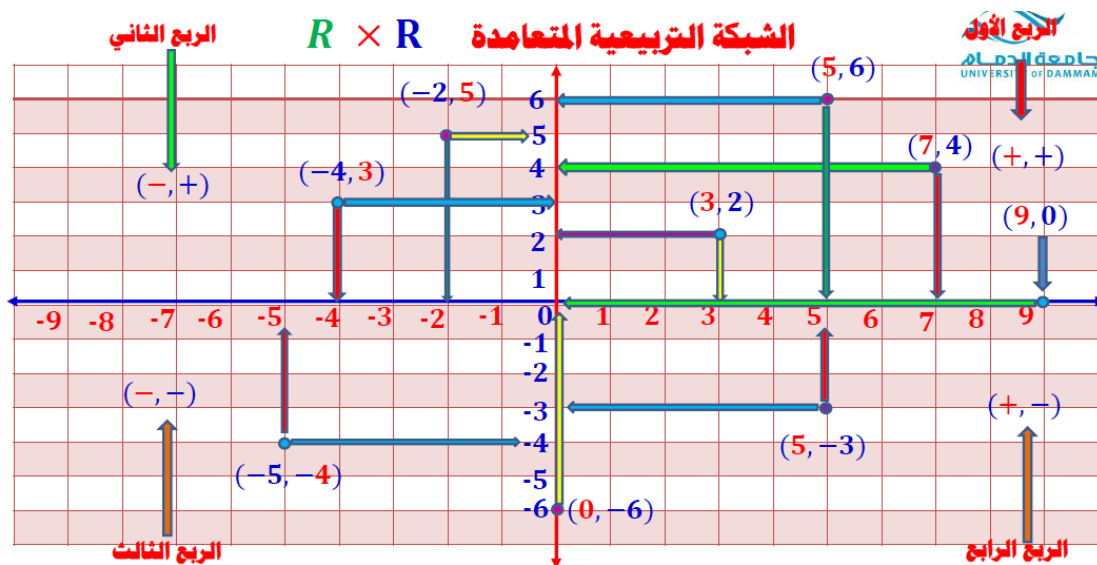
4) اذا كان $A = \{3, 5\}$, $B = \{4, 7, 9\}$ فان

$$A \times B = \{(3, 4), (3, 7), (3, 9), (5, 4), (5, 7), (5, 9)\}$$

$$B \times A = \{(4, 3), (4, 5), (7, 3), (7, 5), (9, 3), (9, 5)\}$$

$$n(A \times B) = 6, \quad n(B \times A) = 6 \quad \Rightarrow \quad n(A \times B) = n(B \times A)$$

$$(3, 4) \neq (4, 3) \quad \Rightarrow \quad A \times B \neq B \times A$$



ملاحظات علي الشبكة التربيعية

- (+, +) أي نقطة تقع في الربع الأول يكون احداثياتها موجبين معا
- (-, +) أي نقطة تقع في الربع الثاني يكون احداثياتها
- (-, -) أي نقطة تقع في الربع الثالث يكون احداثياتها سالبين معا
- (+, -) أي نقطة تقع في الربع الرابع يكون احداثياتها
- (±, 0) أي نقطة تقع علي محور السينات احداثها الصادي يساوي صفر
- (0, ±) أي نقطة تقع علي محور الصادات احداثها السيني يساوي صفر

تمارين متنوعة

- 1) النقطة التي احداثياتها (2,-5) تقع في الربع
 أ) الأول ب) الثاني ج) الثالث د) الرابع
- 2) النقطة (-1,-3) تقع في الربع
 أ) الأول ب) الثاني ج) الثالث د) الرابع
- 3) النقطة (0,7) تقع في
 أ) الربع الأول ب) محور السينات ج) الربع الثالث د) محور الصادات
- 4) إذا كانت النقطة (x, x+3) تقع في الربع الثالث فان x يمكن ان تساوي
 أ) -1 ب) 3 ج) -4 د) -2

تمارين علي الزوج المرتب وحاصل الضرب الديكارتي

1) اذا كان $(a, b) = (3, 5)$ فان $a + b = \dots$

- أ) 3 ب) 5 ج) 8 د) 2

2) اذا كان $n(y^2) = 25$ فان $n(y) = \dots$

- أ) 2 ب) 5 ج) 10 د) 15

3) اذا كان $n(X \times Y) = 24$, $n(X) = 6$ فان $n(Y) = \dots$

- أ) 2 ب) 8 ج) 6 د) 4

4) اذا كان $X \times Y = \{(2, 6), (2, a), (3, 6), (3, a), (5, 6), (5, a)\}$ فان $x = \dots$

- أ) {2,3,5} ب) {2,3} ج) {6,a} د) {5,6}

5) اذا كان $n(X^2) = 9$, $n(X \times Y) = 12$ فان $n(Y) = \dots$

- أ) 3 ب) 6 ج) 4 د) 21

6) $\{0\} \times \{5\} = \dots$

- أ) (0,5) ب) {(0,5)} ج) 5 د) 0

7) إذا كان $(3, 5) \in \{3, 7\} \times \{a, 6\}$ فإن $a = \dots$	أ) 3	ب) 7	ج) 5	د) 6
8) إذا كان $X \times Z = Z \times X$, فإن	أ) $X = Z$	ب) $X \neq Z$	ج) $X \cap Z = X$	د) $X \cap Z = Z$
9) إذا كان $X = \{2, 3\}$ و $Y = \{4, 5, 6\}$ فإن $(6, 4) \in \dots$	أ) $X \times Y$	ب) $Y \times X$	ج) X^2	د) Y^2

العلاقة والدالة

العلاقة من مجموعة X الى مجموعة Y هي
هي علاقة تربط بعض أو كل عناصر المجموعة X ببعض أو كل عناصر
المجموعة Y

العلاقة من مجموعة X الى مجموعة Y هي
او هي بعض أو كل الأزواج المرتبة التي مسقطها الأول من X ومسقطها
الثاني من Y

مثال

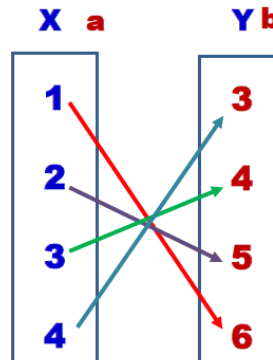
إذا كانت المجموعة $X = \{1, 2, 3, 4\}$ والمجموعة $Y = \{3, 4, 5, 6\}$ وكانت R
علاقة من X الى Y حيث aRb تعني ان $a+b=7$ اكتب بيان العلاقة
 R ومثله بمخطط سهمي وبين هل العلاقة R دالة ام لا

$$R = \{(1, 6), (2, 5), (3, 4), (4, 3)\}$$

العلاقة دالة لان كل عنصر من عناصر X خرج منه
سهم واحد فقط

مجال الدالة هو عناصر المجموعة X يساوي
 $\{1, 2, 3, 4\}$

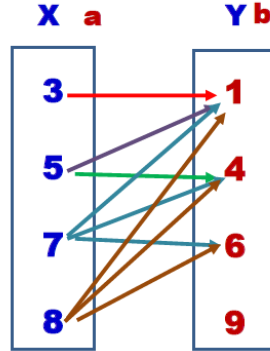
مدي الدالة هو ما وصلت اليه الأسهم في Y يساوي
 $\{3, 4, 5, 6\}$



مثال

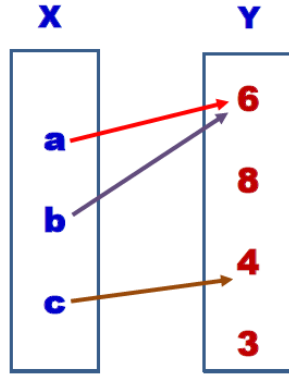
إذا كانت المجموعة $X = \{3, 5, 7, 8\}$ والمجموعة $Y = \{1, 4, 6, 9\}$ وكانت R علاقة من X إلى Y حيث aRb تعني أن $a > b$ اكتب بيان العلاقة R ومثله بمخطط سهمي وبين هل العلاقة R دالة أم لا

$R = \{(3, 1), (5, 1), (5, 4), (7, 1), (7, 4), (7, 6), (8, 1), (8, 4), (8, 6)\}$

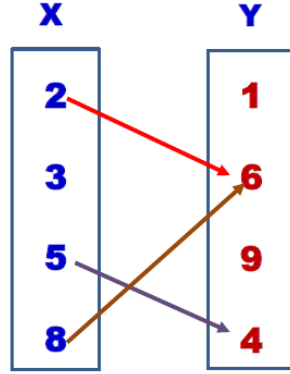


العلاقة ليست دالة لأن العناصر 5 و 7 و 8 خرج منها أكثر من سهم

أمثلة بين أي العلاقات التالية تمثل دالة مع ذكر السبب وذكر مجال ومدى الدالة في حالة العلاقة دالة

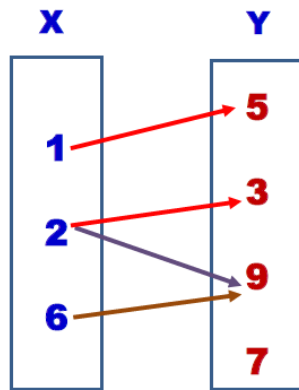


الشكل a

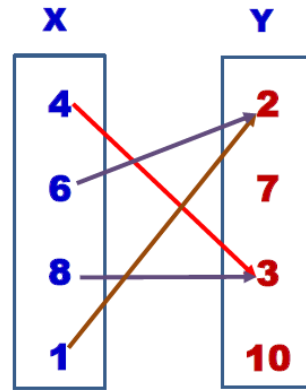


الشكل b

امثلة بين أي العلاقات التالية تمثل دالة مع ذكر السبب واذكر مجال ومدى الدالة في حالة العلاقة دالة



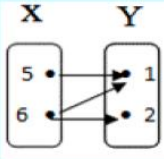
الشكل c



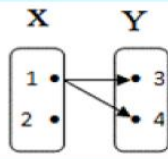
الشكل d

1) إذا كان	$(a - 2, 3) = (2, b)$ فان	$a - b = \dots$	zero (د)
3 (أ)	2 (ب)	1 (ج)	
2) إذا كانت	$n(X) = 2$	$n(X \times Y) = 6,$	$n(Y^2) = \dots$ فان
9 (أ)	3 (ب)	2 (ج)	4 (د)
3) إذا كانت	$(3, 5) \in \{3, 6\} \times \{x, 8\}$	فان	$x = \dots$
4 (أ)	5 (ب)	6 (ج)	8 (د)
4) إذا كانت	$X = \{3, 4\}, Y = \{5, 6, 2\}$	فان	$(4, 3) \in \dots$
Y^2 (أ)	X^2 (ب)	$Y \times X$ (ج)	$X \times Y$ (د)

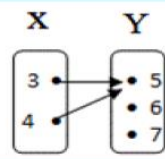
5 المخطط الذي يمثل دالة فيما يأتي



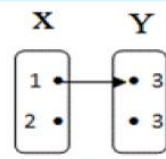
(أ)



(ب)

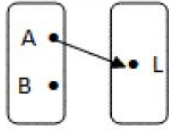


(ج)

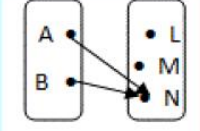


(د)

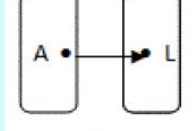
5 المخطط الذي لا يمثل دالة فيما يأتي



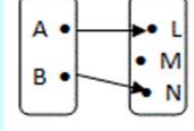
d



c



b



a

7 $\{1\} \times \{7\} = \dots\dots\dots$ (أ)

- (أ) $\{1, 7\}$ (ب) $\{(1, 7)\}$ (ج) 7 (د) 1

8 إذا كانت العلاقة $R = \{(1,3), (2,5), (5,7), (4,9)\}$ تمثل دالة فان مداها يساوي

- (أ) $\{3, 5, 7, 9\}$ (ب) $\{1, 2, 4, 5\}$ (ج) $\{2, 3, 4, 5\}$ (د) $\{3, 4, 6, 7\}$

9 إذا كان $(a - 3, 4) = (1, b)$ فان $a - b = \dots$

- (أ) 3 (ب) 2 (ج) 1 (د) zero

10 إذا كانت $x = \{3, 7, 9\}$ فان $n(X \times Y) = 6$ فان $n(Y^2) = \dots\dots\dots$

- (أ) 9 (ب) 3 (ج) 2 (د) 4