

المحاضرة الاولى

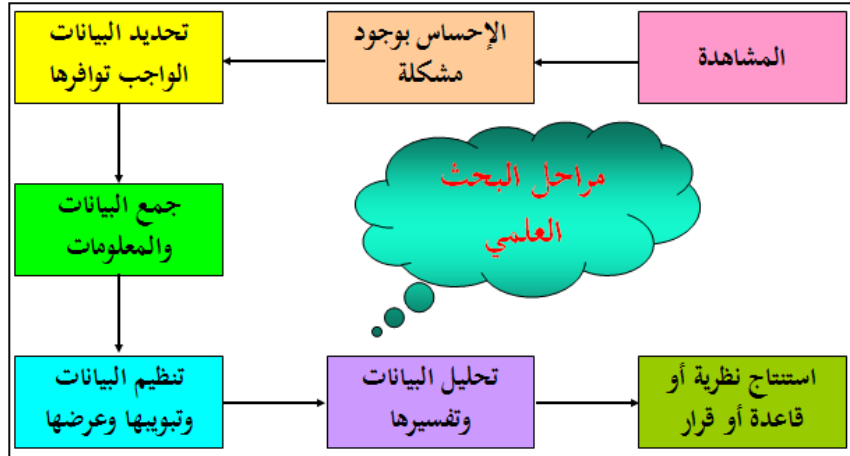
التعريف ببعض المفاهيم الإحصائية

سنتناول في هذه المحاضرة المواضيع التالية:

- ١- مقدمة
- ٢- مفهوم علم الإحصاء
- ٣- المجتمع والعينة
- ٤- البيانات
- ٥- خطوات العملية الإحصائية
- ٦- تمرينات محلولة
- ٧- تدريبات للطالب

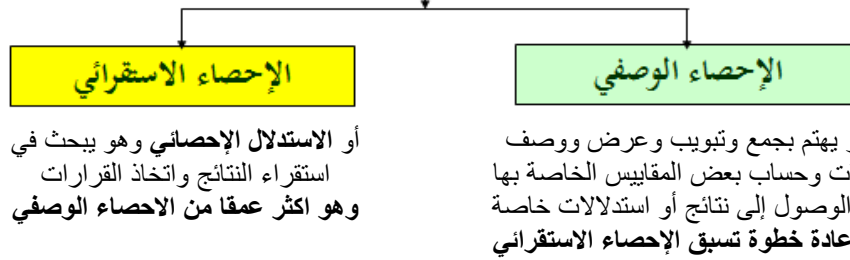
مقدمة:

الغرض من العلم (بوجه عام) هو البحث عن الحقيقة ، والبحث العلمي هو الوسيلة للوصول إلى حقائق الأشياء والظواهر ومعرفة كل العلاقات التي تربط بينها وبعضها البعض، سواء كانت هذه الظواهر اجتماعية أو اقتصادية أو طبيعية أو غير ذلك، لذا يستخدم البحث العلمي **العلم** بقصد دراسة ظاهره معينة لاكتشاف حقائقها ومعرفة القواعد العامة التي تحكمها. كما أن الإحساس بوجود مشكلة (أو ظاهرة) ما يمثل شرطاً أساسياً للقيام ببحث علمي، وهذا الإحساس لا يأتي إلا من خلال المشاهدة للظواهر المختلفة، وهذا يتطلب تحديد البيانات الواجب توافرها حتى يمكن إجراء البحث والوصول إلى نتائج مقبولة يمكن الاعتماد عليها في تفسير تلك الظواهر المختلفة التي قد تثير الاهتمام يأتي بعد ذلك جمع لتلك البيانات من مصادرها المختلفة وتنظيمها وتبويبها وعرضها في صور جدولية أو بيانية ، ثم يتم استخدامها في حساب بعض المقاييس الخاصة بهذه الظواهر وإجراء تحليل لتلك البيانات بما يساعد في تفسير النتائج المختلفة للبيانات واستخدامها في استنتاج نظرية أو قاعدة أو قانون أو المساعدة في اتخاذ القرارات أو التنبؤ بنتائج مستقبلية والشكل التالي يمكن أن يوضح الإطار العام لأي بحث علمي



مفهوم علم الإحصاء: يختص علم الإحصاء بالطرق العملية لجمع وتنظيم وعرض وتحليل البيانات كذلك الوصول إلى نتائج مقبولة وقرارات سليمة على ضوء هذا التحليل، وقديماً عُرف علم الإحصاء على أنه جمع البيانات عن ظاهرة معينة وترتيبها في جداول أو عرضها في صورة رسومات وأشكال بيانية بسيطة، ومن ثم استخدم اصطلاح "**علم الإحصاء**" للتعبير عن البيانات والمقاييس المستخرجة من تلك البيانات (مثل المتوسطات)، وعلى هذا الأساس نتحدث عن إحصاءات البطالة والحوادث والمواليد والوفيات ، ... إلخ لكن في حقيقة الأمر هذا استخدام ذي معنى ضيق لاصطلاح "علم الإحصاء"، لكن مع تقدم العلوم بدأ علم الإحصاء يلعب دوراً متزايداً في حياتنا اليومية بحيث أصبح يشغل حيزاً كبيراً بين بقية العلوم الأخرى، فأصبح يبحث في جمع البيانات وتنظيمها وعرضها وتحليلها واستنتاج وتوقع نتائج واتخاذ قرارات

وينقسم علم الإحصاء إلى قسمين رئيسيين



المجتمع والعينة: مثلاً لتحليل نتائج طلاب المملكة في مقرر اللغة الإنجليزية لطلاب وطالبات الثانوية العامة، فمن المستحيل أو غير العملي أن نقوم بجمع درجات جميع الطلاب في هذا المقرر على مستوى المملكة وتنظيمها وتحليلها ثم نستنتج بعض النتائج من هذا التحليل، هنا يكون **المجتمع** هو جميع طلاب المملكة. بدلاً من ذلك نقوم باختيار **عينة** من هؤلاء الطلاب (تحت شروط معينة حتى تكون ممثلة للمجتمع) ونقوم بتحليل بيانات هذه العينة ونخرج من هذا التحليل باستدلالات تخص المجتمع ككل

فالمجتمع: يقصد به المجتمع الإحصائي للظاهرة ويعرف انه جميع المفردات التي يجمعها اطار عام واحد او مجموعة خصائص عامة واحدة
اما العينة: فهي جزء من المجتمع الإحصائي محل الدراسة.
البيانات: يمكن ببساطة تعريف البيانات على أنها مجموعة من "الملاحظات او القياسات" التي تخص الظاهرة تحت الدراسة، والكمية التي نقوم بمشاهدتها أو قياسها تُسمى **بالمتمغير** وعادةً نرمز له برمز مثل $x, y, A, B, ..$ ، فمثلاً :

مثال	العملية الإحصائية : دراسة	البيانات (القياسات أو المشاهدات)	المتغير x
(١)	لون العين لبعض الأطفال حديثي الولادة	أخضر - أزرق - بني -	لون العين
(٢)	عدد الطلاب في فصول مدرسة	15 - 18 - 20 - 25 - 17 -	عدد الطلاب
(٣)	أطوال مجموعة من الطلاب في فصل ما (بالمتر)	1.5 - 1.52 - 1.71 - 1.83 -	طول الطالب
(٤)	أوزان بعض العائلات بمصنع معين (بالكيلوجرام)	55.2 - 60.1 - 63.35 - 70.52 -	وزن العاملة
(٥)	تقديرات عدد من الطلاب في مقرر الإحصاء	A - B - C - D - F - A - C - B -	تقدير الطالب

والمتمغير (أي الظاهرة تحت الدراسة) إما أن يكون :

١- **متغير نوعي:** (وتسمى بيانات نوعية) وهي أي صفة أو ظاهرة تتغير من شخص لآخر ومن وقت لآخر وتسجل بأوصاف لفظية، أي لا يمكن التعبير عنه **بعدد** مثل لون العين أو تقدير الطلاب

(١) لون العين	أخضر - أزرق - بني -
(٥) تقدير الطلبة	A - B - C - F - D - A - A - ..

مثل ○○○○○○

٢- **متغير كمي:** (وتسمى البيانات حينئذ بيانات كمية) وهي أي صفة أو ظاهرة تتغير من شخص لآخر ومن وقت لآخر وتسجل بأرقام عددية، أي يمكن التعبير عنه **بعدد** مثل الأطوال أو الأوزان أو أعداد الطلاب. وللمتمغير الكمي نوعين إما متمغير متصل أو متمغير متقطع:

أ- **متغير متصل:** فتسمى البيانات عندئذ بيانات كمية متصلة (قابلة للكسور وفيها استمرارية) ففيها يمكن أن يأخذ المتمغير أي قيمة بين قيمتين معينتين [بتعبير آخر هو كمية يمكن أن **تُقاس** ولا **تعد**]

(٣) أطوال الطلاب	1.5 - 1.52 - 1.71 - 1.83 - ...
(٤) أوزان العاملات	55.2 - 60.1 - 63.25 -

مثل ○○○○○○

ب- **متغير متقطع:** فتُسمى البيانات عندئذ بيانات كمية متقطعة (غير قابلة للكسور) [أو بتعبير آخر هو كمية يمكن أن **تعد** ولا **تُقاس**] مثل ○○○

عدد الطلاب	15 - 18 - 20 - 25 -
------------	---------------------------

سمر المغربي

خطوات العملية الإحصائية

يمكن تلخيص خطوات أي عملية إحصائية في الآتي :

- ١- **جمع البيانات** : هي عملية الحصول على القياسات الخاصة بظاهرة معينة وعادةً ما تُسمى البيانات المجمعة **بالبيانات الخام**
- ٢- **تنظيم وعرض البيانات** : هي عملية وضع البيانات السابقة في جداول خاصة وعرضها بطرق مناسبة
- ٣- **تحليل البيانات** : هي عملية إيجاد مقاييس تتحدد قيمها من البيانات السابقة وتعطي بعض الدلالات عن الظاهرة تحت الدراسة
- ٤- **استقراء النتائج واتخاذ القرارات** : هي الاستنتاجات التي يتوصل إليها الباحث من خلال تحليله للبيانات السابقة وعادةً ما تكون على شكل تقديرات أو تنبؤات أو تعميمات أو قرارات بالرفض أو القبول .

تمارين محلولة 😊

اختر الإجابة الصحيحة لكل مما يأتي :

- ١- هو العلم الذي يهتم بجمع وتبويب وعرض ووصف البيانات وحساب بعض المقاييس الخاصة بها دون الوصول إلى نتائج أو استدلالات خاصة
(أ) ☒ علم الإحصاء الوصفي (ب) ☐ علم الإحصاء الاستقرائي
(ج) ☐ علم تقنية المعلومات (د) ☐ علم تكنولوجيا المعلومات
- ٢- هي عملية الحصول على القياسات والبيانات الخاصة بظاهرة معينة .
(أ) ☐ تحليل البيانات (ب) ☐ استقراء النتائج واتخاذ القرارات
(ج) ☐ تنظيم وعرض البيانات (د) ☒ جمع البيانات
- ٣- هي عملية وضع البيانات الخاصة بظاهرة معينة في جداول منسقة وعرضها بطرق مناسبة .
(أ) ☐ تحليل البيانات (ب) ☐ استقراء النتائج واتخاذ القرارات
(ج) ☒ تنظيم وعرض البيانات (د) ☐ جمع البيانات
- ٤- عدد الأيام N في كل شهر هو :
(أ) ☐ متغير نوعي (ب) ☐ متغير كمي متصل
(ج) ☒ متغير كمي متقطع (د) ☐ خلاف ذلك
- ٥- لون السيارات C في أحد مواقف السيارات هو :
(أ) ☒ متغير نوعي (ب) ☐ متغير كمي متصل
(ج) ☐ متغير كمي متقطع (د) ☐ خلاف ذلك

٦- البيانات المجمعة عن تقديرات الطلبة في أحد المقررات الدراسية هي :

- (أ) ☒ بيانات نوعية
(ب) ☐ بيانات كمية متصلة
(ج) ☐ بيانات كمية متقطعة
(د) ☐ خلاف ذلك

٧-البيانات المجمعة عن الدخل السنوي لمنسوبي إحدى الهيئات الحكومية هي :

- (أ) ☐ بيانات نوعية
(ب) ☒ بيانات كمية متصلة
(ج) ☐ بيانات كمية متقطعة
(د) ☐ خلاف ذلك

تدريبات للطالب

(١) هو العلم الذي يبحث في استقراء النتائج واتخاذ القرارات

- (أ) ☐ علم الإحصاء الوصفي
(ب) ☐ علم الإحصاء الاستقرائي
(ج) ☐ علم تقنية للمعلومات
(د) ☐ علم تكنولوجيا للمعلومات

(٢) هي عملية الوصول إلى استنتاجات وتوقعات وتنبؤات خاصة بظاهرة معينة

- (أ) ☐ تحليل البيانات
(ب) ☐ استقراء النتائج واتخاذ القرارات
(ج) ☐ تنظيم وعرض البيانات
(د) ☐ جمع البيانات

(٣) هي عملية إيجاد قيم لمقاييس تتحدد قيمها من البيانات الخاصة بظاهرة معينة وتُعطي بعض الدلالات عن تلك الظاهرة

- (أ) ☐ تحليل البيانات
(ب) ☐ استقراء النتائج واتخاذ القرارات
(ج) ☐ تنظيم وعرض البيانات
(د) ☐ جمع البيانات

(٤) المسافة d (بالكيلومتر) التي يقطعها شخص يومياً من بيته لمكان عمله هي :

- (أ) ☐ متغير نوعي
(ب) ☐ متغير كمي متصل
(ج) ☐ متغير كمي متقطع
(د) ☐ خلاف ذلك

- (٥) وزن البطاطس W (بالكيلوجرام) التي تنتجها مزارع مختلفة في سنة معينة هو :
- (أ) ☐ متغير نوعي (ب) ☐ متغير كمي متصل
(ج) ☐ متغير كمي متقطع (د) ☐ خلاف ذلك
- (٦) عدد حبات البطيخ N التي تباعها محلات سوبر ماركت مختلفة يوم الجمعة هو :
- (أ) ☐ متغير نوعي (ب) ☐ متغير كمي متصل
(ج) ☐ متغير كمي متقطع (د) ☐ خلاف ذلك
- (٧) الزمن t الذي يأخذه كل طالب في كليتك لحل اختبار مقرر الإحصاء هو :
- (أ) ☐ متغير نوعي (ب) ☐ متغير كمي متصل
(ج) ☐ متغير كمي متقطع (د) ☐ خلاف ذلك
- (٨) مقياس الأحذية S هو :
- (أ) ☐ متغير نوعي (ب) ☐ متغير كمي متصل
(ج) ☐ متغير كمي متقطع (د) ☐ خلاف ذلك
- (٩) اللعبة الرياضية A التي يفضلها أفراد أسرتك هي :
- (أ) ☐ متغير نوعي (ب) ☐ متغير كمي متصل
(ج) ☐ متغير كمي متقطع (د) ☐ خلاف ذلك
- (١٠) البيانات المجمعة عن نوع السيارات في موقف ما ، هي :
- (أ) ☐ بيانات نوعية (ب) ☐ بيانات كمية متصلة
(ج) ☐ بيانات كمية متقطعة (د) ☐ خلاف ذلك
- (١١) البيانات المجمعة عن النسبة المئوية لدرجات الطلاب في أحد المقررات الدراسية هي :
- (أ) ☐ بيانات نوعية (ب) ☐ بيانات كمية متصلة
(ج) ☐ بيانات كمية متقطعة (د) ☐ خلاف ذلك
- (١٢) البيانات المجمعة عن درجة الحرارة ساعة الظهيرة في عدد من مدن المملكة هي :
- (أ) ☐ بيانات نوعية (ب) ☐ بيانات كمية متصلة
(ج) ☐ بيانات كمية متقطعة (د) ☐ خلاف ذلك
- (١٣) البيانات المجمعة عن الحالة الاجتماعية لسكان منطقة معينة هي :
- (أ) ☐ بيانات نوعية (ب) ☐ بيانات كمية متصلة
(ج) ☐ بيانات كمية متقطعة (د) ☐ خلاف ذلك

الإجابة : (١) ب (٢) ب (٣) أ (٤) ب (٥) ب (٦) ج (٧) ب (٨) ج (٩) أ
(١٠) أ (١١) ب (١٢) ب (١٣) أ

المحاضرة الثانية

أساليب إجراء البحث الميداني

هناك سؤال مهم لابد من الإجابة عليه وهو:

هل تشمل الدراسة جميع مفردات المجتمع الإحصائي أم سيطبق على جزء منه؟

في حالة اعتماد البحث على دراسة جميع مفردات المجتمع الإحصائي يسمى ذلك

أسلوب الحصر الشامل .

أما إذا اعتمد البحث على دراسة جزء فقط من مفردات المجتمع الإحصائي يسمى ذلك

أسلوب العينة.

١- **أسلوب الحصر الشامل :** يمكننا هذا الأسلوب من الحصول على كافة البيانات والمعلومات عن كافة مفردات المجتمع الإحصائي وبالتالي فإن النتائج التي نحصل عليها لا يوجد بها تحيز ولا تحتاج لتعديل لكنها تحتاج إلى وقت وجهد كبيرين.

مثل: أراء أعضاء مجلس الشورى في قضية من قضايا المجتمع مطروحة في المجلس.

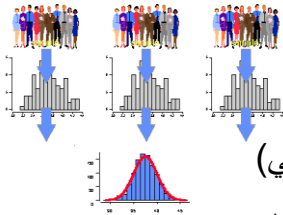
٢- **أسلوب العينات:** يبدوا هذا الأسلوب على العكس من أسلوب الحصر الشامل حيث تقتصر

الدراسة فيه على جزء من المجتمع الإحصائي، لذا فهذا الأسلوب يوفر الوقت و الجهد و

التكاليف ويصلح للمجتمعات غير المحدودة. إلا ان أهم عيوب هذا النوع هو ما يسمى بخطأ

التحيز Sampling Bias .

مثل: إجراء دراسة على طلاب الثانوية في السعودية فهنا من الصعب استخدام أسلوب الحصر الشامل فنقوم بإجراء دراسة على عينة فقط مثلا طلاب الثانوية في الرياض.



أقسام مجتمع البحث

قسم بعض العلماء مجتمع البحث الى ق سمين:

● المجتمع الكلي للبحث: وهو الاطار الكبير للمجتمع (للبينات)

● المجتمع الذي يمكن التعرف عليه: وهو إطار داخلي (داخل المجتمع الكلي)

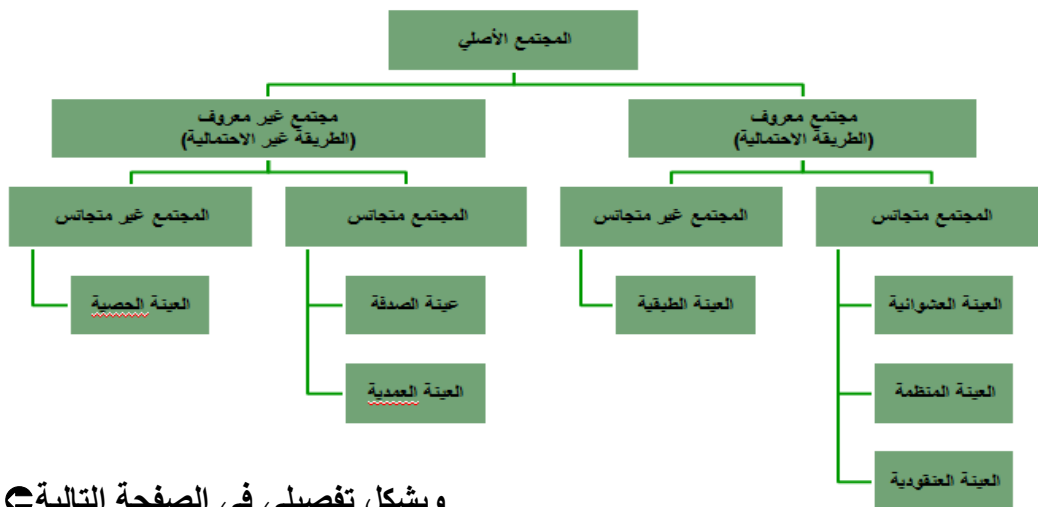
مجتمع البحث هو مصطلح علمي يراد به كل من يمكن أن تعمم عليه نتائج البحث

(المقصود به أن نتائج البحث تعمم على المجتمع الذي تمت دراسته)

عينة البحث بأنها جزء من المجتمع اختير بطريقة علمية بشرط ان تمثل المجتمع ككل

(أي انها تعكس جميع خصائص المجتمع)

طرق اختيار العينات:



وبشكل تفصيلي في الصفحة التالية

طرق اختيار العينة: المجتمع الأصلي ينقسم الى قسمين:

- ١- **مجتمع معروف (الطريقة الاحتمالية):** هو المجتمع الذي نستطيع أن نحيط بجميع أفراده والتعرف عليهم مثل: تطبيق دراسة على طلاب التعليم عن بعد بجامعة الملك فيصل لاني أستطيع التعرف عليهم من خلال الرجوع الى عمادة التعليم عن بعد.
- وينقسم المجتمع المعروف الى قسمين:
- أ- **مجتمع متجانس:** أي أنه أثناء إجراء الدراسة لا تتركز على صفات معينة في هذا المجتمع بل تشمل المجتمع كله.

مثل: طلاب التعليم عن بعد بجامعة الملك فيصل بشكل عام لا يهم أي تخصص حيث أن المجتمع المتجانس يشكل ثلاث طرق لإختيار العينة:

- ١- **العينة العشوائية:** وفيها يتم ترقيم مفردات المجتمع الاحصائي محل الدراسة ثم نستخدم الحاسب الالى أو باستخدام جدول الاعداد العشوائية (وهي للعدد الكثير عادة توجد في الكتب الاحصائية) أو بالكيس المثالي (للعدد القليل عن طريق وضع الارقام في اوراق صغيره ثم وضعها في علبة او ما يشابه ذلك ثم نقوم بسحب ورقة او اكثر) في اختيار العينة.
- ٢- **العينة المنظمة:** وفيها يتم تقسيم مفردات المجتمع الى شرائح متساوية الطول بعدد مفردات العينة المطلوب اختيارها ويتم ترقيم مفردات كل شريحة. ثم نختار من لشريحة الاولى فقط مفردة واحدة عشوائياً ثم نضيف طول الشريحة للعدد المختار لنحصل على المفردة الثانية وهكذا حتى نصل الى الشريحة الاخيرة. مثال: إذا كان لدينا مائة عامل نريد أن نختار منهم ٥ عمال فإنه يتم تقسيم العمال الى ٥ شرائح طول كل منها ٢٠ نرقم كل شريحة فإذا سحبنا مفردة من الشريحة الاولى وكان رقم ٩ فإن ذلك يعني أن مفردات العينة هي أرقام: ٩ ، ٢٩ ، ٤٩ ، ٦٩ ، ٨٩

رقم الشريحة	١	٢	٣	٤	٥
طول الشريحة	٢٠	٤٠	٦٠	٨٠	١٠٠
المفردات	٩	٢٩	٤٩	٦٩	٨٩

توضيح لذلك

- ٣- **العينة العنقودية:** وفيها يكون المجتمع مقسم الى طبقات وكل طبقة مقسمة الى طبقات فرعية وكل فرع مقسم الى طبقات صغيره وهكذا. (عادة يستخدم للمجتمعات الكبيره جدا) فيتم اختيار طبقة واحدة عشوائياً في كل مستوى الى ان نصل الى أقل طبقة فرعية مختارة يتم دراستها بالكامل.

مثال: اجراء دراسة على طلاب الابتدائية بالسعودية فيمكن اختيار العينة كما يلي: يتم اختيار احد المناطق عشوائياً ثم نختار من داخلها احد المحافظات عشوائياً ومن داخلها حي واحد عشوائياً ومن داخله مدرسة ابتدائية واحدة من بين المدارس الموجودة به عشوائياً ثم يتم دراسة جميع الطلاب الموجودين داخل تلك المدرسة.

- ب- **المجتمع غير المتجانس:** أي ان تكون اهتمامات الباحث للمجتمع وفقاً لتقسيماته الداخلية. حيث أن المجتمع غير المتجانس يشكل طريقة واحدة لإختيار العينة:
- وهي **العينة الطبقيّة:** وفيها يكون المجتمع مقسم الى طبقات غير متجانسة لذلك يتم اختيار مفردات العينة من كل طبقة على حدة بتحديد نسبة معينه.

مثال: في حال اجراء دراسة على طلاب جامعة الملك فيصل في جميع كلياتها فمثلا اردت فقط ١٠% من كل كليه فأخذ ١٠% من كلية الاداره و ١٠% من كلية الاداب و ١٠% من كلية التربية. وبشكل عشوائي من داخل كل طبقة بتحديد تقسيم مسبق.

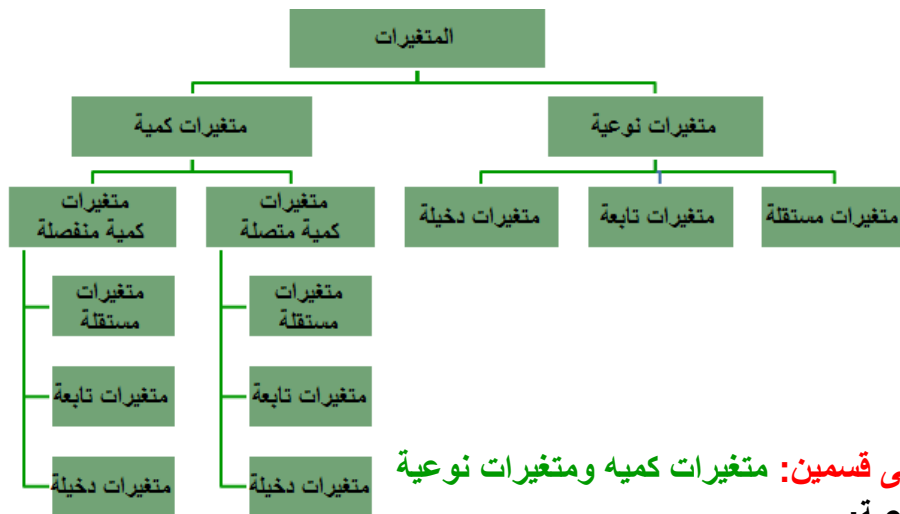
٢- مجتمع غير معروف (الطريقة غير الاحتمالية): هو المجتمع الذي لانستطيع أن نحيط بجميع أفراده. مثل: مجتمع المدخنين في الجامعة – العمالة غير النظامية في الرياض. وينقسم المجتمع المعروف الى قسمين:

- أ- **مجتمع متجانس:** يشكل طريقتين لإختيار العينة:
- **عينة الصدفة:** أي أن يتم اختيار الأفراد بناءً على المصادفة ،بدون ترتيب مسبق في عملية الاختيار. مثل: دراسة مجتمع المدخنين باستخدام عينة الصدفة(أسأل أي شخص أو اعطيه أستبانة تخص ذلك في أي مكان في الشارع العام أو المجمعات بالمصادفة).
 - **العينة العمدية:** فيها يقوم الباحث بأختيار المفردات بنفسه وفقاً لمعيار معين لتحقيق غرض معين يخدم أهداف الدراسة.(متعمد أذهب لمكان محدد من الممكن أن أجد فيه ما يخدم دراستي) مثل: إجراء دراسة عن العمالة الغير نظامية فأذهب متعمد الى إدارة الترحيل.
- ب- **المجتمع غير المتجانس:** ويشكل طريقة واحدة لإختيار العينة:
- **العينة الحصية:** ويتم تحديد العينة فيها بناءً على حصص محددة لكل مساعد من مساعدين الباحث على أن تترك الحرية كاملة لكل مساعد في اختيار مفردات العينة.

المتغير والثابت في البحث العلمي:

- ▶ **المتغير:** هو أي خاصية أو صفة سواء للأفراد أو الأشكال والتي تختلف من شخص لآخر ومن وقت لآخر مثل الطول، الذكاء ، التحصيل ويعمل الباحث على دراستها وقياسها.
- ▶ **الثابت:** هي الصفات أو الظواهر التي لا تتغير، أو أي صفة أو خاصية تأخذ صفة واحدة ومن الممكن أخذ متغير وتحويله الى ثابت مثل درجة الحرارة في الغرفة. والباحث يسعى الى تثبيت عدد من المتغيرات في دراسته للتخلص من تأثيرها .

تصنيف المتغيرات



المتغيرات تنقسم الى قسمين: متغيرات كمية ومتغيرات نوعية

١- المتغيرات النوعية:

٢- المتغيرات الكمية: تنقسم الى قسمين: متغيرات كمية متصلة ومتغيرات كمية منفصلة

- أ- **المتغيرات الكمية المتصلة:** أي قابلة للكسور وفيها أستمراية. مثل: ٢,٥ أو ٢٢,٢٥
 - ب- **المتغيرات الكمية المنفصلة (متقطعة):** أرقام صحيحة. مثل: عدد السيارات في المعرض، عدد الطلبة في الفصل.
- لكل من المتغيرات الكمية (المتصلة والمنفصلة) والمتغيرات النوعية ثلاثة متغيرات :

- ١- **المتغيرات المستقلة:** هي أي صفة أو خاصية يحركها الباحث وتؤثر على المتغيرات التابعة.
 - ٢- **المتغيرات التابعة:** هي أي صفة أو خاصية يقيسها الباحث وتتأثر بالمتغيرات المستقلة.
 - ٣- **المتغيرات الدخيلة:** هي أي صفة أو ظاهرة تؤثر على الدراسة والباحث يعمل الى ضبطها والتخلص من تأثيرها فهي ليست موضع اهتمام الباحث ولكنها إذا لم تضبط ستؤثر سلبيا على نتائج الدراسة.
- سمر المغربي

مثال: دراسة تأثير وقت المحاضرة على تحصيل الطلبة في الاحصاء.
وقت المحاضرة/ متغير مستقل (لانه يمكن أن يكون في أي وقت فهو متحرك)
التحصيل/ متغير تابع (لانه يقيس ويتأثر بالمتغير المستقل وهو الوقت)
مستوى ذكاء الطالب- الحالة الاجتماعية -علاقات الطالب/متغير دخیل ویؤثر على التحصيل

الخطوات الواجب مراعاتها بعد جمع البيانات:

هناك عدد من الخطوات يجب على الباحث مراعاتها بعد جمع البيانات منها :

- تسجيل البيانات
- ترميز البيانات (أهم خطوه) يتم فيها تحويل الالفاظ الى رموز
 - ١- الترميز الرقمي أو العددي (أفضل انواع الترميز)
 - ٢- الترميز الأبجدي أو الحرفي
 - ٣- الترميز الأبجدي الرقمي
- تصنيف البيانات
- مراجعة وتنقية البيانات

ترميز بيانات الاستبانة وجعلها متاحة لبرنامج الـ SPSS

تعتبر الاستبانة من أكثر وسائل جمع البيانات البحثية استخداما، لذلك سوف نقوم الآن بالتعرف على كيفية تبويب البيانات التي يتم الحصول عليها من خلال الاستبانة، وطريقة إدخالها في برنامج الـ SPSS

مثال: لو كنت تقوم بدراسة إحصائية حول موضوع "واقع استخدام الانترنت في البحث العلمي في الجامعات السعودية"، فإنك ستحتاجين إلى إعداد استبانة تحوي مجموعة من الاسئلة تتعلق بهذا الموضوع، ومن ثم توزيع هذه الاستبانة على عينة ممثلة لمجتمع البحث الذي تريد أن تعممي نتائج دراستك عليه، وتطلبين من أفراد العينة الإجابة على جميع فقرات الاستبانة، والاستبانة التالية (والتي ستوزع عليكم) كمثال على ذلك.
ولغرض تفريغ البيانات المجموعة من خلال هذه الاستبانة بطريقة مناسبة يفهمها برنامج الـ SPSS لابد من توضيح التالي :

● الأفراد الذين يقومون بالإجابة على أسئلة الاستبانة يطلق عليهم اسم حالات Cases

● كل سؤال (فقرة) في الاستبانة تمثل متغير Variable

● تسمى إجابات الأفراد على الاسئلة (الفقرات) بقيم المتغيرات Variable values

إن كل استبانة تحوي عدة أنواع من الاسئلة والفقرات، وهذه الانواع هي :

أ- سؤال يسمح باختيار إجابة واحدة فقط/مثال: كم مرة تستخدم الأنترنت في اليوم؟

- ١- () من ١ الى ٥مرات
- ٢- () من ٥ الى أقل من ١٠مرات
- ٣- () أكثر من ١٠مرات

ب- سؤال يسمح باختيار أكثر من إجابة واحدة

مثال: مآهم المعوقات التي قد تحول دون استخدامك للأنترنت في البحث العلمي؟

- ١- () عدم الاهتمام بالانترنت
 - ٢- () عدم وجود الوقت الكافي
 - ٣- () عدم توفر أجهزة الحاسب الالى
- ج- سؤال مفتوح جزئيا/ مثال: الدرجة العلمية التي تحملها

- ١- () دكتوراه
- ٢- () ماجستير
- ٣- () بكالوريوس
- ٤- () غير ذلك ، حدد.....

تمرين

أرادت باحث معرفة العلاقة بين حب الاستطلاع لدى الطلاب في السنوات الابتدائية وحل المسائل الرياضية، فاختار عشوائيا طلاب السنة الثالثة ثم اختار منهم عشوائيا ٢٠٠ طالب، ثم قام بصياغة الفرضية التالية:

"لا توجد علاقة ذات دلالة إحصائية بين حب الاستطلاع وحل المسائل الرياضية"

ثم قام بتطبيق اختبار عليهم وذلك للحصول على البيانات اللازمة لاستنتاج العلاقة واتخاذ قرارات في ضوء ذلك

ما نوع الإحصاء الذي استخدمه الباحث في هذه الدراسة؟ علل ذلك ؟

إحصاء استدلالى لأن الباحث بعد جمع البيانات قام باتخاذ القرارات ضوء ذلك.

التعليل: ان الباحث لم يكتفي بجمع البيانات ولم يكتفي بالتعرض للخصائص الاساسية للبيانات بل قام باتخاذ القرارات من هذه البيانات التي قام بجمعها.

حدد مجتمع البحث في هذه الدراسة ، وما نوعه ؟

مجتمع البحث: هو جميع طلاب السنوات الابتدائية في منطقة ما. اي في المنطقة التي اجريت عليها الدراسة .

نوعه: مجتمع معروف.

حدد عينة الدراسة في هذه الدراسة ، وما نوعها؟

عينة الدراسة: طلاب السنة الثالثة الابتدائية.

نوعها: عينة عنقودية لماذا؟ لأن الباحث لم يصل الى ٢٠٠ طالب من خلال هذه الاعداد المهولة من اعداد السنوات الاولى الابتدائية الامن خلال استخدام وحدة العينة العنقودية. ونحن ذكرنا عشوائيا للتموية فقط.

حدد المتغير المستقل في هذه الدراسة ، وما نوعه ؟

المتغير المستقل: هو حب الاستطلاع

نوعه: هو متغير وصفي او نوعي او كفي يعني كفي وصفي نوعي وهو ذلك النوع من المتغيرات الذي يتغير في الصفة ويسجل باوصاف لفظية فهذا نوعه كفي او نوعي او وصفي.

حدد المتغير التابع في هذه الدراسة ، وما نوعه ؟

المتغير التابع: حل المسائل الرياضية.

نوعه: متغير تابع كمي لأن الباحث أجرى عليهم اختبار يعني عليه درجات.

حدد في تصوراتك المتغيرات الدخيلة التي من الممكن أن تؤثر على هذه الدراسة ؟

المتغيرات الدخيلة: هي تلك المتغيرات التي تؤثر على الدراسة لكنها غير مضبوطة مثل: الناحية الاقتصادية للطلبة، الحالة الاجتماعية لهم، وقت اجراء الاختبار، البيئة الصفية.

حدد الفرضية التي يحاول الباحث اختبارها في هذه الدراسة ، وما نوعها ؟

((لا توجد علاقة ذات دلالة احصائية بين حب الاستطلاع وحل المسائل الرياضية))

نوعها: فرضية صفرية.

قلنا أن الفرضية هي حلول ممكنة لمشكلة الدراسة فنوع الفرضية اذا كانت فرضية صفرية

فهي التي تبدأ ((بلا)) فأى فرضية تبدأ ((بلا)) تكون فرضية صفرية وهي تنفي وجود علاقة بين المتغيرات او تنفي وجود فروق بين المتغيرات.

ما الوسيلة التي استخدمها الباحثة لجمع البيانات في هذه الدراسة ؟

الوسيلة هي: استخدام الاختبارات المقننة.

المحاضرة الثالثة

العرض الجدولي للبيانات-١

إن الصورة التي يعرض بها الباحث بياناته تعكس لدرجة كبيرة مدى امكانية فهمها وسهولة تتبعها والاستفادة منها. وهناك عدة طرق لعرض وتبويب البيانات الا أن من أبسط تلك الطرق للتعبير عن البيانات هي أن تدمج هذه البيانات في صيغة كتابية إلا أن هذه الطريقة يشوبها الكثير من العيوب أما الطرق الفنية في عرض البيانات الاحصائية فهي:

● العرض الجدولي للبيانات

● العرض البياني للبيانات

وسوف نتناول في هذه المحاضرة العرض الجدولي للبيانات بينما نتعرض للعرض البياني للبيانات في المحاضرة التالية إن شاء الله تعالى.

ويقصد بالعرض الجدولي للبيانات تلخيص البيانات محل الدراسة وتصنيفها في صورة جداول تعبر عن القيم التي أخذها المتغير من خلال البيانات التي جمعها و تكرار كل قيمة من تلك القيم. **أهمية الجداول الاحصائية:**

● تعبر عن الحقائق الكمية المعروضة بعدد كبير من الارقام في جداول بطريقة منظمة

● تلخيص المعلومات الرقمية الكثيرة العدد، المتغيرة القيم، مما يسهل التعرف عليها.

● الاستيعاب وبسهولة عدد كبير من الموضوعات

● اظهار البيانات بأكثر وضوح ممكن وأصغر حيز مستطاع

تكوين الجداول:

تتكون اجزاء الجدول مما يلي:

١. رقم الجدول: يجب ان يرقم كل جدول حتى تسهل الاشارة اليه.
٢. العنوان: يجب أن يعطي كل جدول عنوانا كاملا لتسهيل مهمة استخراج المعلومات منه، ويجب أن يكون هذا العنوان واضحا قصيرا بقدر الامكان، ويستخدم في بعض الاحيان عنوان توضيحي لبعض الجداول وذلك من أجل إعطاء معلومات إضافية عن بيانات الجدول.
٣. الهيكل الرئيسي: ويتكون هيكل الجدول من أعمدة وصفوف، ويعتبر ترتيب المعلومات في الاعمدة والصفوف أهم خطوة في تكوين الجدول.
٤. العمود: إن كل جدول يتكون من عمود أو أكثر ويوجد تكل عمود عنوان يوضح محتوياته.
٥. الحواشي: قد يحتوي الجدول على مفردات بيانات لا ينطبق عليها عنوان الجدول أو عنوان العمود، ففي هذه الحالة تستعمل الحواشي لتوضيح ذلك وذلك اما بترقيم الملاحظات او باستعمال علامة (*) .. الخ.
٦. المصدر: قد تؤخذ بيانات الجدول من مصادر جاهزة لذلك يجب إظهار المصدر في أسفل الجدول حتى يمكن الرجوع اليه عند الحاجة.

رقم الجدول
جدول رقم (٥)

عنوان الجدول
يوضح طلبة جامعة الملك فيصل للعام الجامعي ١٤٢٣ هـ

عنوان توضيحي
(مصفون حسب الجنس)

عنوان العمود

هيكل الجدول

المستوى*	طالب	طالبة	الاجممع
الأول	٢٠٠	٢٥٠	٤٥٠
الثاني	١٠٠	١٢٠	٢٢٠
الثالث	٨٠	١١٠	١٩٠
الرابع	١٠٠	١٢٠	٢٢٠
الاجممع	٤٨٠	٦٠٠	١٠٨٠

عمود

المصدر: جامعة الملك فيصل، احصائية الجامعة حسب الكليات
 * يحدد المستوى بالسنة الدراسية التي يدرس فيها الطالب .

أنواع الجداول الاحصائية:

تقسم الجداول تبعا لدرجة تعقيدها الى:

- ١- جداول بسيطة: وفيها يتكون كل من موضوع الجدول ومادته من بضع أسطر وخانات تتعلق بالتقسيمات الزمانية (أي الأمور التي يتناولها الجدول أمور تتسلسل حسب السنوات) أو المكانية (أي توزيع الظاهرة حسب المكان) أو مؤشرات وصفية بسيطة وبأرقام بسيطة أيضا. **(الهدف منها العرض)**
- ٢- جداول التوزيع التكراري: وفيها تكون المعطيات مجمعة في فئات بمؤشر أو متغير واحد، ولكل فئة تكراراتها الخاصة عند ذلك المؤشر
- ٣- جدول التوزيع التكراري المتجمع: وفيه تجمع التكرارات على التوالي من أحد طرفي الجدول الى طرفه الآخر فنحصل على التكرار الكلي (مجموعة التكرارات)، (فاذا بدأ من أعلى الى أسفل الجدول) سمي جدول تكراري متجمع صاعد، (واذا بدأ من أسفل الى أعلى الجدول) سمي جدول تكرار متجمع نازل أو هابط.
- ٤- الجداول المزدوجة أو المركبة: وهي الجداول التي تتكون من متغيرين أو أكثر، وهذه المتغيرات قد توزع على أعمدة وحقوق الجدول بصورة نظامية، تعبر عن الافكار العلمية التي يريد الباحث توضيحها توضيحا عديدا.

وقد أوضحنا في المحاضرة السابقة ما هي البيانات وعرفناها بأنها **[هي مجموعة المشاهدات أو القياسات التي تخص ظاهرة معينة تحت الدراسة]**

وعرفنا كذلك المتغير على أنه تلك الكمية التي نقوم بمشاهدتها أو قياسها ، كما ذكرنا أن البيانات إما أن تكون : نوعية أو كمية ، حيث :
وتتوقف عملية تبويب وتصنيف البيانات على نوع البيانات الإحصائية المراد التعامل معها ودراستها والتي يمكن تقسيمها من حيث طريقة إعداد الجداول إلى التالي:
(أ) البيانات النوعية: هي تلك البيانات التي لا يمكن التعبير عن متغيرها بعدد (أي بيانات غير رقمية) ، مثل :

- لون (أو نوع) السيارات الموجودة في موقف ما [أحمر – أبيض – أسود -]
- الحالة الاجتماعية للسيدات في محافظة معينة [متزوجة-عزباء-مطلقة- أرملة- منفصلة]
- وغيره من مثل هذه الأمثلة .

(ب) البيانات الكمية: هي تلك البيانات التي يُعبر فيها عن المتغير بعدد (أي بيانات رقمية) ، وهذه البيانات بدورها تنقسم إلى :

- (ب- ١) بيانات كمية متصلة:** وهي البيانات التي تقبل الكسور أو الارقام الصحيحة وفيها يمكن أن يأخذ المتغير أي قيمة بين قيمتين (أي بيانات يمكن أن تُقاس ولا تُعد **(عكس المتصلة)** مثل :
● أطوال الطلاب في إحدى المدارس .
● أوزان العاملات بإحدى المصانع
● الدخل السنوي لمنسوبي مؤسسة معينة . وغيره من مثل هذه الأمثلة .

- (ب- ٢) بيانات كمية متقطعة:** وفيها يمكن أن يأخذ المتغير قيمة رقم صحيح بدون كسور (مثلا إما ١٠ أو ١١ وليس أي قيمة بينهما) وبتعبير آخر هي بيانات يمكن أن تُعد ولا تُقاس ، مثل :
● عدد طلاب الفصول المختلفة في مدرسة ما
● عدد السيارات، عدد الكتب في المكتبة، عدد الاكواب ، عدد افراد الاسره وغيرها من الامثله.

أولاً: البيانات النوعية والكمية المتقطعة:

وفيها يتم تصنيف وحساب تكرار كل عنصر من العناصر الواردة في بيانات المتغير الذي يتم دراسته كما يمكن حساب التكرار النسبي لكل عنصر من خلال حساب نسبة تكراره إلى مجموع التكرارات.

مثال على البيانات النوعية:

مثال: في دراسة قام بإجرائها أحد الأطباء لطفل معرض لأحد الأمراض النفسية ، تم سؤاله عن لون مجموعة من الأشياء فكانت إجاباته كما يلي :

أحمر أزرق بنفسجي أحمر أخضر
أبيض أبيض أحمر أزرق أبيض
أزرق أحمر أخضر أحمر بنفسجي
أخضر أزرق أبيض بنفسجي أحمر

المطلوب: عرض البيانات السابقة بطرق مختلفة

الحل: نلاحظ ان الالوان التي ذكرها في اجابات الطفل هي الاحمر والازرق والبنفسجي والاخضر ويمكن اعداد الجدول التكراري كما يلي:

اللون	العلامات	التكرارات
أحمر	/	٦
أزرق		٤
بنفسجي		٣
أبيض		٤
أخضر		٣
المجموع	٢٠	٢٠

الشرطه المائلة تعتبر حزمه بهذا الشكل اذا اصبحت ٥ شرطات تصبح بهذا الشكل |||| اتمنى فهمتو ☺
مثال على البيانات الكمية المتقطعة:

مثال: تم سؤال عدد من طلاب كليتي الآداب وإدارة الأعمال عن عدد حوادث السيارات التي تعرضوا لها خلال العام الماضي فكانت اجاباتهم كما يلي:

3	2	2	1	0
1	2	1	1	1
0	0	1	2	2
1	3	1	0	0
1	2	1	0	2
3	0	0	0	1

المطلوب: ١- عرض البيانات السابقة في صورة جدول تكراري

٢- أحسب الاحتمالات التالية:

• أن لا يتعرض أى شخص لحادث

• أن يكون هناك حادث واحد على الأكثر

• أن يكون هناك حادث واحد على الأقل

الحل: يمكن لنا كما بالمثال السابق تفرغ البيانات في جدول تكراري حيث أن عدد الحوادث يأخذ القيم (٠ و ١ و ٢ و ٣) ويمكن أيضاً إيجاد التكرار النسبي الذي يعبر عن الاحتمال كما يلي:

عدد الحوادث	العلامات	التكرارات	التكرار النسبي
٠		٩	$0,30 = 30 \div 9$
١	/	١١	$0,36 = 30 \div 11$
٢	//	٧	$0,23 = 30 \div 7$
٣		٣	$0,10 = 30 \div 3$
المجموع	٣٠	٣٠	١

الشرطه المائلة تعتبر حزمه بهذا الشكل اذا اصبحت ٥ شرطات تصبح بهذا الشكل |||| اتمنى فهمتو ☺

يمكن حساب الاحتمالات المطلوبة كمايلي:

أ- احتمال أن لا يتعرض أي شخص لحادث: $ح(٠) = 0,30$

ب- احتمال أن يكون هناك حادث واحد على الأكثر: $ح(٠) + ح(١) = 0,30 + 0,36 = 0,66$

ت- احتمال أن يكون هناك حادث واحد على الأقل

$$= ح(١) + ح(٢) + ح(٣)$$

$$= 1 - ح(٠)$$

$$= 1 - 0,30 = 0,70$$

المحاضرة الرابعة

العرض الجدولي للبيانات - ٢

ثانياً: البيانات الكمية المتصلة والقابلة للكسور

فيها يتم توزيع البيانات في جدول تكراري ذوفئات، ويتم ذلك من خلال اتباع الخطوات التالية:

الخطوة الأولى: تحديد عدد الفئات:

قانونها الأساسي 2^k والمقصود بـ k هو عدد الفئات و ٢ عدد ثابت
 مثال يوضح ذلك: لو كان عدد أفراد العينة ١٣ فنطبق القانون لكي نستخرج عدد الفئات
 $2 \times 2 = 2 \times 2 = 4$ فالـ ١٦ داخله ضمن الـ ١٦ فنقوم بعد تكرار الـ ٢ إذن عدد الفئات
 المقترح = ٤ (يجب ان نميز بين عدد افراد العينة وعدد الفئات المقترح) ☺
 ودائماً أقل عدد فئات مقترح ٤ وأكبر عدد فئات مقترح ١٥

الخطوة الثانية: تحديد طول الفئة

من خلال المعادلة التالية طول الفئة = المدى ÷ عدد الفئات المقترح
 والمدى هو أعلى درجة في التوزيع - أقل درجة في التوزيع
 مثال: لو كان عندي درجات تمثلها البيانات التالية
 ٢٦، ٢٤، ١٩، ١٣، ٢٢، ١٩، ١٥، ١٢، ٨، ٣، ٧، ٥، ٢
 عدد أفراد العينة = ١٣ فعدد الفئات المقترح = ٤ والمدى بتطبيق قانون المدى ٢٦ - ٢ = ٢٤
 إذن طول الفئة = ٢٤ ÷ ٤ = ٦ وطول المدى يجب ان يكون عدد صحيح

الخطوة الثالثة: تعيين حدود الفئات

لكل فئة حدين: حد أدنى وحد أعلى فالحد الأدنى يمثل بداية الفئة وأقل عدد في الفئة والحد
 الأعلى يمثل نهاية الفئة وأكبر عدد في الفئة وعادةً يكون شكل الفئة ٢٦-٢٠ فالرمز (-) = أقل من
 مثال: عيني حدود هذه الفئة ٢٦-٢٠
 من خلال الخطوتين السابقتين عدد الفئة = ٤ وطول الفئة = ٦ فتكون حدود الفئة بهذا الشكل
 الفئة الأولى: ٢-٨ (الحد الأدنى ويشمل ٢) الفئة الثالثة: ١٤-٢٠

الفئة الثانية: ٨-١٤

الفئة الرابعة: ٢٠-٢٦ (الحد الأعلى ويشمل ٢٦)

الخطوة الرابعة: توزيع التكرارات على الفئات

ففيها لابد من توفر جميع بيانات الخطوات السابقة لكي نقوم بتوزيع التكرارات على الفئات
 وفيها نقوم برسم الجدول بـ ٣ أعمده كالمثال التالي:

مثال: البيانات التالية تعبر عن رأس المال المستثمر في شركات الحاسبات الآلية بالآلاف ريال:

٢	١٢	٧	١٥	٢٣	٤٤	٣٦	٤١	٢٦	٢٥
٣	٢٢	١٢	٢٦	٢٢	٤٥	٣٥	٣٣	٢١	١٣
٥	٣٢	٢٣	٢٤	١٨	٤٨	٣٢	٣٠	٤١	٤٣
٦	٣٦	٣٢	٢٣	١١	٢٣	٩	١	١٦	٢٣
٧	٣٥	٣٦	٣٩	٢٠	٢٦	٢١	٢٠	١٧	١٨

المطلوب: عرض البيانات السابقة في صورة الجدول التكراري المناسب:

لحل هذا المثال لابد من عمل الاربع خطوات

الخطوة الاولى: عدد الفئات المقترح من تطبيق القانون (اتوقع عرفته) = ٦

الخطوة الثانية: طول الفئة = ٧ ÷ ٤ = ١,٧ وبالتقريب الى عدد صحيح ٨

الخطوة الثالثة: تعيين حدود الفئات: أقل قيمة في البيانات = ١ وأعلى قيمة في البيانات = ٤٨

لابد من شمول هذه القيم في حدود الفئات المقترح فتكون بهذا الشكل

الفئة الأولى: ١-٩ (الحد الأدنى ويشمل ١) الفئة الرابعة: ٢٥-٣٣

الفئة الثانية: ٩-١٧ الفئة الخامسة: ٣٣-٤١

الفئة الثالثة: ١٧-٢٥ الفئة السادسة: ٤١-٤٩ (الحد الأعلى ويشمل ٢٤)

الخطوة الرابعة: توزيع التكرارات على الفئات

الفئات	الحالات (التفريغ)	التكرار
١-	//	٧
٩-	//	٧
١٧-	//	١٥
٢٥-	//	٨
٣٣-	//	٧
٤١-٤٩	/	٦
المجموع	٥٠	٥٠

الشرطه المائلة تعتبر حزمه بهذا الشكل اذا اصبحت ٥ شرطات تصبح بهذا الشكل // اتمنى فهمتو ☺

وهناك عدة ملاحظات يجب الإنتباه إليها عند عمل جدول التوزيع التكرارى لبيانات المتغير الكمي المتصل:

١- إن تحديد عدد الفئات يتوقف على أمور عدة منها:

عدد المفردات محل الدراسة

انتظام وتوزيع تلك البيانات

طبيعة بيانات المشكلة محل الدراسة

٢- طول الفئة لا بد أيضاً من تحديده بعناية حيث يمثل الوجه الآخر للعملة مع عدد الفئات، فمن الأفضل أن يكون تحديده بطريقة تجعل مركز الفئة قريباً من تركيز البيانات بتلك الفئة بقدر الإمكان حيث يعبر مركز الفئة عن قيمة كل مفردة من المفردات التي تنتمي لتلك الفئة

٣- أن تكون حدود الفئات واضحة بحيث لا يكون هناك أي تداخل فيما بينها.

ومن هنا يمكن إعداد جداول التوزيعات التكرارية للمتغيرات المتصلة بثلاث صور هي:

الجداول التكرارية المنتظمة

الجداول التكرارية غير المنتظمة

الجداول التكرارية

أولاً: الجداول التكرارية المنتظمة:

وهي الجداول التي يكون فيها أطوال كل الفئات متساوية كما تم توضيحه في المثال السابق

ثانياً: الجداول التكرارية غير المنتظمة:

وفيها تكون أطوال الفئات غير متساوية، ومثال ذلك البيانات التالية والتي توضح توزيع عدد من العمال وفقاً للاجر الذي يحصل عليه كل منهم:

فئات الاجر	١٠ -	٢٠ -	٤٠ -	٥٠ - ٥٥	المجموع
عدد العمال (التكرار)	١٠	٤٠	١٥	٥	٧٠

ويتضح لنا من الجدول السابق أن أطوال الفئات غير متساوية حيث يكون طول الفئة للفئة الأولى "١٠" هو "١٠" بينما في الفئة الثانية "٢٠" - "بلغ ٢٠ وفي الفئة الثالثة "٤٠" - "كان ١٠ والفئة الأخيرة "٥٠-٥٥" بلغ طول الفئة فيها

ثالثا: الجداول التكرارية المفتوحة:
وتوضحها أشكال الجداول التالية:

فئات العمر	عدد الطلاب
أقل من ٦	٢٠
-٦	٣٥
-١٢	٢٥
-١٥	١٨
١٨ فأكثر	٢٢

فئات العمر	عدد الطلاب
- ٦	٢٠
-١٢	٣٥
-١٥	٢٥
١٨ فأكثر	١٨

فئات العمر	عدد الطلاب
أقل من ٦	٢٠
-٦	٣٥
-١٢	٢٥
١٨-١٥	١٨

جدول مفتوح من الطرفين

جدول مفتوح من أعلى

جدول مفتوح من أسفل

الجداول التكرارية المتجمعة: وهي جداول يتم إعدادها لإعطاء نتيجة تراكمية لمجموعة من الفئات والتي يمكن أن تكون بشكل تصاعدي أو تنازلي ولكل منهما أهمية في تفسير النتائج والظواهر المختلفة.

أولاً- الجدول التكراري المتجمع الصاعد : يعطى جدول التكرار المتجمع الصاعد الحدود العليا للفئات وعدد المفردات التي تقل عن الحدود العليا لكل فئة (وتكتب بصيغة **أقل من الحد الأعلى**). أي يمكن الاستفادة من الجدول التكراري المتجمع الصاعد في معرفة عدد المفردات التي تقل قيمتها عن قيمة معينة أو عدد المفردات التي تساوي قيمة أو تزيد عنها

مثال: في دراسة جغرافية لعدد من مساحات مجموعة من قطع الأراضي لمنطقة سكنية معينة تبين أن التوزيع التكراري لها كما يلي:

فئات مساحات الأراضي دونم	عدد قطع الأراضي
- 1	14
- 3	29
- 5	18
7 - 10	9
المجموع	70

المطلوب:

إعداد جدول تكراري متجمع صاعد مع بيان نسبة الأراضي التي تقل مساحتها عن 5 دونم

الحل

الفئات	التكرار	أقل من الحد الأعلى	التكرار المتجمع الصاعد
٣-١	١٤	أقل من ٣	١٤
٥-٣	٢٩	أقل من ٥	$٤٣ = ٢٩ + ١٤$
٧-٥	١٨	أقل من ٧	$٦١ = ١٨ + ٤٣$
١٠-٧	٩	أقل من ١٠	$٧٠ = ٩ + ٦١$
المجموع	٧٠		

ملاحظة : يجب أن يكون مجموع التكرار المتجمع الصاعد = مجموع التكرارات أي هنا ٧٠

وبالنسبة لنسبة الأراضي التي تقل مساحتها عن ٥ دونم $\% ٤٣ = ١٠٠ \times ٧٠ \div ٤٣ = ١٦١,٤$

ثانيا - الجدول التكراري للمتجمع الهابط (النازل):

ويعطى الجدول المتجمع الهابط (النازل) الحدود الدنيا للفئات وعدد المفردات التي تكون أكثر من أو تساوي الحدود الدنيا لكل فئة (وتكتب بصيغة **الحد الأدنى فأكثر**) أي يتم أعداد الجدول التكراري للمتجمع الهابط إذا كان المطلوب معرفة عدد المفردات التي تزيد أو تساوي قيمة معينة.

مثال: في نفس المثال السابق والذي يتعلق بدراسة جغرافية لعدد من مساحات مجموعة من قطع الأراضي لمنطقة سكنية معينة تبين أن التوزيع التكراري لها كما يلي:

فئات مساحات الأراضي دونم	عدد قطع الأراضي
1 -	14
3 -	29
5 -	18
7 - 10	9
المجموع	70

المطلوب:

إعداد الجدول التكراري للمتجمع الهابط مع بيان نسبة قطع الأراضي التي تزيد أو تساوي 5 دونم

الفئات	التكرارات	أقل من الحد الأعلى	التكرار المتجمع الصاعد
1-3	14	1 فأكثر	$70 = 14 + 56$
3-5	29	3 فأكثر	$56 = 29 + 27$
5-7	18	5 فأكثر	$27 = 18 + 9$
7-10	9	7 فأكثر	9
المجموع	70		

ملاحظة : يجب أن يكون مجموع التكرار المتجمع الصاعد = مجموع التكرارات أي هنا 70 وبالنسبة لنسبة الأراضي التي تزيد أو تساوي مساحتها عن 5 دونم $\%38,5 = 100 \times 70 \div 27$

الجدول التكراري المزدوج:

عند دراستنا لمتغيرين لتحديد العلاقة بينهما مثل العلاقة بين عدد أفراد الأسرة والمستوى التعليمي أو العلاقة بين أجور العامل ودرجة الرضاء الوظيفي أو ماشابه ذلك، في هذه الحالة لابد من تبويب البيانات بالطريقة التي تسمح باستنتاج أو تحديد العلاقة بين المتغيرين موضوع الدراسة ويتم ذلك من خلال **الجدول التكراري المزدوج** كما يتضح المثال في الصفحة التالية:

مثال: فيما يلي بيانات 20 طالب يعانون أحد صعوبات التعلم مع نوع كل طالب كما يلي:

النوع	صعوبة التعلم
ذكر	بصرية
أنثى	سمعية
ذكر	ذهنية
ذكر	تخاطب
أنثى	تخاطب
ذكر	سمعية
ذكر	تخاطب
أنثى	بصرية
أنثى	سمعية
ذكر	سمعية

النوع	صعوبة التعلم
ذكر	سمعية
أنثى	بصرية
ذكر	سمعية
ذكر	بصرية
ذكر	ذهنية
أنثى	ذهنية
أنثى	تخاطب
أنثى	بصرية
ذكر	سمعية
أنثى	ذهنية

المطلوب: إعداد جدول تكرارى مزدوج

الحل:

الجنس \ الصعوبة	سمعية	بصرية	ذهنية	تخاطب	المجموع
ذكر	٥	٢	٢	٢	١١
أنثى	٢	٣	٢	٢	٩
المجموع	٧	٥	٤	٤	٢٠

تمارين محلولة

س ١: المدى لمجموعة من البيانات المنفصلة هو :
☐ أكبر قيمة في البيانات
☐ أكثر القيم تكراراً في البيانات
☐ أصغر قيمة في البيانات
☒ الفرق بين أكبر وأصغر قيمتين في البيانات

س ٢: الجدول المرفق يبين درجات ٢٠ طالباً في أحد المقررات الدراسية :

الدرجة	100	99	98	97	96	95	94	93	92
التكرار	1	3	1	1	1	6	3	2	2

(أ) عدد الطلاب الحاصلين على 94 فأقل هو :
☐ 3 ☐ 0.15 ☐ 4 ☒ 7

(ب) عدد الطلاب الحاصلين على درجة أقل من 94 هو :
☐ 3 ☐ 0.15 ☒ 4 ☐ 7

(ج) نسبة الطلاب الحاصلين على 94 فأقل هي :
☐ 0.35 ☒ 35% ☐ 4 ☐ 7

(د) النسبة المئوية للطلاب الحاصلين على 94 فأقل هي :
☐ 0.35 ☒ 35% ☐ 4 ☐ 7

هامش للإجابة
 (أ-٢) $7 = 3 + 2 + 2$
 (ب-٢) $4 = 2 + 2$
 (ج-٢) $\frac{7}{20} = 0.35$
 (د-٢) $0.35 \times 100 = 35\%$
 أخذ بالك : المطلوب نسبة (وليس نسبة مئوية) أيوه ... ده بقى نسبة مئوية

جامعة الملك فيصل
King Faisal University

Deanship of E-Learning and Distance Education

[٢٣]

المحاضرة الخامسة

العرض البياني للبيانات

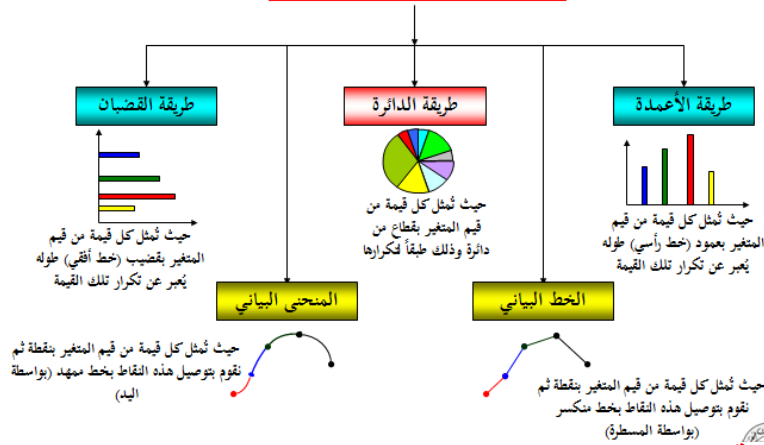
أولاً: البيانات غير المبوبة

تعريف الرسوم البيانية: هي وسيلة مفيدة وفعالة لتوضيح وشرح الحقائق الرقمية وإبراز العلاقة بين المتغيرات، واستقراء اتجاهاتها العامة بأسلوب يسهل فهمه وتذكره بمجرد النظر. وتنطبق القواعد التي ذكرناها في العرض الجدولي على الرسوم البيانية، إذ يجب أن يرقم كل رسم، ويعنون، ويمكن أن يستعمل الحواشي والمصدر وغيرها..

العرض الجدولي للبيانات المنفصلة:

تختلف الرسوم البيانية حسب طبيعة ونوع البيانات المراد عرضها فإذا كانت البيانات اسمية أو رتببة (أي منفصلة) فإننا نستخدم أحد الأشكال البيانية التالية :

طرق العرض البياني للبيانات المنفصلة



١- طريقة الأعمدة:

ويتم عرض البيانات من خلال هذا الأسلوب من خلال عدة أنواع من الأعمدة البيانية وهي:

أ- الأعمدة البيانية البسيطة :

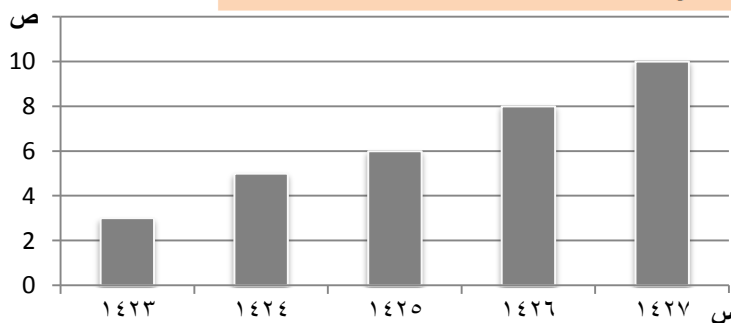
وهي عبارة عن مجموعة من الأعمدة الرأسية أو المستطيلات المتساوية القاعدة والتي تتناسب ارتفاعاتها مع البيانات التي تمثلها

مثال: الجدول الآتي يوضح أعداد الطلاب المقيدين بإحدى الجامعات في السنوات الدراسية من ١٤٢٣هـ حتى ١٤٢٧هـ.

السنة الدراسية	١٤٢٣	١٤٢٤	١٤٢٥	١٤٢٦	١٤٢٧
عدد الطلاب بالآلاف	٣	٥	٦	٨	١٠

المطلوب:

تمثيل البيانات باستخدام الرسم البياني المناسب



سمر المغربي

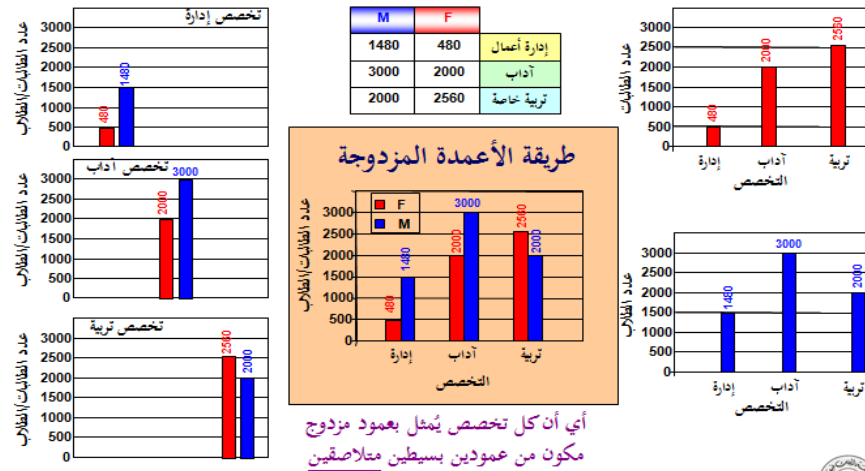
الحل

باستخدام الأعمدة البيانية البسيطة

لأن الظاهرة توضح مدى التطور في أعداد الطلاب مع تقدم السنوات مستخدمة متغير واحد فقط

ب - الأعمدة البيانية المزدوجة:

وهو ذلك النوع من الرسوم البيانية الذي يستخدم إذا كان الهدف من الرسم هو مقارنة ظاهرتين أو أكثر لعدة سنوات، أو إذا كان لدينا بيانات مزدوجة لخواص مختلفة .

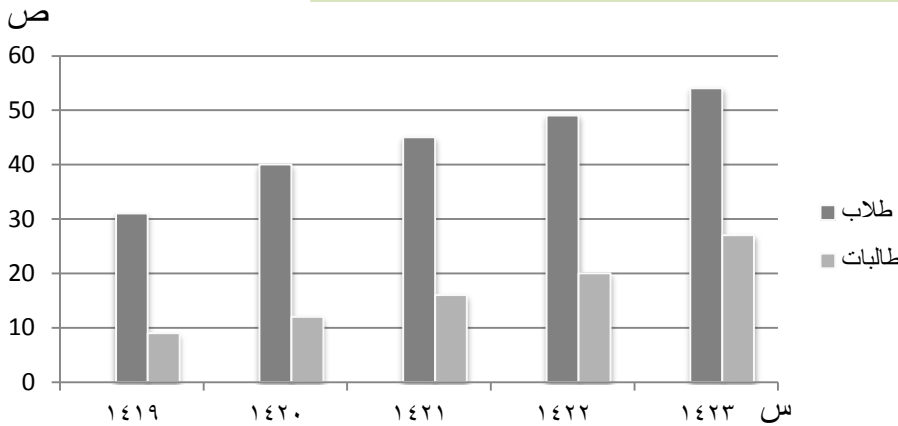


مثال: الجدول الآتي يوضح أعداد الطلبة المسجلين بأحد الجامعات السعودية في السنوات الدراسية ١٤١٩ هـ حتى ١٤٢٣ هـ

السنة الدراسية	١٤١٩	١٤٢٠	١٤٢١	١٤٢٢	١٤٢٣
عدد الطلبة	٣١	٤٠	٤٥	٤٩	٥٤
بالألف	٩	١٢	١٦	٢٠	٢٧

المطلوب:

مثل هذه البيانات بيانياً باستخدام الأعمدة البيانية المزدوجة ؟



الحل

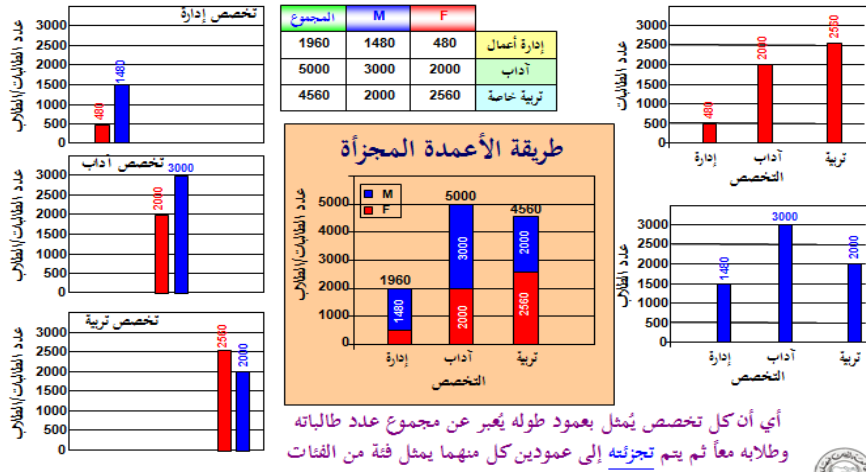
باستخدام الأعمدة البيانية المزدوجة

لأن الظاهرة توضح مدى التطور في أعداد الطلاب مع تقدم السنوات مستخدمة متغيرين أو أكثر

ج - الأعمدة البيانية المجزأة:

وهو ذلك النوع من الرسوم البيانية الذي يستخدم إذا كان الهدف من الرسم هو مقارنة ظاهرتين أو أكثر لعدة سنوات، أو إذا كان لدينا بيانات مزدوجة لخواص مختلفة .

ملاحظة: ولكن الفرق بين الأعمدة البيانية المزدوجة والأعمدة البيانية المجزأة هو في المجزأة بدلاً من أن نرسم عامودين جنب بعض نرسم عامودين بعمود واحد ونجزء العمود ففي المثال التالي سيتبين الفرق بينهما بوضوح.

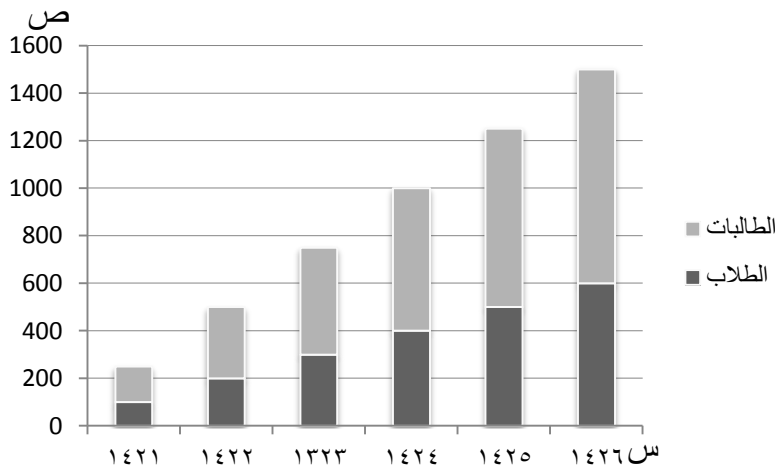


مثال: إذا كانت اعداد الطلاب والطالبات المسجلين في كلية التربية بجامعة الملك فيصل بالاحساء تزداد كما هو موضح في الجدول الآتي:

السنوات الدراسية	١٤٢٦	١٤٢٥	١٤٢٤	١٤٢٣	١٤٢٢	١٤٢١
الطلاب	٦٠٠	٥٠٠	٤٠٠	٣٠٠	٢٠٠	١٠٠
الطالبات	٩٠٠	٧٥٠	٦٠٠	٤٥٠	٣٠٠	١٥٠

المطلوب:

مثل هذه البيانات بيانياً باستخدام الأعمدة المجزأة؟



ويمكن ابداء الملاحظات التالية على الرسومات بالاعمدة البيانية بأنواعها المختلفة :

- تعتبر الاعمدة البيانية من اكثر الرسومات البيانية انتشاراً،
- يفضل تظليل الاعمدة أو تخطيطها بواسطة خطوط متوازية أو ابرازها بألوان مختلفة وخاصة عند مقارنة ظواهر مختلفة.
- يستحسن اختيار مقياس رسم مناسب وثابت.
- يفضل عدم كتابة القيم التي تمثلها الاعمدة فوق الاعمدة وذلك لتلافي المبالغة في طول الاعمدة.
- يمكن استخدام العمود الواحد لتمثيل اكثر من نوع واحد من البيانات، وذلك باستخدام مفهوم الاعمدة المجزأة.
- تصلح الاعمدة البيانية لتمثيل البيانات ذات المتغيرات المنفصلة، كما تصلح بشكل خاص لتمثيل البيانات الوصفية (النوعية).

٢- اللوحة الدائرية:

تستخدم الدائرة أو اللوحة الدائرية لتمثيل البيانات في الحالات التالية:

- عندما يكون الهدف منها مقارنة الاجزاء المختلفة بالنسبة للمجموع الكلي
- أن تكون الاجزاء المقارنة قليلة العدد نسبيا وفي فترة زمنية واحدة.

وفيما يلي خطوات رسم الدائرة وتقسيمها الى قطاعات:

- اختيار نصف قطر مناسب لها.

- تحسب الزاوية المقابلة لكل قطاع من خلال العلاقة التالية:

$$\text{الزاوية المركزية لقيمة ما} = \frac{\text{تكرار القيمة}}{\text{مجموع التكرارات}} \times 360$$

- تقسم الدائرة الى قطاعاتها المختلفة بتحديد مساحة كل قطاع على الدائرة وذلك بتقسم

الزاوية المركزية للدائرة الى زوايا القطاعات المختلفة.

وفيما يلي تطبيق ذلك على بيانات إحصائية

الدرجة x	92	93	94	95	96	97	98	99	100
التكرار f	2	2	3	6	1	1	1	3	1

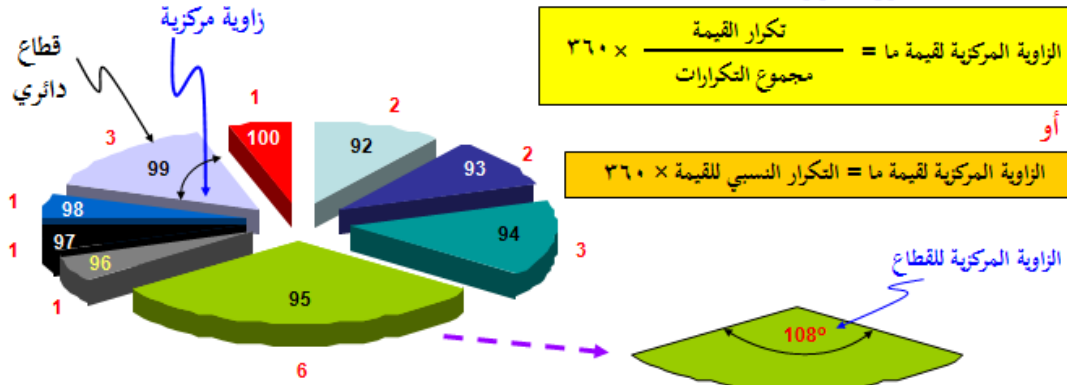
لوكانت لدينا البيانات التالية:

تحدد زاويته المركزية بالعلاقة :

$$\text{الزاوية المركزية لقيمة ما} = \frac{\text{تكرار القيمة}}{\text{مجموع التكرارات}} \times 360$$

أو

$$\text{الزاوية المركزية لقيمة ما} = \frac{\text{التكرار النسبي للقيمة}}{1} \times 360$$



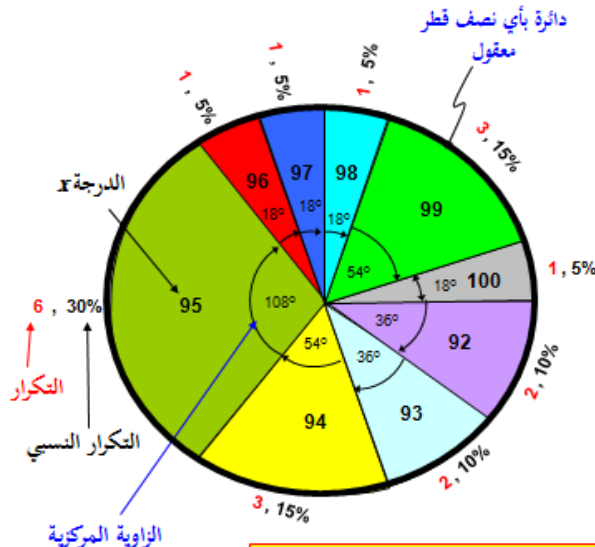
القيم داخل القطاعات تمثل الدرجة (المتغير) x والقيم المكتوبة خارج القطاعات باللون الأحمر تمثل التكرار f

القطاع الخاص بالدرجة "95" ذات التكرار 6 قياس زاويته المركزية تساوي :

$$\frac{6}{20} \times 360 = 108^\circ$$

إذن لابد من حساب الزاوية المركزية المناظرة لكل قيمة من قيم المتغير x (الدرجة) ، وهذه القيم مبيّنة

بالجدول التالي :



طريقة الدائرة لتمثيل البيانات

الدرجة x	التكرار f	الزاوية المركزية
92	2	$(2/20) \times 360 = 36^\circ$
93	2	$(2/20) \times 360 = 36^\circ$
94	3	$(3/20) \times 360 = 54^\circ$
95	6	$(6/20) \times 360 = 108^\circ$
96	1	$(1/20) \times 360 = 18^\circ$
97	1	$(1/20) \times 360 = 18^\circ$
98	1	$(1/20) \times 360 = 18^\circ$
99	3	$(3/20) \times 360 = 54^\circ$
100	1	$(1/20) \times 360 = 18^\circ$
$\sum f = 20$		$360^\circ = \text{مجموع الزوايا}$

مثال: فيما يلي احصائية لطلاب البكالوريوس في كلية العلوم الإدارية موزعين حسب السنة الدراسية للعام الجامعي ١٤٢٦ هـ .

السنة الدراسية	عدد الطلبة
السنة الأولى	٢٢٦
السنة الثانية	٢٧٦
السنة الثالثة	٢٦٦
السنة الرابعة	١٦٧
المجموع	٩٣٥

المطلوب:

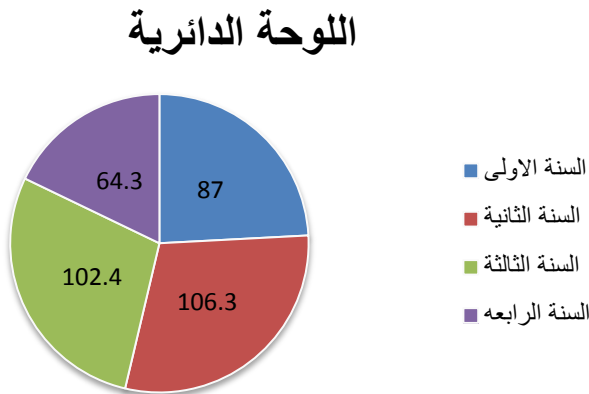
عرض هذه البيانات باستخدام اللوحة الدائرية؟

الحل/

نقوم بحساب الزاوية المركزية لكل قيمة من قيم المتغير (عدد الطلبة)

بأستخدام قانون الزاوية المركزية

$$\text{الزاوية المركزية لقيمة ما} = \frac{\text{تكرار القيمة}}{\text{مجموع التكرارات}} \times 360$$



السنة الدراسية	عدد الطلبة	الزاوية المركزية
الأولى	٢٢٦	$87 = 360 \times (226 \div 935)$
الثانية	٢٧٦	$106,3 = 360 \times (276 \div 935)$
الثالثة	٢٦٦	$102,4 = 360 \times (266 \div 935)$
الرابعة	١٦٧	$64,3 = 360 \times (167 \div 935)$
المجموع	٩٣٥	٣٦٠

س: متى نستخدم الأعمدة البيانية (بأنواعها المختلفة) في تمثيل البيانات الاحصائية بيانياً؟

وبماذا تختلف عن التمثيل البياني باستخدام الدائرة؟

يرى غالبية المختصين أن الأعمدة البيانية يفضل استخدامها في الحالات التالية:

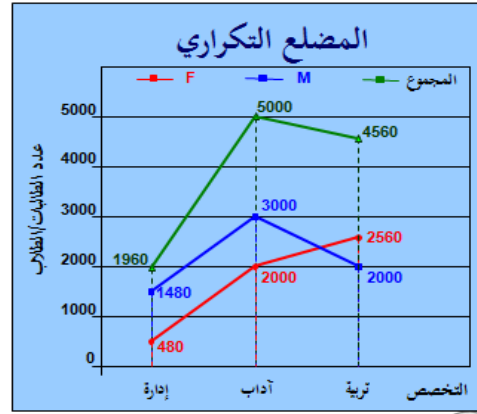
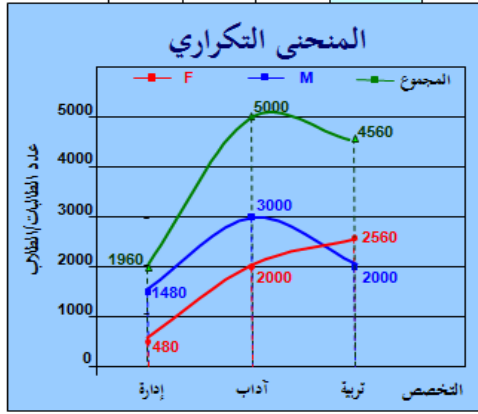
- عندما تكون الكميات المقارنة كثيرة العدد نسبياً.
- عندما تكون الاجزاء المقارنة في فترات زمنية مختلفة.
- عندما نرغب في توضيح قيم الاجزاء المقارنة المختلفة للظاهرة موضع البحث وذلك من أجل ابراز المقارنة بين هذه الأجزاء أو توضيح التغير أو التطور عبر الزمن سواء لظاهرة واحدة أو عدة ظواهر بين فترات زمنية مختلفة.
- غالباً ما ينصح باستعمال الأعمدة البيانية (بأنواعها المختلفة) مع المتغيرات المنفصلة.

٣- المنحنى أو الخط البياني:

يستخدم المنحنى أو الخط البياني أساساً لتوضيح الاتجاه العام للظاهرة خلال فترة من الزمن، ويستخدم هذا النوع من الرسم البياني لتمثيل الظواهر ذات البيانات المتصلة (غالباً)، وكذلك ممكن استخدامه مع البيانات المنفصلة.
كما يمكن استخدام الخط أو المنحنى البياني لتمثيل أكثر من ظاهرة على نفس الرسم ومقارنتها ببعضها.

المجموع	M	F	
إدارة أعمال	1480	480	
آداب	3000	2000	
تربية خاصة	2000	2560	
	4560	2000	

أيضاً نود التنويه أنه يمكن تمثيل جميع البيانات بطريقة الخط البياني أو المنحني البياني كما هو مبين



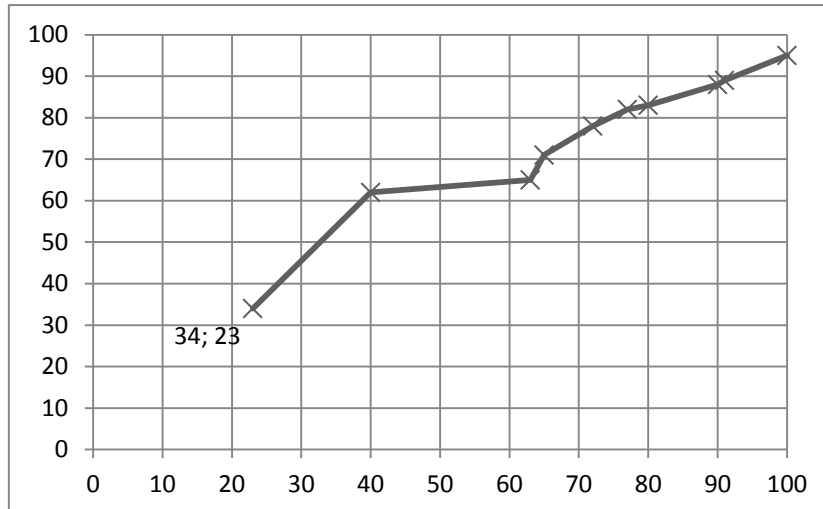
مثال: البيانات التالية لدرجات عشر طلاب بكلية العلوم الإدارية في مقرري الرياضيات والمحاسبة، فكانت كما يلي:

رقم الطالب	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
درجات الرياضيات	23	40	63	65	72	77	80	90	91	100
درجات المحاسبة	34	62	65	71	78	82	83	88	89	95

المطلوب:

استخدام المنحني أو الخط البياني لتمثيل هذه البيانات (درجات مقرر الرياضيات ودرجات مقرر المحاسبة).

الحل / بطريقة الخط البياني

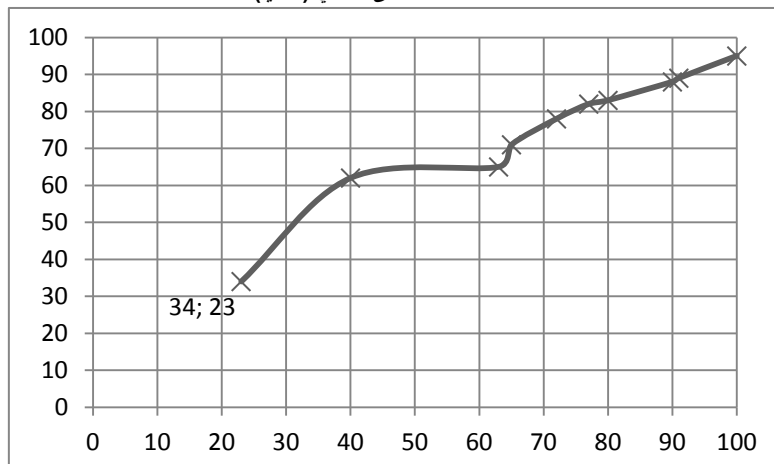


توضيح:

طريقة تحديد النقاط
مثلاً في درجه من
درجات الرياضيات
مثل (٢٣) ودرجه من
درجات المحاسبة (٣٤)
نشوف وين يلتقون
ونضع نقطه او اكس زي
ما انا مسويه والباقي
نفس الشي

درجات الرياضيات

الحل / بطريقة المنحني البياني (يدوي)



درجات الرياضيات

سمر المغربي

مثال: لو كانت لدينا البيانات التالية:

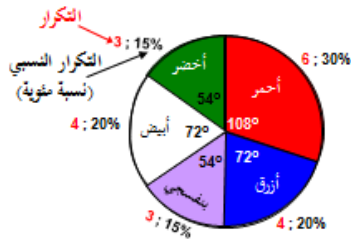
الزاوية	f	x
أحمر	6	108°
أزرق	4	72°
بنفسجي	3	54°
أبيض	4	72°
أخضر	3	54°

المطلوب: مثل البيانات السابقة بـ:

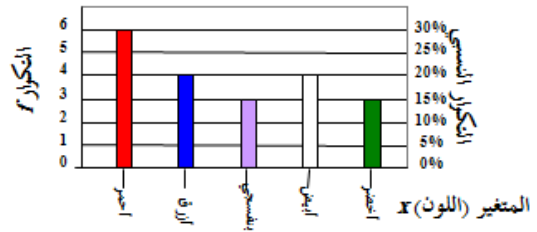
- الأعمدة البسيطة
- الخط البياني
- المنحنى البياني
- اللوحة الدائرية

الحل/

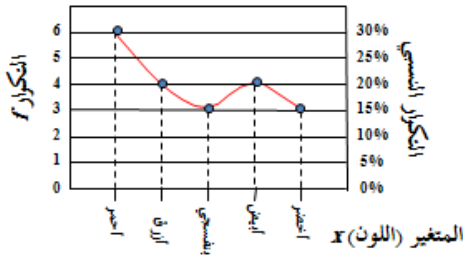
تمثيل البيانات بطريقة اللوحة الدائرية



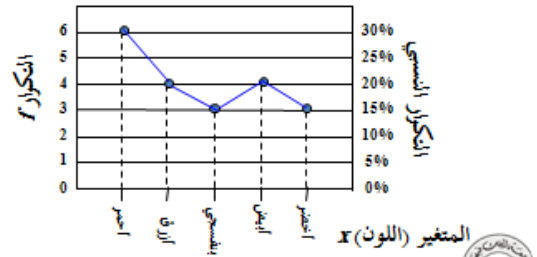
تمثيل البيانات بطريقة الأعمدة البسيطة



تمثيل البيانات بالمنحنى البياني



تمثيل البيانات بطريقة الخط البياني



ملاحظات على المنحنى والخط البياني :

- الرسم بالخط البياني أو المنحنى يتطلب جهداً أقل من الجهد والوقت اللذين يتطلبهما رسم الأعمدة البيانية بأنواعها المختلفة.
- يسهل الخط البياني أو المنحنى المقارنة على القارئ.
- يمكن استخدام الخط البياني أو المنحنى (كما في الأعمدة البيانية) لتمثيل أكثر من ظاهرة على نفس الرسم ومقارنتها ببعضها.

مزايا وعيوب الرسوم البيانية :

المزايا:

- تأثير انتباه المشاهد خاصة إذا كانت جيدة التصميم.
- توفر وقت المشاهدة إذ أن استنباط الحقائق من الرسوم البيانية أسرع من الوصول إليها بواسطة الأرقام الموضوعة في جداول.
- إمكانية معرفة الاتجاهات العامة للظواهر.
- سهولة فهم وتذكر العلاقات بين الظواهر محل الدراسة.

العيوب:

- التضحية بدقة البيانات إذ أن الرسوم توضح فقط التغيرات العامة للظواهر ولا تبين التفاصيل الدقيقة لها.
- أحيانا تكون الرسوم معقدة، خاصة إذا كانت تشتمل على مجموعات من البيانات المتباينة.
- كثرة التكاليف خاصة إذا كانت البيانات تحتاج إلى مقياس رسم كبير.

س ١ : الجدول المقابل يبين الجدول التكراري لأعمار عدد من الممرضات (لأقرب سنة) اللاتي يعملن في أحد أقسام إحدى المستشفيات ، من هذا الجدول أجب على الأسئلة التالية :

المتغير (العمر) x	التكرار (العدد) f	الزاوية المركزية
20	20	72°
25	?	36°
30	30	?
35	?	?
Σf		

هامش للإجابة

$$\begin{aligned} 72 \times ? &= 36 \times 20 \\ 72 \times ? &= 720 \\ 10 &= 720 \div 72 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 72 \times 30 &= ? \times 20 \\ 2160 &= ? \times 20 \\ 20 \div 2160 &= 108 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 360 \times 20 &= 72 \times ? \\ 7200 &= 72 \times ? \\ 72 \div 7200 &= 100 \end{aligned}$$

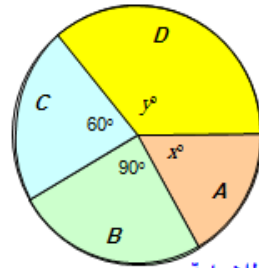
(أ-١) هناك تناسب بين التكرار والزاوية المركزية ، إذن : $72 \times ? = 36 \times 20$ ، $\therefore ? = 10$

(ب-١) بنفس الأسلوب السابق $72 \times 30 = ? \times 20$ ، $\therefore ? = 108^\circ$

(ج-١) مجموع الزوايا المركزية يجب أن يكون 360° $\therefore 72 + 36 + 108 + ? = 360$ ، $\therefore ? = 144^\circ$

(د-١) هناك أكثر من طريقة أميزها الأسلوب المشع في الجزئين (أ) ، (ب) : $360 \times 20 = 72 \times \Sigma f$ ، $\therefore \Sigma f = 100$

20	72°
?	36°
Σf	360°



س ٢ : الشكل المقابل يبين مبيعات أربع شركات A, B, C, D (لبيع لعب الأطفال) وذلك خلال عيد الفطر المبارك ، فإذا كان عدد اللعب الكلي التي تم بيعها بواسطة هذه الشركات هو 5400 لعبة ، أجب على الأسئلة التالية :

هامش للإجابة

$$\begin{aligned} 360 \times ? &= 90 \times 100 \\ ? &= 25\% \end{aligned}$$

$$\frac{25}{100} \times 5400 = 1350 \rightarrow \Sigma f$$

(ج-٢) الزاوية المركزية المناظرة لمبيعات الشركتين معاً تساوي $360 - (90 + 60) = 210^\circ$

$$\begin{aligned} 5400 \times ? &= 210 \times 5400 \\ ? &= 3150 \end{aligned}$$

5400	360°
?	210°

(أ) عدد الممرضات ذات العمر 25 سنة هو :

40 ☐ 30 ☐ 20 ☐ 10 ☒

(ب) الزاوية المركزية المناظرة للعمر 30 سنة هي :

144° ☐ 108° ☒ 72° ☐ 36° ☐

(ج) الزاوية المركزية المناظرة للعمر 35 سنة هي :

144° ☒ 108° ☐ 72° ☐ 36° ☐

(د) عدد الممرضات الكلي [أي مجموع التكرارات Σf] هو :

110 ☐ 105 ☐ 100 ☒ 95 ☐

(أ) النسبة المئوية لمبيعات الشركة B هي :

60% ☐ 40% ☐ 30% ☐ 25% ☒

(ب) عدد اللعب التي باعتها الشركة B هو :

1350 ☒ 900 ☐ 2250 ☐ 2700 ☐

(ج) عدد اللعب التي باعتها الشركتان A , D معاً هو :

1350 ☐ 3150 ☒ 2250 ☐ 900 ☐

المحاضرة السادسة

العرض البياني للبيانات

أولاً: البيانات المبوبة

يتم استخدام العديد من الأشكال للتعبير عن البيانات المبوبة في صورة جداول توزيعات تكرارية وهي :

- المدرج التكراري
- المضلع التكراري
- المنحنى التكراري
- المنحنى التكراري المتجمع الصاعد
- المنحنى التكراري المتجمع الهابط (النازل)

١- المدرج التكراري:

هو عبارة عن أعمدة مستطيلة متلاصقة يعبر ارتفاع العمود فيها على التكرار المناظر للفئة. ويستخدم هذا النوع من الرسوم البيانية لتمثيل البيانات التي تم عرضها في جدول توزيع تكراري، وفيه يمثل كل مستطيل فئة من فئات التوزيع التكراري.

يتم تقسيم المحور الرأسي (المحور الصادي) في المدرج التكراري حسب التكرار (فقد نستخدم التكرار الأصلي في حالة تمثيل التوزيع التكراري، وكذلك يمكن أن نستخدم التكرار النسبي في حالة تمثيل التوزيع التكراري النسبي).

ويتم تقسيم المحور الأفقي (المحور السيني) على أساس الفئات وهنا يظهر حالتين هما:
الحالة الأولى:- تساوي أطول الفئات: وفي هذه الحالة يكون ارتفاع المستطيل معبراً عن عدد مرات تكرار وجه الظاهرة محل الدراسة

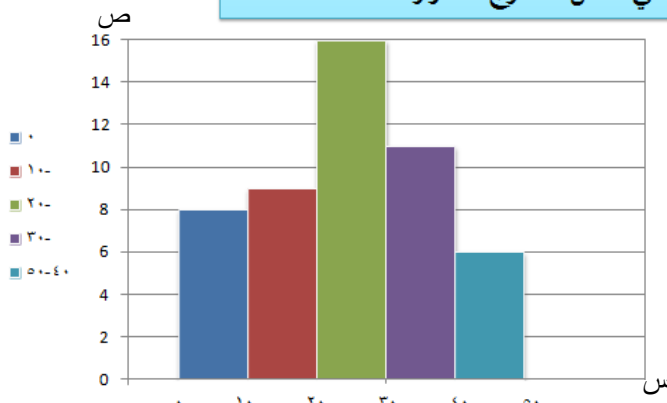
الحالة الثانية:- عدم تساوي أطوال الفئات: وفي هذه الحالة لابد من إجراء تعديل في التكرار الأصلي قبل رسم المدرج التكراري، لذا فإننا نقوم بإيجاد **التكرار المعدل** والذي هو عبارة عن ناتج قسمه التكرار الأصلي لكل فئة على طول الفئة المقابلة

مثال: البيانات التالية تعبر عن رأس المال المستثمر في شركات الحاسبات الآلية بالآلاف ريال

فئات رأس المال	-٠-	-١٠-	-٢٠-	-٣٠-	٥٠-٤٠	المجموع
عدد الشركات	٨	٩	١٦	١١	٦	٥٠

المطلوب:

عرض البيانات السابقة في شكل المدرج التكراري.



الحل

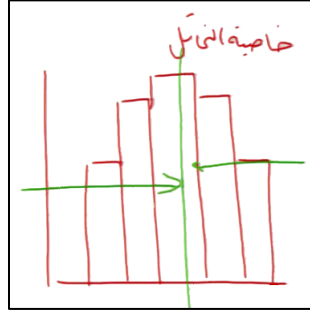
كما هو المطلوب باستخدام المدرج التكراري ويتبين انه لاجابة الى ايجاد التكرار المعدل لان الجدول منتظم واطوال الفئات متساويه (الحالة الاولى)

بعض خصائص التوزيع التكراري:

يمكن إستنتاج بعض خصائص التوزيع التكراري من شكل المدرج التكراري بدراسة الخصائص التالية:

الخاصية الأولى: التماثل

وهو أن يكون المدرج متماثل الطرفين في حي التقسيم من الوسط يكون طرفه الايمن مساوي لطرفه الايسر كما في الصورة



الخاصية الثانية: الإلتواء

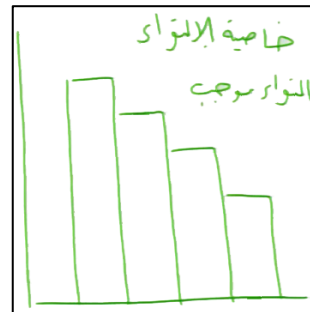
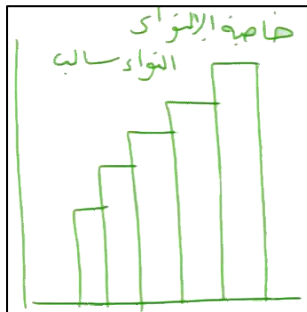
وهو ان يكون التوزيع في جهة طرف اكثر او اعلى من جهة الطرف الاخر (أي انه أعلى قيمة لمستطيل يكون في جهة اعلى والجهة الاخرى أقل) والالتواء نوعين:

١-الالتواء الموجب: تكون

أعلى قيمة تقع في اليسار
واقل قيمة تقع في اليمين

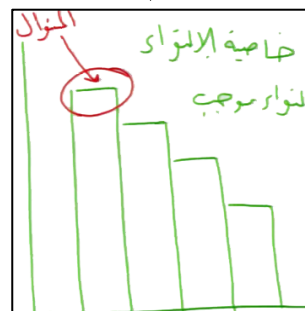
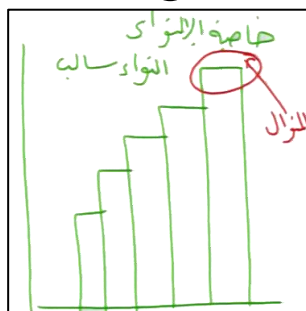
٢-الالتواء السالب: تكون اعلى

قيمة تقع في اليمين واقل قيمة
تقع في اليسار



الخاصية الثالثة: المنوال

هو أعلى قيمة في التوزيع



٢- المضلع التكراري:

هو ذلك النوع من الرسوم البيانية الذي يمكن الحصول عليه من خلال حساب مراكز الفئات أو بتتصيف الأضلاع العلوية للمستطيلات في المدرج التكراري، ثم نوصل هذه النقاط بعضها مع بعض، كما يبدوا لنا في المثال التالي:

مثال: استخدم البيانات في المثال السابق والتي تعبر عن رأس المال المستثمر في شركات الحاسبات الآلية بالألف ريال

فئات رأس المال	-٠	-١٠	-٢٠	-٣٠	٥٠-٤٠	المجموع
عدد الشركات	٨	٩	١٦	١١	٦	٥٠

المطلوب:

عرض البيانات السابقة في شكل المضلع التكراري.

الحل

هناك طريقتين للحل الطريقة الاولى من خلال حساب مراكز (بالنسبة لي هالطريقه اوضح وارتب ☺ +شوية تركيز)

الفئات	مراكز الفئات	التكرارات
٠	$٥ = ٢ \div (١٠ + ٠)$	٨
١٠	$١٥ = ٢ \div (٢٠ + ١٠)$	٩
٢٠	$٢٥ = ٢ \div (٣٠ + ٢٠)$	١٦
٣٠	$٣٥ = ٢ \div (٤٠ + ٣٠)$	١١
٥٠-٤٠	$٤٥ = ٢ \div (٥٠ + ٤٠)$	٦

القانون/ مركز الفئة = (الحد الأدنى + الحد الأعلى) $\div ٢$
أولاً: نقوم بعمل جدول لتسهيل بقية الخطوات

ثانياً: رسم المضلع التكراري: يجب تحديد مركز نقطة البداية ومركز نقطة النهاية :

قانون نقطة البداية = أول مركز فئة - طول الفئة

(ملاحظه: أرجو الانتباه للإشارة والتفريق-)

وهنا طول الفئة = ١٠

نقطة البداية = ١٠ - ٥ = ٥ وتوضع في بداية المحور السيني

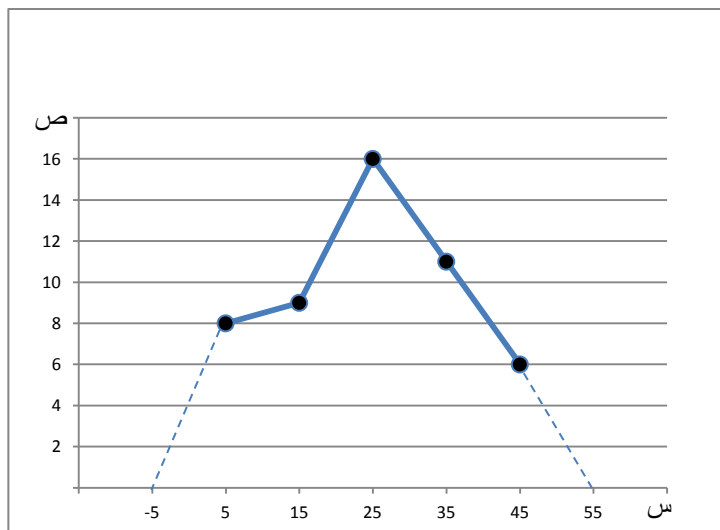
قانون نقطة النهاية = آخر مركز فئة + طول الفئة

(ملاحظه: أرجو الانتباه للإشارة والتفريق+)

نقطة النهاية = ١٠ + ٤٥ = ٥٥ وتوضع في نهاية المحور السيني

وفي المحور السيني بدلاً من وضع الفئات نضع مراكز الفئات

والمحور الصادي نضع التكرارات كما هي ثم نحدد مواقع النقاط



ونصل فيما بينها بخط مستقيم ولاكن في نقطتي البداية والنهاية يكون التوصيل بخط منقط ☺

٣- المنحنى التكراري:

ونحصل عليه إذا مهدنا المضلع التكراري وجعلناه منحنى بدلا من خطوط منكسرة فإننا نحصل على المنحنى التكراري.

مثال: البيانات التالية تعبر عن رأس المال المستثمر في شركات الحاسبات الآلية بالآلاف ريال

فئات رأس المال	-٠	-١٠	-٢٠	-٣٠	٤٠-٥٠	المجموع
عدد الشركات	٨	٩	١٦	١١	٦	٥٠

المطلوب:

عرض البيانات السابقة في شكل المنحنى التكراري.

الحل

نفس المضلع التكراري بنفس الخطوات ولاكن الفرق انه بدلا من رسم المضلع التكراري نرسم منحنى تكراري بخط اليد

القانون/ مركز الفئة = (الحد الأدنى + الحد الأعلى) ÷ ٢

أولاً: نقوم بعمل جدول لتسهيل بقية الخطوات

الفئات	مراكز الفئات	التكرارات
٠	$٥ = ٢ \div (١٠ + ٠)$	٨
١٠	$١٥ = ٢ \div (٢٠ + ١٠)$	٩
٢٠	$٢٥ = ٢ \div (٣٠ + ٢٠)$	١٦
٣٠	$٣٥ = ٢ \div (٤٠ + ٣٠)$	١١
٤٠-٥٠	$٤٥ = ٢ \div (٥٠ + ٤٠)$	٦

ثانياً: رسم المنحنى التكراري: يجب تحديد مركز نقطة البداية ومركز نقطة النهاية :

قانون نقطة البداية = أول مركز فئة - طول الفئة

(ملاحظة: أرجو الانتباه للإشارة والتفريق -)

وهنا طول الفئة = ١٠

نقطة البداية = $٥ - ١٠ = ٥$ وتوضع في بداية المحور السيني

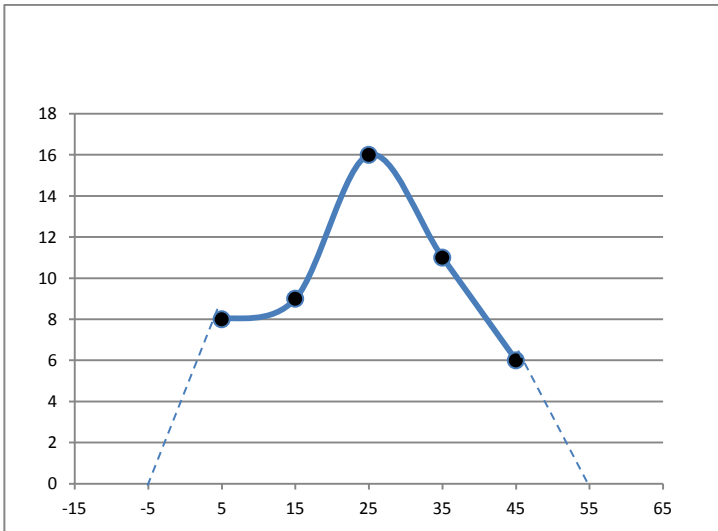
قانون نقطة النهاية = آخر مركز فئة + طول الفئة

(ملاحظة: أرجو الانتباه للإشارة والتفريق +)

نقطة النهاية = $٥٠ + ١٠ = ٥٥$ وتوضع في نهاية المحور السيني

وفي المحور السيني بدلاً من وضع الفئات نضع مراكز الفئات

والمحور الصادي نضع التكرارات كما هي ثم نحدد مواقع النقاط



ونصل فيما بينها بخط اليد على شكل منحنى ولاكن في نقطتي البداية والنهاية يكون التوصيل بشكل منحنى باليد منقط ☺

التوزيعات التكرارية المتجمعة:

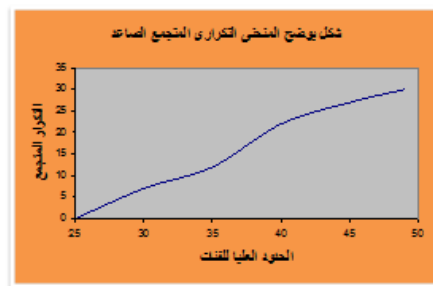
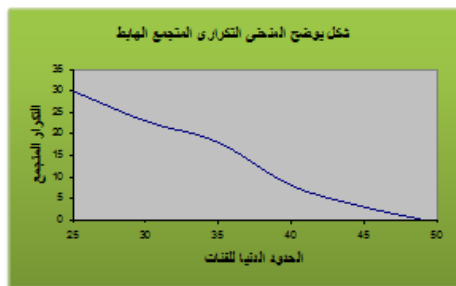
تستخدم المنحنيات المتجمعة لتمثيل التوزيعات التكرارية المتجمعة بيانياً بما يتلائم مع نوع التوزيع التكراري المتجمع، ونحصل على المنحنى المتجمع برصد التكرار المتجمع لأي فئة مقابل الحد الأعلى أو الحد الأدنى الفعلي لها ثم نوصل هذه النقاط فيما بينها بخطوط ممهدة.

٤- المنحنى المتجمع الصاعد:

يستخدم لتمثيل التوزيع التكراري المتجمع الصاعد، سواء أكان بالقيم المطلقة للتكرارات، أو بالتكرار النسبي. ويراعي وضع النقاط الخاصة بالتكرارات في حالة المنحنى المتجمع الصاعد عند الحد الأعلى لكل فئة، لأنه يعبر عن العدد الإجمالي لأوجه الظاهرة الواقعة أسفل الحد الأعلى للفئة.

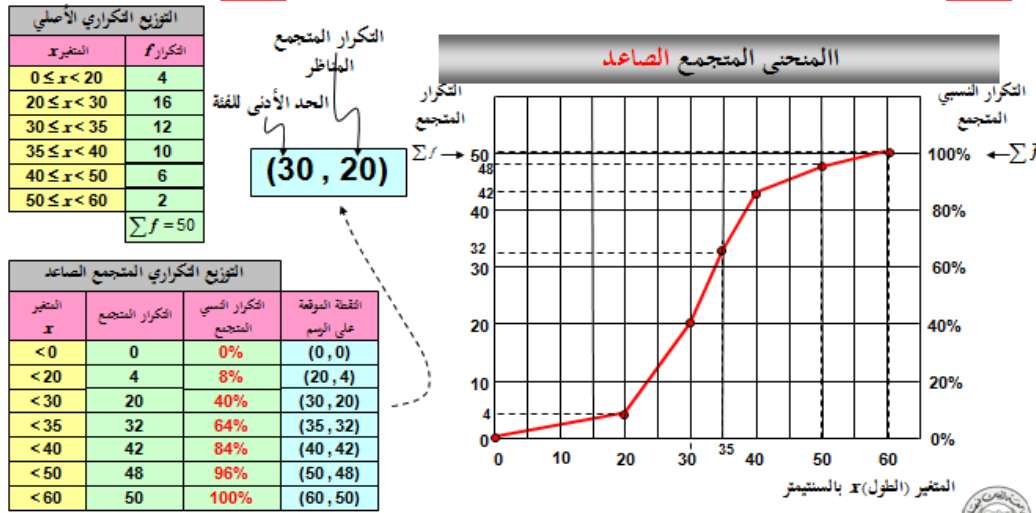
٥- المنحنى المتجمع الهابط (النازل):

ويستخدم لتمثيل التوزيع التكراري المتجمع الهابط (النازل) أيضاً بالقيم المطلقة للتكرارات أو بالتكرار النسبي، ويراعي وضع النقاط الخاصة بالتكرارات المتجمعة الهابطه (النازلة) عند الحد الأدنى لكل فئة، لأنه يعبر عن العدد الإجمالي لأوجه الظاهرة الواقعة أعلي الحد الأدنى للفئة.

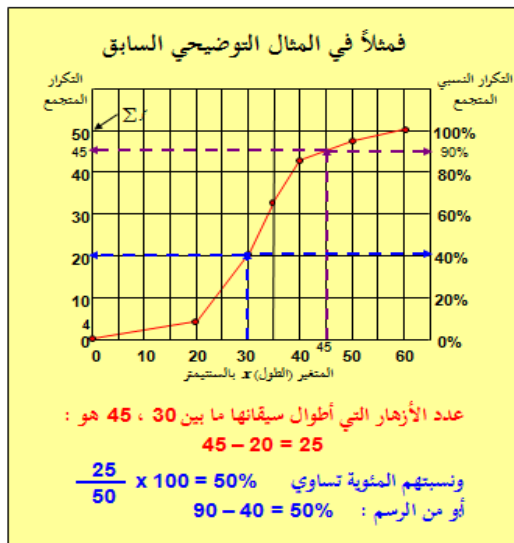


المنحنى المتجمع الصاعد

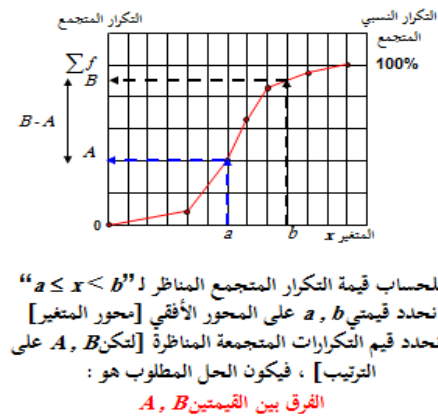
ذكرنا سابقاً عند عرضنا للبيانات عن طريق الجداول أنه يمكن عرض البيانات عن طريق التوزيع التكراري المتجمع **الصاعد** أو **النازل**، ويمكن الاستفادة من هذه الجداول في رسم المنحنى المتجمع **الصاعد** أو **النازل** كالآتي :



• تحديد التكرار المتجمع المناظر لـ :



“x محصورة بين قيمتين”



الحل بشكل أوضح ☺ : نقوم بعمل جدول للتوزيع التكراري المتجمع الصاعد من خلال التوزيع التكراري الأصلي كالآتي:

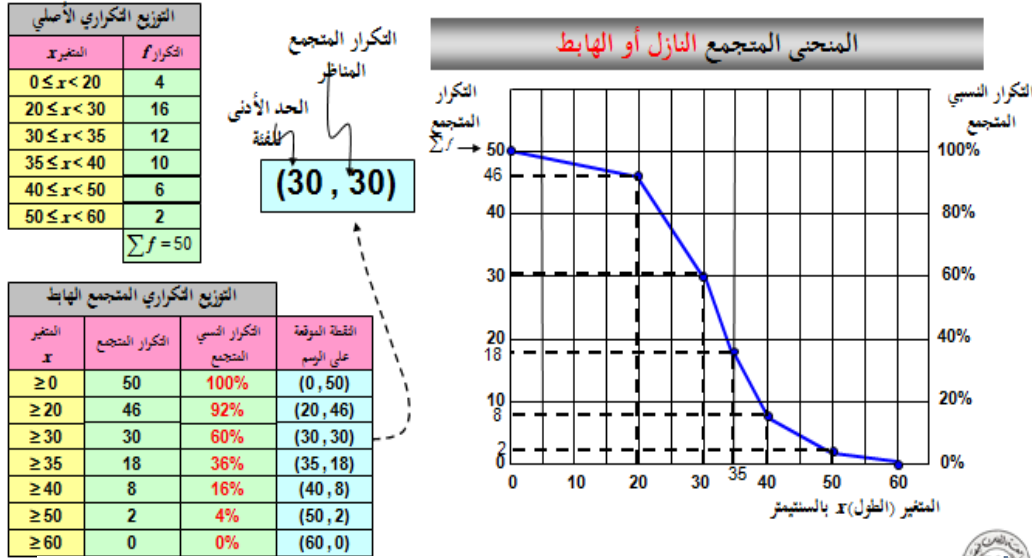
التكرار المتجمع الصاعد = التكرار الأصلي + التكرار المتجمع الذي يسبقه (لاحظ الإشارة + صاعد للصعود)

التكرار النسبي = (التكرار المتجمع ÷ مجموع التكرارات) $\times 100$

المتغير	التكرار الأصلي	التكرار المتجمع الصاعد	التكرار النسبي المتجمع	النقطة الموقعة على الرسم
				ص
٠	٠	٠ (لأنه صاعد نبدأ بالصفر)	$\%٠ = ١٠٠ \times (٠ \div ٠)$	(٠, ٠)
٢٠	٤	$٤ = ٠ + ٤$	$\%٨ = ١٠٠ \times (٤ \div ٥٠)$	(٤, ٢٠)
٣٠	١٦	$٢٠ = ١٦ + ٤$	$\%٤٠ = ١٠٠ \times (٢٠ \div ٥٠)$	(٢٠, ٣٠)
٣٥	١٢	$٣٢ = ٢٠ + ١٢$	$\%٦٤ = ١٠٠ \times (٣٢ \div ٥٠)$	(٣٢, ٣٥)
٤٠	١٠	$٤٢ = ٣٢ + ١٠$	$\%٨٤ = ١٠٠ \times (٤٢ \div ٥٠)$	(٤٢, ٤٠)
٥٠	٦	$٤٨ = ٤٢ + ٦$	$\%٩٦ = ١٠٠ \times (٤٨ \div ٥٠)$	(٤٨, ٥٠)
٦٠	٢	$٥٠ = ٤٨ + ٢$	$\%١٠٠ = ١٠٠ \times (٥٠ \div ٥٠)$	(٥٠, ٦٠)

المنحنى المتجمع النازل (الهابط)

وبنفس طريقة المنحنى المتجمع الصاعد يمكن رسم المنحنى المتجمع النازل أو الهابط كالآتي :

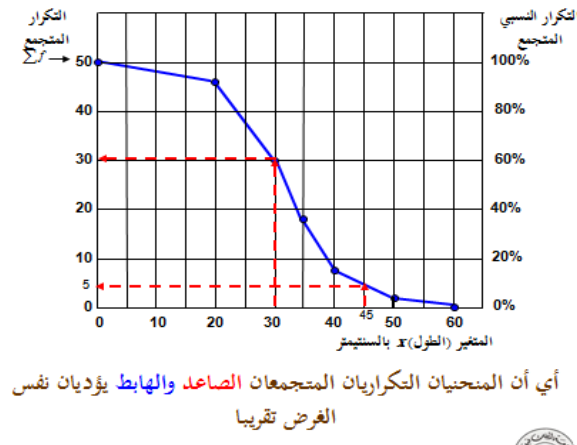


وفيقيد المنحنى المتجمع النازل أو الهابط في الرد على نفس الأسئلة التي يرد عليها المنحنى المتجمع الصاعد مع الأخذ في الاعتبار أن التدرج الرأسى [التكرار المتجمع] يمثل التكرار المناظر لـ " x أكبر من أو تساوي"

فمثلاً في المثال التوضيحي السابق

- عدد الأزهار التي أطوال سيقانها 30 فأكثر هو 30 بينما عدد الأزهار التي أطوال سيقانها أقل من 30 هو : $50 - 30 = 20$
- عدد الأزهار التي أطوال سيقانها 45 فأكثر هو 5 بينما عدد الأزهار التي أطوال سيقانها أقل من 45 هو : $50 - 5 = 45$
- عدد الأزهار التي أطوال سيقانها ما بين 30 , 45 هو : $30 - 5 = 25$

قارن النتائج السابقة بالنتائج التي سبق وحصلنا عليها باستخدام المضلع التكراري المتجمع المتصاعد



الحل بشكل أوضح ☺ : نقوم بعمل جدول للتوزيع التكراري المتجمع النازل من خلال التوزيع التكراري الأصلي كالآتي:

التكرار المتجمع النازل = التكرار الأصلي - التكرار المتجمع الذي يسبقه (لاحظ الإشارة - نازل للهبوط)

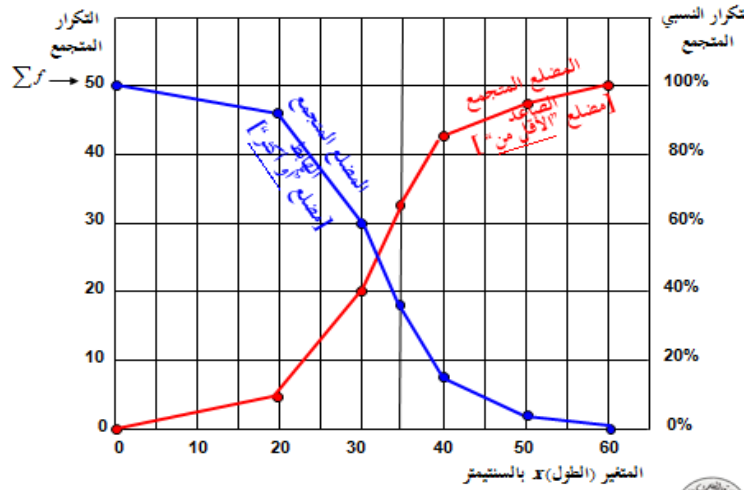
التكرار النسبي = (التكرار المتجمع ÷ مجموع التكرارات) $\times 100$

المتغير	التكرار الأصلي	التكرار المتجمع النازل	التكرار النسبي المتجمع	النقطة الموقعة على الرسم	
				ص	س
٠	٠	٥٠ (لأنه نازل نبدأ من م التكرارات)	$100\% = 100 \times (50 \div 50)$	(٥٠, ٠)	
٢٠	٤	$46 = 50 - 4$	$92\% = 100 \times (50 \div 46)$	(٤٦, ٢٠)	
٣٠	١٦	$30 = 46 - 16$	$60\% = 100 \times (50 \div 30)$	(٣٠, ٣٠)	
٣٥	١٢	$18 = 30 - 12$	$36\% = 100 \times (50 \div 18)$	(١٨, ٣٥)	
٤٠	١٠	$8 = 18 - 10$	$16\% = 100 \times (50 \div 8)$	(٨, ٤٠)	
٥٠	٦	$2 = 8 - 6$	$4\% = 100 \times (50 \div 2)$	(٢, ٥٠)	
٦٠	٢	$0 = 2 - 2$	$0\% = 100 \times (50 \div 0)$	(٠, ٦٠)	

ويمكن رسم المثلثين التكرارين المتجمعين : **الصاعد والهابط** على
رسمة واحدة كما هو مبين :

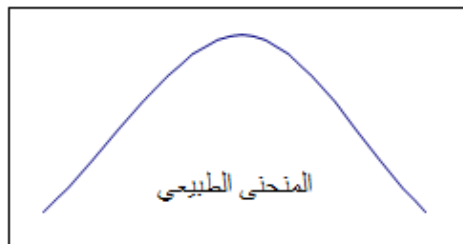
التوزيع التكراري المتجمع الصاعد			
المتغير x	التكرار المتجمع	التكرار النسبي المتجمع	النقطة الموقعة على الرسم
< 0	0	0%	(0, 0)
< 20	4	8%	(20, 4)
< 30	20	40%	(30, 20)
< 35	32	64%	(35, 32)
< 40	42	84%	(40, 42)
< 50	48	96%	(50, 48)
< 60	50	100%	(60, 50)

التوزيع التكراري المتجمع الهابط			
المتغير x	التكرار المتجمع	التكرار النسبي المتجمع	النقطة الموقعة على الرسم
≥ 0	50	100%	(0, 50)
≥ 20	46	92%	(20, 46)
≥ 30	30	60%	(30, 30)
≥ 35	18	36%	(35, 18)
≥ 40	8	16%	(40, 8)
≥ 50	2	4%	(50, 2)
≥ 60	0	0%	(60, 0)



الأشكال الشائعة للتوزيعات التكرارية

يعتبر **التوزيع الطبيعي** ذو شكل الجرس من التوزيعات التكرارية الهامة في دراستنا. وفي أحيان أخرى يكون المنحنى التكراري مدبب القمة بحيث تكون القمه ضيقة وذو طرفين واسعين نسبياً، فيسمى في هذه الحالة منحنى قليل التفطح أو المنحنى المدبب. وقد يكون المنحنى التكراري مسطح القمة بحيث تكون القمه واسعه ذو طرفين ضيقين نسبياً، فيسمى منحنى كبير التفطح أو **المنحنى المفرطح**، وفيما يلي رسم بياني يوضح كلا المنحنيين المدبب والمفرطح.



الشكل الاساسي هو المنحنى الطبيعي

أما المنحنى المدبب يكون أعلى من المنحنى الطبيعي

والمنحنى المفرطح يكون أقل من المنحنى الطبيعي

المحاضرة السابعة

المقاييس الإحصائية للبيانات غير الميوية

أولاً: مقاييس النزعة المركزية

فبعد جمع البيانات و المعلومات وعرضها يأتي بعد ذلك **تحليل البيانات** Data Analysis والتي فيها يتم استخدام الأدوات الإحصائية المختلفة لوصف البيانات من خلال حساب المقاييس الإحصائية المختلفة والتي سوف نستعرضها في هذه المحاضرة بمشيئة الله.

تساعدنا **المقاييس الإحصائية** في وصف المتغيرات المختلفة عن طريق معرفة القيم التي تتركز حولها البيانات ومدى التفاوت بين قيم المفردات محل الدراسة وتلك القيم.

كما تساعدنا في المقارنة بين المتغيرات المختلفة من حيث مدى نزعتها نحو مراكز معينة وتحديد مدى تجانس البيانات بعضها مع بعض.

وتتمثل أهمية **عملية وصف البيانات كمياً** من خلال محاولة الوصول إلى فهم ورؤية أوضح للمعلومة المحتواة في القيم الكمية للمتغيرات محل الدراسة.

تنقسم المقاييس الإحصائية إلى نوعين رئيسيين هما:

● مقاييس النزعة المركزية Central Tendency Measures :

تقيس مدى تمركز الدرجات حول درجة معينة

● مقاييس التشتت أو الانتشار Dispersion Measures :

تقيس مدى تباعد الدرجات بعضها عن بعض

ففي هذه المحاضرة سنتعرض لكيفية حساب مقاييس النزعة المركزية ومقاييس التشتت في حالة استخدام البيانات الخام غير المبوبة، أي تلك التي لم يتم تصنيفها في صورة جداول تكرارية

أولاً- مقاييس النزعة المركزية Central Tendency Measures

نقصد بمقاييس النزعة المركزية تلك القيم الوسطى التي توضح القيمة التي تجمع أكبر عدد من القيم الخاصة بمجموعة معينة عندها . ولتحديد القيمة المتوسطة للتوزيع يوجد هناك عدة مقاييس أهمها :

● المتوسط الحسابي

● الوسيط

● المنوال (الشائع)

أهمية حساب مقاييس النزعة المركزية :

حساب مقاييس النزعة المركزية يساعد على التالي:

● إيجاد ذلك الرقم المتوسط الذي يدل على خصائص أرقام مجموعة من المجموعات

فيكفي أن ننظر الى ذلك الرقم المتوسط لنعرف الكثير عن خصائص هذه المجموعة

من الأرقام

● المقارنة بين عدة مجموعات في وقت واحد ، فنقول أن هذه المجموعة أقوى من

تلك، وذلك اعتماداً على مقارنة هذه المتوسطات بعضها ببعض

أ- الوسط الحسابي (المتوسط) Mean

يُعرف المتوسط الحسابي بأنه قيمة التي إذا أعطيت لكل مفرد من مفردات الظاهرة لكان مجموع القيم الجديدة مساويا للمجموع الفعلي للقيم الأصلية للظاهرة، ويتم حساب المتوسط الحسابي للبيانات غير المبوبة من خلال المعادلة التالية:

ملاحظته: عشان ماتحوسون بالقانون
تبسيط القانون:



$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n}$$

مثال من الدكتور: لو كان عندي ثلاثة أرقام وهي (٣،٧،٥) وطلب أحسب المتوسط الحسابي لهذه البيانات:

الحل $5 = \frac{15}{3} = \frac{3+7+5}{3}$ إذن المتوسط الحسابي = ٥ ويرمز للمتوسط الحسابي \bar{x}

الـ٥،٧،٣ هي مفردات الظاهره الأصلية والـ٥ هي المتوسط الحسابي
ثم نقوم بإعطاء كل مفرده من مفردات الظاهره ناتج المتوسط الحسابي يصبح بهذا الشكل

(مجموع القيم الاصلية) $10 = 3 + 7 + 5$

(مجموع القيم الجديدة) $10 = 5 + 5 + 5$

أو (المتوسط الحسابي × عدد القيم = مجموع القيم الجديدة يعني $10 = 3 \times 5$)

إذن مجموع القيم الجديدة تساوي مجموع القيم الاصلية (بذلك طبقنا تعريف المتوسط الحسابي) ☺ (١)
ويجب أن يكون المجموع الجبري لانحراف القيم عن المتوسط يساوي صفر

الانحراف $(\bar{x} - x)$	القيم الأصلية x
$0 = 5 - 5$	٥
$2 = 5 - 3$	٣
$2 = 5 - 7$	٧
$0 = 5 - 5$	٥
$0 = 2 - 2 + 0$	المجموع

مثال: البيانات تعبر عن المبيعات الشهرية لأحد المحال التجارية خلال عام ١٤٢٧ هـ
بألوف ريال كما يلي:

الشهر	محرم	صفر	ربيع أول	ربيع ثان	جمادى أول	جمادى الآخر	رجب	شعبان	رمضان	شوال	ذي القعدة	ذي الحجة
المبيعات	٣	٥	٨	٣	٦	٤	١٢	٥	٤	٣	٧	٩

المطلوب:

حساب المتوسط الحسابي للمبيعات الشهرية.

الحل: $5.75 = \frac{69}{12} = \frac{9+7+3+4+5+12+4+6+3+8+5+3}{12}$

ثم نقوم بإعطاء كل مفرده من مفردات الظاهره ناتج المتوسط الحسابي يصبح بهذا الشكل

$69 = 9 + 7 + 3 + 4 + 5 + 12 + 4 + 6 + 3 + 8 + 5 + 3$

وبدل مانطول بالحساب $69 = 12 \times 5.75$ (بقي المجموع الجبري للانحراف)

الصفحة التالية ➡

المبيعات x	الانحراف $(\bar{x} - x)$
٣	٢,٧٥ - ٥,٧٥ = -٣
٥	٠,٧٥ - ٥,٧٥ = -٥
٨	٢,٢٥ - ٥,٧٥ = -٣,٥
٣	٢,٧٥ - ٥,٧٥ = -٣
٦	٠,٢٥ - ٥,٧٥ = -٥,٥
٤	١,٧٥ - ٥,٧٥ = -٤
١٢	٦,٢٥ - ٥,٧٥ = ٠,٥
٥	٠,٧٥ - ٥,٧٥ = -٥
٤	١,٧٥ - ٥,٧٥ = -٤
٣	٢,٧٥ - ٥,٧٥ = -٣
٧	١,٢٥ - ٥,٧٥ = -٤,٥
٩	٣,٢٥ - ٥,٧٥ = -٢,٥
المجموع	٠

حساب المجموع الجبري للانحراف

ويجب ملاحظة عدة أمور في الوسط الحسابي وهي:

- انه لا يشترط أن يكون المتوسط الحسابي عددا صحيحا.
- ان المتوسط الحسابي دائما محصور بين أقل القيم وأعلاها، ولكن هذا لا يعني أنه يقع في الوسط تماما بين هذين الحدين.
- إن المجموع الجبري لانحراف القيم عن المتوسط يكون دائما صفر.
- ومن أهم خصائص الوسط الحسابي هو تأثيره بجميع العمليات الجبرية تجرى على البيانات من إضافة قيمة لجميع البيانات أو طرحها أو ضربها أو قسمتها.

مثال: من الدكتور لتوضيح إن المجموع الجبري لانحراف القيم عن المتوسط يكون دائما صفر:
لو كان عندي أربع أرقام وهي (٣، ٧، ٤، ٦) وطلب أحسب المتوسط الحسابي لهذه البيانات:

الحل:
$$5 = \frac{3 + 7 + 4 + 6}{4} \quad \text{اذن } \bar{x} = 5$$

حساب المجموع الجبري للانحراف

القيم الأصلية x	الانحراف $(\bar{x} - x)$
٣	٢ - ٣ = -١
٧	٢ - ٧ = -٥
٤	١ - ٤ = -٣
٦	١ - ٦ = -٥
المجموع	٠

مثال: لتوضيح إن من أهم خصائص الوسط الحسابي هو تأثيره بجميع العمليات الجبرية:

مثال: بسؤال خمسة أشخاص عن أجورهم الشهري فكانت إجاباتهم كما يلي بالآلاف ريال:

3 , 5 , 2, 7, 3

المطلوب:

- أحسب متوسط الأجر الشهري
- وإذا قررت إدارة الشركة زيادة أجورهم أحسب متوسط الأجر الجديد في الحالتين التاليتين
- ١. زيادة أجور العاملين بمقدار 2000 ريال
- ٢. زيادة أجور العاملين بنسبة 5 %

الحل:

١- أحسب متوسط الأجر الشهري: $4 = \frac{20}{5} = \frac{3 + 5 + 2 + 7 + 3}{5}$ إذن $\bar{x} = 4$

٢- وإذا قررت إدارة الشركة زيادة أجورهم أحسب متوسط الأجر الجديد في الحالتين التاليتين: أ- **زيادة أجور العاملين بمقدار 2000 ريال:**

ملاحظة: لاحظ أن الأجور بالآلاف يعني مثلاً
 $5000 = 2000 + 3000$
وهكذا بس نختصر مثل المثال افضل

٣ ، ٥ ، ٢ ، ٧ ، ٣
↓ ↓ ↓ ↓ ↓
٥ ، ٧ ، ٤ ، ٩ ، ٥

ثم نقوم بحساب المتوسط الحسابي

$$6 = \bar{x} \quad 6 = \frac{30}{5} = \frac{5 + 7 + 4 + 9 + 5}{5}$$

وبدلاً من أن نقوم بحساب المتوسط الحسابي الجديد نقوم بأخذ المتوسط الحسابي القديم (٤) ونزيد عليه (الزيادة ٢) $(6 = 4 + 2)$

ب- زيادة أجور العاملين بنسبة 5 %:

يكون الأجر الجديد بعد زيادة 5 %

$$١- \text{العامل الأول} = 3 + 3 \times \frac{5}{100} = 3,15$$

$$٢- \text{العامل الثاني} = 7 + 7 \times 0,05 = 7,35$$

$$٣- \text{العامل الثالث} = 2 + 2 \times 0,05 = 2,1$$

$$٤- \text{العامل الرابع} = 5 + 5 \times 0,05 = 5,25$$

$$٥- \text{العامل الخامس} = 3 + 3 \times 0,05 = 3,15$$

$$\bar{x} = \frac{3.15 + 5.25 + 2.1 + 7.35 + 3.15}{5} = 4.2$$

أو بدلاً من زيادة جميع المفردات بمقدار 5 % ثم إعادة الوسط الحسابي كان يمكن إيجادها مباشرة من خلال: الوسط الحسابي الجديد = الوسط الحسابي القديم $\times 1,05$

$$\bar{x} = 4,2 = 1,05 \times 4$$

مزايا وعيوب المتوسط الحسابي:

المزايا:

يعد المتوسط الحسابي من أكثر مقاييس النزعة المركزية استخداماً، وأسهلها فهماً وذلك نتيجة لسهولة حسابه

يدخل في حسابه كل القيم دون إهمال أي قيمة منها.

العيوب:

يتأثر بالقيم المتطرفة الشاذة قلة أو كثرة، فقد يرتفع لمجرد وجود قيمة مرتفعة، وقد يقل كثيراً لمجرد وجود قيمة واحدة صغيرة وهذا بالتالي يؤدي إلى عدم تمثيل المتوسط لواقع المعلومات

لا يمكن إيجادها من خلال الرسم.

ب- الوسيط Median

يعرف **الوسيط** بأنه الدرجة التي تتوسط مجموعة من الدرجات المرتبة ترتيباً تصاعدياً أو تنازلياً، ويمكن حساب الوسيط باتباع الخطوات التالية:

- ترتيب الدرجات تصاعدياً أو تنازلياً
- إيجاد ترتيب الوسيط ويقصد به إيجاد مكان الوسيط، ويختلف ترتيب الوسيط إذ كان عدد المشاهدات فردى أو زوجي كما يلي:

عدد المشاهدات n	ترتيب الوسيط
فردى	$(n+1)/2$
زوجى	يوجد ترتيبين هما $(n/2)+1$, $n/2$

إيجاد قيمة الوسيط.

مثال: البيانات تعبر عن المبيعات الشهرية لأحد المحال التجارية خلال عام ١٤٢٧ هـ بلألف ريال كما يلي:

الشهر	محرم	صفر	ربيع أول	ربيع ثان	جمادى أول	جمادى الآخر	رجب	شعبان	رمضان	شوال	ذي القعدة	ذي الحجة
المبيعات	٣	٥	٨	٣	٦	٤	١٢	٥	٤	٣	٧	٩

المطلوب:

إيجاد قيمة الوسيط للبيانات السابقة.

الحل: أ- ترتيب البيانات ترتيباً تصاعدياً أو تنازلياً:

٣،٣،٣،٤،٤،٤،٥،٥،٦،٧،٨،٩،١٢

ب- إيجاد ترتيب الوسيط: نلاحظ هنا أن عدد المشاهدات زوجي مما يعني وجود ترتيبين للوسيط هما:

$$١- \quad ٦ = \frac{12}{2} = \frac{n}{2}$$

$$٢- \quad ٧ = ١ + ٦ = ١ + \frac{12}{2} = ١ + \frac{n}{2}$$

ج- الوسيط للقيمتين الموجودتين في المكان السادس والسابع كما يلي: $M = \frac{5+5}{2} = \frac{10}{2} = 5$

مثال آخر من الدكتور: ٨،٣،٧،٩،٢ وطلب أحسب قيمة الوسيط لهذه البيانات:

الحل: أ- ترتيب البيانات ترتيباً تصاعدياً أو تنازلياً: ٢،٣،٧،٨،٩

ب- إيجاد ترتيب الوسيط: نلاحظ هنا أن عدد المشاهدات فردي:

$$١- \quad ٣ = \frac{6}{2} = \frac{5+1}{2} = \frac{n+1}{2} \quad \text{إذن الوسيط بالرتبة الثالثة و هو ٧}$$

مزاي و عيوب الوسيط:

المزايا:

- لا يتأثر بالقيم الشاذة.
- يمكن استخدام الوسيط في البيانات الناقصة.
- يمكن الحصول على الوسيط وحسابه من خلال الرسم.
- يمكن استخدام الوسيط في البيانات التي يعرف ترتيبها ولا تعرف قيمتها.

العيوب:

- لا يعتمد على جميع القيم، حيث أنه لا يدخل في حسابه سوى قراءة واحدة أو قراءتين من البيانات كلها.

ج - المنوال Mode

يعرف **المنوال** بأنه القيمة التي تعتبر أكثر القيم شيوعا.

في نفس المثال السابق للمبيعات الشهرية . أحسب المنوال؟

نجد أن المبيعات الأكثر تكراراً هنا هي ٣ ألف ريال لذلك

فان المنوال هنا = ٣

وقد يكون في التوزيع منوالين أو أكثر وذلك كالمثال الآتي:

٦ ، ٥ ، ٥ ، ٥ ، ٤ ، ٤ ، ٤ ، ٤

فالمنوال هنا = ٤ ، ٥ أي أنه يوجد منوالين .

وقد لا يكون في التوزيع منوال وذلك كالمثال الآتي:

٢ ، ٥ ، ٧ ، ٩ ، ١١

مزاي و عيوب المنوال:

المزايا:

- سهل الحساب سواء بالرسم أو بالحساب
- لا يتأثر كثيرا بالقيم الشاذة
- لا يتأثر كثيرا لو تغيرت قيم بعض مفردات البيانات

العيوب:

- أقل مقاييس النزعة المركزية استعمالا
- عديم الفائدة في البيانات القليلة العدد

المحاضرة الثامنة

المقاييس الإحصائية للبيانات غير الميوية

ثانياً: مقاييس التشتت أو الانتشار

كما تميل القيم الى التمرکز فانها تميل أيضا إلى التشتت أو الانتشار، فبالتالي فان أي توزيع من القيم له صفة التمرکز، وصفة التشتت.

مقاييس التشتت هي تلك المقاييس التي تعبر عن مدى تباعد القيم أو تقاربها في المجموعات التي يشملها البحث

مثال

مجموعة (أ) : ٨ ، ٨ ، ٨ ، ٨ ، ٨

مجموعة (ب) : ٦ ، ٥ ، ٣ ، ٢ ، ١

نلاحظ أن المجموعة الأولى (أ) لا يوجد بها تشتت، فهذه المجموعة متجانسة.

في حين نلاحظ أن المجموعة الثانية (ب) يوجد بها تشتت

يمكن ان يقاس تشتت البيانات عن طريق مقاييس التشتت المختلفة، وأهم هذه المقاييس:

- المدى
- المدى الربيعي
- الانحراف عن المتوسط
- التباين
- الانحراف المعياري

لماذا نستخدم مقاييس التشتت؟

نستخدم هذه المقاييس اذا كان عندنا مجموعتين ونريد ان نقارن بينهما، وكان المتوسط فيما بينهما متساوي ، كما في المثال التالي:

مجموعة (أ): (٤٥ ، ٥٠ ، ٥٥) المتوسط هنا = ٥٠

مجموعة (ب): (٣٠ ، ٥٠ ، ٧٠) المتوسط هنا = ٥٠

فلذا لا نستطيع ان نقول هنا ان المجموعتين متساويتين لأننا إذا رجعنا الى المجموعتين وجدنا انهما مختلفتين في الدرجات رغم تساوي المتوسطين حيث أن المتوسط الحسابي في المجموعتين يساوي (٥٠) .

لكن اذا استخدمنا احد مقاييس التشتت مثل المدى والذي يحسب من خلال العلاقة التالية:

المدى = أعلى درجة - أقل درجة

وعلى ذلك فإن:

مدى مجموعة (أ) = ٥٥ - ٤٥ = ١٠

مدى مجموعة (ب) = ٧٠ - ٣٠ = ٤٠

نرى ان درجة التشتت في المجموعة (أ) أقل منها في المجموعة (ب)، أي ان المجموعة (أ) تكون أكثر تجانساً من المجموعة (ب)

أي انه كلما صغر التشتت كلما دل على ان المجموعة اكثر تجانس

١- المدى Range

المدى هو الفرق بين أعلى درجة وأقل درجة في التوزيع. ويعتبر المدى الوسيلة المباشرة لمعرفة مدى تقارب القيم أو تباعدها في أي توزيع، وهو وسيلة سهلة، إلا أنها أقل الوسائل دقة وذلك لأن حسابه يتوقف على قيمتين فقط من قيم المجموعة، ولا يهتم مطلقاً بما بينهما من قيم أخرى. فالمدى لا يصلح إلا إذا أراد الباحث أن يأخذ فكرة سريعة عن مدى تشتت بيانات التوزيع موضع الدراسة، إلا أن استخدامه والاعتماد عليه قد يؤديان إلى نتائج خادعة، وخاصة إذا كان هناك انفصال بين الدرجات المتطرفة وباقي الدرجات موضع البحث.

مثال: البيانات تعبر عن المبيعات الشهرية لأحد المحال التجارية خلال عام ١٤٢٧ هـ. بالآلاف ريال كما يلي:

الشهر	محرم	صفر	ربيع أول	ربيع ثان	جمادى أول	جمادى الآخر	رجب	شعبان	رمضان	شوال	ذى القعدة	ذى الحجة
المبيعات	٣	٥	٨	٣	٦	٤	١٢	٥	٤	٣	٧	٩

المطلوب:
حساب المدى للمبيعات الشهرية.

الحل:

نلاحظ أن أكبر قيمة هي ١٢ وأقل قيمة للمبيعات الشهرية هي ٣ لذلك يكون المدى ٩

$$\text{Range} = 12 - 3 = 9$$

عيوب المدى:

نجد أن من أهم عيوب المدى أنه يتم حسابة بناءً على أكبر و أصغر قيمتين وبالتالي في حالة كونهما أو أحدهما متطرفتين أو قيم شاذة فإن المدى يعطي نتائج مضللة.

٢- متوسط الانحرافات المطلقة Average Absolute Deviation

متوسط الانحرافات المطلقة AAD :

هو ذلك المقياس الذي يقيس تباعد كافة القيم عن المتوسط الحسابي . وعلى الرغم من أن حساب نصف المدى الربيعي يقضي على أثر القيم المتطرفة، والتي تؤثر على حساب المدى المطلق، إلا أنها جميعاً (المدى، ونصف المدى الربيعي) يتناولان التباعد بين قيمتين فقط (أعلى قيمة وأدنى قيمة) في المدى، (وقيمة الربيع الأدنى وقيمة الربيع الأعلى) في نصف المدى الربيعي، وذلك من بين القيم موضع الدراسة، أما بقية القيم تبقى مهملة . وهذا ما أدى إلى تطبيق متوسط الانحرافات المطلقة AAD الذي يقيس تباعد كافة القيم عن متوسطها الحسابي.

ويمكن حساب متوسط الانحرافات المطلقة من خلال المعادلة التالية :

$$AAD = \frac{\sum_{i=1}^n |x_i - \bar{x}|}{n}$$

مثال: البيانات تعبر عن المبيعات الشهرية لأحد المحال التجارية خلال عام ١٤٢٧ هـ بلألف ريال كما يلي:

الشهر	محرم	صفر	ربيع أول	ربيع ثان	ربيع	جمادى أول	جمادى الآخر	رجب	شعبان	رمضان	شوال	ذى القعدة	ذى الحجة
المبيعات	٣	٥	٨	٣	٦	٤	١٢	٥	٤	٣	٧	٩	

المطلوب:

أحسب متوسط الانحرافات المطلقة للمبيعات الشهرية.

الحل: يجب أولاً حساب قيمة المتوسط الحسابي فكان (قانون المتوسط الحسابي) $\bar{x} = \frac{\sum x}{n}$ مجموع القيم عدد مفردات القيم

ويرمز له بالرمز الانحراف (\bar{x}) ثم من المتوسط الحسابي نقوم بحساب الانحراف للقيم بواسطة

(المجموع الجبري للانحراف $(\bar{x} - x)$) إذن المتوسط الحسابي $= \frac{69}{12} = 5.75$ ومن ثم نعمل الجدول

توضيح

الانحرافات المطلقة نفسه قانون الانحراف ولاكن بالقيمة المطلقة يعني بدون إشارات

المبيعات x	الانحراف $(\bar{x} - x)$	$ x - \bar{x} $
٣	$5.75 - 3 = 2.75$	٢,٧٥
٥	$5.75 - 5 = 0.75$	٠,٧٥
٨	$5.75 - 8 = -2.25$	٢,٢٥
٣	$5.75 - 3 = 2.75$	٢,٧٥
٦	$5.75 - 6 = -0.25$	٠,٢٥
٤	$5.75 - 4 = 1.75$	١,٧٥
١٢	$5.75 - 12 = -6.25$	٦,٢٥
٥	$5.75 - 5 = 0.75$	٠,٧٥
٤	$5.75 - 4 = 1.75$	١,٧٥
٣	$5.75 - 3 = 2.75$	٢,٧٥
٧	$5.75 - 7 = -1.25$	١,٢٥
٩	$5.75 - 9 = -3.25$	٣,٢٥
المجموع	٠	٢٦,٥

توضيح

مجموع الانحرافات المطلقة $\sum |x - \bar{x}|$

وعلى ذلك يمكن حساب متوسط الانحرافات المطلقة من خلال المعادله التاليه:

$$AAD = \frac{\sum |x - \bar{x}|}{n}$$

$$AAD = \frac{26.5}{12} = 2.2083$$

٣- التباين والانحراف المعياري:

التباين Variance هو متوسط مربعات انحرافات القيم عن وسطها الحسابي. ويرمز له بالرمز σ^2 (تقراء سيجمما تربيع) وذلك إذا كان محسوب لبيانات المجتمع أما في حالة حسابة لبيانات عينة من المجتمع فيرمز له بالرمز S^2 .

الانحراف المعياري Standard Deviation وهو الجذر التربيعي لمتوسط مربعات انحرافات القيم عن وسطها الحسابي أي هو جذر التباين لذلك يرمز له بالرمز σ (تقراء سيجمما) وذلك إذا كان محسوب لبيانات المجتمع أما في حالة حسابة لبيانات عينة من المجتمع فيرمز له بالرمز S .

ويعتبر **الانحراف المعياري والتباين** من أهم مقاييس التشتت جميعا أو أكثرها استعمالا، وهما قريبين في خطوات ايجادهما من الانحراف عن المتوسط.

فالتباين والانحراف المعياري يختلف عن الانحراف عن المتوسط في طريقة التخلص من اشارات الفروق بين القيم والمتوسط الحسابي، فبينما نتخلص من هذه الاشارات في طريقة الانحراف عن المتوسط باهمال الاشارات كلية، نحتال على ذلك في طريقة التباين والانحراف المعياري بتربيع هذه الفروق (أي نضربها في نفسها) فتصبح بالتالي جميع الاشارات موجبة.

حساب التباين والانحراف المعياري :

يمكن حساب التباين من خلال المعادلة التالية:

$$S^2 = \frac{\sum x^2 - n(\bar{x})^2}{n-1}$$

أو من خلال تلك المعادلة في صورة سهلة التطبيق طريقة باستخدام بيانات التمرين الاصلية وهي اللي راح استخدمها لانها اسرع في استخراج التباين

$$S^2 = \frac{\sum x^2 - n(\bar{x})^2}{n-1}$$

وبالتالي يكون حساب الانحراف المعياري كما يلي:

$$S = \sqrt{S^2}$$

مثال: البيانات تعبر عن المبيعات الشهرية لأحد المحال التجارية خلال عام ١٤٢٧ هـ بـلاّف ريال كما يلي:

الشهر	محرم	صفر	ربيع أول	ربيع ثان	ربيع أول	جمادى الآخر	جمادى الأول	رجب	شعبان	رمضان	شوال	ذو القعدة	ذو الحجة
المبيعات	٣	٥	٨	٣	٦	٤	٦	١٢	٥	٤	٣	٧	٩

المطلوب:

أحسب قيمة التباين وقيمة الانحراف المعياري للمبيعات الشهرية.

الحل : من طريقة استخدام بيانات التمرين الاصلية مباشرة: والطريقة الاخرى في الكتاب ص ١١٦

➡ نرسم جدول من عامودين العمود الاول المبيعات X والعمود الثاني

المبيعات تربيع x^2

ثم : المتوسط الحسابي $\bar{x} = \frac{69}{12} = 5.75$

وكما طلب إحسب قيمة التباين والانحراف المعياري:

$$S^2 = \frac{\sum x^2 - n(\bar{x})^2}{n-1} \quad \text{أ- التباين = من معادلته:}$$

$$S^2 = \frac{483 - 12(5.75)^2}{12-1} = \frac{86.25}{11} = 7.8409$$

$$S = \sqrt{S^2} \quad \text{ب- الانحراف المعياري = من معادلته:}$$

$$S = \sqrt{7.8409^2} = 2.80016$$

المبيعات x	x^2
٣	٩
٥	٢٥
٨	٦٤
٣	٩
٦	٣٦
٤	١٦
١٢	١٤٤
٥	٢٥
٤	١٦
٣	٩
٧	٤٩
٩	٨١
$\sum x = 69$	$\sum x^2 = 483$

ملاحظة هامة:

يعتبر من أهم خصائص الانحراف المعياري هو **عدم تأثره** بعمليات الجمع والطرح وإنما يتأثر فقط بعمليات الضرب والقسمة.

فلاحظ **عدم تغير قيمة الانحراف المعياري** في حالة الجمع أو الطرح وإنما تظل قيمة كما هي بالرغم من طرح مقدار ثابت من جميع قيم التوزيع.

أما في حالة الضرب أو القسمة فنلاحظ **تغير قيمة الانحراف المعياري** وهي نفس قيمة الانحراف المعياري القديمة مضروبة في القيمة التي ضرب فيها أو قسم عليها.

مثال: البيانات تعبر عن المبيعات الشهرية لأحد المحال التجارية خلال عام ١٤٢٧ هـ بلألف ريال كما يلي:

الشهر	محرم	صفر	ربيع أول	ربيع ثان	جمادى أول	جمادى الآخر	رجب	شعبان	رمضان	شوال	ذى القعدة	ذى الحجة
المبيعات	٣	٥	٨	٣	٦	٤	١٢	٥	٤	٣	٧	٩

المطلوب:

فإذا تم طرح ٢ من جميع بيانات المبيعات الشهرية أى تم تخفيض المبيعات الشهرية بمقدار ٢ أحسب قيمة الانحراف المعياري الجديد؟

الحل : من طريقة استخدام بيانات التمرين الأصليه مباشرة:

⊖ نرسم جدول من عامودين العمود الاول المبيعات X - ٢ والعمود

الثاني المبيعات تربيع بعد التخفيض x^2

ثم : المتوسط الحسابي $\bar{x} = \frac{45}{12} = 3.75$

وكما طلب إحسب قيمة التباين والانحراف المعياري:

أ- التباين = من معادلته:

$$S^2 = \frac{\sum x^2 - n(\bar{x})^2}{n-1}$$

$$S^2 = \frac{255 - 12(3.75)^2}{12-1} = \frac{86.25}{11} = 7.8409$$

ب- الإنحراف المعياري = من معادلته:

$$S = \sqrt{S^2}$$

$$S = \sqrt{7.8409^2} = 2.80016$$

x^2	$x - 2$
١	١
٩	٣
٣٦	٦
١	١
١٦	٤
٤	٢
١٠٠	١٠
٩	٣
٤	٢
١	١
٢٥	٥
٤٩	٧
٢٥٥	٤٥

نلاحظ عدم تغير قيمة الانحراف المعياري وإنما ظلت قيمة كما هي بالرغم من طرح مقدار ثابت ٢ من جميع قيم المبيعات الشهرية.

مثال: البيانات تعبر عن المبيعات الشهرية لأحد المحال التجارية خلال عام ١٤٢٧ هـ بلألف ريال كما يلي:

الشهر	محرم	صفر	ربيع أول	ربيع ثان	جمادى أول	جمادى الآخر	رجب	شعبان	رمضان	شوال	ذي القعدة	ذي الحجة
المبيعات	٣	٥	٨	٣	٦	٤	١٢	٥	٤	٣	٧	٩

المطلوب:

أحسب قيمة الانحراف المعياري للمبيعات الشهرية إذا تم زيادة المبيعات الشهرية إلى ثلاث أمثال الموجود حالياً ؟

الحل : من طريقة استخدام بيانات التمرين الأصلية مباشرة:

⊖ نرسم جدول من عامودين العمود الاول المبيعات $3 \times X$ والعمود الثاني المبيعات تربيع بعد الزيادة X^2
 ثم : المتوسط الحسابي $\bar{X} = \frac{207}{12} = 17.25$
 وكما طلب إحسب قيمة الانحراف المعياري:
 أ- التباين = من معادلته:

$$S^2 = \frac{\sum x^2 - n(\bar{x})^2}{n-1}$$

$$S^2 = \frac{4347 - 12(17.25)^2}{12-1} = \frac{776.25}{11} = 70.56818$$

ب- الانحراف المعياري = من معادلته:

$$S = \sqrt{S^2}$$

$$S = \sqrt{70.56818^2} = 8.40048$$

x^2	$3 \times x$
٨١	٩
٢٢٥	١٥
٥٧٦	٢٤
٨١	٩
٣٢٤	١٨
١٤٤	١٢
١٢٩٦	٣٦
٢٢٥	١٥
١٤٤	١٢
٨١	٩
٤٤١	٢١
٧٢٩	٢٧
٤٣٤٧	٢٠٧

نلاحظ تغير قيمة الانحراف المعياري وهي نفس قيمة الانحراف المعياري القديمة مضروبة في ٣

وبالتالي يمكن أن نكون حصلنا على كافة المقاييس الإحصائية الوصفية التي تصف المبيعات الشهرية فكانت كما يلي:

المتوسط	الوسيط	المتوال	الوسط الهندسي
5.75	5	3	5.20114

المدى	متوسط الانحرافات المطلقة	التباين	الانحراف المعياري
9	2.20833	7.840909	2.80016

المحاضرة التاسعة
المقاييس الإحصائية للبيانات المبوبة
أولاً: الوسط الحسابي والتشتت حوله

يقصد بالبيانات المبوبة تلك البيانات التي تم وضعها في صورة جداول تكرارية والجداول التكرارية للمتغير الكمي المتقطع يمكن تحويلها لتكون بيانات غير مبوبة و نتعامل معها كما سبق توضيح ذلك في المحاضرة السابقة، إلا أن الأمر يختلف بالنسبة للمتغير الكمي المتصل حيث يصعب ذلك ولا بد من التعامل معها كما هي على صورتها الجدولية وهذا ما سوف نتناوله في هذه المحاضرة إن شاء الله

وسيتم عرض لكيفية حساب كلا من مقاييس النزعة المركزية ومقاييس التشتت في ثلاث حالات للجداول التكرارية وهي :

- الجداول المنتظمة
- الجداول غير المنتظمة
- الجداول المفتوحة

الجداول المنتظمة:

وهي تلك الجداول التي تكون فيها أطوال الفئات جميعها متساوية .
أولاً- الوسط الحسابي والتشتت حوله: الوسط الحسابي كما سبق أن تم تعريفه في الفصل السابق هو القيمة التي إذا أخذها جميع المفردات لكان مجموعها يساوي مجموع القيم الأصلية، ويمكن حساب الوسط الحسابي أو المتوسط الحسابي كما يلي:

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^l x_i f_i}{\sum_{i=1}^l f_i}$$

ملاحظه: يجب التمييز بين هذه الرموز لكي يسهل الحساب

$$\begin{aligned} \bar{x} & \text{ الوسط الحسابي} \\ x_i & \text{ مركز الفئة } i \text{ وهي تساوي (الحد الأعلى للفئة + الحد الأدنى للفئة) } \div 2 \\ f_i & \text{ تكرار الفئة } i \\ l & \text{ عدد الفئات} \end{aligned}$$

ويتم حساب التشتت حول المتوسط الحسابي من خلال الآتي:

أ- متوسط الانحرافات المطلقة AAD: وهو يقيس انحراف القيم عن وسطها الحسابي بغض النظر عن إشارة ذلك الانحراف حيث يتم حسابه من خلال المعادلة التالية :

$$AAD = \frac{\sum_{i=1}^l |x_i - \bar{x}| f_i}{\sum_{i=1}^l f_i}$$

ب - التباين σ^2 :

وهو متوسط مجموع مربع انحرافات القيم عن وسطها الحسابي. ويتم حسابه من خلال المعادلة التالية:

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^I x_i^2 f_i}{\sum_{i=1}^I f_i}$$

أو يمكن الحصول على التباين من خلال استخدام المعادلة: $\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^I (x_i - \bar{x})^2 f_i}{\sum_{i=1}^I f_i}$

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^I (x_i - \bar{x})^2 f_i}{\sum_{i=1}^I f_i}$$

ج - الانحراف المعياري σ :

هو الجذر التربيعي للتباين، ويمكن حسابه من خلال المعادلة التالية: $\sigma = \sqrt{\sigma^2}$

مثال: البيانات التالية توضح توزيع مجموعة من المدرسين العاملين في مجال التربية وفقاً لفئات أعمارهم فكانت النتائج كما يلي:

فئات العمر	٢٠ -	٣٠ -	٤٠ -	٥٠ -
عدد العمال	١٠	٣٠	٥٠	٢٠

المطلوب: حساب التالي:

- الوسط الحسابي
- التباين
- الانحراف المعياري
- متوسط الانحرافات المطلقة

توضيح

الحد الأدنى للفئة + الحد الأعلى للفئة
٢
نلاحظ طول الفئة = ١٠ فإن
الفئات متساوية فالجدول منتظم

فئات العمر	التكرار f	مركز الفئة x	x f	x ²	x ² f	x - \bar{x}	(x - \bar{x})F	x - \bar{x} F
٢٠	١٠	٢٥ = ٢ ÷ (٣٠ + ٢٠)	٢٥٠ = ١٠ × ٢٥	٦٢٥ = ٢٥ ²	٦٢٥٠	١٧,٢٧٢٧ -	١٧٢,٧٢٧ -	١٧٢,٧٢٧٣
٣٠	٣٠	٣٥ = ٢ ÷ (٤٠ + ٣٠)	١٠٥٠ = ٣٠ × ٣٥	١٢٢٥ = ٣٥ ²	٣٦٧٥٠	٧,٢٧٢٧٣ -	٢١٨,١٨٢ -	٢١٨,١٨١٨
٤٠	٥٠	٤٥ = ٢ ÷ (٥٠ + ٤٠)	٢٢٥٠ = ٥٠ × ٤٥	٢٠٢٥ = ٤٥ ²	١٠١٢٥٠	٢,٧٢٧٢٧٣	١٣٦,٣٦٣٦	١٣٦,٣٦٣٦
٥٠ - ٦٠	٢٠	٥٥ = ٢ ÷ (٦٠ + ٥٠)	١١٠٠ = ٢٠ × ٥٥	٣٠٢٥ = ٥٥ ²	٦٠٥٠٠	١٢,٧٢٧٢٧	٢٥٤,٥٤٥٥	٢٥٤,٥٤٥٥
المجموع	١١٠		٤٦٥٠		٢٠٤٧٥٠		.	٧٨١,٨١٨٢

١
٢

وكما يتضح لنا من الجدول السابق أن:
مجموع انحرافات القيم عن وسطها الحسابي
تساوي صفر حيث أن:

$$\sum (x - \bar{x})F = ٠$$

١ - الوسط الحسابي:

$$\bar{x} = \frac{\sum x f}{\sum f} = \frac{٤٦٥٠}{١١٠} = ٤٢,٢٧٢٧$$

٢ - التباين:

$$\sigma^2 = \frac{\sum x^2 f}{\sum f} - \bar{x}^2 = \frac{٢٠٤٧٥٠}{١١٠} - (٤٢,٢٧٢٧)^2$$

$$\sigma^2 = ١٨٦١,٣٦ - ١٧٨٦,٩٨ = ٧٤,٣٨٠١$$

٣ - الانحراف المعياري:

$$\sigma = \sqrt{\sigma^2} = \sqrt{٧٤,٣٨٠١} = ٨,٦٢٤٣٩$$

٤ - متوسط الانحرافات المطلقة:

$$AAD = \frac{\sum |x - \bar{x}| f}{\sum f} = \frac{٧٨١,٨١٨٢}{١١٠} = ٧,١٠٧٤$$

الوسيط هو القيمة التي يصغرها عدد من القيم يتساوى مع العدد الذي يكبر هذه القيمة ولحساب الوسيط من البيانات المئوية هناك ثلاث خطوات يجب إتباعها وهى:

إيجاد الجدول التكرارى المتجمع الصاعد

إيجاد ترتيب الوسيط من خلال المعادلة التالية:

$$k_{Med} = n / 2$$

إيجاد قيمة الوسيط من خلال المعادلة التالية:

$$Med = L_{Med} + \frac{k_{Med} - F_a}{F_b - F_a} \times I$$

حيث أن : Med قيمة الوسيط

L_{Med} الحد الأدنى لبداية الفئة الوسيطة

k_{Med} ترتيب الوسيط

F_a التكرار المتجمع السابق للفئة الوسيطة

F_b التكرار المتجمع اللاحق للفئة الوسيطة

I طول الفئة الوسيطة

مثال: فى بيانات المثال السابق توزيع مجموعة من المدرسين العاملين فى مجال التربية وفقاً لفئات أعمارهم،

فئات العمر	٢٠ -	٣٠ -	٤٠ -	٥٠ - ٦٠
عدد العمال	١٠	٣٠	٥٠	٢٠

المطلوب: حساب قيمة الوسيط؟

الحل:

١- إيجاد الجدول التكرارى المتجمع الصاعد:

الفئات	التكرار	التكرار المتجمع الصاعد
أقل من ٢٠	٠	٠ (لأنه صاعد يبدأ من الصفر)
أقل من ٣٠	١٠	١٠ = ٠ + ١٠
أقل من ٤٠	٣٠	٤٠ = ٣٠ + ١٠
أقل من ٥٠	٥٠	٩٠ = ٥٠ + ٤٠
أقل من ٦٠	٢٠	١١٠ = ٢٠ + ٩٠

k_{med}

٢- إيجاد ترتيب الوسيط: $k_{med} = n / 2 = 110 / 2 = 55$

إذن ترتيب الوسيط = ٥٥ أى أنه يقع بين التكرار المتجمع الصاعد $F_a 40 =$ للفئة ٤٠ و $F_b 90 =$ للفئة ٥٠

٣- إيجاد قيمة الوسيط:

$$Med = L_{Med} + \frac{k_{Med} - F_a}{F_b - F_a} \times I$$

فالحد الأدنى لبداية الفئة الوسيطة = $L_{med} = 40$

وطول الفئة الوسيطة = الحد الأعلى للفئة الوسيطة - الحد الأدنى للفئة الوسيطة = $50 - 40 = 10$ إذن $I = 10$

$$med = 40 + \frac{55 - 40}{90 - 40} \times 10 =$$

$$med = 40 + 0,3 \times 10 = 43$$

إذن على ذلك يمكن حساب قيمة الوسيط كما يلي:

الرُّبيع الادنى (الأول) :

يُعبّر الرُّبيع الأول Q1 عن القيمة التي يكون قبلها عدد المشاهدات ربع العدد الكلي للمشاهدات والمشاهدات بعده تمثل ثلاث ارباع العدد الكلي للمشاهدات محل الدراسة. لذلك يتم حسابة كما فى حالة الوسيط مع اختلاف أن ترتيب الرُّبيع الاول Q1 هو (n / 4)

$$Q_1 = L_{Q_1} + \frac{\frac{n}{4} - F_a}{F_b - F_a} \times I_{Q_1}$$

الرُّبيع الاعلى (الثالث) :

يُعبّر الرُّبيع الثالث Q3 عن القيمة التي يكون قبلها عدد المشاهدات ثلاث ارباع العدد الكلي للمشاهدات والمشاهدات بعده تمثل ربع العدد الكلي للمشاهدات محل الدراسة. لذلك يتم حسابه كما فى حالة الوسيط مع اختلاف أن ترتيب الرُّبيع الثالث Q3 هو (3 n / 4)

$$Q_3 = L_{Q_3} + \frac{\frac{3(n)}{4} - F_a}{F_b - F_a} \times I_{Q_3}$$

ويمكن إيجاد كلا من الرُّبيع الادنى (الاول) Q1 و الرُّبيع الاعلى (الثالث) Q3 بنفس خطوات حساب الوسيط الا أن الامر المختلف هنا هو الترتيب حيث يكون كالتالي:

Q3	Q1	الترتيب
$k_{Q_3} = 3n / 4$	$k_{Q_1} = n / 4$	

مثال: في بيانات المثال توزيع مجموعة من المدرسين العاملين في مجال التربية وفقاً لفئات أعمارهم،

فئات العمر	٢٠ -	٣٠ -	٤٠ -	٥٠ - ٦٠
عدد العمال	١٠	٣٠	٥٠	٢٠

المطلوب: حساب كل من:

- قيمة الربع الأول
- قيمة الربع الثالث

الحل:

أولاً: الربع الأدنى (الأول) Q_1 :

K_{Q1}

١- إيجاد الجدول التكراري المتجمع الصاعد: \oplus

K_{Q3}

٢- إيجاد ترتيب الربع الأدنى (الأول): $K_{Q1} = n/4 = 110 \div 4 = 27,5$

إذن ترتيب الربع الأدنى = ٢٧,٥ أي أنه يقع بين التكرار المتجمع الصاعد $F_a = 10$ للفئة ٣٠ والتكرار المتجمع الصاعد $F_b = 40$ للفئة ٤٠

$$Q_1 = L_{Q_1} + \frac{\frac{n}{4} - F_a}{F_b - F_a} \times I_{Q_1}$$

٣- إيجاد قيمة الربع الأدنى (الأول): \oplus

فالحد الأدنى للفئة = $L_{Q1} = 30$

وطول فئة الربع الأدنى = الحد الأعلى للفئة الربيعية - الحد الأدنى للفئة الربيعية

إذن $I = 10$

$$10 = 40 - 30 =$$

$$Q_1 = 30 + \frac{27,5 - 10}{40 - 10} \times 10 = 35,833$$

ثم حساب قيمة الربع الأدنى (الأول) كما يلي: \oplus

ثانياً: الربع الأعلى (الثالث) Q_3 :

١- إيجاد الجدول التكراري المتجمع الصاعد: (تم إعداد الجدول في الأعلى ١)

٢- إيجاد ترتيب الربع الأعلى (الثالث): $K_{Q3} = \frac{3 \times 110}{4} = \frac{330}{4} = 82,5$

إذن ترتيب الربع الثالث = ٨٢,٥ أي أنه يقع بين التكرار المتجمع الصاعد $F_a = 40$ للفئة ٤٠ والتكرار المتجمع الصاعد $F_b = 90$ للفئة ٥٠

$$Q_3 = L_{Q_3} + \frac{\frac{3(n)}{4} - F_a}{F_b - F_a} \times I_{Q_3}$$

٣- إيجاد قيمة الربع الأعلى (الثالث): \oplus

فالحد الأدنى للفئة: $L_{Q3} = 40$

وطول فئة الربع الأعلى (الثالث) = الحد الأعلى للفئة الربيعية - الحد الأدنى للفئة الربيعية

إذن $I = 10$

$$10 = 50 - 40 =$$

$$Q_3 = 40 + \frac{82,5 - 40}{90 - 40} \times 10 = 48,5$$

ثم حساب قيمة الربع الأعلى (الثالث) كما يلي: \oplus

حساب قيمة العشير: $P_{0.10}$

وبنفس الطريقة السابقة يمكن الحصول على العشير $P_{0.10}$ وهو القيمة التي يكون قبلها ١٠ % من مفردات المجتمع و ٩٠ % منها أكبر منه. و الاختلاف يكون فقط في الترتيب حيث أن ترتيب العشير هو:

$$k_{P_{0.10}} = n / 10$$

مثال: في بيانات المثال توزيع مجموعة من المدرسين العاملين في مجال التربية وفقا لفئات أعمارهم،

فئات العمر	- ٢٠	- ٣٠	- ٤٠	٥٠ - ٦٠
عدد العمال	١٠	٣٠	٥٠	٢٠

المطلوب: حساب قيمة العشير؟

الحل:

١- إيجاد الجدول التكراري المتجمع الصاعد: \oplus

$K_{P_{0.10}}$

الفئات	التكرار	التكرار المتجمع الصاعد
أقل من ٢٠	٠	٠ (لأنه صاعد يبدأ من الصفر)
أقل من ٣٠	١٠	١٠ = ٠ + ١٠
أقل من ٤٠	٣٠	٤٠ = ٣٠ + ١٠
أقل من ٥٠	٥٠	٩٠ = ٥٠ + ٤٠
أقل من ٦٠	٢٠	١١٠ = ٢٠ + ٩٠

٢- إيجاد ترتيب العشير: $K_{P_{0.10}} = n / 10 = \frac{110}{10} = 11$

إذن ترتيب العشير = ١١ أي أنه يقع بين التكرار المتجمع الصاعد $F_a = ٩٠$ للفئة ٣٠ والتكرار المتجمع الصاعد $F_b = ١١٠$ للفئة ٤٠

٣- إيجاد قيمة العشير: $P_{0.10} = L_{P_{0.10}} + \frac{n/10 - F_a}{F_b - F_a} \times I$

فالحد الأدنى للفئة: $L_{P_{0.10}} = ٣٠$

وطول فئة العشير = الحد الأعلى للفئة العشرية - الحد الأدنى للفئة العشرية

إذن $I = ١٠$

طول فئة العشير: $١٠ = ٣٠ - ٤٠$

$$P_{0.10} = ٣٠ + \frac{11 - ٩٠}{١١٠ - ٩٠} \times ١٠ = ٣٠,٣٣٣$$

ثم حساب قيمة العشير كما يلي:

حساب قيمة المئين : $P_{0.01}$

وبنفس الطريقة السابقة يمكن الحصول على المئين $P_{0.01}$ وهو القيمة التي يكون قبلها 1 % من مفردات المجتمع و 99 % منها أكبر منه، والاختلاف بينه وبين ما سبق حسابه من الوسيط والربيع الأول أو الربع الثالث أو العُشير يكون فقط في الترتيب حيث أن ترتيب المئويين هو :

$$k_{P_{0.01}} = n / 100$$

مثال: في بيانات المثال توزيع مجموعة من المدرسين العاملين في مجال التربية وفقا لفئات أعمارهم،

فئات العمر	- ٢٠	- ٣٠	- ٤٠	٥٠ - ٦٠
عدد العمال	١٠	٣٠	٥٠	٢٠

المطلوب: حساب قيمة المئين؟

الحل:

الفئات	التكرار	التكرار المتجمع الصاعد
أقل من ٢٠	٠	٠ (لأنه صاعد يبدأ من الصفر)
أقل من ٣٠	١٠	١٠ = ٠ + ١٠
أقل من ٤٠	٣٠	٤٠ = ٣٠ + ١٠
أقل من ٥٠	٥٠	٩٠ = ٥٠ + ٤٠
أقل من ٦٠	٢٠	١١٠ = ٢٠ + ٩٠

$K_{P_{0.01}}$

١- إيجاد الجدول التكراري المتجمع الصاعد: \oplus

٢- إيجاد ترتيب المئين: $K_{P_{0.01}} = n / 100 = \frac{110}{100} = 1,1$

إذن ترتيب المئين = 1,1 أي أنه يقع بين التكرار المتجمع الصاعد $F_a = 0$ للفئة ٢٠ والتكرار المتجمع الصاعد $F_b = 10$ للفئة ٣٠

٣- إيجاد قيمة المئين :- $P_{0.01} = L_{P_{0.01}} + \frac{n/100 - F_a}{F_b - F_a} \times I$

فالحد الأدنى للفئة: $L_{P_{0.01}} = 20$

وطول فئة المئين = الحد الأعلى للفئة المئينية - الحد الأدنى للفئة المئينية

طول فئة المئين : $10 = 30 - 20$ إذن $I = 10$

ثم حساب قيمة المئين كما يلي: $P_{0.01} = 20 + \frac{1,1 - 0}{10 - 0} \times 10 = 21,1$

وعلى ذلك نكون قد حصلنا على مقاييس النزعة المركزية و التشتت التي تصف تركيز البيانات عند أي نسبة من مفردات البيانات محل الدراسة في حالة البيانات المبوبة والتي كانت كما يلي:

المقياس	$P_{0.10}$	$P_{0.01}$	Q1	Med	Q3
القيمة	٣٠,٣٣٣	٢١,١	٣٥,٨٣٣٣	٤٣	٤٨,٥

نصف المدى الربيعي Inter Quartile Range

بسبب العيب الموجود في مقياس التشتت (المدى) وتأثرة بالقيم الشاذة أدى ذلك للجوء إلى مقياس آخر يسمى (نصف المدى الربيعي IQR) والذي يستبعد القيم المتطرفة من الطرفين، حيث يعتمد في حسابه على كلا من الربع الأول Q1 والربع الثالث Q3 ويتم حسابه من خلال المعادلة التالية:

$$IQR = \frac{Q3 - Q1}{2}$$

مثال: في بيانات المثال توزيع مجموعة من المدرسين العاملين في مجال التربية وفقا لفئات أعمارهم،

فئات العمر	- ٢٠	- ٣٠	- ٤٠	٥٠ - ٦٠
عدد العمال	١٠	٣٠	٥٠	٢٠

المطلوب: حساب قيمة نصف المدى الربيعي؟

$$IQR = \frac{Q3 - Q1}{2}$$

الحل : من خلال المعادلة التالية:

بعد حساب قيمة الربع الأول والربع الثالث كما في السابق نقوم بحساب المدى الربيعي كما يلي:

$$IQR = \frac{٤٨,٥ - ٣٥,٨٣٣٣}{٢} = ٦,٣٣٣٣٥$$

ثالثا: المنوال.

المنوال هو القيمة الأكثر شيوعا أو تكرارا. وفي حالة البيانات المبوبة يمكن حسابة باستخدام المعادلة التالية:

$$Mod = L_{Mod} + \frac{D1}{D1 + D2} \times I$$

حيث أن :

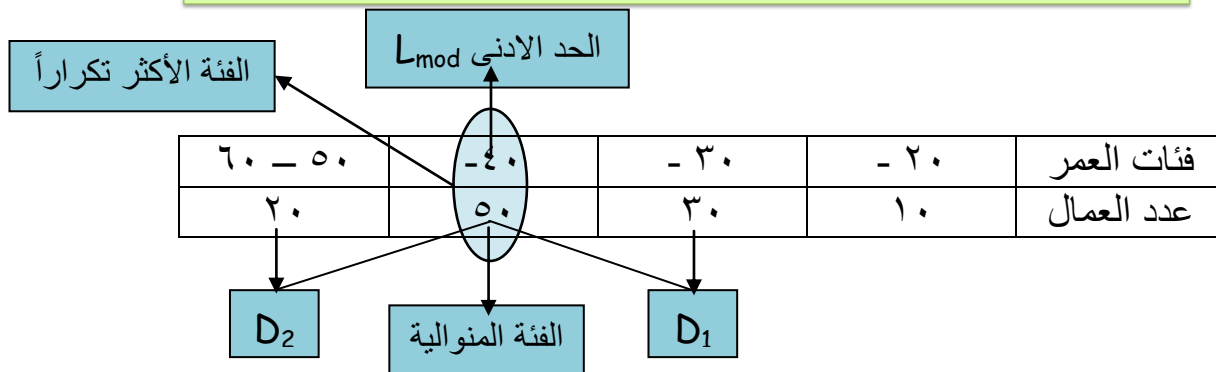
قيمة المنوال	Mod
الحد الأدنى لفئة المنوال	L_{Mod}
يساوى تكرار فئة المنوال - تكرار الفئة السابقة	$D1$
يساوى تكرار فئة المنوال - تكرار الفئة اللاحقة	$D2$
طول الفئة المنوالية	I

مثال: في بيانات المثال السابق توزيع مجموعة من المدرسين العاملين في مجال التربية وفقاً لفئات أعمارهم،

فئات العمر	- ٢٠	- ٣٠	- ٤٠	٥٠ - ٦٠
عدد العمال	١٠	٣٠	٥٠	٢٠

المطلوب: حساب قيمة المنوال؟

الحل:



نلاحظ أن أكبر تكرار هو (٥٠ ويكون مقابلاً للفئة ٤٠) لذلك يطلق عليها الفئة المنوالية

فإن الحد الأدنى : $L_{mod} = ٤٠$

وطول الفئة المنوالية = الحد الأعلى للفئة المنوالية - الحد الأدنى للفئة المنوالية.

$$١٠ = I \quad \text{إذن} \quad ١٠ = ٤٠ - ٥٠ =$$

$$D_1 = ٥٠ - ٣٠ = ٢٠$$

$$D_2 = ٥٠ - ٢٠ = ٣٠$$

كما أيضاً يمكن حساب كلاً من :

$$Mod = L_{Mod} + \frac{D_1}{D_1 + D_2} \times I \quad \leftarrow \text{بالتالي يمكن حساب قيمة المنوال:}$$

$$Mod = ٤٠ + \frac{٢٠}{٢٠ + ٣٠} \times ١٠ = ٤٤$$

الجدول غير المنتظمة:

وهي الجدول التي يكون فيها أطوال الفئات غير متساوية ويكفي وجود فئة واحدة فقط طولها غير متساوى مع باقى الفئات لجعل الجدول غير منتظم.

ويتم حساب المقاييس الإحصائية التي سبق عرضها فى حالة الجداول المنتظمة بنفس الطريقة فيما عدا المنوال، ويتعين علينا عند حساب المنوال تعديل التكرارات قبل حسابة وكذلك قبل رسم المدرج التكرارى وذلك لأن حجم التكرارات فى تلك الحالة قد يسبب اتساع أو ضيق فى أعمدة فئات التوزيع ولذلك يتم التخلص من تأثير طول الفئة بإيجاد التكرار المعدل، ويتم ذلك من خلال المعادلة التالية:

التكرار المعدل = التكرار الأصلي للفئة ÷ طول الفئة .

مثال: البيانات التالية توضح توزيع مجموعة من الموظفين وفقا لفئات دخلهم الشهري بالآلف ريال فكانت كما يلي:

فئات الدخل	- ٣	- ٥	- ٨	١٠ - ١٥
عدد الموظفين	٢٠	٥٠	١٥	١٥

المطلوب حساب:

- | | |
|------------------------------|------------------------|
| ١ - الوسط الحسابى | ٧ - الربيع الثالث |
| ٢ - متوسط الانحرافات المطلقة | ٨ - الغشير |
| ٣ - التباين | ٩ - المئويين |
| ٤ - الانحراف المعياري | ١٠ - نصف المدى الربيعي |
| ٥ - الوسيط | ١١ - المنوال |
| ٦ - الربيع الأول | |

توضيح

الحد الأدنى للفئة + الحد الأعلى للفئة
٢

فئات العمر	التكرار f	مركز الفئة x	x f	x ²	x ² f	x - \bar{x}	(x - \bar{x})F	x - \bar{x} F
٣	٢٠	$4 = 2 \div (5 + 3)$	$80 = 20 \times 4$	١٦	٣٢٠	- ٣,٢٧٥	- ٦٥,٥	٦٥,٥
٥	٥٠	$6,2 = 2 \div (8 + 5)$	$320 = 50 \times 6,5$	٤٢,٥	٢١١٢,٥	- ٠,٧٧٥	- ٣٨,٧٥	٣٨,٧٥
٨	١٥	$9 = 2 \div (10 + 8)$	$135 = 15 \times 9$	٨١	١٢١٥	١,٧٢٥	٢٥,٨٧٥	٢٥,٨٧٥
١٥ - ١٠	١٥	$12,5 = 2 \div (15 + 10)$	$187,5 = 15 \times 12,5$	١٥٦,٢٥	٢٣٤٣,٧٥	٥,٢٢٥	٧٨,٣٧٥	٧٨,٣٧٥
المجموع	١٠٠		٧٢٧,٥		٥٩٩١,٢٥			٢٠٨,٥

١ - الوسط الحسابى:

$$\bar{x} = \frac{\sum xf}{\sum f} = \frac{727,5}{100} = 7,275$$

٢ - التباين:

$$\sigma^2 = \frac{\sum x^2 f}{\sum f} - \bar{x}^2 = \frac{5991,25}{100} - (7,275)^2$$

$$59,9125 - 52,925625 = 6,986875$$

٣ - الانحراف المعياري:

$$\sigma = \sqrt{\sigma^2} = \sqrt{6.986875} = 8,62439$$

٤ - متوسط الانحرافات المطلقة:

$$AAD = \frac{\sum |x - \bar{x}| f}{\sum f} = \frac{208,5}{100} = 2,085$$

الفئات	التكرار	التكرار المتجمع الصاعد
أقل من ٣	٠	٠ (لأنه صاعد يبدأ من الصفر)
أقل من ٥	٢٠	٢٠ = ٢٠ + ٠
أقل من ٨	٥٠	٧٠ = ٥٠ + ٢٠
أقل من ١٠	١٥	٨٥ = ١٥ + ٧٠
أقل من ١٥	١٥	١٠٠ = ١٥ + ٨٥

٥- **الوسيط:** أ- إيجاد ترتيب الوسيط: $K_{med} = 100 \div 2 = 50$

إذن ترتيب الوسيط = ٥٠ أي أنه يقع بين التكرار المتجمع الصاعد $F_a = 20$ للفترة ٥ والتكرار المتجمع الصاعد

$F_b = 70$ للفترة ٨

$$Med = L_{Med} + \frac{k_{Med} - F_a}{F_b - F_a} \times I \quad \leftarrow \text{ب- إيجاد قيمة الوسيط:}$$

فالحدا الأدنى لبداية الفئة الوسيطة $L_{med} = 0$

وطول الفئة الوسيطة = ٨ - ٣ = ٥ $I = 5$ إذن $I = 3$

إذن على ذلك يمكن حساب قيمة الوسيط كما يلي: \odot $med = 0 + \frac{50 - 20}{70 - 20} \times 5 = 6,8$

٦- **الربيع الأدنى:** أ- إيجاد ترتيب الربيع الأدنى (الأول): $K_{Q1} = n/4 = 100 \div 4 = 25$

إذن ترتيب الربيع الأدنى = ٢٥ أي أنه يقع بين التكرار المتجمع الصاعد $F_a = 20$ للفترة ٥ والتكرار المتجمع

الصاعد $F_b = 70$ للفترة ٨

$$Q_1 = L_{Q1} + \frac{\frac{n}{4} - F_a}{F_b - F_a} \times I_{Q1} \quad \leftarrow \text{ب- إيجاد قيمة الربيع الأدنى (الأول):}$$

فالحدا الأدنى للفترة $L_{Q1} = 0$

وطول فئة الربيع الأدنى = ٨ - ٣ = ٥ $I = 5$ إذن $I = 3$

ثم حساب قيمة الربيع الأدنى (الأول) كما يلي: \odot $Q_1 = 0 + \frac{25 - 20}{70 - 20} \times 5 = 0,3$

٧- **الربيع الأعلى:** أ- إيجاد ترتيب الربيع الأعلى (الثالث): $K_{Q3} = 3n/4 = 300 \div 4 = 75$

إذن ترتيب الربيع الثالث = ٧٥ أي أنه يقع بين التكرار المتجمع الصاعد $F_a = 70$ للفترة ٨ والتكرار المتجمع الصاعد

$F_b = 85$ للفترة ١٠

$$Q_3 = L_{Q3} + \frac{\frac{3(n)}{4} - F_a}{F_b - F_a} \times I_{Q3} \quad \leftarrow \text{ب- إيجاد قيمة الربيع الأعلى (الثالث):}$$

فالحدا الأدنى للفترة $L_{Q3} = 8$

وطول فئة الربيع الأعلى (الثالث) = ١٠ - ٨ = ٢ $I = 2$ إذن $I = 2$

ثم حساب قيمة الربيع الأعلى (الثالث) كما يلي: \odot $Q_3 = 8 + \frac{75 - 70}{85 - 70} \times 2 = 8,666$

٨- **العشير:** أ- إيجاد ترتيب العشير: $K_{P0.10} = n/10 = 100 \div 10 = 10$

إذن ترتيب العشير = ١٠ أي أنه يقع بين التكرار المتجمع الصاعد $F_a = 0$ للفترة ٣ والتكرار المتجمع الصاعد $F_b = 20$

للفتة ٥

$$P_{0.10} = L_{P0.10} + \frac{n/10 - F_a}{F_b - F_a} \times I \quad \leftarrow \text{ب- إيجاد قيمة العشير:}$$

فالحدا الأدنى للفترة $L_{P0.10} = 3$

وطول فئة العشير = ٥ - ٣ = ٢ $I = 2$ إذن $I = 2$

ثم حساب قيمة العشير كما يلي: \odot $P_{0.10} = 3 + \frac{10 - 0}{20 - 0} \times 2 = 4$

٩- الموئين: إيجاد ترتيب المئين: $K_{p0.01} = n/100 = 1000 \div 100 = 1$

إذن ترتيب المئين = ١ أي أنه يقع بين التكرار المتجمع الصاعد $F_a = ٠$ للفئة ٣ والتكرار المتجمع الصاعد $F_b = ٢٠$ للفئة ٥

٣- إيجاد قيمة المئين : $P_{0.01} = L_{p0.01} + \frac{n/100 - F_a}{F_b - F_a} \times I$

فالحد الأدنى للفئة: $L_{p0.01} = ٣$

وطول فئة المئين = $٢ = ٣ - ٥$

إذن $I = ٢$

ثم حساب قيمة المئين كما يلي:

$$P_{0.01} = ٣ + \frac{١ - ٠}{٢٠ - ٠} \times ٢ = ٣,١$$

١٠- نصف المدى الربيعي:

من خلال المعادلة التالية: $Q3 - Q1$

$$IQR = \frac{Q3 - Q1}{2}$$

بعد حساب قيمة الربع الأول والربع الثالث كما في السابق نقوم بحساب المدى الربيعي كما يلي:

$$IQR = \frac{٨,٦٦٦ - ٥,٣}{٢} = ٣,٣٦٦$$

١١- الموئال: نلاحظ أن هذا الجدول غير منتظم أي أن أطوال الفئات غير متساوية فلحساب الموئال في هذه الحالة لا يتم الاعتماد على بيانات الفئات الأصلية وإنما يتم إيجاد التكرار المعدل بقيمة تكرار كل فئة على طولها كما يأتي:

فئات الدخل	التكرار f	طول الفئة	التكرار المعدل
٣	٢٠	$٢ = ٣ - ٥$	$١٠ = ٢ \div ٢٠$
٥	٥٠	$٣ = ٥ - ٨$	$١٦,٦٦٦٧ = ٣ \div ٥$
٨	١٥	$٢ = ٨ - ١٠$	$٧,٥ = ٢ \div ١٥$
١٥-١٠	١٥	$٥ = ١٠ - ١٥$	$٣ = ٥ \div ١٥$

mod ← $١٦,٦٦٦٧$

التكرار المعدل
= التكرار الأصلي ÷ طول الفئة

نلاحظ أن أكبر تكرار معدل هو ($١٦,٦٦٦٧$) حيث يكون مقابل للفئة ٥) لذلك يطلق عليها الفئة الموئالية ومن ثم فإن:

الحد الأدنى للفئة الموئالية = $L_{mod} = ٥$

وطول الفئة الموئالية = $٣ = ٥ - ٨$ إذن $I = ٣$

$$D_1 = ١٦,٦٦٦٧ - ١٠ = ٦,٦٦٦٧$$

كما أيضاً يمكن حساب كلاً من :

$$D_2 = ١٦,٦٦٦٧ - ٧,٥ = ٩,١٦٦٦٧$$

بالتالي يمكن حساب قيمة الموئال: $Mod = L_{Mod} + \frac{D1}{D1 + D2} \times I$

$$Mod = ٥ + \frac{٦,٦٦٦٧}{٦,٦٦٦٧ + ٩,١٦٦٦٧} \times ٣ = ٦,٢٦٣١٥٨$$

الجدول المفتوحة:

وهي ذلك النوع من الجداول التي يكون فيها الحد الأدنى للفئة الأولى غير محدد أو الحد الأعلى للفئة الأخيرة غير محدد أو كلاهما. وفي هذا النوع من الجداول يصعب حساب الوسط الحسابي والتباين والانحراف المعياري، حيث لا يمكن تحديد مركز الفئة للفئات المفتوحة، لذا فيعبر عن أنسب المقاييس الإحصائية في تلك الحالة هي المقاييس الوسيطة والتي يقصد بها الوسيط والرُّبيع الأدنى والرُّبيع الأعلى والعُشير والمُويين وكذلك لقياس التشتت يتم من خلال نصف المدى الربيعي.

مثال: البيانات تعبر عن أوزان مجموعة من الطلاب بالكيلوجرام في المرحلة الجامعية فكانت كما يلي:

فئات الوزن	أقل من ٥٠	- ٥٠	- ٦٠	- ٧٠	٨٠ فأكثر
عدد الطلاب	٥	١٠	٣٥	١٥	١٠

المطلوب:

حساب مقاييس النزعة المركزية والتشتت المناسبة ؟

الحل: يتبين أن هذا الجدول من الجداول المفتوحة:

١- إيجاد الجدول التكراري المتجمع الصاعد: \oplus

التكرار المتجمع الصاعد	التكرار	الفئات
٠ (لأنه صاعد يبدأ من الصفر)	٠	أقل من ٥٠
$٥ = ٥ + ٠$	٥	- ٥٠
$١٥ = ١٠ + ٥$	١٠	- ٦٠
$٥٠ = ٣٥ + ١٥$	٣٥	- ٧٠
$٦٥ = ١٥ + ٥٠$	١٥	- ٨٠
$٧٥ = ١٠ + ٦٥$	١٠	أقل من ∞

٢- إيجاد الرتبة (ترتيب الوسيط ، الربع الاول ، الربع الثالث):

الرتبة	
$K_{med} = n/2 = 75 \div 2 = 37,5$	Med
$K_{Q1} = n/4 = 75 \div 4 = 18,75$	Q1
$K_{Q3} = 3n/4 = 3(75) \div 4 = 56,25$	Q3

٣- إيجاد القيمة: أ- الوسيط: $\leftarrow Med = L_{Med} + \frac{k_{Med} - F_a}{F_b - F_a} \times I$

$$med = 60 + \frac{37,5 - 15}{50 - 15} \times 10 = 66,4285$$

ب- الربع الأول:

$$Q_1 = 60 + \frac{18,75 - 15}{50 - 15} \times 10 = 61,071$$

ج - الربع الثالث:

$$Q_3 = 70 + \frac{56,25 - 15}{65 - 15} \times 10 = 74,1667$$

وعلى ذلك تكون قيمة نصف المدى الربيعي هي:

$$IQR = \frac{74,1667 - 61,071}{2} = 6,5478$$

هناك مقاييس أخرى لابد من دراستها غير تلك التي تم التعرض لها في المحاضرات السابقة لمساعدة الباحث في الحكم على البيانات محل التحليل والدراسة من حيث درجة التشتت والمقارنة فيما بينها وكذلك مقاييس التوزيع والتي تتمثل في دراسة الإلتواء والتفلطح للمنحنيات التكرارية لتوزيعات المتغيرات المختلفة

حيث سيتم في هذه المحاضرة استعراض كلا من:

• مقاييس التشتت النسبي

• القيمة المعيارية

أولاً - مقاييس التشتت النسبي Coefficient of Variation

يستخدم هذا النوع من المقاييس لمقارنة تشتت مجموعتين من البيانات أو ظاهرتين أو توزيعين حيث يتم الاعتماد في عملية المقارنة على مقاييس التشتت النسبي Coefficient of variations (c.v.) والتي يعبر عنها من خلال معامل الاختلاف المعياري والذي يحسب من خلال المعادلات التالية:

$$c.v. = \frac{Q_3 - Q_1}{Q_3 + Q_1} \times 100 \quad \text{أو} \quad c.v. = \frac{s}{\bar{x}} \times 100$$

معادلة حساب الربيع الأول Q1 (للتذكير فقط)

الربيع الأول Q1:

$$Q_1 = L_{Q_1} + \frac{\frac{n}{4} - F_a}{F_b - F_a} \times I_{Q_1}$$

قيمة الربيع الأدنى أو الأول	Q_1
الحد الأدنى لبداية الفئة الربيعية الأولى	L_{Q_1}
ترتيب الربيع الأول	k_{Q_1}
التكرار المتجمع السابق للفئة الربيعية الأولى	F_a
التكرار المتجمع اللاحق للفئة الربيعية الأولى	F_b
طول الفئة الربيعية الأولى	I_{Q_1}

معادلة حساب الربيع الثالث Q3 (للتذكير فقط)

الربيع الثالث Q3:

$$Q_3 = L_{Q_3} + \frac{\frac{3(n)}{4} - F_a}{F_b - F_a} \times I_{Q_3}$$

قيمة الربيع الأدنى أو الثالث	Q_3
الحد الأدنى لبداية الفئة الربيعية الثالثة	L_{Q_3}
ترتيب الربيع الثالث	k_{Q_3}
التكرار المتجمع السابق للفئة الربيعية الثالثة	F_a
التكرار المتجمع اللاحق للفئة الربيعية الثالثة	F_b
طول الفئة الربيعية الثالثة	I_{Q_3}

مثال: البيانات التالية تعبر عن توزيع الوحدات السكنية حسب الإيجار السنوى بأحد الاحياء:

الإيجار بالآلف ريال	-٦	-١٠	-١٢	١٨-١٤
عدد الوحدات السكنية	١٥	٢٠	١٢	١٣

المطلوب:

حساب :

- معامل الاختلاف للإيجار السنوى
- معامل الاختلاف الربيعى للإيجار السنوى

الحل/ أ- حساب معامل الاختلاف للإيجار السنوى:

بإستخدام معادلة مقاييس التشتت النسبي للعينة : $C.V = \frac{S}{\bar{x}} \times 100$

فاحسابه : ١- لابد من إيجاد جدول كما يلي:

فئات العمر	التكرار f	مركز الفئة x	x f	x ²	x ² f
٦	١٥	$8 = 2 \div (10 + 6)$	١٢٠	٦٤	٩٦٠
١٠	٢٠	$11 = 2 \div (12 + 10)$	٢٢٠	١٢١	٢٤٢٠
١٢	١٢	$13 = 2 \div (14 + 12)$	١٥٦	١٦٩	٢٠٢٨
١٨-١٤	١٣	$16 = 2 \div (18 + 14)$	٢٠٨	٢٥٦	٣٣٢٨
المجموع	٦٠		٧٠٤		٨٧٣٦

٢- حساب (الوسط الحسابي ، التباين ، الانحراف المعياري)

١- **الوسط الحسابي:**

$$\bar{x} = \frac{\sum xf}{\sum f} = \frac{704}{60} = 11.733$$

٢- **التباين:**

$$\sigma^2 = \frac{\sum x^2 f}{\sum f} - \bar{x}^2 = \frac{8736}{60} - (11.733)^2 = 145.6 - 137.6632 = 7.9288$$

٣- **الانحراف المعياري:**

$$\sigma = \sqrt{\sigma^2} = \sqrt{7.9288} = 2.8158$$

ثم حساب معامل الاختلاف (C.V) كمايلي:

$$C.V = \frac{S}{\bar{x}} \times 100 = \frac{2.8158}{11.733} \times 100 = 24\%$$

أي أن معامل الاختلاف للإيجار السنوي للوحدات السكنية بلغ ٢٤%

ب- معامل الاختلاف الربيعي للإيجار السنوي:

$$c.v. = \frac{Q_3 - Q_1}{Q_3 + Q_1} \times 100$$

باستخدام معادلة مقاييس التشتت النسبي :

فحتى يمكن حسابه لابد من حساب كلا من الربيع الأعلى والربيع الأدنى كما يمكن أيضاً حساب الوسيط:

١- إيجاد الجدول التكراري المتجمع الصاعد:

	التكرار	الحدود العليا للفئات
K_{med}	١٥	أقل من ٦
	١٥ = ١٥ + ٠	أقل من ١٠
	٢٠	أقل من ١٢
Q_3	١٢	أقل من ١٤
	١٣	أقل من ١٨

٢- إيجاد الرتبة:

الرتبة	
$K_{med} = n/2 = 60/2 = 30$	Med
$K_{Q1} = n/4 = 60/4 = 15$	Q1
$K_{Q3} = 3n/4 = 180/4 = 45$	Q3

٣- إيجاد القيمة:

أ- الوسيط:

$$Med = L_{Med} + \frac{k_{Med} - F_a}{F_b - F_a} \times I$$

فالحد الأدنى لبداية الفئة: $L_{med} = 10$

وطول الفئة: $I = 2$ إذن $2 = 10 - 12$

إذن على ذلك يمكن حساب قيمة الوسيط كما يلي: $med = 10 + \frac{30 - 15}{30 - 10} \times 2 = 11,5$

ب- الربيع الأدنى (الأول): $Q1 = 10$ نلاحظ أن مرتبة الربيع الأول ١٥ ويوجد تكرار متجمع صاعد نفسه ١٥ أمام الحد الأعلى للفئة ١٠ لذلك لا يتم تطبيق القانون وإنما نحصل على قيمة الربيع الأول مباشرة.

ت- الربيع الأعلى (الثالث):

$$Q_3 = L_{Q_3} + \frac{\frac{3(n)}{4} - F_a}{F_b - F_a} \times I_{Q_3}$$

فالحد الأدنى لبداية الفئة: $L_{Q3} = 12$

وطول الفئة: $I = 2$ إذن $2 = 12 - 14$

ثم حساب قيمة الربيع الأعلى (الثالث) كما يلي: $Q_3 = 12 + \frac{45 - 35}{47 - 35} \times 2 = 13,6667$

وبذلك يمكن حساب معامل الاختلاف الربيعي كما يلي:

$$c.v. = \frac{Q_3 - Q_1}{Q_3 + Q_1} \times 100 = \frac{13,6667 - 10}{13,6667 + 10} \times 100 = 15,494\%$$

ويتضح لنا من الحل السابق أن:

معامل الاختلاف للإيجار السنوي للوحدات السكنية بلغ ٢٤%

معامل الاختلاف الربيعي للإيجار السنوي للوحدات السكنية بلغ ١٥,٤٩٤%

ونلاحظ وجود اختلاف بين قيمتي معامل الاختلاف باستخدام كلا من المعادلة الأولى والثانية وذلك لاختلاف الأساس الرياضي في كل من التعريفين المعادلتين. إلا أنه يفضل استخدام المعادلة الثانية في حالة الجداول التكرارية المفتوحة أما غير ذلك فيفضل استخدام المعادلة الأولى.

ثانياً: القيمة المعيارية Standardized values

وهي تلك القيمة التي تقيس مدى انحراف قيمة مفردة ما من مفردات الدراسة عن الوسط الحسابي لها وذلك بوحدات من الانحراف المعياري، ويرمز للقيمة المعيارية بالرمز Z حيث أن:

$$Z = \frac{x - \bar{x}}{S}$$

مثال: حصل أحد الطلاب في مقرر المحاسبة على (٨٠) درجة حيث بلغ متوسط درجات الطلاب في اختبار المحاسبة (٨٣) درجة بـانحراف معياري (٥). بينما حصل في اختبار مقرر الرياضيات على (٧٠) درجة حيث بلغ متوسط درجة الطلاب في اختبار الرياضيات (٦٥) درجة بـانحراف معياري قدره (٥) درجات .

المطلوب:

هل يمكن القول بأن درجات الطالب في مقرر المحاسبة أفضل من درجته في مقرر الرياضيات ؟

للحكم على مدى أفضلية الدرجة التي حصل عليها الطالب في أي من المقررين يجب حساب القيمة المعيارية لكل منهما كما يلي:

القيمة المعيارية لدرجة الطالب في مقرر المحاسبة هي

$$z1 = \frac{x - \bar{x}}{S} = \frac{80 - 83}{5} = -0.6$$

القيمة المعيارية لدرجة الطالب في مقرر الرياضيات هي

$$z2 = \frac{x - \bar{x}}{S} = \frac{70 - 65}{5} = 1$$

يتضح لنا من الحل أن القيمة المعيارية لدرجة الطالب في مقرر الرياضيات هي (+1) مما يعني أن الدرجة التي حصل عليها الطالب أكبر من متوسط درجات الطالب بينما بلغت القيمة المعيارية للدرجة التي حصل عليها الطالب في مقرر المحاسبة (-0.6) مما يدل على أن الدرجة التي حصل عليها الطالب أقل من متوسط الدرجات التي حصل عليها الطلاب .

يدل ذلك على أنه من الظاهرية قد تبدو درجة الطالب في مقرر المحاسبة أفضل إلا أنه في حقيقة الأمر أن مستوى الطالب في مقرر الرياضيات هو الأفضل.

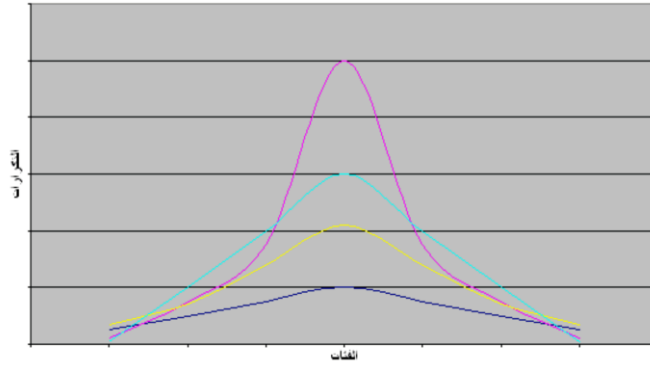
أولاً: مقاييس الالتواء Skewness Measures

عند دراسة أشكال منحنيات التوزيعات التكرارية المختلفة نجد أن منها ما هو **متماثل** Symmetrical ومنها **الغير متماثل** أى يوجد به ما يسمى **بالإلتواء** Skewed كما يتضح من أشكال منحنيات التوزيعات التالية:

المنحنى المتماثل Symmetrical Curve:

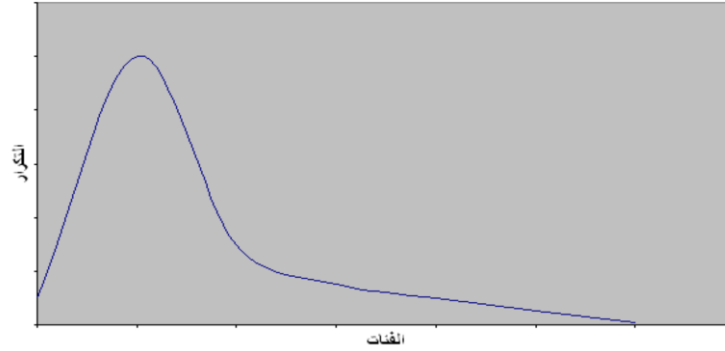
هو المنحنى الذى اذا قسمناه إلى نصفين إنطبق هذان النصفان على بعضهما البعض تماماً.

شكل يوضح منحنيات التوزيع المتماثل



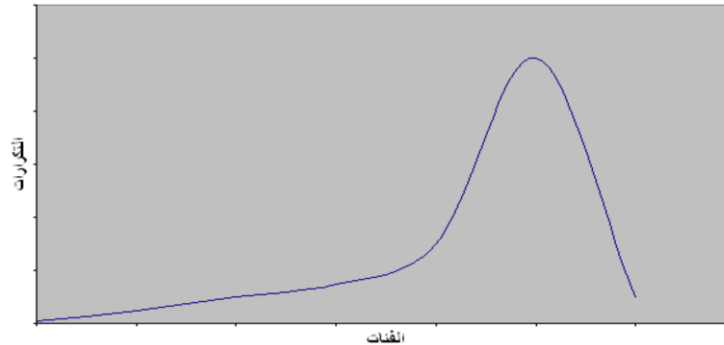
المنحنيات الملتوية Skewed: إن الكثير من التوزيعات الإحصائية تبتعد عن التماثل بتركز تكراراتها إما عند أصغر القيم فيصبح المنحنى ملتويًا جهة اليمين أو إلتواء موجب كما يظهر في الشكل التالي:

شكل يوضح منحنى ملتوي جهة اليمين



أما في حالة تركيز التكرارات عند أكبر القيم فيسمى المنحنى في تلك الحالة **منحنى ملتوي جهة اليسار (إلتواء سالب)** كما يظهر من ١ لشكل التالي:

شكل يوضح منحنى ملتوي جهة اليسار



ويمكن قياس الإلتواء من خلال **معامل الإلتواء SK** والذي يفيدنا في الحكم على مدى تماثل أو إلتواء التوزيع

تتعدد مقاييس الإلتواء إلا أن من أهمها:

معامل الإلتواء لبيرسون والذي يكون في أحد الصورتين التاليتين:

$$SK = \frac{3(\bar{x} - Med)}{S}$$

أو

$$SK = \frac{\bar{x} - Mod}{S}$$

وحيث أنه لا يمكن حساب معامل الإلتواء لبيرسون في حالة المنحنيات التي تكون شديدة الإلتواء أو في حالة التوزيعات التكرارية المفتوحة.

لذلك يمكن الاعتماد على **مقياس الإلتواء لباولي SKB** الذي يعرف كما يلي:

$$SK_B = \frac{Q_3 - 2Med + Q_1}{Q_3 - Q_1}$$

تذكير لبعض المعادلات السابقة:

$Q_1 = L_{Q_1} + \frac{\frac{n}{4} - F_a}{F_b - F_a} \times I_{Q_1}$	
Q_1	قيمة الربع الأدنى أو الأول
L_{Q_1}	الحد الأدنى لبداية الفئة الربعية الأولى
k_{Q_1}	ترتيب الربع الأول
F_a	التكرار المتجمع السابق للفئة الربعية الأولى
F_b	التكرار المتجمع اللاحق للفئة الربعية الأولى
I_{Q_1}	طول الفئة الربعية الأولى
معادلة حساب الربع الأول Q1	

$Med = L_{Med} + \frac{k_{Med} - F_a}{F_b - F_a} \times I_{Med}$	
Med	قيمة الوسيط
L_{Med}	الحد الأدنى لبداية الفئة الوسيطة
k_{Med}	ترتيب الوسيط
F_a	التكرار المتجمع السابق للفئة الوسيطة
F_b	التكرار المتجمع اللاحق للفئة الوسيطة
I_{Med}	طول الفئة الوسيطة
معادلة حساب الوسيط Med	

$Q_3 = L_{Q_3} + \frac{\frac{3(n)}{4} - F_a}{F_b - F_a} \times I_{Q_3}$	
Q_3	قيمة الربع الأدنى أو الثالث
L_{Q_3}	الحد الأدنى لبداية الفئة الربعية الثالثة
k_{Q_3}	ترتيب الربع الثالث
F_a	التكرار المتجمع السابق للفئة الربعية الثالثة
F_b	التكرار المتجمع اللاحق للفئة الربعية الثالثة
I_{Q_3}	طول الفئة الربعية الثالثة
معادلة حساب الربع الثالث Q3	

مثال: البيانات التالية تعبر عن توزيع الوحدات السكنية حسب الإيجار السنوي بأحد الأحياء في أحد المدن:

الإيجار بالآلاف ريال	- ٦	- ١٠	- ١٢	١٤ - ١٨
عدد الوحدات السكنية	١٥	٢٠	١٢	١٣

المطلوب:

حساب معامل الالتواء لتوزيع الإيجار السنوي للوحدات السكنية.

الحل: فلحسابه : ١- لابد من إيجاد جدول كما يلي:

فئات العمر	التكرار f	مركز الفئة x	x f	x ²	x ² f
٦	١٥	$8 = 2 \div (10 + 6)$	١٢٠	٦٤	٩٦٠
١٠	٢٠	$11 = 2 \div (12 + 10)$	٢٢٠	١٢١	٢٤٢٠
١٢	١٢	$13 = 2 \div (14 + 12)$	١٥٦	١٦٩	٢٠٢٨
١٨-١٤	١٣	$16 = 2 \div (18 + 14)$	٢٠٨	٢٥٦	٣٣٢٨
المجموع	٦٠		٧٠٤		٨٧٣٦

٢- حساب (الوسط الحسابي، التباين، الانحراف المعياري، الربع الأدنى، الربع الأعلى، الوسيط، المنوال)

١- الوسط الحسابي:	$\bar{x} = \frac{\sum xf}{\sum f} = \frac{704}{60} = 11,733$
٢- التباين:	$\sigma^2 = \frac{\sum x^2 f}{\sum f} - \bar{x}^2 = \frac{8736}{60} - (11,733)^2$ $145,6 - 137,1632 = 7,9288$
٣- الانحراف المعياري:	$\sigma = \sqrt{\sigma^2} = \sqrt{7.9288} = 2,8158$

ثم حساب كلاً من الربع الأعلى والربع الأدنى والوسيط:

١- إيجاد الجدول التكراري المتجمع الصاعد:

الحدود العليا للفئات	التكرار	التكرار المتجمع الصاعد
أقل من ٦	٠	٠
أقل من ١٠	١٥	١٥ = ١٥ + ٠
أقل من ١٢	٢٠	٣٥ = ٢٠ + ١٥
أقل من ١٤	١٢	٤٧ = ١٢ + ٣٥
أقل من ١٨	١٣	٦٠ = ١٣ + ٤٧

٢- إيجاد الرتبة:

الرتبة	
$K_{med} = n/2 = 60/2 = 30$	Med
$K_{Q1} = n/4 = 60/4 = 15$	Q1
$K_{Q3} = 3n/4 = 180/4 = 45$	Q3

٣- إيجاد القيمة:

$$\text{أ- الوسيط: } Med = L_{Med} + \frac{k_{Med} - F_a}{F_b - F_a} \times I$$

فالحد الأدنى لبداية الفئة: $L_{Med} = 10$

وطول الفئة: $2 = 12 - 10 = I$ إذن $2 = I$

إذن على ذلك يمكن حساب قيمة الوسيط كما يلي: $med = 10 + \frac{30-10}{30-10} \times 2 = 11,5$

ب- **الرابع الأدنى (الأول):** $Q_1 = 10$ نلاحظ أن مرتبة الربع الأول 10 ويوجد تكرار متجمع صاعد نفسه 10 أمام الحد الأعلى للفئة 10 لذلك لا يتم تطبيق القانون وإنما نحصل على قيمة الربع الأول مباشرة.

$$\text{ت- الربع الأعلى (الثالث): } Q_3 = L_{Q_3} + \frac{\frac{3(n)}{4} - F_a}{F_b - F_a} \times I_{Q_3}$$

فالحد الأدنى لبداية الفئة: $L_{Q_3} = 12$

وطول الفئة: $2 = 14 - 12 = I$ إذن $2 = I$

ثم حساب قيمة الربع الأعلى (الثالث) كما يلي: $Q_3 = 12 + \frac{40-30}{47-30} \times 2 = 13,6667$

المنوال: نلاحظ أن هذا الجدول غير منتظم أي أن أطوال الفئات غير متساوية فلحساب المنوال في هذه الحالة لا يتم الإعتماد على بيانات الفئات الأصلية وإنما يتم إيجاد التكرار المعدل بقيمة تكرار كل فئة على طولها كما يأتي:

فئات الدخل	التكرار f	طول الفئة	التكرار المعدل
٦	١٥	$4 = 6 - 10$	$3,75 = 4 \div 10$
١٠	٢٠	$2 = 10 - 12$	$10 = 2 \div 20$
١٢	١٢	$2 = 12 - 14$	$6 = 2 \div 12$
١٨-١٤	١٣	$4 = 14 - 18$	$3,25 = 4 \div 13$

نلاحظ أن أكبر تكرار معدل هو (10 حيث يكون مقابل للفئة 10) لذلك يطلق عليها الفئة المنوالية ومن ثم فإن:

الحد الأدنى للفئة المنوالية $L_{mod} = 10$ وطول الفئة المنوالية $2 = 10 - 12 = I$ إذن $2 = I$

كما أيضاً يمكن حساب كلاً من: $D_1 = 10 - 3,75 = 6,25$

$D_2 = 10 - 6 = 4$

بالتالي يمكن حساب قيمة المنوال:

$$Mod = L_{Mod} + \frac{D_1}{D_1 + D_2} \times I \quad Mod = 10 + \frac{6,25}{6,25+4} \times 2 = 11,21951$$

وعلى ذلك يمكن حساب معامل الالتواء لبيرسون باستخدام المعادلة:

$$SK = \frac{\bar{x} - Mod}{S} = \frac{11,73333 - 11,21951}{2,8158} = 0,24859$$

ويظهر لنا من النتيجة لجميع المعادلات الخاصة بحساب معامل الالتواء وجود التواء موجب جهة اليمين إلا أن قيمة معامل الالتواء صغيرة تقترب من الصفر مما يدل أيضاً على أن التوزيع قريب من التماثل.

كما أيضاً يمكن حساب معامل الالتواء لبيرسون باستخدام المعادلة:

$$SK = \frac{3(\bar{x} - Med)}{S} = \frac{3(11,73333 - 11,5)}{2,8158} = 0,24859$$

وأيضاً يمكن حساب معامل الالتواء لباولي باستخدام المعادلة:

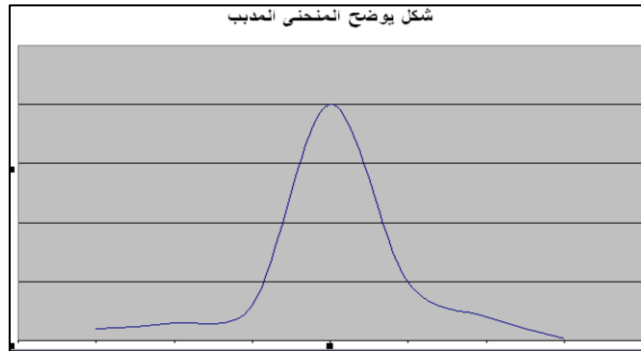
$$SK_B = \frac{Q_3 - 2Med + Q_1}{Q_3 - Q_1} = \frac{13,6667 - 2(11,5) + 10}{13,6667 - 10} = 0,18182$$

ملاحظه/ الناتج الموجود في الكتاب خاطئ ص ١٦٤

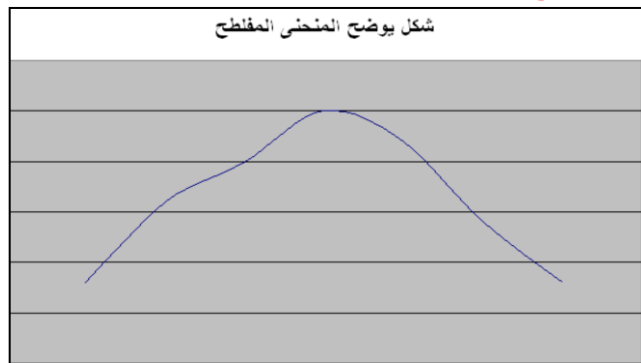
ونتيجة لوجود اختلاف في الاصل الرياضي لكل من المعادلات الثلاث السابقة لذا نجد أن قيمة معامل الإلتواء تختلف. إلا أنه كما سبق وذكرنا بأنه يفضل استخدام معامل الإلتواء لبيرسون في أي من صيغتيه في حالة البيانات غير المبوبة وكذلك الجداول التكرارية المغلقة أما في حالة الجداول التكرارية المفتوحة فيفضل استخدام معامل الإلتواء لباولي.

ثانياً: التفلطح Kurtosis : يقصد بالتفلطح مقدار التدبب (الارتفاع أو الإنخفاض) في قمة المنحنى مقارنة بقمة منحنى التوزيع الطبيعي.

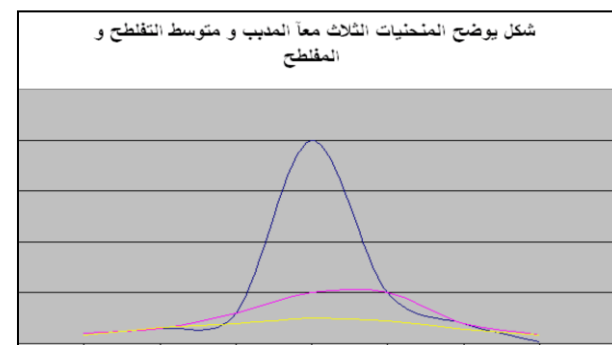
وتكون قيمة معامل التفلطح صفر في حالة التوزيع الطبيعي المعياري. ففى حالة ما يكون **معامل التفلطح** للبيانات الأصلية **أكبر من ٣** يكون المنحنى مدبب لأعلى كما بالشكل التالي:



أما في حالة ما يكون **معامل التفلطح** للبيانات الأصلية **أقل من ٣** يعنى ذلك أن المنحنى مفلطح كما يتضح من الشكل التالي:



أما في حالة ما يكون **معامل التفلطح يساوى ثلاثة** يكون المنحنى متوسط التفلطح و يكون بالشكل التالي:



وحتى يتضح الفرق بين المنحنيات الثلاث يمكن رسمها معاً كما يلي: ☺

ويتم قياس **معامل التفرطح KU** باستخدام الربيعات والمئينيات من خلال المعادلة التالية:

$$KU = \frac{Q_3 - Q_1}{2(P_{0.90} - P_{0.10})}$$

حيث يشير:

$P_{0.90}$	إلى المئين التسعين والذي يعبر عن ٩٠ % من المقدرات تكون أقل منه و ١٠ % منها أكبر منه
$P_{0.10}$	إلى المئين العاشر (العشير) والذي يعبر عن ١٠ % من المقدرات تكون أقل منه و ٩٠ % منها أكبر منه

مثال: البيانات التالية تعبر عن توزيع الوحدات السكنية حسب الإيجار السنوى بأحد الأحياء في أحد المدن:

الإيجار بالآلاف ريال	-٦	-١٠	-١٢	١٤-١٨
عدد الوحدات السكنية	١٥	٢٠	١٢	١٣

المطلوب:

حساب معامل التفلطح لتوزيع الإيجار السنوى للوحدات السكنية.

الحل: من قانون معامل التفلطح : $KU = \frac{Q_3 - Q_1}{2(P_{0.90} - P_{0.10})}$

حيث أنه من التمرين السابق تم حساب: $Q_1 = ١٠$ و $Q_3 = ١٣,٦٦٦٧$ ثم حساب العشير و المئين التسعون: ١- إيجاد الجدول التكراري المتجمع الصاعد:

الحدود العليا للفئات	التكرار	التكرار المتجمع الصاعد
أقل من ٦	٠	٠
أقل من ١٠	١٥	١٥ = ١٥ + ٠
أقل من ١٢	٢٠	٣٥ = ٢٠ + ١٥
أقل من ١٤	١٢	٤٧ = ١٢ + ٣٥
أقل من ١٨	١٣	٦٠ = ١٣ + ٤٧

٢- إيجاد الرتبة (ترتيب العشير ، المئين التسعون):

الرتبة	
$K_{p0.10} = n/10 = 60 \div 10 = ٦$	$P_{0.10}$
$K_{p0.90} = 9n/10 = (٩ \times ٦٠) \div ١٠ = ٥٤$	$P_{0.90}$

٣- إيجاد القيمة: أ- العشير: $P_{0.10} = L_{p0.10} + \frac{n/10 - Fa}{F_b - Fa} \times I = ٦ + \frac{٦ - ٠}{١٥ - ٠} \times ٤ = ٧,٦$

ب- المئين التسعون:

$$P_{0.10} = L_{p0.10} + \frac{9n/10 - Fa}{F_b - Fa} \times I = ١٤ + \frac{٥٤ - ٤٧}{٦٠ - ٤٧} \times ٤ = ١٦,١٥٣$$

و على ذلك يمكن حساب معامل التفلطح باستخدام العلاقة:

$$KU = \frac{Q_3 - Q_1}{2(P_{0.90} - P_{0.10})} = \frac{١٣,٦٦٦٧ - ١٠}{2(١٦,١٥٣ - ٧,٦)} = \frac{٣,٦٦٦٧}{١٧,١٠٦} = ٠,٢١٤٣$$

ملاحظه/ الناتج الموجود في الكتاب خاطئ ص ١٦٨

ويتضح لنا أن **معامل التفلطح أقل من ٣** مما يدل على أن **المنحنى مفلطح**

أي أن المشاهدات (التكرارات) موزعة على الفئات المختلفة للإيجار السنوى ولا يوجد تركيز بدرجة كبيرة في أحد الفئات على حساب باقي الفئات الأخرى.

بالرغم من أن مقاييس العلاقة تختلف عما سبقها من مقاييس ، فهي تتعلق بدراسة العلاقة بين متغيرين (الإنتاجية والجودة) مثلاً، بينما المقاييس السابقة فتهتم بدراسة الفروق بين المتغيرات .

وعندما نقول **مقاييس العلاقة** نعني بذلك تلك المقاييس التي تبين درجة العلاقة والارتباط بين متغيرين أو أكثر مثلاً، كأن يكون الهدف معرفة هل هناك علاقة بين مستوى الإنتاجية وجودة المنتج في مصنع ما؟، أي هل كلما زادت الإنتاجية تقل جودة المنتج أو العكس .

معامل الارتباط: هو تعبير يشير إلى المقياس الإحصائي الذي يدل على مقدار العلاقة بين المتغيرات سلبية كانت أم إيجابية، وتتراوح قيمته بين الارتباط الموجب التام (+1) وبين الارتباط السالب التام (-1) .

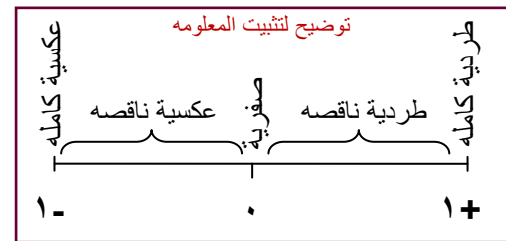
((توضيح : أي أن معامل الارتباط يستحيل أن يزيد عن +1 أو يقل عن -1))
ومعظم الأحيان يأتي كسر ، وإذا كان أعلى من +1 أو أقل من -1 إذن راجع الحسابات ففيها خطأ

العلاقة الطردية بين المتغيرات: هو تعبير يشير إلى تزايد المتغيرين المستقل والتابع معاً، فإذا كانت الإنتاجية مرتفعة، ومستوى الجودة مرتفع، يقال حينئذ أن بينهما ارتباط موجب، وأعلى درجة تمثله هي (+1) .

العلاقة العكسية بين المتغيرات: هو تعبير يشير إلى تزايد في متغير يقابله تناقص في المتغير الآخر، فإذا كانت الإنتاجية منخفضة ومستوى الجودة مرتفع، يقال حينئذ أن بينهما ارتباط سالب، وأعلى درجة تمثله هي (-1) .

ومن الطبيعي ملاحظة أن الارتباط الكامل لا وجود له في الظواهر الطبيعية، وأن معامل الارتباط الناتج في الأبحاث والدراسات الإنسانية والاجتماعية يكون عادة كسراً موجباً أو سالباً. والجدول التالي يوضح أنواع العلاقات بين المتغيرات كما يصفها معامل الارتباط:

نوع العلاقة	قيمة معامل الارتباط
طردية كاملة	+1
طردية ناقصة	+ كسر (قيمة موجبة)
صفرية	صفر
عكسية ناقصة	- كسر (قيمة سالبة)
عكسية كاملة	-1



إن معامل الارتباط التام الموجب (+1) يعني التغير في اتجاه واحد في كلا الظاهرتين مع بقاء الأوضاع النسبية لوحداث الظاهرة ثابتة، سواء كان هذا التغير في اتجاه الزيادة (أي زيادة قيم الظاهرة الأولى تتبعها زيادة في قيم الظاهرة الأخرى)، أو في اتجاه النقص (أي نقص قيم الظاهرة الأولى يتبعها نقص في قيم الظاهرة الأخرى) .

طرق التعرف على العلاقة بين متغيرين وحسابها:

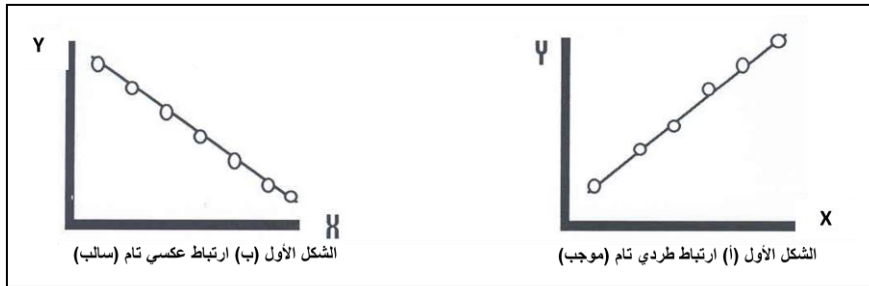
أولاً: طريقة شكل الانتشار Scatter Diagram :

هناك وسيلة مبدئية يعرف الباحث من خلالها نوع الارتباط بين المتغيرين وما إذا كان الارتباط قوياً وضعيفاً أو منعدماً، وما إذا كانت العلاقة خطية أو غير خطية، موجبة أو سالبة. هذه الوسيلة هي " شكل الانتشار " والتي تصلح إذا كان المتغيران **كميين**. وجدير بالذكر أن هذه وسيلة مبدئية تساعد فقط في معرفة نوع الارتباط ولا تعتبر بديلاً عن الطرق الإحصائية التي سوف نتناولها بالتفصيل في هذه المحاضرة.

والمقصود **بشكل الانتشار** هو تمثيل قيم الظاهرتين بيانياً على المحورين، المتغير الأول X على المحور الأفقي، والمتغير الثاني Y على المحور الرأسي، حيث يتم تمثيل كل زوج Pair من القيم بنقطة، فنحصل على شكل يمثل كيفية انتشار القيم على المستوى، وهو الذي يسمى شكل الانتشار. وطريقة انتشار القيم تدل على وجود أو عدم وجود علاقة بين المتغيرين ومدى قوتها ونوعها. فإذا كانت تتوزع بشكل منتظم دل ذلك على وجود علاقة (يمكن استنتاجها)، أما إذا كانت النقاط مبعثرة ولا تنتشر حسب نظام معين دل ذلك على عدم وجود علاقة بين المتغيرين أو أن العلاقة بينهما ضعيفة. والأشكال التالية تظهر بعض أشكال الانتشار المعروفة :

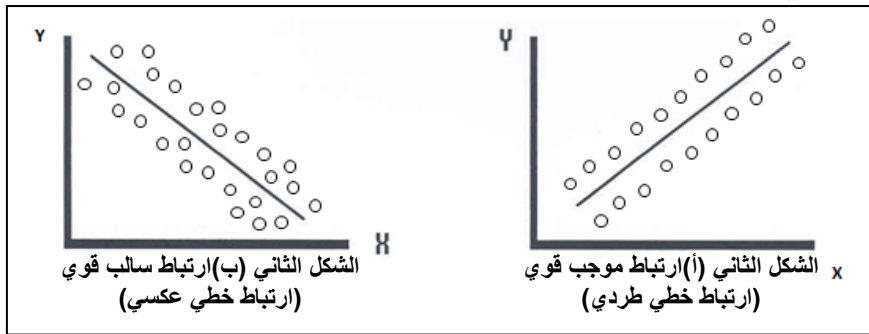
الشكل الأول :

إذا وقعت جميع النقاط على خط مستقيم، دل ذلك على أن العلاقة بينهما خطية وأنها ثابتة أو تامة. وهذه تمثل أقوى أنواع الارتباط بين المتغيرين "ارتباط تام". فإذا كانت العلاقة طردية فإن "الارتباط طردي تام" كما في الشكل الأول (أ). ومثاله العلاقة بين الكمية المشتراة من سلعة والمبلغ المدفوع لشراء هذه الكمية. أما إذا كانت العلاقة عكسية (وجميع النقاط تقع على خط مستقيم واحد فإن "الارتباط عكسي تام" كما في الشكل الأول (ب). ومثال على ذلك العلاقة بين السرعة والزمن.



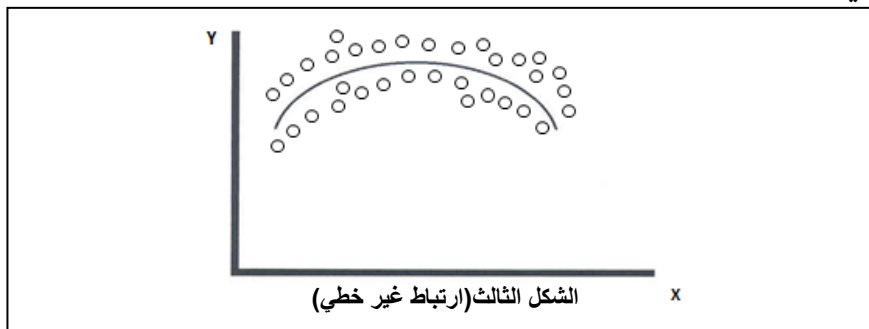
الشكل الثاني :

أما إذا كانت النقاط تأخذ شكل خط مستقيم ولكن لا تقع جميعها على الخط قيل أن العلاقة خطية (موجبة أو سالبة) كما في الشكل الثاني أ، ب. :



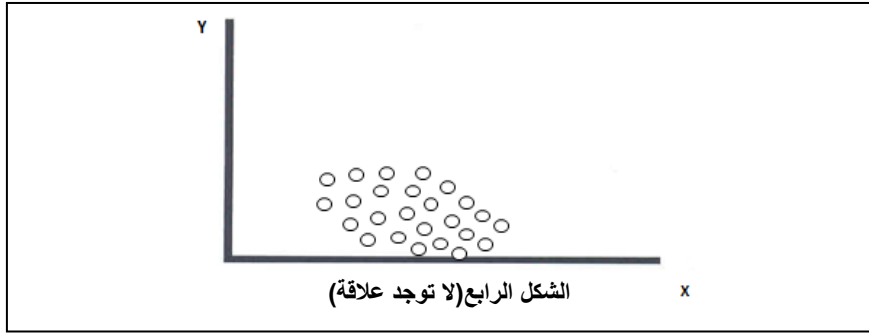
الشكل الثالث :

وإذا كانت العلاقة تأخذ شكل منحنى فإن الارتباط لا يكون خطياً "ارتباط غير خطي" Non Linear Correlation كما في الشكل الثالث :



الشكل الرابع :

أما إذا كانت النقاط تتبعثر بدون نظام معين فإن ذلك يدل على عدم وجود علاقة بين المتغيرين (أو أن العلاقة بينهما ضعيفة جداً) كالعلاقة مثلاً بين دخل الشخص وطوله كما في الشكل الرابع :



ثانياً: معامل الارتباط Correlation Coefficient :

يُقاس الارتباط بين متغيرين بمقياس إحصائي يسمى "معامل الارتباط" ويعكس هذا المقياس درجة أو قوة العلاقة بين المتغيرين واتجاه هذه العلاقة. وتتنحصر قيمة معامل الارتباط بين + 1، - 1. فإذا كانت قيمة معامل الارتباط تساوي + 1 فمعنى ذلك أن الارتباط بين المتغيرين طردى تام، وهو أقوى أنواع الارتباط الطردى بين متغيرين. وإذا كانت قيمة معامل الارتباط تساوي - 1 فمعنى ذلك أن الارتباط بين المتغيرين عكسى تام، وهو أقوى أنواع الارتباط العكسى بين متغيرين. وإذا كانت قيمة معامل الارتباط تساوي صفر، فمعنى ذلك أنه لا يوجد ارتباط بين المتغيرين. وكلما اقتربت قيمة معامل الارتباط من + 1 أو - 1 كلما كان الارتباط قوياً، وكلما اقترب من الصفر كلما كان الارتباط ضعيفاً.

والخلاصة :

أنه كلما كانت العلاقة قوية بين المتغيرين كلما اقترب معامل الارتباط من + 1 أو - 1 فإذا وصلت قيمة المعامل إلى + 1 أو - 1 كان الارتباط تاماً بين المتغيرين. وأنه كلما كانت العلاقة ضعيفة بين المتغيرين كلما اقترب معامل الارتباط من الصفر، فإذا وصلت قيمة المعامل إلى الصفر كان الارتباط منعدماً بين المتغيرين. ومعنى ذلك أيضاً أنه لا يوجد ارتباط بين متغيرين تكون قيمة المعامل فيه أكبر من + 1 ولا أصغر من - 1. ويمكن تمثيل قوة العلاقة بالشكل التالي:

ارتباط عكسي					ارتباط طردي					
شوي جدا	شوي	متوسط	ضعيف	شديداً	شديداً	ضعيف	متوسط	شوي	شوي جدا	
-1	-0.9	-0.7	-0.5	-0.3	0	0.3	0.5	0.7	0.9	1
نام					نام					

معامل بيرسون للارتباط الخطى البسيط Person's Correlation Coefficient

يعتبر معامل الارتباط الخطى البسيط لبيرسون Person's Correlation Coefficient والذي سنرمز له بالرمز r_p من أكثر الأدوات الإحصائية استخداماً في تحديد قوة العلاقة بين متغيرين كما يستعمل لتحديد مدى وجود علاقة خطية بين متغيرين. وهناك أكثر من صيغة يمكن الاعتماد عليها في حساب معامل الارتباط الخطى البسيط لبيرسون منها:

$$r_p = \frac{\sum (x - \bar{x})(y - \bar{y})}{\sqrt{\sum (x - \bar{x})^2} \sqrt{\sum (y - \bar{y})^2}}$$

وكذلك المعادلة الرياضية التالية والتي تعتبر اسهل وابسط: (من خلال الدرجات الخام)

$$r_p = \frac{n \sum xy - \sum x \sum y}{\sqrt{n \sum x^2 - (\sum x)^2} \sqrt{n \sum y^2 - (\sum y)^2}}$$

وتتراوح قيمة معامل الارتباط بين الواحد الصحيح الموجب و الواحد الصحيح السالب أى أن قيمة

معامل تكون كالتالي: $1 \geq r_p \geq -1$ والارتباط غالبا قيمته كسر أي اقل من الواحد الصحيح.

ولتحديد نوع العلاقة نعلم على اشارة معامل الارتباط فإذا كانت الإشارة:

● موجبة فإن العلاقة تكون طردية

● سالبة فإن العلاقة تكون عكسية

ولتحديد قوة العلاقة نعلم على قيمة معامل الارتباط فإذا كانت القيمة:

● من أكبر من صفر إلى أقل من 0.3 فتكون علاقة ضعيفة جدا

● من أكبر من 0.3 إلى أقل من 0.5 تكون علاقة ضعيفة

● من أكبر من 0.5 إلى أقل من 0.7 تكون علاقة متوسطة

● من أكبر من 0.7 إلى أقل من 0.9 تكون علاقة قوية

● من أكبر من 0.9 إلى أقل من 1.00 تكون علاقة قوية جدا

● الواحد الصحيح تكون علاقة تامة

● إما إذا كانت قيمة معامل الارتباط تساوى صفر فلا توجد علاقة خطية او ارتباط بينهما أى يكون

المتغيرين مستقلين عن بعضهما البعض وتكون العلاقة منعدمة.

فمثلا إذا كانت قيمة معامل الارتباط r_p كالتالي فإن تفسيره يكون:

قيمة	تفسير معامل الارتباط
0.91	ارتباط طردى قوى جدا
-0.87	ارتباط عكسى قوى
-0.21	ارتباط عكسى ضعيف جدا
0.43	ارتباط طردى ضعيف
1	ارتباط طردى تام
-0.51	ارتباط عكسى متوسط

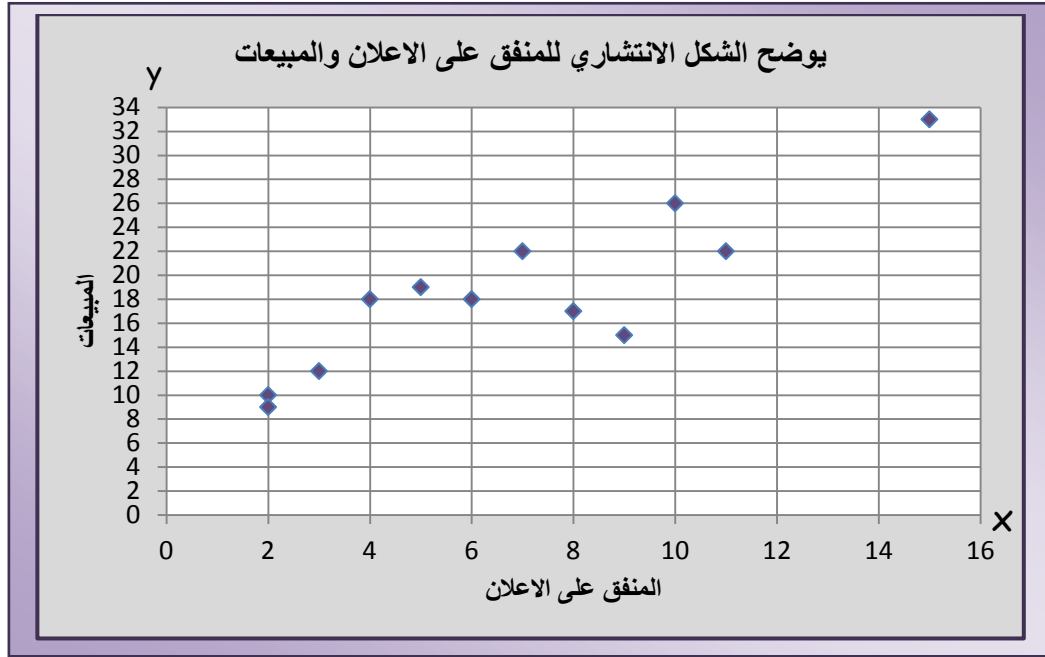
مثال: فيما يلي بيان بالمنفق على الاعلان والمبيعات لأحد المنتجات فكانت بالمليون ريال كمايلي:

8	9	11	4	15	10	5	6	7	2	3	2	المنفق على الاعلان
17	15	22	18	33	26	19	18	22	9	12	10	المبيعات

المطلوب:

ارسم شكل الانتشار يوضح العلاقة بين المنفق على الاعلان و المبيعات ؟
احسب معامل الارتباط الخطي البسيط (بيرسون)، مع التعليق

الحل: ١- ارسم شكل الإنتشار يوضح العلاقة بين المنفق على الاعلان والمبيعات؟



٢- احسب معامل الارتباط الخطي البسيط (بيرسون)، مع التعليق

بتطبيق المعادلة: $r_p = \frac{n \sum xy - \sum x \sum y}{\sqrt{n \sum x^2 - (\sum x)^2} \sqrt{n \sum y^2 - (\sum y)^2}}$ وذلك يحتاج عمل جدول لتطبيق المعادلة وحساب الارتباط:

ثم يمكن تطبيق المعادلة بعد الجدول كمايلي:

$$r_p = \frac{n \sum xy - \sum x \sum y}{\sqrt{n \sum x^2 - (\sum x)^2} \sqrt{n \sum y^2 - (\sum y)^2}}$$

$$= \frac{12 \times (1771) - (82 \times 221)}{\sqrt{12 \times (734) - (82)^2} \times \sqrt{12 \times (4581) - (221)^2}}$$

$$= \frac{21252 - 18122}{\sqrt{8808 - 6724} \times \sqrt{54972 - 48841}}$$

$$= \frac{3130}{\sqrt{2084} \times \sqrt{6131}}$$

$$= \frac{3130}{45.6508 \times 78.3007}$$

$$= \frac{3130}{3574.4895} = +0.87564$$

دل ذلك وجود علاقة طردية قوية بين المنفق على الاعلان والمبيعات

y^2	x^2	xy	y	x
١٠٠	٤	٢٠	١٠	٢
١٤٤	٩	٣٦	١٢	٣
٨١	٤	١٨	٩	٢
٤٨٤	٤٩	١٥٤	٢٢	٧
٣٢٤	٣٦	١٠٨	١٨	٦
٣٦١	٣٥	٩٥	١٩	٥
٦٧٦	١٠٠	٢٦٠	٢٦	١٠
١٠٨٩	٢٢٥	٤٩٥	٣٣	١٥
٣٢٤	١٦	٧٢	١٨	٤
٤٨٤	١٢١	٢٤٢	٢٢	١١
٢٢٥	٨١	١٣٥	١٥	٩
٢٨٩	٦٤	١٣٦	١٧	٨
٤٥٨١	٧٣٤	١٧٧١	٢٢١	٨٢

ومن أهم خصائص معامل الارتباط الخطي البسيط لبيرسون أنه لا يعتمد على قيم المتغيران نفسها عند حساب قيمته وإنما يعتمد على مقدار التباعد بين هذه القيم بعضها البعض. لذلك لا يتأثر معامل الارتباط الخطي البسيط بأى عمليات جبرية يتم إجراؤها على بيانات أى من المتغيرين أو أحدهما من جمع أو طرح أو ضرب أو قسمة.

مثال: فى بيانات المثال إذا أكتشفت إدارة الشركة أن البيانات تم تجميعها وحسابها بطريقة خاطئة حيث يجب إضافة ٥ مليون ريال إلى جميع قيم المنفق على الاعلان. كما أن المبيعات يجب مضاعفة قيمتها لجميع القيم.

8	9	11	4	15	10	5	6	7	2	3	2	المنفق على الاعلان
17	15	22	18	33	26	19	18	22	9	12	10	المبيعات

المطلوب:

أحسب معامل الارتباط فى هذه الحالة بين المنفق على الإعلان والمبيعات.

الحل:

بتطبيق المعادلة: $r_p = \frac{n \sum xy - \sum x \sum y}{\sqrt{n \sum x^2 - (\sum x)^2} \sqrt{n \sum y^2 - (\sum y)^2}}$ وذلك يحتاج عمل جدول لتطبيق المعادلة وحساب الارتباط:

ثم يمكن تطبيق المعادلة بعد الجدول كمايلي:

$$r_p = \frac{n \sum xy - \sum x \sum y}{\sqrt{n \sum x^2 - (\sum x)^2} \sqrt{n \sum y^2 - (\sum y)^2}}$$

$$= \frac{12 \times (5752) - (142 \times 442)}{\sqrt{12 \times (1854) - (142)^2} \times \sqrt{12 \times (18324) - (442)^2}}$$

$$= \frac{69024 - 62764}{\sqrt{22248 - 20164} \times \sqrt{219888 - 195364}}$$

$$= \frac{6260}{\sqrt{2084} \times \sqrt{24524}}$$

$$= \frac{6260}{45.6508 \times 156.6014}$$

$$= \frac{6260}{7149.2530} = +0.87564$$

y^2	x^2	xy	y	x
٤٠٠	٤٩	١٤٠	٢٠	٧
٥٧٦	٦٤	١٩٢	٢٤	٨
٣٢٤	٤٩	١٢٦	١٨	٧
١٩٣٦	١٤٤	٥٢٨	٤٤	١٢
١٢٩٦	١٢١	٣٩٦	٣٦	١١
١٤٤٤	١٠٠	٣٨٠	٣٨	١٠
٢٧٠٤	٢٢٥	٧٨٠	٥٢	١٥
٤٣٥٦	٤٠٠	١٣٢٠	٦٦	٢٠
١٢٩٦	٨١	٣٢٤	٣٦	٩
١٩٣٦	٢٥٦	٧٠٤	٤٤	١٦
٩٠٠	١٩٦	٤٢٠	٣٠	١٤
١١٥٦	١٦٩	٤٤٢	٣٤	١٣
١٨٣٢٤	١٨٥٤	٥٧٥٢	٤٤٢	١٤٢

وهي نفس النتيجة التي حصلنا عليها سابقاً مما يدل على أن معامل الارتباط لم تتأثر قيمته بالعمليات الجبرية من جمع (٥ مليون) أو الضرب (٢x) وبالمثل لا يتأثر بالطرح أو القسمة.

معامل التحديد Determination Coefficient

وهو مربع معامل الارتباط لذلك يرمز له بالرمز R^2 أو R-Square و هو يشير إلى نسبة تفسير المتغير أو المتغيرات المستقلة للتغير فى المتغير التابع

فمثلاً: نجد أن المنفق على الاعلان يفسر نسبة (0.8756^2) أى 76.675 % من التغير فى قيمة المبيعات بينما 23.32 % من التغير فى المبيعات ترجع إلى عوامل أخرى منها الخطاء العشوائى .

سيتم في هذه المحاضرة استعراض المواضيع التالية:

أولاً: معامل ارتباط سبيرمان

ثانياً: معامل الإقتران

ثالثاً: معامل التوافق

معامل ارتباط الرتب لسبيرمان Spearman's Rank Correlation Coefficient

معامل الارتباط لبيرسون r_p لا يمكن استخدامه في حساب قوة العلاقة بين متغيرين الا اذا كانت البيانات المتوافره عنهما في صورة كمية فقط، أما اذا كانت البيانات في صورة وصفية فلا يمكن تطبيق معامل ارتباط بيرسون وحساب الارتباط بين المتغيرين محل الدراسة. أما في حالة المتغيرات الوصفية فنستخدم معامل ارتباط الرتب لـ سبيرمان، والذي يتم استخدامه في قياس الارتباط خاصة في حالة البيانات الوصفية الترتيبية مثل تقديرات الطلاب (ممتاز – جيد جداً – جيد – مقبول – ضعيف) وكذلك قوة المركز المالي (جيد – متوسط – ضعيف) ودرجة الموافقة على الرأي في اسئلة الاستبانة (موافق تماماً – موافق – محايد – غير موافق – غير موافق على الاطلاق).

ويتم حساب معامل الارتباط الرتب لسبيرمان r_s باستخدام المعادلة التالية:

$$r_s = 1 - \frac{6 \sum d^2}{n(n^2 - 1)}$$

حيث أن:

d الفرق بين رتبة المتغيرين
n عدد المشاهدات

ملاحظات يجب مراعاتها عند ترتيب المتغيرات:

- يتم ترتيب قيم مشاهدات المتغير x وتسمى القيم الترتيبية للمتغير x "رتب x" وكذلك الامر للمتغير y تسمى بـ "رتب y". والترتيب يكون تصاعدياً أو تنازلياً ولكن أهم شيء هو اذا كان ترتيب x تصاعدي لا بد ان يكون ترتيب y تصاعدي ايضاً والعكس صحيح.
- في حالة الترتيب التصاعدي مثلاً يتم اعطاء أقل قيمة الرتبة ١ والقيمة التي هي أكبر منها الرتبة ٢ وهكذا.
- في حالة تكرار أو تساوي بعض القيم لأي متغير تعطى كل منهم رتبة كما لو كانت القيم غير متساوية ثم نحسب الوسط الحسابي (مجموع الرتب ÷ عددها) لتلك الرتب ويعطى الوسط الحسابي كرتبة تلك القيم المتساوية.

مثال: فيما يلي بيان بالمنفق على الاعلان والمبيعات لأحد المنتجات فكانت بالمليون ريال كمايلي:

8	9	11	4	15	10	5	9	7	2	3	2	المنفق على الاعلان
17	15	22	18	33	26	19	18	22	9	12	10	المبيعات

المطلوب:
أحسب معامل الارتباط لسببيران بين المنفق على الاعلان و المبيعات ؟

الحل/

d^2	d	رتب y	الترقيم	y تصاعدياً	y	رتب x	الترقيم	X تصاعدياً	x
٠,٢٥	٠,٥=٢-١,٥	٢	١	٩	١٠	١,٥=٢÷(٢+١)	١	٢	٢
٠	٠=٣-٣	٣	٢	١٠	١٢	٣	٢	٢	٣
٠,٢٥	٠,٥=١-١,٥	١	٣	١٢	٩	١,٥=٢÷(٢+١)	٣	٣	٢
١٢,٢٥	٣,٥=٩,٥-٦	٩,٥=٢÷(١٠+٩)	٤	١٥	٢٢	٦	٤	٤	٧
٤	٢=٦,٥-٨,٥	٦,٥=٢÷(٧+٦)	٥	١٧	١٨	٨,٥=٢÷(٩+٨)	٥	٥	٩
٩	٣=٨-٥	٨	٦	١٨	١٩	٥	٦	٦	٥
١	١=١١-١٠	١١	٧	١٨	٢٦	١٠	٧	٨	١٠
٠	٠=١٢-١٢	١٢	٨	١٩	٣٣	١٢	٨	٩	١٥
٦,٢٥	٢,٥=٦,٥-٤	٦,٥=٢÷(٧+٦)	٩	٢٢	١٨	٤	٩	٩	٤
٢,٢٥	١,٥=٩,٥-١١	٩,٥=٢÷(١٠+٩)	١٠	٢٢	٢٢	١١	١٠	١٠	١١
٢٠,٢٥	٤,٥=٤-٨,٥	٤	١١	٢٦	١٥	٨,٥=٢÷(٩+٨)	١١	١١	٩
٤	٢=٥-٧	٥	١٢	٣٣	١٧	٧	١٢	١٥	٨
٥٩,٥	٠								

نلاحظ في الجدول أن/ ١- تم ترتيب القيم تصاعدياً؟

٢- عند ترتيب المتغير x نجد أن القيمة ٢ تكررت مرتان لتأخذ الترتيب ١ و ٢ لذلك نحسب المتوسط لهما $١,٥=٢÷(٢+١)$ >المقصود ب ١+٢ ترتيب القيمتين في الترتيب> لذلك وضعنا امام القيمة ٢ الموجوده في x الرتبة ١,٥ وكذلك الامر بالنسبة للقيمة ٩ تكررت مرتان لتأخذ الترتيب ٨ و ٩ لذلك نحسب المتوسط الحسابي لهما $٨,٥=٢÷(٩+٨)$ >المقصود ب ٨+٩ ترتيب القيمتين في الترتيب> لذلك وضعنا أمام القيمة ٩ الموجوده في x الرتبة ٨,٥ .

٣- عند ترتيب المتغير y نجد أن القيمة ١٨ تكررت مرتان لتأخذ الترتيب ٦ و ٧ لذلك نحسب المتوسط لهما $٦,٥=٢÷(٧+٦)$ >المقصود ب ٦+٧ ترتيب القيمتين في الترتيب> لذلك وضعنا امام القيمة ١٨ الموجوده في y الرتبة ٦,٥ وكذلك الامر بالنسبة للقيمة ٢٢ تكررت مرتان لتأخذ الترتيب ٩ و ١٠ لذلك نحسب المتوسط الحسابي لهما $٩,٥=٢÷(١٠+٩)$ >المقصود ب ٩+١٠ ترتيب القيمتين في الترتيب> لذلك وضعنا أمام القيمة ٢٢ الموجوده في y الرتبة ٩,٥ .

اما بقية المتغيرات الغير متكرره فقط نرى ترتيب القيم للترتيب التصاعدي ونضعه في رتب المتغير كمثلا ال ٧ كان ترتيبها ال ٦ في التصاعدي فتصبح ترتيب المتغير ٦ وهكذا.

يتبع الحل في الصفحة التاليه

٤- ثم نحسب الفرق بين رتب المتغير x ورتب المتغير y والتي نعطي لها الرمز d ونلاحظ من الجدول السابق أن مجموع الفروق d لابد أن يكون صفر والا يكون هناك خطأ في ترتيب كلا المتغيرين ولا بد مراجعة الترتيب مرة أخرى. ومن ثم نقوم بحساب معامل ارتباط الرتب لسبيرمان كما يلي:

$$r_s = 1 - \frac{6 \sum d^2}{n(n^2 - 1)} = 1 - \frac{6(59,5)}{12(144-1)} = 1 - \frac{357}{1716} = 0,7919$$

بلغ معامل ارتباط الرتب لسبيرمان ٠,٧٩١٩ مما يدل على وجود ارتباط طردي قوي بين المنفق على الاعلان والمبيعات. وهي قيمة قريبة من التي تم حسابها باستخدام معامل الارتباط لبيرسون حيث بلغ ٠,٨٧٥٦

مثال: البيانات التالية تمثل التقديرات التي حصل عليها عشر طلاب في مقرري المحاسبة والقانون:

المحاسبة	ممتاز	جيد جداً	جيد	مقبول	ضعيف	جيد	مقبول	جيد جداً	جيد	مقبول
القانون	جيد	جيد	مقبول	ممتاز	جيد جداً	جيد جداً	جيد	مقبول	جيد	جيد جداً

المطلوب:

أحسب معامل الارتباط المناسب.

الحل/ نسمي مادة المحاسبة بالمتغير x ومادة القانون بالمتغير y:

x	X تصاعدياً	الترقيم	رتب x	y	y تصاعدياً	الترقيم	رتب y	d	d ²
ممتاز	ضعيف	١	١٠	جيد	مقبول	١	٤,٥ = ٤ ÷ (٦ + ٥ + ٤ + ٣)	٥,٥	٣٠,٢٥
جيد جداً	مقبول	٢	٨,٥ = ٢ ÷ (٩ + ٨)	جيد	مقبول	٢	٤,٥ = ٤ ÷ (٦ + ٥ + ٤ + ٣)	٤	١٦
جيد	مقبول	٣	٦ = ٣ ÷ (٧ + ٦ + ٥)	مقبول	جيد	٣	١,٥ = ٢ ÷ (٢ + ١)	٤,٥	٢٠,٢٥
مقبول	مقبول	٤	٣ = ٣ ÷ (٤ + ٣ + ٢)	جيد	جيد	٤	٤,٥ = ٤ ÷ (٦ + ٥ + ٤ + ٣)	١,٥	٢,٢٥
ضعيف	جيد	٥	١	جيد جداً	جيد	٥	٨ = ٣ ÷ (٩ + ٨ + ٧)	٧-	٤٩
جيد	جيد	٦	٦ = ٣ ÷ (٧ + ٦ + ٥)	جيد جداً	جيد	٦	٨ = ٣ ÷ (٩ + ٨ + ٧)	٢-	٤
مقبول	جيد	٧	٣ = ٣ ÷ (٤ + ٣ + ٢)	ممتاز	جيد جداً	٧	١٠	٧-	٤٩
جيد جداً	جيد جداً	٨	٨,٥ = ٢ ÷ (٩ + ٨)	مقبول	جيد جداً	٨	١,٥ = ٢ ÷ (٢ + ١)	٧	٤٩
جيد	جيد جداً	٩	٦ = ٣ ÷ (٧ + ٦ + ٥)	جيد	جيد جداً	٩	٤,٥ = ٤ ÷ (٦ + ٥ + ٤ + ٣)	١,٥	٢,٢٥
مقبول	ممتاز	١٠	٣ = ٣ ÷ (٤ + ٣ + ٢)	جيد جداً	ممتاز	١٠	٨ = ٣ ÷ (٩ + ٨ + ٧)	٥-	٢٥
								٠	٢٤٧

حساب معامل ارتباط الرتب لسبيرمان كما يلي:

$$r_s = 1 - \frac{6 \sum d^2}{n(n^2 - 1)} = 1 - \frac{6(247)}{10(100-1)} = 1 - \frac{1482}{990} = 0,4969$$

نلاحظ أن معامل ارتباط الرتب لسبيرمان بلغ ٠,٤٩٦٩ مما يدل على وجود ارتباط عكسي متوسط بين تقدير مقرر المحاسبة وتقدير مقرر القانون.

معامل الإقتران Conjunction Coefficient

ويستخدم معامل الإقتران في حساب العلاقة الارتباطية بين المتغيرات الوصفية التي ليس في طبيعتها صفة الترتيب أى الوصفية الأسمية التي يكون لها زوج من الصفات مثل: النوع (ذكر - أنثى)، والحالة التعليمية (متعلم - غير متعلم) وعلى ذلك إذا كان لدينا متغيران لدي كلاً منهما زوج من الصفات فيكون جدول تكرارات الصفات المشتركة بينهما على الصورة التالية:

الصفة الأولى لـ y	الصفة الثانية لـ y	x / y
A	B	الصفة الأولى لـ x
C	D	الصفة الثانية لـ x

حيث أن A , B , C , D تشير إلى التكرارات المشتركة بين صفات المتغيرين، ويمكن حساب معامل الإقتران في هذه الحالة كما يلي:

$$r_c = \frac{AD - BC}{AD + BC}$$

مثال: في دراسة أجريت لمعرفة هل هناك علاقة بين العمل والتعليم تم سؤال ٢٠٠ شخص سؤالين هما:

هل انت متعلم ؟
هل انت ملتحق بأى عمل ؟
وبتجميع الاجابات تم عمل جدول الإقتران التالي:

العمل \ التعليم	متعلم	أمية
يعمل	113	23
لا يعمل	49	15

المطلوب:

أحسب معامل الإقتران ؟

الحل/ يمكن حساب معامل الإقتران في هذه الحالة كمايلي:

العمل \ التعليم	متعلم	غير متعلم
يعمل	A = 113	B = 23
لا يعمل	C = 49	D = 15

$$r_c = \frac{AD - BC}{AD + BC} = \frac{113 \times 15 - 23 \times 49}{113 \times 15 + 23 \times 49} = \frac{1695 - 1127}{1695 + 1127} = \frac{568}{2822} = 0,2012$$

أي يوجد ارتباط ضعيف بين العمل والتعليم.

معامل التوافق Concordance coefficient

ويستخدم معامل التوافق لحساب الارتباط بين المتغيرات الوصفية الاسمية والتي يكون لصفاتها قيم أكثر من ٢، مثل الحالة الاجتماعية (اعزب - متزوج - متزوج ويعول - أرمل - مطلق) وحتى يمكن حسابه يتم إعداد الجدول المزدوج بين صفات المتغيريين ومنه يتضح لنا التكرارات المشتركة بين الصفات التي نعتمد عليها في حساب مقدار يطلق عليه " M "

ويتم حساب معامل التوافق من خلال المعادلة التالية:

$$M = \sum \frac{(f_{ij})^2}{f_{i.} f_{.j}}$$

حيث أن:

التكرار المشترك بين الصفة i والصفة j	f_{ij}
مجموع صف الصفة i	$f_{i.}$
مجموع عمود الصفة j	$f_{.j}$

أى يتم إيجاد: مربع تكرار كل خلية مشتركة
مجموع الصف × مجموع العمود
ثم نجمعهم كلهم

وعلى ذلك يتم حساب معامل التوافق كما يلى:

$$r_T = \sqrt{\frac{M - 1}{M}}$$

مثال: أوجد معامل التوافق بين تخصص الطالب ودرجة الرضا عن الدراسة بالكلية الملتحق بها إذا كانت البيانات كما يلي:

الرضا \ التخصص	لغة عربية	جغرافيا	تربية خاصة	المجموع
عالي	30	15	45	90
متوسط	20	30	20	70
منخفض	10	5	5	20
المجموع	60	50	70	180

الحل: يتم أولاً إيجاد قيمة M كما يلي:

$$M = \sum \frac{(f_{ij})^2}{f_{i.} \cdot f_{.j}}$$

$$M = \frac{30^2}{60 \times 90} + \frac{15^2}{50 \times 90} + \frac{45^2}{70 \times 90} + \frac{20^2}{60 \times 70} + \frac{30^2}{50 \times 70} + \frac{20^2}{70 \times 70} + \frac{10^2}{60 \times 20} + \frac{5^2}{50 \times 20} + \frac{5^2}{70 \times 20}$$

$$M = \frac{900}{5400} + \frac{225}{4500} + \frac{2025}{6300} + \frac{400}{4200} + \frac{900}{3500} + \frac{400}{4900} + \frac{100}{1200} + \frac{25}{1000} + \frac{25}{1400}$$

$$M = 0,166 + 0,05 + 0,32 + 0,095 + 0,257 + 0,081 + 0,083 + 0,025 + 0,017 = 1,094$$

وعلى ذلك يتم حساب معامل التوافق كما يلي:

$$r_T = \sqrt{\frac{M-1}{M}} = \sqrt{\frac{1.094-1}{1.094}} = 0.293$$

دل على أن الارتباط ضعيف بين تخصص الطالب ودرجة الرضا عن الدراسة.

إن أصبت فمن الله وإن أخطأت فمن نفسي والشيطان

أتمنى لكم التوفيق والنجاح..

أختكم/ سمر المغربي

من ورشة مبادئ الشوكولاته (الاحصاء)

<http://www.ckfu.org/vb/u95307.html>

تمت بحمد الله
وتوفيقه