

المحاضره الثانيه عشر / توزيعات المعاينه .

تعريفات :

- 1/ المعلمه : هي ثابت يصف المجتمع أو يصف توزيع المجتمع كالوسط الحسابي للتوزيع أو الانحراف المعياري له.
- 2/ إحصاء العينه : هو أي متغير تتعين قيمته من جميع العينات ذا حجم معين مأخوذة من مجتمع ما , مثل الوسط الحسابي .
- 3/ ويسمى التوزيع الاحتمالي لإحصاء العينه بتوزيع المعاينه توزيع المعاينة للوسط الحسابي :

$$\frac{\sum x_i}{n} = \bar{X}$$

نظرية (1) : إذا كان X يخضع للتوزيع وسطه μ (معدله) وتباينه σ^2 وكان \bar{X} يمثل الوسط الحسابي للعينه ذات الحجم n فان :

$$\begin{aligned}\mu(\bar{x}) &= \mu \\ \sigma^2(\bar{x}) &= \frac{\sigma^2(x)}{n}\end{aligned}$$

مثال : سحبت عينه عشوائية من مجتمع لا نهائي معدله 70 وتباينه 40 , إذا كان حجم العينه 10 , فأوجد :
1-معدل الوسط الحسابي للعينه :

$$\mu(\bar{x}) = \mu = 70$$

2- تباين الوسط الحسابي للعينه :

$$\sigma^2(\bar{x}) = \frac{\sigma^2(x)}{n} = \frac{40}{10} = 4$$

نظرية (2) : إذا كان X_1, X_2, \dots, X_n تخضع لتوزيع طبيعي وسطه μ وتباينه σ^2 فإن توزيع \bar{x} يكون التوزيع الطبيعي الذي وسطه μ وتباينه $\frac{\sigma^2}{n}$ ويعرف القيمه المعياريه بالشكل التالي :

$$Z = \frac{\bar{X} - \mu}{\sigma/\sqrt{n}}$$

مثال : تخضع علامات الطلاب في أحد المقررات لتوزيع طبيعي وسطه 65 وانحراف معياري 18 , اخذت عينه عشوائية حجمها 36 طالب , احسب :

$$P(\bar{X} > 74)$$

1- احتمال أن يزيد وسط علامات العينه على 74 ؟

$$\bar{X} = 74 \Rightarrow Z = \frac{\bar{X} - \mu}{\sigma/\sqrt{n}} = \frac{74 - 65}{18/6} = \frac{9}{3} = 3$$

$$P(Z > 74) = P(Z > 3)$$

$$= 1 - P(Z \leq 3)$$

$$= 1 - 09987 = 0.0013$$

-2

ما هو احتمال أن يكون الوسط الحسابي بين 59 و 68 ؟

$$P(59 < \bar{x} < 68)$$
$$\bar{X} = 59 \Rightarrow Z = \frac{\bar{x} - \mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} = \frac{59 - 65}{\frac{18}{\sqrt{36}}} = \frac{-6}{3} = -2$$
$$\bar{X} = 68 \Rightarrow Z = \frac{\bar{x} - \mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} = \frac{68 - 65}{\frac{18}{\sqrt{36}}} = \frac{3}{3} = 1$$

$$P(59 < x < 68) = P(-2 < Z < 1) = P(Z < 1) - P(Z < -2)$$
$$= 0.8413 - 0.0228 = 0.8185$$

المعاينة لمجتمع طبيعي σ^2 غير معلومه :

نظرية (3) :- إذا كان X_1, X_2, \dots, X_n عينة عشوائية تخضع لتوزيع طبيعي وسطه μ وتباينه غير معلوم وكان \bar{X} هو الوسط الحسابي لعينه حجمها n وانحرافها (S) فإن :

$$t = \frac{\bar{X} - \mu}{s/\sqrt{n}}$$

= درجة الحرية

$$v = n - 1$$

مثال : إذا كانت أطوال الطلاب في أحد الصفوف المدرسية تتبع التوزيع الطبيعي المتوسط يساوي 160 سم ، إذا سحبت عينة عشوائية من 4 طلاب فما احتمال أن يقل متوسطها الحسابي عن 166 سم ، إذا علمت أن الانحراف المعياري للعينة يساوي 10 سم ؟

$$P(\bar{X} < 166) = 0.85$$
$$\bar{x} = 166 \Rightarrow t = \frac{\bar{x} - \mu}{s/\sqrt{n}} = \frac{166 - 160}{10/2} = \frac{6}{5} = 1.2$$

= درجة الحرية

$$v = n - 1$$

$$v = 4 - 1 = 3$$

$$t[\lambda, 3] = 1.2$$

$$\lambda = 0.85$$

توزيع المعاينة للفرق بين وسطي عينين $(\bar{X} - \bar{Y})$.

نظرية (4) :- إذا أخذت عينة عشوائية حجمها n_1 من مجتمع طبيعي وسطه μ_1 وتباينه σ_1^2 ، ثم أخذت عينة عشوائية أخرى حجمها n_2 من مجتمع طبيعي وسطه μ_2 وتباينه σ_2^2 بحيث ان المجتمع الأول مستقل عن المجتمع الثاني ، ورمزنا للوسط الحسابي للعينة الأولى بالرمز \bar{X} والوسط الحسابي للعينة الثانية \bar{Y} فإن توزيع الفرق وسطي العينة بين $(\bar{X} - \bar{Y})$ يكون التوزيع الطبيعي وسطه $(\mu_1 - \mu_2)$ والتباين $\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}$

$$Z = \frac{(\bar{X} - \bar{Y}) - (\mu_1 - \mu_2)}{\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}}$$

مثال :- تخضع علامات الناجحين من امتحان الدراسة الثانوية في مدرسة ما لتوزيع طبيعي معدله 74 وانحرافه المعياري 12 ، وفي مدرسة أخرى تخضع لتوزيع الطبيعي معدله 70 وانحرافه المعياري 16 ، أخذت عينة عشوائية حجمها 16 طالب من المدرسة الأولى و 9 طلاب من المدرسة الثانية على فرض أن الوسط الحسابي للعينة الأولى \bar{X} ، وللعينة الثانية \bar{Y}

أوجد : $P((\bar{X} - \bar{Y}) > 8)$ ؟

$$\bar{x} - \bar{y} = 8 \Rightarrow Z = \frac{(\bar{X} - \bar{Y}) - (\mu_1 - \mu_2)}{\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}}$$

$$\mu_1 = 74$$

$$\sigma_1 = 12$$

$$n_1 = 16$$

$$\mu_2 = 70$$

$$\sigma_2 = 16$$

$$n_2 = 9$$

$$Z = \frac{8 - (74 - 70)}{\sqrt{\frac{(12)^2}{16} + \frac{(16)^2}{9}}} = 0.65$$

$$P(\bar{X} - \bar{Y} > 8) = p(Z > 0.65) = 1 - P(Z \leq 0.65) = 1 - 0.7422 = 0.2578$$

أوجد :-

$$P(3 < \bar{x} - \bar{y} < 7)$$

#بعد المذاكرة:

اللهم إني أستودعك ما قرأت و ما حفظت و ما تعلمت،
فردده عند حاجتي إليه، إنك على كل شيء قدير، حسبنا الله و نعم الوكيل..

تلخيص / Mu*