المحاضرة الثالثة عشرة

1- معامل ارتباط سبيرمان للرتب :

يعرف قانون معامل الارتباط للرتب معامل سبيرمان كما يلي :

$$rs = 1 - \frac{6\sum d^2 i}{n\,(n^2 - 1)}$$

- حيث أن :

n : عدد الأزواج المرتبة (x , y) .

d : الفرق بين رتب x و رتب y .

- يستعمل هنا المعامل عندما تكون n عدد الأزواج المرتبة , بين 25 و 30 .
- مثال : احسب معامل سبيرمان للارتباط بالرتب بين المعدلات التالية لعشرة طلاب في شهادة الدراسة الثانوية و الفصل الجامعي الأول :

معدل الطالب في شهادة الثانوية x	77	85	79	88	93	86	94	90	87	89
	(10)	(8)	(9)	(5)	(2)	(7)	(1)	(3)	(6)	(4)
معدل الطالب في نهاية الفصل الجامعي y	61	72	65	71	80	74	82	81	76	78
	(10)	(7)	(9)	(8)	(3)	(6)	(1)	(2)	(5)	(4)

الحل :

- نرتب المعدلات x بحيث نعطي الرتبة 1 لأعلى معدل من بين معدلات x و هكذا للبقية .
- نرتب المعدلات y بحيث نعطي الرتبة 1 لأعلى معدل من بين معدلات y و هكذا للبقية .

رتب x	رتب y	الفرق بين الرتب (d)	d^2
10	10	0	0
8	7	1	1
9	9	0	0
5	8	-3	9
2	3	-1	1
7	6	1	1
1	1	0	0
3	2	1	1
6	5	1	1
4	4	0	0
Total			14

$$\mathrm{rs} = 1 - \frac{6\sum d^2 i}{n\,(n^2-1)} = 1 - \frac{6\,(14)}{10\,(10^2-1)} = 1 - \frac{84}{990} = 1 - 0.085 = 0.915$$

- **وصف قوة الارتباط: قوي جداً موجب "طردي"**
- نلاحظ في المثال السابق عدم ظهور معدلات متساوية .
- في حالة وجود بيانات متساوية فيكون تعيين الرتب لهذه البيانات كما يلي :

1- نرتب البيانات كما لو أ، ليس فيها بيانات متساوية .

2- نأخذ الوسط الحسابي لرتب كل مجموعة من البيانات المتساوية و نعتبر هذا الوسط الحسابي رتبة كل بيان في هذه المجموعة .

- مثال : عين الرتب للعلامات التالية :

63 , 70 , 79 , 63 , 70 , 63 , 57 , 53 , 57 , 45 , 65

7 , 3 , 1 , 6 , 2 , 5 , 8 , 10 , 9 , 11 , 4

- نلاحظ أن القيمة 70 مكررة مرتين لذلك نأخذ الوسط الحسابي لرتبها الأولية فتكون رتبة 70 هي : رتبة 70 هي 3 , 2 فنأخذ وسطهما الحسابي أي :

$$\frac{2+3}{2} = \frac{5}{2} = 2.5$$

- فتكون رتب 70 هو 2.5 .
- القيمة 63 مكررة ثلاث مرات ورتبها الأولية هي 7 , 6 , 5 , فيكون وسطهم هو $\frac{5+6+7}{3} = \frac{18}{3} = 6$. رتبة 63 هو 6 .
- كذلك القيمة 57 لها الرتب الأولية 9 , 8 وسطهم هو $\frac{8+9}{2} = 8.5$.
- فيكون ترتيب البيانات النهائي هو :

العلامة	الرتبة
63	6
70	2.5
79	1
63	6
70	2.5
63	6
57	8.5
53	10
57	8.5
45	11
65	4

- **خصائص معامل الارتباط (r) :-**

1- إذا كانت قيمة معامل الارتباط r = 1 فإننا نصف الارتباطين x , y بأنه ارتباط خطي موجب كامل .

2- إذا كانت r = -1 كان الارتباط ارتباط خطي سالب كامل

معنى موجب : أي كلما زادت قيمة المتغير x زادت قيمة المتغير y .

معنى سالب : أي كلما زادت x نقصت y .

- **أي العلاقة عكسية .**

3- نصف قوة الارتباط عندما $r \neq \pm 1$ كما يلي :

الوصف	R
قوي جداً موجب **قوي جداً سالب**	$\mathbf{0.9 \leq r < 1}$ $\mathbf{-1 < r \leq 0.9}$
قوي موجب **قوي سالب**	$\mathbf{0.5 \leq r < 0.9}$ $\mathbf{-0.9 < r \leq -0.5}$
ضعيف موجب **ضعيف سالب**	$\mathbf{0 < r < 0.5}$ $\mathbf{-0.5 < r < 0}$
لا يوجد ارتباط	$\mathbf{r = 0}$

امثلة : صف قوة الارتباط بناءً على قيم r فيما يلي :-

الوصف	r
ضعيف موجب (طردي)	0.45
ارتباط قوي سالب (عكسي)	-0.82
ارتباط ضعيف سالب	-0.20
ارتباط قوي جدا سالب	-0.923
ارتباط ضعيف جدا موجب	0.002
ارتباط قوي سالب	-0.71
ارتباط قوي موجب	0.55