المحاضرة الرابعة عشرة :-

- **معادلة خط الانحدار** : إذا كان لدينا عينه من الأزواج المرتبة , (x1 , y1) , ... , (xn , yn) .
  - و وجدنا هذه النقاط على المستوى x , y نحصل على لوحة الانتشار و منها نستدل أن كان يمكن تطبيق خط مستقيم على شكل الانتشار أم لا .
  - إذا فرضنا أن هناك علاقة خطية بين المتغيرين x , y أمكن التعبير عنها بالمعادلة :

    $Y = A + Bx + e$

    حيث أن e : الخطأ بالتقدير .
  - المطلوب هو تقدير A , B , لذلك نفرض أن تقدير A هو a , و تقدير B هو b .
  - فيكون تقدير y هو :

$$\hat{y} = a + bx$$

  - و هو خط الانحدار y على x الذي حصلنا عليه بتعويض قيمة a , b .

    حيث $b = \frac{\sum xi\, yi - n\,\bar{x}\bar{y}}{\sum xi^2 - n\,\bar{x}^2}$

    $a = \bar{y} - b\bar{x}$

    حيث :

    $\bar{x}$: الوسط الحسابي x1 , ... , xh .

    $\bar{y}$: الوسط الحسابي y1 , ... , yh .
  - **مثال :**

    اوجد معادلة خط الانحدار y على x للبيانات في الجدول التالي :

X	Y	Xy	x^2
4	2	8	16
10	6	60	100
9	8	72	81
12	11	132	144
8	5	40	64
5	4	20	25
48	36	332	430

- الحل : معادلة خط الانحدار :

$$\hat{y} = a + bx$$

$$b = \frac{\sum xy - n\bar{x}\bar{y}}{\sum x^2 - n\bar{x}^2}$$

$$a = \bar{y} - b\,\bar{x}$$

$$\bar{x} = \frac{48}{6} = 8$$

$$\bar{y} = \frac{36}{6} = 6$$

$$b = \frac{332 - 6(8)(6)}{430 - 6(8)^2} = 0.96$$

$$a = 6 - 0.96(8) = -1.68$$

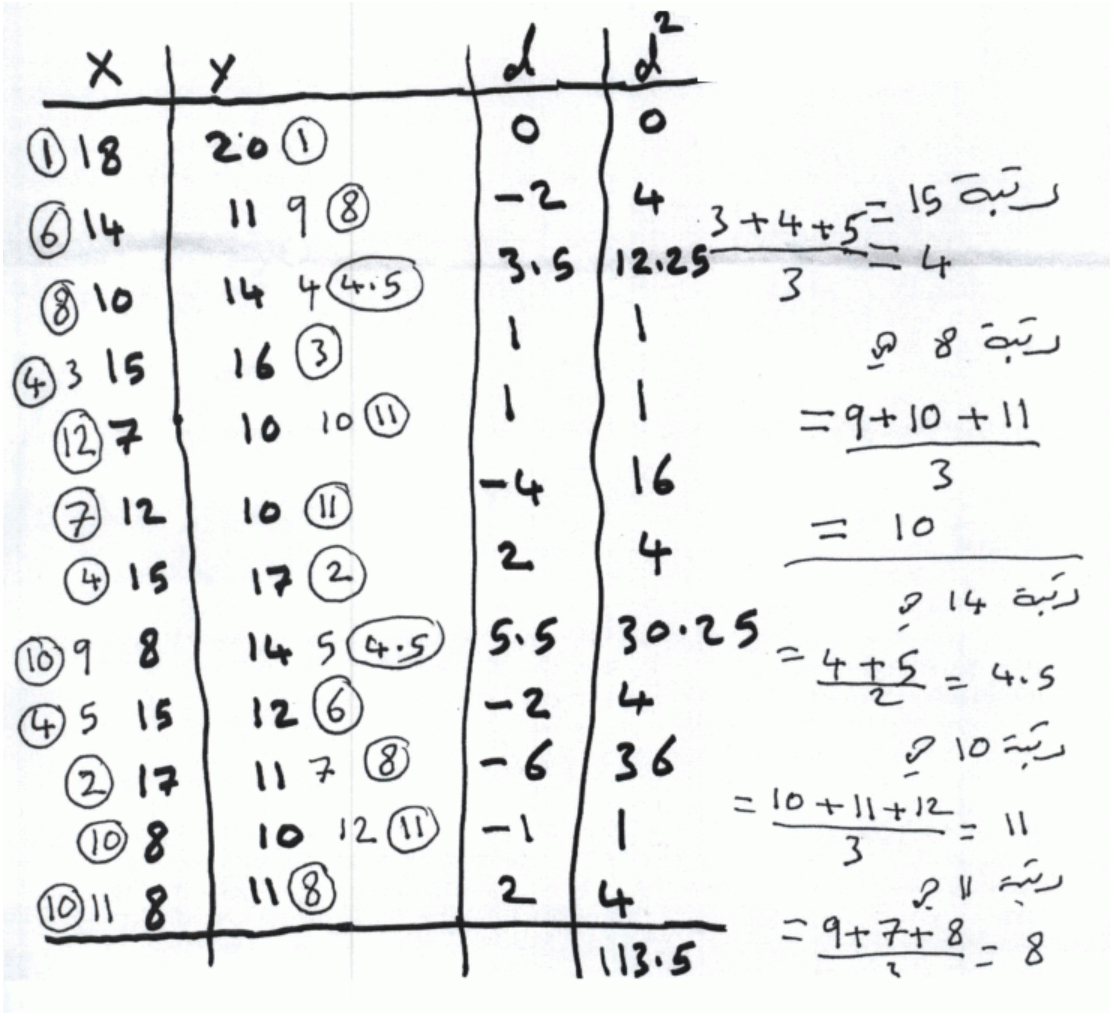
- معادلة خط الانحدار هي :

$$\hat{y} = -1.68 + 0.96\,x$$

- اوجد القيمة التقديرية للمتغير y عندما x = 9 :

$$\hat{y} = -1.68 + 0.96(9) = 6.96$$
$$e = y - \hat{y} = 8 - 6.96 = 1.04$$

مثال : يعطي الجدول التالي علامات 12 طالبا في الامتحان الاول X والامتحان الثاني Y .
اوجد معامل سبيرمان للرتب ومعامل بيرسون



X	Y	d	d^2
(1) 18	20 (1)	0	0
(6) 14	11 9 (8)	-2	4
(8) 10	14 4 (4.5)	3.5	12.25
(4) 3 15	16 (3)	1	1
(12) 7	10 10 (11)	1	1
(7) 12	10 (11)	-4	16
(4) 15	17 (2)	2	4
(10) 9 8	14 5 (4.5)	5.5	30.25
(4) 5 15	12 (6)	-2	4
(2) 17	11 7 (8)	-6	36
(10) 8	10 12 (11)	-1	1
(10) 11 8	11 (8)	2	4
			113.5

رتبة 15 = $\frac{3+4+5}{3}$ = 4

رتبة 8 هي

$= \frac{9+10+11}{3}$

$= 10$

رتبة 14 هي

$= \frac{4+5}{2} = 4.5$

رتبة 10 هي

$= \frac{10+11+12}{3} = 11$

رتبة 11 هي

$= \frac{9+7+8}{3} = 8$

∴ معامل ارتباط سبيرمان للرتب

$$r = 1 - \frac{6\sum d^2}{n(n^2-1)}$$

$$= 1 - \frac{6(113.5)}{12(12^2-1)}$$

$$= 1 - \frac{681}{1716} = 1 - 0.397$$

$$= \boxed{0.603}$$

وصف الارتباط : ارتباط قوي موجب (طردي)