المحاضرة الرابعة عشر

حل التمارين

من تمارين المحاضرة الثانية:

٥. إذا كانت المجموعة الكلية هي مجموعة الأعداد الطبيعية الأصغر من ١٠ ، افرض ان $A=\{1,3,5\}$ و $B=\{2,4,6\}$ كون المجموعات الاتية:

$(i)\ A\cup B$

$(ii)\ A\cap B$

$(iii)\ \overline{A}$

الحل:

$$U = \{1,2,3,4,5,6,7,8,9\}$$

$$(i)\ A \cup B = \{1,2,3,4,5,6\}$$

$$(ii)\ A \cap B = \phi$$

$$(iii)\ \overline{A} = \{2,4,6,7,8,9\}$$

من تمارين المحاضرة الثانية:

٦. لتكن المجموعة الكلية $U=\{-1,0,1,2,3,4,5,6\}$

ولتكن $A=\{1,2\}\ ,\ B=\{-1,1,3\}\ ,\ C=\{2,4,6\}$

فأوجد

$(i)\ A\times B$

$(ii)\ \overline{C}\times A$

الحل:

$$(i)\ A\times B=\{(1,-1),(1,1)(1,3),(2,-1),(2,1),(2,3)\}$$

$$\overline{C}=\{-1,0,1,3,5\}$$

$$(ii)\ \overline{C}\times A=\{(-1,1),(-1,2),(0,1),(0,2),(1,1),(1,2),(3,3),(3,2),(5,1),(5,2)\}$$

٨. أوجد قيم x و y التي تحقق المعادلة $(x, y^2) = (2x - 2, 1)$

الحل:

$$x = 2x - 2$$

$$x - 2x = -2$$

$$-x = -2$$

$$x = \frac{-2}{-1} = 2$$

تابع: الحل:

$$y^2 = 1$$

$$y = \pm\sqrt{1} = \pm 1$$

$$y = \pm 1$$

من تمارين المحاضرة الثالثة التكميلية:

٣- إذا كانت $f(x)=\frac{1}{x}$ و $g(x)=x^2$ فأوجد

$(iii)\,(f\times g)(x)$

$(iv)\ \frac{f}{g}(x)$

$(v)\,(fog)(x)$

$(iv)\quad f^{-1}$

الحل:

$$(iii)\,(f \times g)(x) = f(x) \times g(x)$$

$$= \frac{1}{x} \times x^2 = x$$

$$(iv)\ \frac{f}{g}(x) = \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{1}{x} \Big/ x^2 = \frac{1}{x} \times \frac{1}{x^2} = \frac{1}{x^3}$$

تابع: الحل:

$$(v)(fog)(x) = f(g(x)) = \frac{1}{g(x)} = \frac{1}{x^2}$$

$$(iv) \quad f(x) = y = \frac{1}{x}$$

$$y = \frac{1}{x}$$

$$xy = 1$$

$$x = \frac{1}{y}$$

$$x = f^{-1}(y) = \frac{1}{y}$$

من تمارين المحاضرة الخامسة:

١- حل المتباينة $5 > 2 - 9x > -4$

الحل:

$$5 - 2 > -9x > -4 - 2$$

$$3 > -9x > -6$$

$$\frac{-1}{9} \times 3 < x < \frac{-1}{9} \times -6$$

$$\frac{-1}{3} < x < \frac{2}{3}$$

مجموعة الحل هي الفترة $(\frac{-1}{3}, \frac{2}{3})$

من تمارين المحاضرة الخامسة

٢- حل المتباينة $5x-6>11$

الحل:

$$5x>11+6$$

$$5x>17$$

$$x>17\times\frac{1}{5}$$

$$x>3.4$$

مجموعة الحل هي الفترة $(3.4,\infty)$

من تمارين المحاضرة الخامسة (القيمة المطلقة)

٥- حل المتباينة $|2x-3|<7$

الحل:

$$-7<2x-3<7$$

$$-7+3<2x<7+3$$

$$-4<2x<10$$

$$\frac{1}{2}\times -4<x<10\times\frac{1}{2}$$

$$-2<x<5$$

مجموعة الحل هي الفترة $(-2,5)$

من تمارين المحاضرة السادسة.

١. هل الدالة $f(x)=3x^2-4x$ دالة زوجية؟

الحل:

$$f(-x)=3(-x)^2-4(-x)$$
$$=3x^2+4x$$
$$\neq f(x)$$

اذاً ليست زوجية.

من تمارين المحاضرة السادسة.

٢. هل الدالة $f(x)=3x^3-4x$ دالة فردية ؟

الحل:

$$f(-x)=3(-x)^3-4(-x)$$

$$=-3x^3+4x$$

تابع: الحل:

$$
\begin{aligned}
-f(x) &= -(3x^2 - 4x) \\
&= -3x^2 + 4x \\
&= f(-x)
\end{aligned}
$$

اذاً فردية.

من تمارين المحاضرة السادسة:

٦. إذا دالة الطلب على سلعة معينة: $Q_D = 100 - 5P$ فأوجد

أ) الكمية المطلوبة من هذه السلعة عندما $P = 19$.

ب) سعر وحدة السلعة إذا كانت الكمية المطلوبة $Q_D = 50$.

الحل:

أ- عندما $P = 19$

$$Q_D = 100 - 5 \times 19$$
$$= 100 - 95$$
$$= 5$$

ب- عندما $Q_D = 50$

$$Q_D = 100 - 5P$$
$$50 = 100 - 5P$$
$$5P = 100 - 50 = 50$$
$$\therefore P = \frac{50}{5} = 10$$

تمارين متنوعة .

١. إذا كانت $f(x)= 4x^2-3x^4$ فان المشتقة الأولى للدالة عند $x = 2$ تساوي:

٢. أوجد مجال $f(x)=\frac{2x+8}{x+4}$

٣. أوجد مجال الدالة $f(x)=\sqrt[3]{x+1}$

١.

الحل:

$$f'(x) = 8x - 12x^3$$

عند x=2

$$f'(2) = 8 \times 2 - 12 \times (2)^3$$
$$= 16 - 96 = -80$$

٢.

الحل:

يجب أن لا يكون المقام صفراً ، ويكون $x+4=0$ عندما $x=-4$

اذاً المجال هو $R-\{-4\}$

٣.

الحل:

المجال هو R لان دليل الجذر فردي

واجب(١):

١- أوجد كل خط من الخطوط المستقيمة الذي يحقق الشروط المعطاة فيما يلي:

أ- المستقيم المار بالنقطة (6, 2) وميله m=-7

ب- المستقيم المار بالنقطتين (5,8) و (-3,6)

ج- المستقيم الذي يمر بالنقطة (3,0) وعمودي على المستقيم 2x+3y=6

د- المستقيم الذي يمر (3,3) ويوازي المستقيم 3x-y=6

٢- أوجد الميل والمقطوع الصادي للمستقيم -4x=12-3y

حلول واجب(١)(من المحاضرة الرابعة)

أ- المستقيم المار بالنقطة (6, 2) وميله يساوي m= -7 .

الحل:

$$m=-7\,,\ x_1=6\,,\ y_1=2$$

$$y-2=-7(x-6)$$

$$y-2=-7x+42$$

$$y=-7x+42+2$$

$$y=-7x+44$$

حلول واجب(١)(من المحاضرة الرابعة)

ب - المستقيم المار بالنقطتين (5, 8) و (-3,6)

الحل:

$$x_1 = 5, y_1 = 8, x_2 = -3, y_2 = 6$$

$$\frac{y - y_1}{x - x_1} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

$$\frac{y-8}{x-5} = \frac{6-8}{-3-5} = \frac{-2}{-8} = \frac{1}{4}$$

تابع: الحل:

$$4(y-8)=x-5$$

$$4y-32=x-5$$

$$4y=x-5+32=x+27$$

$$y=\frac{x+27}{4}$$

حلول واجب(١)(من المحاضرة الرابعة)

ج- المستقيم الذي يمر بالنقطة (3, 0) وعمودي على المستقيم 2x+3y=6

الحل:

نفرض ميل المستقيم 2x+3y=6 هو m_1 وميل المستقيم العمودي m_2

اذاً

$$m_1 = \frac{-a}{b}$$

$$a = 2, b = 3$$

$$m_1 = \frac{-2}{3}$$

$$m_1 \times m_2 = -1$$ **(شرط التعامد)**

تابع: الحل:

$$m_2 = \frac{-1}{m_1} = \frac{-1}{-2/3} = -1 \times \frac{3}{-2} = \frac{3}{2}$$

$$y - y_1 = m_2(x - x_1)$$

$$x_1 = 3\,,\; y_1 = 0$$

$$y - 0 = \frac{3}{2}(x - 3) = \frac{3x - 9}{2}$$

$$y = \frac{3x - 9}{2}$$

حلول واجب(١)(من المحاضرة الرابعة)

د-المستقيم الذي يمر بالنقطة (3, 3) ويوازي على المستقيم 3x-y=6

الحل:

نفرض ميل المستقيم 3x-y=6 هو m_1 وميل المستقيم الموازي m_2

اذاً

$$m_1 = \frac{-a}{b}$$

$$a = 3, b = -1$$

$$m_1 = \frac{-3}{-1} = 3$$

$$m_2 = m_1 = 3 \quad \text{(شرط التوازي)}$$

تابع: الحل:

$$y - y_1 = m_2(x - x_1)$$

$$x_1 = 3\,,\; y_1 = 3$$

$$y - 3 = 3(x - 3) = 3x - 9$$

$$y = 3x - 9 + 3$$

$$y = 3x - 6$$

حلول واجب(١)(من المحاضرة الرابعة)

٢- أوجد الميل والمقطوع الصادي للمستقيم 4x=12-3y-

الحل:

لإيجاد المطلوب نضع أولا المعادلة المعطاة على الصورة :

Y=mx+b

من المعادلة المعطاة نجد أن

$$3y = 4x + 12$$

$$y = \frac{4}{3}x + 4$$

تابع: الحل:

بمقارنة هذه المعادلة الأخيرة بالمعادلة y=mx+b

نجد أن

الميل هو $m=\frac{4}{3}$ والمقطوع الصادي هو b=4

تمت

بحمد الله