

ملتقى طلاب و طالبات جامعه الملك فيصل و جامعه الدمام

جامعه الإمام عبدالرحمن الفيصل (التعليم عن بعد)

إداره الاعمال – المستوى الثالث

1438هـ / 2016 – 2017م

مقرر:

الإحصاء في الإدارة

الدكتور/ المثني يحيى عزائزه

تلخيص و تسيق المحاضرات /

Mu*

Focus

Ahmed

تجميع و حل الواجبات /

Focus

نجيب

المحاضره الاولى / نظريه الاحتمالات

قبل المذاكرة :

اللهم اني أسألك فهم النبيين، و حفظ المرسلين، و الملائكة المقربين،
اللهم اجعل ألسنتنا عامرة بذكرك، و قلوبنا بخشيتك،
و أسرارنا بطاعتك، إنك على كل شيء قدير،
حسبنا الله و نعم الوكيل..

مقدمه..

❖ علم الاحصاء ينقسم إلى قسمين :

1. إحصاء الوصفي : هو العلم الذي يقوم بجمع البيانات و تنظيمها و تصنيفها و عرضها عن طريق الجداول او الرسوم البيانيه .
2. إحصاء استنتاجي : يقوم بتحليل البيانات للتوصل إلى التنبؤ أو الاستقراء و إتخاذ القرارات .

❖ علاقه علم الإحصاء بمجموعه العلوم الإداريه ؟

يرتبط علم الاحصاء ارتباطا قويا بمجموعه العلوم الاداريه .

- التجريه الإحصائيه يسمى بالتجريه العشوائيه / أي عمليه أو مجموعه عمليات لا تعرف نتائجها مسبقا بشكل حتمي .

مثل / رمي حجر النرد , إلقاء قطعه نقد (حيث نلاحظ أن النتائج تتغير في كل مره يتم فيها إجراء هذه التجريه)

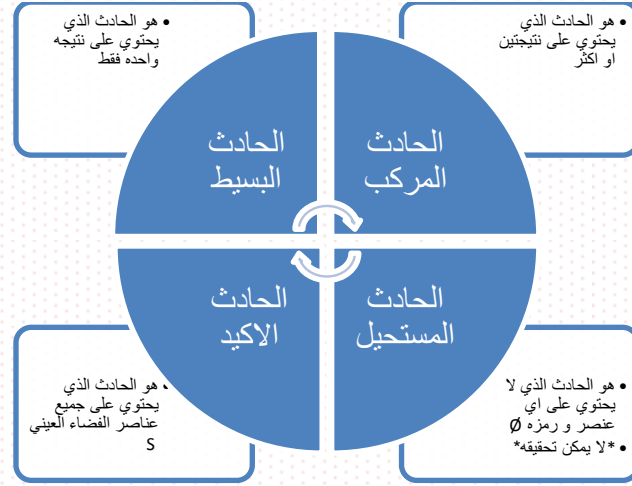
و لكل تجريه إحصائيه نتائج , و تعرف النتيجة التجريه على انها النتيجة البسيطة

أي التي لا يمكن تحليلها إلى نتيجتين او اكثر



و تسمى جميع النتائج البسيطة الممكنه الحدوث ب **الفضاء العيني** للتجريه .

- الفضاء العيني / لتجريه إحصائيه هي مجموعه جميع النتائج الممكنه لتلك التجريه , و سنعتبر عن الفضاء العيني بالرمز S
- كل عنصر من عناصر الفضاء العيني يسمى **حادث**
- **الحادث** / هو مجموعه جزئيه من الفضاء العيني و يرمز له بأحد الحروف التاليه A,B,C



- فضاء العينه المنفصل يسمى الفضاء العيني فضاءا منفصلا إذا كان محدودا او لا نهائيا معدودا
- أي اذا امكن ربط العناصر واحدا الى واحد مع الاعداد الموجبه , كأن نقول أربط العنصر الاول مع العدد 1 و العنصر الثاني مع العدد 2 و هكذا الى مالا نهايه
- مثال / في تجربه القاء حجر نرد مره واحده , اوجد الفضاء العيني لهذه التجربه . ثم اعط مثال على الحادث بسيط و الحادث المركب و الحادث الاكيد ؟

الحل / الفضاء العيني للتجربه $S=\{1,2,3,4,5,6\}$

الحادث البسيط $A=\{5\}$ < عدد واحد

الحادث المركب $B=\{3,4\}$ < عددين او ثلاث المهم انه يكون اكثر من الواحد

الحادث الاكيد $C=S$ < هو الفضاء العيني نفسه

الحادث المستحيل $D=\{7\}$ < ليس له وجود

*لاحظ أن العدد 7 لا ينتمي الى الفضاء العيني لهذه التجربه و لذلك سمي بالحادث المستحيل .

مثال / في تجربه القاء قطعه النقد مرتين . اوجد الفضاء العيني لهذه التجربه ثم اعط مثال على حادث بسيط و حادث مركب و حادث اكيد ؟

ملاحظه : سيتم الرمز بالحرف H لوجه الصوره و حرف T لوجه الكتابه

الحل / $S=\{(H,H), (H,T), (T,H), (T,T)\}$

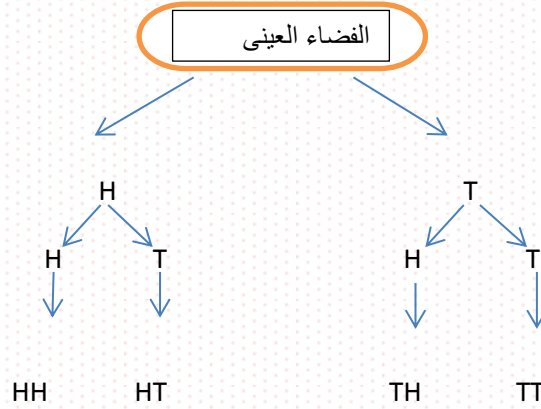
حادث بسيط $A=\{(H,H)\}$

حادث مركب $B=\{(T,H), (T,T)\}$

حادث اكيد $C=S$

*لاحظ أن الحادث الاكيد دائما هو الحادث الذي يحتوي على جميع العناصر الفضاء العيني , بينما الحادث الذي لا يحتوي على أي عنصر يسمى بالحادث المستحيل .

- شجره الاحتمال



تمارين ...

1. في تجربه القاء قطعه نقد و حجر نرد , اوجد الفضاء العيني لهذه التجربه ث اعط مثال على حادث بسيط و حادث مركب ؟

الحل /

صوره H , كتابه T

القطعه النقدية (T,H) , حجر النرد {1,2,3,4,5,6}

$S = \{(T,1), (T,2), (T,3), (T,4), (T,5), (T,6), (H,1), (H,2), (H,3), (H,4), (H,5), (H,6)\}$

حادث بسيط $A = \{(T,1)\}$

حادث مركب $B = \{(H,1), (H,2), (H,3)\}$ < اقل شي عنصرين

حادث اكيد $C = S$

2. في تجربه القاء حجر نرد مرتين , اوجد الفضاء العيني لهذه التجربه و اعط مثال على حادث بسيط و حادث مركب و حادث اكيد ؟

الحل / حجر النرد {1,2,3,4,5,6}

الفضاء العيني:

$S = \{(1,1), (1,2), (1,3), (1,4), (1,5), (1,6), (2,1), (2,2), (2,3), (2,4), (2,5), (2,6), (3,1), (3,2), (3,3), (3,4), (3,5), (3,6), (4,1), (4,2), (4,3), (4,4), (4,5), (4,6), (5,1), (5,2), (5,3), (5,4), (5,5), (5,6), (6,1), (6,2), (6,3), (6,4), (6,5), (6,6)\}$

حادث بسيط $A = \{(1,1)\}$

حادث مركب $B = \{(2,1), (3,2), (1,6)\}$

حادث اكيد $C = S$

• انواع المجموعات

(1) المجموعه الخاليه \emptyset / هي المجموعه التي لا تحتوي على أي عنصر

(2) المجموعه الجزئيه / نقول ان A مجموعه جزئيه من B و نرسم لها B A

إذا كان كل عنصر في A ينتمي للمجموعه B

التساوي نقول ان المجموعه A تساوي المجموعه B أي :

$A=B$ اذا كانت B,A تحتويان على نفس العناصر يكون B A , A B

• المجموعه الكليه S / هي المجموعه الشامله التي تحتوي على جميع العناصر المتعلقة بموضوع ما و يرمز لها S

• المجموعه المكمله (المتممه) / نقول ان \bar{A} او \bar{A} مجموعه مكمله للمجموعه A

إذا كانت تحتوي على جميع العناصر المجموعه الشامله S . بإستثناء عناصر A

$$\bar{A} = \{x : x \in S, x \notin A\}$$

العمليات الجبرية على المجموعات

$$A \cup B = \{x : x \in A \text{ or } x \in B\}$$

$$A \cap B = \{x : x \in A \text{ and } x \in B\}$$

$$\bar{A} = \{x : x \in S \text{ and } x \notin A\}$$

$$A - B = \{x : x \in A \text{ and } x \notin B\}$$

$$\overline{A \cup B} = \bar{A} \cap \bar{B}$$

$$\overline{A \cap B} = \bar{A} \cup \bar{B}$$

العمليات علي المجموعات

$$A = \{1, 3, 7, 9, 11\}$$

$$B = \{2, 4, 7, 8, 11\}$$

$$A \cap B = \{7, 11\}$$

التقاطع \cap هو مجموعة العناصر المشتركة

الاتحاد \cup هو جميع عناصر المجموعتين

$$A \cup B = \{1, 3, 7, 9, 11, 2, 4, 8\}$$

العناصر الموجودة في A وغير موجودة في B

$$A - B = \{1, 3, 9\}$$

المجموعة الشاملة ومكملة المجموعة

$$S = \{2, 6, 5, 8, 3, 4, 1, 7\}$$

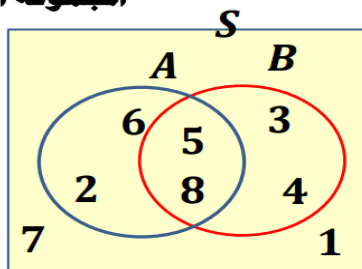
$$A = \{2, 6, 5, 8\}$$

$$B = \{3, 4, 5, 8\}$$

$$\bar{A} = \{3, 4, 7, 1\}$$

$$\bar{B} = \{2, 6, 7, 1\}$$

$$\overline{A \cup B} = \bar{A} \cap \bar{B} = \{1, 7\}$$



مثال: إذا كان

$$S = \{1, 2, 3, \dots, 10\}$$

$$A = \{x: x \text{ عدد فردي}\}$$

$$B = \{y: y \text{ عدد زوجي}\}$$

أوجد : $A - B$ ، \bar{A} ، $A \cap B$ ، $A \cup B$
الحل:

$$A \cup B = S$$

$$A \cap B = \emptyset$$

$$\bar{A} = B$$

$$A - B = A$$

الحوادث المتنافية

نقول بأن الحادثان A ، B حادثان متنافيان إذا تحقق الشرط التالي:

$$A \cap B = \emptyset$$

مثال: إذا كان $S = \{1, 2, \dots, 10\}$ وكان A حادث يمثل ظهور عدد فردي و B حادث يمثل ظهور عدد زوجي من S ، فعندئذ نقول بأن الحادثان A, B حادثان متنافيان.

#بعد المذاكرة:

اللهم إني أستودعك ما قرأت و ما حفظت و ما تعلمت،
فرده عند حاجتي إليه، إنك على كل شيء قدير، حسبنا الله و نعم الوكيل..

تلخيص / Mu*

المحاضرة الثانية

❖ طرق العد:

في هذا البند سنتعرف على طرق منتظمة لإيجاد عدد نقاط الفضاء العيني لتجربة إحصائية.

1- قاعدة الضرب:

إذا كانت التجربة E_1 تحدث في n من الطرق ومع كل طريقة من هذه الطرق كانت التجربة E_2 تحدث في m من الطرق فإن التجريبتين تحدثان معا في (mn) من الطرق.

➤ **مثال:** أراد طالب أن يسجل في مقررين، أحدهما من قسم الاحصاء والآخر من المحاسبة، فإذا كان عدد مقررات الإحصاء 3 وعدد مقررات المحاسبة 4. فما عدد الطرق التي يمكن للطالب التسجيل فيها؟

الحل:

$$3 \times 4 = 12$$

▪ **ملاحظة:** يمكن تعميم قاعدة الضرب لتشمل k من التجارب.

➤ **مثال:** كم هاتفا يمكن تركيبه في مدينة الدمام إذا تألف رقم الهاتف من 7 أرقام أولها 8 أو 9؟

الحل: الرقم الأول له خياران، أما الأرقام الأخرى فيوجد عشرة طرق.

$$\text{عدد الهواتف: } 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 2$$

2- قاعدة الجمع:

إذا كانت التجربة الأولى تحدث في n من الطرق والثانية في m من الطرق وكانت التجريبتان مانعتين لبعضهما فإن واحدة منهما أو الأخرى تحدث في $n + m$

➤ **مثال:** بكم طريقة يمكن أن يختار طالب مقرراً واحداً من الاحصاء أو الرياضيات. إذا كان يوجد 3 في إحصاء و5 في الرياضيات.

الحل: عدد الطرق $= 3 + 5 = 8$ طرق

▪ **ملاحظة:** يمكن تعميم قاعدة الجمع لتشمل k من التجارب.

➤ **مثال:** أراد طالب أن يسجل بإحدى الكليات: الشريعة، العلوم، العلوم الإدارية، القانون. إذا كان عدد أقسام الشريعة 3، والعلوم 5، والعلوم الإدارية 4، والقانون 2، كم عدد الخيارات؟

$$\text{الحل: } 14 = 2 + 4 + 5 + 3$$

3- التباديل:

التباديل: ترتيب جميع عناصر أو جزء من عناصر أي مجموعة. إذا كان لدينا n عنصراً وسحبنا منها r عنصراً على التوالي (بدون ارجاع) **الترتيب مهم** فإن عدد الترتيبات الممكنة يسمى n تباديل r وهي:

$$n P_r = \frac{n!}{(n-r)!}$$

➤ **مثال 1:** بكم طريقة يمكن ترتيب حرفين من الأحرف a, b, c, d, e

$$5 P_2 = \frac{5!}{(5-2)!} = \frac{5!}{3!} = \frac{5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1}{3 \times 2 \times 1} = 20$$

➤ **مثال 2:** تريد أمينة المكتبة أن ترتب على رف 6 مجلات من بين 10 مجلات مختلفة. فبكم طريقة يمكنها ذلك؟

4- التوفيق:

كان لدينا n عنصراً وسحبنا منها r عنصراً في وقت واحد (بدون ارجاع) فإن عدد التركيبات الممكنة **ياهمال الترتيب** يسمى n توافيق r ويرمز لها:

$$\binom{n}{r} = n C_r = \frac{n!}{(n-r)! \times r!}$$

➤ **مثال:** ما عدد الطرق التي تختار بها حرفين من a,b,c بدون ترتيب؟

$$\binom{3}{2} = C_r = \frac{3!}{(3-2)! \times 2!} = \frac{3 \times 2 \times 1}{1 \times 2 \times 1} = 3$$

➤ **مثال:** بكم طريقة يمكن اختيار لجنة مكونة من أربعة طلاب من بين عشرة طلاب؟

▪ **ملاحظات:**

▪ **السحب بإرجاع:** عدد الطرق الكلية لسحب r كرة من n كرة بإرجاع يساوي n^r .

➤ **مثال:** وعاء به 15 كرة ملونة، ما هو عدد طرق سحب كرتين على التوالي مع السماح بالإرجاع:

$$n^r = 15^2 = 225$$

➤ **مثال:** وعاء به 10 كرات ملونه، أوجد عدد الطرق الممكنة لسحب 3 كرات بدون ارجاع، إذا:

1- ترتيب الكرات مأخوذ بالاعتبار.

2- ترتيب الكرات غير مأخوذ في الاعتبار.

نظرية: إذا كان ضمن n من العناصر، n_1 من العناصر المتشابهة، n_2 من العناصر المتشابهة المختلفة عن النوع الأول n_3 ، من العناصر المتشابهة المختلفة عن النوعين الأولين n_k ، من العناصر المتشابهة المختلفة عن جميع العناصر من الأنواع السابقة، فإن عدد تبديل العناصر التي عددها n هو:

$$\frac{n!}{n_1! \times n_2! \times n_3! \times \dots \times n_k!}$$

➤ **مثال:** بكم طريقة يمكن ترتيب الكلمات:

1- سلسيل.

2- Statistics.

الحل:

1- سلسيل نجد ان عدد الحروف 6 منها 2 متشابهة و2 متشابهة اخرى وحروف مختلفة وحروف مختلفة:

$$\frac{6!}{2! \times 2! \times 1! \times 1!} = \frac{720}{4} = 180$$

2- Statistics.

هنا نجد ان عدد الحروف 10 منها 3 (s) متشابهة و3 (t) متشابهة اخرى و2 (i) متشابهة و a حرف مختلف و c حرف مختلف.

$$\frac{10!}{3! \times 3! \times 2! \times 1! \times 1!} = 504000$$

▪ **ملاحظات:**

1- ترتيب n من الأشياء في **صف** هو n!

2- ترتيب n من الأشياء في **دائرة** هو (n-1)!

➤ **مثال:** ما هو عدد طرق ترتيب 5 طلاب في صف؟

الحل:

1- عدد الطرق:

$$n! = 5! = 120$$

➤ **مثال:** ما هو عدد طرق ترتيب 5 طلاب حول دائرة مستديرة؟

الحل:

عدد الطرق:

$$(n-1)! = (5-1)! = 4! = 24$$

➤ مثال: بكم طريقة يمكن اختيار رئيس ونائب وسكرتير ينتخبون من بين (30) عضو:

الحل:

عدد الطرق = مبدأ العد لأن الترتيب مهم (تحديد وظيفة) والتكرار غير مسموح.

عدد الطرق = طرق اختيار الرئيس × طرق اختيار النائب × طرق اختيار السكرتير.

$$28 \times 29 \times 30 =$$

➤ مثال: بكم طريقة يمكن تكوين عدد من (3) منازل من الأرقام: (2,3,4,5,1) إذا سمح التكرار.

الحل:

الترتيب مهم (منازل) التكرار مسموح ← مبدأ العد.

عدد الطرق:

$$= \text{أحادي} \times \text{عشرات} \times \text{مئات}$$

$$= 5 \times 5 \times 5 =$$

➤ مثال: بكم طريقة يمكن سحب كرتين دفعة واحدة من صندوق فيه (6) كرات.

الحل:

الترتيب غير مهم (دفعة واحدة) التكرار غير مسموح ← توافق

$$\binom{6}{2} = \frac{6!}{4! \times 2!} = \frac{6^3 \times 5 \times 4!}{4! \times 2!} = 15 \text{ طريقة} = \text{عدد الطرق}$$

➤ **مثال:** صندوق فيه (4) كرات مرقمة بالأرقام (2,3,4,5) يراد سحب كرتين منه اكتب عدد الطرق التي يمكن بها سحب الكرتين إذا كان السحب:

أ- على التوالي مع الارجاع.

ب- على التوالي بدون ارجاع.

ت- دفعة واحدة.

الحل:

أ- توالي وارجاع (مبدأ العد):

= سحب الأولى × سحب الثانية

$$= 4 \times 4 = 16 \text{ طريقة}$$

ب- توالي بدون ارجاع (تباديل) ن=4 , ر=2

$$ل (2,4) = \frac{4!}{2!} = \frac{2 \times 3 \times 4}{2!} = 12 \text{ طريقة}$$

ت- دفعة واحدة (توافيق) ن=4 , ر=2 (اختيار (2) من (4))

$$= \binom{4}{2} = \frac{4!}{2! \times 2!} = 6 \text{ طرق}$$

□ الاحتمال: Probability

تعريف: إذا كانت S الفضاء العيني لتجربة ما، وكان A أي حادث في S فإننا نعين لهذا الحادث عددا P(A) يسمى احتمال الحادث A بحيث يساوي عدد عناصر الحادث مقسوما على عدد عناصر الفضاء العيني. بالرموز:

$$P(A) = \frac{n(A)}{n} = \frac{\text{عدد عناصر الحادث } A}{\text{عدد عناصر الفضاء العيني}}$$

بحيث يحقق الفرضيات التالية:

$$0 \leq P(A) \leq 1 \quad -1$$

$$P(S) = 1 \quad -2$$

$$P(\emptyset) = 0 \quad -3$$

مثال: عند رمي قطعة نقود مرتين . أكتب فضاء العينة ثم اوجد :

(أ) احتمال ظهور صورة في الرمية الأولى؟

(ب) احتمال ظهور كتابة في أي من الرميتين؟

الحل

$$S = \{HH, HT, TH, TT\}, \quad n(S) = 4 \quad \text{فضاء العينة}$$

(أ) حدث ظهور صورة في الرمية الأولى = A

$$A = \{HH, HT\} \quad n(A) = 2 \Rightarrow P(A) = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

(ب) حدث ظهور كتابة في إحدى الرميتين = B

$$B = \{HT, TH, TT\} \quad n(B) = 3 \Rightarrow P(B) = \frac{3}{4}$$

مثال: عند رمي حجر نرد مرة واحدة . أكتب فضاء العينة ثم اوجد احتمال:

(أ) حدث ظهور عدد زوجي A؟ (ب) حدث ظهور عدد أولي B؟

(ج) حدث ظهور عدد يقبل القسمة على 3 C؟ (د) حدث ظهور عدد أقل من 7 D؟

(و) حدث ظهور عدد أكبر من 6 F؟

الحل

$$S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\} \quad n(S) = 6 \quad \text{فضاء العينة}$$

$$A = \{2, 4, 6\} \quad n(A) = 3 \Rightarrow P(A) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

$$B = \{2, 3, 5\} \quad n(B) = 3 \Rightarrow P(B) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

$$C = \{3, 6\} \quad n(C) = 2 \Rightarrow P(C) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

$$D = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\} \quad n(D) = 6 \Rightarrow P(D) = \frac{6}{6} = 1$$

$$F = \{\} = \emptyset \quad n(F) = 0 \Rightarrow P(F) = \frac{0}{6} = 0$$

الحدث المؤكد : هو الحدث الذي يجب وقوعه عند اجراء التجربة واحتمال الحدث المؤكد يساوي 1

الحدث المستحيل : هو الحدث الذي لا يمكن وقوعه عند اجراء التجربة

واحتمال الحادث المستحيل يساوي صفر

مثال: عند رمي زهرة نرد منتظمة مرتين فإن العناصر (النااتجة) الممكنة التي يمكن وضعها بجدول:

(1,1) (1,2) (1,3) (1,4) (1,5) (1,6)

(2,1) (2,2) (2,3) (2,4) (2,5) (2,6)

(3,1) (3,2) (3,3) (3,4) (3,5) (3,6)

(4,1) (4,2) (4,3) (4,4) (4,5) (4,6)

(5,1) (5,2) (5,3) (5,4) (5,5) (5,6)

(6,1) (6,2) (6,3) (6,4) (6,5) (6,6)

(أ) احتمال أن يكون مجموع الرمييتين = 5؟

(أ) احتمال أن يكون الرمييتين متساويتين؟

$n(S) = 36$ فضاء العينة مكون من 36 عنصر بمعنى

حدث ان يكون مجموع الرمييتين يساوي 5 هو A

$A = \{ (4, 1), (2, 3), (3, 2), (1, 4) \} \rightarrow n(A) = 4$

احتمال ان يكون مجموع الرمييتين يساوي 5 هو

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(s)} = \frac{4}{36} = \frac{1}{9}$$

حدث ان يكون مجموع الرمييتين متساويتين هو B

$B = \{ (1, 1), (2, 2), (3, 3), (4, 4), (5, 5), (6, 6) \} \rightarrow n(B) = 6$

احتمال ان يكون الرمييتين متساويتين هو

$$P(B) = \frac{n(B)}{n(s)} = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$$

تمارين: أوجد الحوادث التالية واحتمال كل حادث وذلك عند رمي
زهرة نرد مرتين، حيث

$X =$ عدد نقاط الرمية الأولى، $Y =$ عدد نقاط الرمية التالية.

$$A = \{(x, y) : x + y < 4\}$$

$$B = \{(x, y) : x - y = 4\}$$

$$C = \{(x, y) : x=5\}$$

$$D = \{(x, y) : x+ y= 15\}$$

قواعد الاحتمالات

إذا كانت S فضاء عينة وكان A, B حدثين من فضاء العينة فان

$$1 - P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$2 - P(A \cap B) = P(A) + P(B) - P(A \cup B)$$

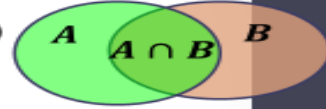
$$3 - P(A) + P(\bar{A}) = 1,$$

$$4 - P(A - B) = P(A) - P(A \cap B) = P(A \cap \bar{B})$$

$$5 - P(B - A) = P(B) - P(A \cap B) = P(B \cap \bar{A})$$

$$6 - P(\overline{A \cup B}) = P(\bar{A} \cap \bar{B}) = 1 - P(A \cup B)$$

$$7 - P(\overline{A \cap B}) = P(\bar{A} \cup \bar{B}) = 1 - P(A \cap B)$$



مثال اذا كان :

$$P(A) = 0.4, P(B) = 0.7, P(A \cap B) = 0.3,$$

فأوجد :

$$P(A \cup B) \quad P(A - B) \quad P(B - A) \quad P(\bar{A}) \quad P(\bar{B})$$

الحل

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) \\ = 0.4 + 0.7 - 0.3 = 0.8$$

$$P(A - B) = P(A) - P(A \cap B) = 0.4 - 0.3 = 0.1$$

$$P(B - A) = P(B) - P(A \cap B) = 0.7 - 0.3 = 0.4$$

$$P(\bar{A}) = 1 - P(A) = 1 - 0.4 = 0.6$$

$$P(\bar{B}) = 1 - P(B) = 1 - 0.7 = 0.3$$

ملاحظات هامة على الاحتمالات

لأي حدثين من فضاء عينة A و B

(1) احتمال وقوع احد الحادثين على الأقل - (وقوع A أو B) هو

$$P(A \cup B)$$

(2) احتمال وقوع الحادثين معا - (وقوع A و B) هو

$$P(A \cap B)$$

(3) احتمال وقوع الحدث A فقط (وقوع A بدون وقوع B) هو

$$P(A - B)$$

(4) احتمال عدم وقوع الحدث A هو

$$P(\bar{A})$$

مثال: إذا كان احتمال حضور مدير شركة ما في يوم ما يساوي 0.9 واحتمال حضور مساعد المدير اليوم (0.95) واحتمال حضور واحد منها على الأقل يساوي 0.97 أوجد:

احتمال حضور المدير ومساعده؟

حضور المدير وحده؟

حضور مساعد المدير وحده؟

مثال: إذا كان احتمال نجاح محمد هو 0.8 واحتمال نجاح أحمد و محمد هو 0.6 واحتمال رسوب أحمد هو 0.3 فأوجد
١) احتمال نجاح أحدهما على الأقل؟
٢) احتمال نجاح محمد ورسوب أحمد؟
نفرض ان حدث نجاح محمد هو A
وحدث نجاح أحمد هو B
فيكون رسوب احمد هو \bar{B}

$$P(A)=0.8 \quad P(A \cap B)=0.6$$

$$P(\bar{B})=0.3 \quad P(B)=1-P(\bar{B})=0.7$$

$$1) P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = 0.8 + 0.7 - 0.6 = 0.9$$

$$2) P(A \cap \bar{B}) = P(A) - P(A \cap B) = 0.8 - 0.6 = 0.2$$

مثال: يحتوي كيس على (4) كرات بيضاء و (6) كرات حمراء وكرتين سوداوين
سحب من الكيس كره واحدة عشوائياً.

(1) جد احتمال أن تكون الكرة المسحوبة حمراء.

(2) جد احتمال أن تكون الكرة المسحوبة سوداء.

(3) جد احتمال أن تكون الكرة المسحوبة غير بيضاء.

الاحتمال: Probability

مثال: كيس فيه (12) كره منها (4) كرات حمراء والباقي بيضاء سحب من الكيس كرتان دفعةً واحدة جد احتمال .

1- أن تكون الكرتان حمراوان 2- أن تكون الكرتان من نفس اللون

3- أن تكون الكرتان مختلفتي اللون 4- أن تكون إحداهما حمراء على الأقل

الفضاء العيني لتجربته سحب كرتين من الكل هو $n(s) = \binom{12}{2} = 66$

(1) لنفرض ان حدث سحب كرتان حمراوان هو A

$$P(A) = \frac{\text{حماوين سحب طرق عدد}}{\text{العيني الفضاء عناصر عدد}} = \frac{\binom{4}{2}}{66} = \frac{6}{66} = \frac{1}{11}$$

(2) لنفرض ان حدث سحب كرتان من نفس اللون هو B

$$P(B) = \frac{\text{بيضاء كرتين سحب طرق عدد}}{\text{العيني الفضاء عناصر عدد}} + \frac{\text{حماوين كرتين سحب طرق عدد}}{\text{العيني الفضاء عناصر عدد}} \\ = \frac{\binom{4}{2}}{66} + \frac{\binom{8}{2}}{66} = \frac{6}{66} + \frac{28}{66} = \frac{34}{66}$$

(3) لنفرض ان حدث سحب كرتان مختلفتين هو C

$$P(C) = \frac{\text{مختلفتين كرتين سحب طرق عدد}}{\text{العيني الفضاء عناصر عدد}} \\ = \frac{\binom{4}{1}\binom{8}{1}}{66} = \frac{4 \cdot 8}{66} = \frac{32}{66}$$

(4) لنفرض ان حدث سحب كرتان احدهما على الأقل حمراء هو D

$$P(D) = \frac{\text{بيضاء كرة و حمراء كرة سحب طرق عدد}}{\text{العيني الفضاء عناصر عدد}} + \frac{\text{حماوين كرتين سحب طرق عدد}}{\text{العيني الفضاء عناصر عدد}} \\ = \frac{\binom{4}{1}\binom{8}{1}}{66} + \frac{\binom{4}{2}}{66} = \frac{4 \cdot 8}{66} + \frac{6}{66} = \frac{32}{66} + \frac{6}{66} = \frac{38}{66}$$

مثال: صندوق به 10 بطاقات متماثلة منها 4 حمراء و 6 بيضاء فإذا سحبنا بطاقات على التوالي

(1) ما هو احتمال أن تكون جميعها حمراء؟

(2) ما هو احتمال أن تكون بطاقة واحدة حمراء فقط؟

(3) ما هو احتمال أن تكون بطاقة واحدة على الأقل حمراء؟

الاحتمال الشرطي

- **تعريف:** إذا كان A, B حادثان في فضاء العينة S فإن الاحتمال الشرطي للحادث A إذا علم حدوث الحادث B ويرمز له $P(A / B)$ يعرف

$$P(A / B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} \quad , P(B) > 0$$

مثال: إذا كان $P(1ح) = 0.8$, $P(2ح) = 0.5$, $P(1ح \cap 2ح) = 0.4$ جد

$$(1) \quad P(1ح / 2ح) \quad P(2ح / 1ح) \quad P(3ح / 1ح \cap 2ح)$$

مثال: إذا كان احتمال أن ينجح محمد هو $\frac{1}{3}$

وا احتمال أن ينجح محمد وأحمد هو $\frac{1}{4}$.
أوجد احتمال نجاح أحمد إذا علم أن محمد قد نجح؟

مثال: إذا علمت أن احتمال نجاح طالب في امتحان هو (0.7) واحتمال سفره للخارج إذا نجح (0.6) فما احتمال نجاحه وسفره .

الاستقلال

تعريف: يكون الحادثان مستقلان A , B إذا فقط إذا كان:

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$$

وإذا كان A, B مستقلين فإن:

$$P(A / B) = P(A) \quad , \quad P(B / A) = P(B)$$

مثال: إذا كان

$$P(A) = \frac{1}{2} \quad , \quad P(B / A) = \frac{1}{3} \quad , \quad P(A \cup B) = \frac{5}{6}$$

أوجد احتمال B ثم وضح هل A, B مستقلان ام لا ؟

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B / A) = \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{6}$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$P(B) = P(A \cup B) + P(A \cap B) - P(A)$$

$$P(B) = \frac{5}{6} + \frac{1}{6} - \frac{1}{2} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

$$\text{هل} \quad P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$$

إذا الحادثان غير مستقلان $\frac{1}{6} \neq \frac{1}{2} \times \frac{1}{2}$

مثال: إذا كان $P(A \cup B) = \frac{1}{2}$, $P(B) = \frac{1}{4}$, $P(A) = \frac{1}{3}$

(1) أوجد $P(A / B)$, $P(A \cap B)$

(2) هل A, B متنافيان؟ لماذا؟

(3) هل A, B مستقلتان؟ لماذا؟

مثال: يوجد في مدينة اطفانيتان مستقلتان عن بعضهما البعض، احتمال وصول الأولى إلى مكان حريق معين في الوقت المناسب 0.95، واحتمال وصول الثانية لنفس المكان 0.90 فما احتمال وصول إحدى الاطفانيتين على الأقل إلى مكان الحريق المذكور؟

نظرية بيز

إذا كان لدينا عدة حوادث مستقلة تمثل تقسيماً لفضاء عينة S ولتكن A, B, C, D, \dots وكان لدينا حادث جديد مثل E مشترك بين مجموعة الحوادث السابقة فإن

$$P(E) = P(A) \cdot P(E/A) + P(B) \cdot P(E/B) + P(C) \cdot P(E/C) + P(D) \cdot P(E/D) + \dots$$

إذا وقع الحادث E فإن احتمال وقوعه بشرط حدوث الحادث A يساوي

$$P(A/E) = \frac{P(A) \cdot P(E/A)}{P(E)}$$

مثال: تطبع ثلاث سكرتيرات جميع راسلات مكتب ما، إذا كانت سكرتيرة A تطبع 40% و B تطبع 30%، و C تطبع 30% الباقية. إذا كان احتمال أن A تخطئ في الطباعة هو 0,02، و B هو 0,03، واحتمال خطأ C هو 0,04

1. ما احتمال أن الورقة المسحوبة فيها خطأ؟
2. إذا سحبت ورقة فوجد فيها خطأ، ما احتمال أن تكون سكرتيرة A هي من طبعتها؟

$$P(A) = 0.40 \quad P(E/A) = 0.02 \longrightarrow \text{احتمال الخطأ من } A$$

$$P(B) = 0.30 \quad P(E/B) = 0.03 \longrightarrow \text{احتمال الخطأ من } B$$

$$P(C) = 0.30 \quad P(E/C) = 0.02 \longrightarrow \text{احتمال الخطأ من } C$$

- 1- ما احتمال أن الورقة المسحوبة فيها خطأ؟

$$P(A) = 0.40 \longrightarrow P(E/A) = 0.02$$

$$P(B) = 0.30 \longrightarrow P(E/B) = 0.03$$

$$P(C) = 0.30 \longrightarrow P(E/C) = 0.04$$

$$P(E) = P(A) \cdot P(E/A) + P(B) \cdot P(E/B) + P(C) \cdot P(E/C)$$

$$= 0.40 \times 0.02 + 0.30 \times 0.03 + 0.30 \times 0.04$$

$$P(E) = 0.008 + 0.009 + 0.012$$

- 2) إذا سحبت ورقة فوجد فيها خطأ، ما احتمال أن تكون سكرتيرة A هي من طبعتها؟

$$P(A/E) = \frac{P(A) \cdot P(E/A)}{P(E)} = \frac{0.4 \times 0.02}{0.029} = \frac{8}{29}$$

3) إذا سحبت ورقة فوجد فيها خطأ، ما احتمال أن تكون سكرتيرة B هي من طبعها؟

$$P(B / E) = \frac{P(B) * P(E/B)}{P(E)} = \frac{0.3 \times 0.03}{0.029} = \frac{9}{29}$$

4) إذا سحبت ورقة فوجد فيها خطأ، ما احتمال أن تكون سكرتيرة C هي من طبعها؟

$$P(C / E) = \frac{P(C) * P(E/C)}{P(E)} = \frac{0.3 \times 0.04}{0.029} = \frac{12}{29}$$

مثال: يتم انتاج المصباح الكهربائي في احد المصانع بواسطة احدي ثلاث الآلات تنتج الالة الاولى 20% من الإنتاج الكلي للمصنع وتنتج الالة الثانية 30% من الإنتاج الكلي للمصنع وتنتج الالة الثالثة 50% من الإنتاج الكلي للمصنع ومعلوم من الخبرة السابقة أن نسبة الإنتاج التالف للآلة الاولى 1% ونسبة الإنتاج التالف للآلة الثانية 4% ونسبة الإنتاج التالف للآلة الثالثة 7% وإذا اختير مصباح من انتاج المصنع عشوائيا .

- 1) فما احتمال ان يكون المصباح المختار تالفا
- 2) فما احتمال ان يكون المصباح سليما
- 3) اذا اختير المصباح تالف فما احتمال ان يكون من الالة الأول
- 4) اذا اختير المصباح تالف فما احتمال ان يكون من الالة الثانية
- 5) اذا اختير المصباح تالف فما احتمال ان يكون من الالة الثالثة

المحاضره الخامسه / المتغيرات العشوائيه

1. تعريف : المتغير العشوائي X هو عبارته عن داله بحيث يكون مجاله الفضاء العيني و مداها مجموعه جزئيه من الاعداد الحقيقيه R

مثال : عند رمي قطعه نقد 3 مرات .

• أوجد عناصر الفضاء العيني .

$$S=\{HHH, HHT,HTH,THH,TTT,HTT,THT,TTT\}$$

• عرف المتغير العشوائي X هو عدد مرات ظهور الصورة و اوجد المدى .

$$X=\{3,2,1,0\}$$

• عرف المتغير العشوائي Y هو الفرق المطلق عدد مرات ظهور الصورة و الكتابه .

$$Y=\{3,1\} \quad n(y)=2$$

❖ أنواع المتغيرات العشوائيه

✓ المتغير العشوائي المنفصل

✓ المتغير العشوائي المتصل

✓

• المتغير العشوائي المنفصل

مثال من المثال السابق اوجد ما يلي :

جدول التوزيع الاحتمالي

x_i	0	1	2	3
$P(x_i)$	$\frac{1}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{1}{8}$
	$\frac{1}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{1}{8}$

$= 1$

$$P(x=2)=\frac{3}{8}$$

$$P(x=1)=\frac{3}{8}$$

$$P(x=0)=\frac{1}{8}$$

$$P(x=3)=\frac{1}{8}$$

$$=\frac{8}{8} = 1$$

التوزيع الاحتمالي المنفصل : يسمى التوزيع احتماليا منفصلا إذا تحقق الشروط التاليه:

$$P(x_i) \geq 0 \quad (1)$$

$$\sum_{i=0}^n p(x_i) = 1 \quad (2)$$

2- من المثال السابق كون جدول التوزيع الاحتمالي للمتغير العشوائي المنفصل y .

y	1	3
$P(y)$	$\frac{6}{8}$	$\frac{2}{8}$

$$\frac{6}{8} + \frac{2}{8} = 1$$

$$P(y=1) = \frac{6}{8}$$

$$P(y=3) = \frac{2}{8}$$

مثال : سحب من صندوق كرتان معا و يحتوي الصندوق على 3 كرات حمراء و كرتان بيضاء ؟

عرف المتغير العشوائي x هو عدد مرات ظهور الكرة حمراء

$$X = \{2, 1, 0\}$$

اوجد احتمال ما يلي و من ثم اكتب جدول التوزيع الاحتمالي

$$N(s) = \binom{5}{2} = 10$$

$$P(x=2) = \frac{\binom{3}{2}}{10} = \frac{3}{10}$$

$$P(x=1) = \frac{\binom{3}{1}\binom{2}{1}}{10} = \frac{3 \times 2}{10} = \frac{6}{10}$$

$$P(x=0) = \frac{\binom{2}{2}}{10} = \frac{1}{10}$$

x	0	1	2
$P(x)$	1/10	6/10	3/10

$$= 1$$

مثال : اوجد قيمه المجهول a اذا كان الجدول التالي يمثل توزيعا احتماليا

x	-1	0	1	3
$P(x)$	0.2	0.3	a	$2a$

$$= 1$$

$$P(x_i) \geq 0 \quad -1$$

$$\sum_{i=0}^n p(x_i) = 1 \quad -2$$

$$0.2 + 0.3 + a + 2a = 1$$

$$0.5 + 3a = 1$$

$$3a = 0.5 \Rightarrow a = \frac{0.5}{3} = \frac{5}{30} = \frac{1}{6}$$

$$P(x=1) = a = \frac{1}{6}$$

$$P(x=3) = 2a = 2 \times \frac{1}{6} = \frac{1}{3}$$

$$P(x \leq 1) = p(-1) + p(0) = p(1)$$

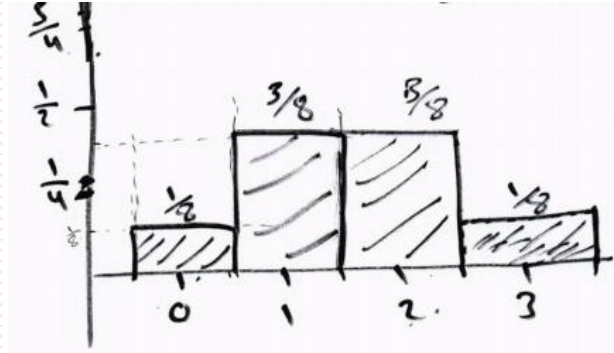
$$=0.2+0.3+\frac{1}{6} = \frac{1}{2} + \frac{1}{6} = \frac{4}{6}$$

$$P(x \geq 1) = p(1) + p(3) = \frac{1}{6} + \frac{1}{3} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

$$P(x < -1) = p(\emptyset) = 0$$

$$P(x < 7) = p(\checkmark) = 1$$

مثال : مثل الجدول في المثال الاول على شكل مدرج احتمال



$$P(x \geq 2) = p(2) + p(3)$$

$$= \frac{3}{8} + \frac{1}{8} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$$

$$P(x < 1) = p(0) = \frac{1}{8}$$

#بعد المذاكرة:

اللهم إني أستودعك ما قرأت و ما حفظت و ما تعلمت،
فرده عند حاجتي إليه، إنك على كل شيء قدير، حسبنا الله و نعم الوكيل..

تلخيص / Mu*

المحاضره السادسه / المتغيرات العشوائيه المنفصله

مثال / حدد هل الداله التاليه تمثل توزيع احتمالي ام لا :

$$P(x) = \binom{3}{x} \times \frac{1}{8}, \quad x = 0, 1, 2, 3$$

$$P(x_i) \geq 0 \quad \bullet$$

$$\sum p(x_i) = 1 \quad \bullet$$

$$P(0) = \binom{3}{0} \cdot \frac{1}{8} = 1 \times \frac{1}{8} = \frac{1}{8}$$

$$P(1) = \binom{3}{1} \cdot \frac{1}{8} = 3 \times \frac{1}{8} = \frac{3}{8}$$

$$P(2) = \binom{3}{2} \cdot \frac{1}{8} = 3 \times \frac{1}{8} = \frac{3}{8}$$

$$P(3) = \binom{3}{3} \cdot \frac{1}{8} = 1 \times \frac{1}{8} = \frac{1}{8}$$

$$\frac{1}{8} + \frac{3}{8} + \frac{3}{8} + \frac{1}{8} = \frac{8}{8} = 1$$

∴ الداله تمثل توزيعا احتماليا

$$2. p(x) = \frac{x}{10}, \quad x = 1, 2, 3$$

$$P(1) = \frac{1}{10}$$

$$P(2) = \frac{2}{10} \quad \sum p(x_i) = 1$$

$$P(3) = \frac{3}{10} \quad \frac{6}{10} \neq 1$$

∴ لا يمثل الاقتران توزيعا احتماليا

x	0	1	2	
P(x _i)	0.6	0.5	-0.1	1

∴ لا يمثل توزيعا احتماليا

التوقع : يعرف التوقع الرياضي لمتغير عشوائي منفصل x هو $E(x) = \sum x_i p(x_i)$

مثال :- اوجد التوقع الرياضي لظهور الصوره عند رمي قطعه نقد 3 مرات

x	0	1	2	3
P(x)	$\frac{1}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{1}{8}$

الحل :

$$\begin{aligned} E(x) &= \sum x_i p(x_i) \\ &= 0 \times \frac{1}{8} + 1 \times \frac{3}{8} + 2 \times \frac{3}{8} + 3 \times \frac{1}{8} \\ &= 0 + \frac{3}{8} + \frac{6}{8} + \frac{3}{8} \\ &= \frac{12}{8} = 1,5 \end{aligned}$$

مثال :- اوجد التوقع الرياضي للتوزيع الاحتمالي .

$$P(x) = \frac{x}{10}, \quad x = 1, 2, 3, 4$$

$$\sum p(xi) = 1 = \frac{1}{10} + \frac{2}{10} + \frac{3}{10} + \frac{4}{10} = \frac{10}{10} = 1$$

x	1	2	3	4
P(x)	$\frac{1}{10}$	$\frac{2}{10}$	$\frac{3}{10}$	$\frac{4}{10}$

$$E(x) = \sum xi p(xi)$$

$$\begin{aligned} &= 1 \times \frac{1}{10} + 2 \times \frac{2}{10} + 3 \times \frac{3}{10} + 4 \times \frac{4}{10} \\ &= \frac{1}{10} + \frac{4}{10} + \frac{9}{10} + \frac{16}{10} \\ &= \frac{30}{10} = 3 \end{aligned}$$

اذا كان التوزيع الاحتمالي x

x	1	2	3
P(x)	0.1	0.6	0.3

اوجد $E(x)$, $E(5x)$, $E(5x+3)$, $E(x^2)$

$$\begin{aligned} E(x) &= \sum xi p(xi) = 1 \times 0.1 + 2 \times 0.6 + 3 \times 0.3 \\ &= 0.1 + 1.2 + 0.9 = 2.2 \end{aligned}$$

$$E(5x) = 5E(x) = 5 \times 2.2 = 11$$

$$E(5x+3) = 5E(x) + 3 = 5 \times 2.2 + 3 = 14$$

$$E(x^2) = \sum x^2 p(xi)$$

$$\begin{aligned} &= 1 \times 0.1 + 4 \times 0.6 + 9 \times 0.3 \\ &= 5.2 \end{aligned}$$

خصائص التوقع الرياضي .

∴ اذا كان a,b اعداد ثابتة و x متغير عشوائي منفصل

$$E(b) = b$$

$$E(ax) = aE(x)$$

$$E(ax+b) = aE(x) + b$$

مثال:- اوجد التوقع الرياضي للمتغير العشوائي المنفصل Y اذا كان التوقع الرياضي

للمتغير العشوائي المنفصل x هو 3 و العلاقة بين المتغيريين هي

$$Y = 2x + 5, \quad E(x) = 3$$

$$E(y) = E(2x + 5)$$

$$= 2 \times 3 + 5 = 11$$

$$E(y) = 11$$

$$E(4) = 11$$

$$E(5x) = 5E(x) = 5 \times 3 = 15$$

مثال :- اوجد التوقع الرياضي لجدول التوزيع الاحتمالي التالي

X	3	4	5	6	7
P(x)	0.3	0.2	0.2	0.1	0.2

$$E(x) = \sum xi p(xi)$$

$$= 3 \times 0.3 + 4 \times 0.2 + 5 \times 0.2 + 6 \times 0.1 + 7 \times 0.2$$

$$= 0.9 + 0.8 + 1 + 0.6 + 1.4$$

$$= 4.7$$

التباين

يعرف التباين لمتغير عشوائي x و وسطه الحسابي $E(x)=M$ هو

$$\sqrt{(x)} = E(x - M)^2$$

$$= E(x^2) - (E(x))^2$$

مثال :-

x	0	1	2	3
$P(x)$	$\frac{1}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{1}{8}$

اوجد التباين .

$$\sqrt{(x)} = E(x^2) - (E(x))^2$$

$$E(x^2) = \sum x^2 p(xi)$$

$$= 0 \times \frac{1}{8} + 1 \times \frac{3}{8} + 4 \times \frac{3}{8} + 9 \times \frac{1}{8}$$

$$= 0 + \frac{3}{8} + \frac{12}{8} + \frac{9}{8} = \frac{24}{8} = 3$$

$$\sqrt{(x)} = 3 - (1.5)^2 = 0.75$$

مثال:- اذا كان التوزيع الاحتمالي لقطع جهاز كمبيوتر المعيبه هو

x	0	1	2	3	4	5	
$P(x)$	0.02	0.02	0.3	0.3	0.1	0.08	=1

اوجد التوقع و الانحراف المعياري للقطع المعيبه في شحنه σ

$$E(x) = \sum xi p(xi) =$$

$$= 0 \times 0.02 + 1 \times 0.02 + 2 \times 0.3 + 3 \times 0.3 + 4 \times 0.1 + 5 \times 0.08$$

$$= 2.5$$

التوقع

$$\sqrt{(x)} = E(x^2) - (E(x))^2$$

$$E(x^2) = \sum x^2 p(xi)$$

$$= 0.02 \times 0 + 1 \times 0.02 + 4 \times 0.3 + 9 \times 0.3 + 16 \times 0.1 + 25$$

$$\times 0.08 = 7.7$$

$$\sqrt{(x)} = E(x^2) - (E(x))^2$$

$$= 7.7 - (2.5)^2 = 1.45$$

$$\Sigma = \sqrt{\sqrt{X}} = \sqrt{1.45}$$

الانحراف المعياري

خصائص التباين

اذا كان a, b اعداد ثابتة و كان x يمثل متغير عشوائي فإن

$$\sqrt{(b)} = 0$$

$$\sqrt{(ax)} = a^2 \sqrt{(x)}$$

$$\sqrt{(ax + b)} = a^2 \sqrt{(x)}$$

مثال :- اوجد التباين للمتغير العشوائي y اذا كان تباين المتغير العشوائي x هو 0.5 و العلاقة $y=2x+3$

$$\begin{aligned}\sqrt{(y)} &= \sqrt{(2x + 3)} \\ &= 2\sqrt{(x)} = 4 \times 0.5 = 2 \\ \sqrt{(5)} &= 0 \\ \sqrt{(5x)} &= 25\sqrt{(x)} = 25 \times \frac{1}{2} = 12.5\end{aligned}$$

مثال : x متغير عشوائي وسطه 70 و انحرافه المعياري 3 اوجد

$$Y = -2x + 5, \quad z = \frac{x-70}{2}$$

$$\begin{aligned}E(y) &= E(-2x+5) \\ &= -2E(x)+5 = -2 \times 70 + 5 \\ &= -140 + 5 \\ &= -135\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}E(z) &= E\left(\frac{1}{2}x - 35\right) \\ &= \frac{1}{2} \times E(x) - 35 \\ &= \frac{1}{2} (70) - 35 = 0\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\sqrt{(y)} &= \sqrt{(-2x + 5)} \\ &= 4 \cdot \sqrt{(x)} \\ &= 4 \times 9 = 36\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\sqrt{(z)} &= \sqrt{\left(\frac{1}{2}x - 35\right)} \\ &= \frac{1}{4} \sqrt{(x)} \\ &= \frac{1}{4} \times 9 = \frac{9}{4}\end{aligned}$$

الانحراف المعياري يساوي جذر التباين

$$\Sigma = \sqrt{\sqrt{x}}$$

مثال :- بائع مظلات يربح 30 ريال يوميا اذا كان الجو ماطر و يخسر 6 ريالات اذا كان الجو صحو . ما هو توقع ربحه اذا علمت ان احتمال ان يكون الجو ماطر هو 0.3 .

X: هو عدد الريالات التي يربحها البائع

x	-6	30	
P(x)	0.7	0.3	1

$$E(x) = \sum xi p(xi)$$

$$= -6 \times 0.7 + 30 \times 0.3$$

$$= -4.2 + 9 = 4.8$$

$$E(x)^2 = \sum xi^2 p(xi) = 36 \times 0.7 + 900 \times 0.3$$

$$= 25.2 + 270$$

$$= 295.2$$

$$\sqrt{(x)} = E(x^2) - (E(x))^2 = 295.2 - (4.8)^2 =$$

مثال :- اذا كان x متغير عشوائي وسطه 50 و تباينه 10 و كان $y = 8x + 15$ اوجد التوقع , $\sqrt{(x)}$

$$E(y) = E(8x + 15) \bullet$$

$$= 8E(x) + 15$$

$$= 8 \times 50 + 15 = 400 + 15 = 415$$

*

$$\sqrt{(y)} = \sqrt{(8x + 15)}$$

$$= 8^2 \sqrt{(x)}$$

$$= 64 \times 10 = 640$$

*

$$E(5) = 5$$

*

$$\sqrt{(5)} = 0$$

• المحاضره السابعه / التوزيعات العشوائيه المنفصله

1. توزيع ذات الحدين:

اذا كان لدينا تجربه عشوائيه لها ناتجان فقط مثل (صورته و كتابه) تسمى النتيجة الاولى نجاح و الثانيه فشل و كان p هو احتمال النجاح للتجربه في كل مره و $q=1-p$ هو احتمال الفشل و كان n يرمز الى عدد مرات القيام بالتجربه فإن التجربه تسمى تجربه ذات الحدين و تعطى داله التوزيع الاحتمالي بالقانون التالي:

$$b(x,n,p)=p(x)=\binom{n}{x} p^x (1-p)^{n-x}$$

$$x=0,1,\dots,r$$

مثال : عند رمي قطعه نقود 3 مرات . أوجد ما يلي اذا كان x هو عدد مرات ظهور الصوره .

1. داله التوزيع الاحتمالي :

$$n=3 , \quad p=\frac{1}{2}$$

$$b(x,n,p)=p(x)$$

$$= b(x,3, \frac{1}{2}) = \binom{3}{x} (\frac{1}{2})^x (1 - p)^{3-x}$$

$$x=0,1,2,3$$

2. ما هو احتمال عدم ظهور الصورة .

$$P(0) = b(0, 3, \frac{1}{2}) = \binom{3}{0} (\frac{1}{2})^0 (1 - \frac{1}{2})^{3-0}$$

$$= 1 \times 1 \times (\frac{1}{2})^3$$

$$= \frac{1}{8}$$

3. ما هو احتمال ظهور الصورة مرتان فقط .

$$p(2) = \binom{3}{2} (\frac{1}{2})^2 (\frac{1}{2})^{3-2}$$

$$= 3 \times \frac{1}{4} \times \frac{1}{2} = \frac{3}{8}$$

مثال : عند رمي حجر نرد خمس مرات و كان المتغير العشوائي x هو عدد مرات ظهور العدد 2 . اوجد ما يلي :

1. داله التوزيع الاحتمالي .

$$N=5 \quad , \quad p=\frac{1}{6}$$

$$p(x) = \binom{5}{x} (\frac{1}{6})^x (1 - \frac{1}{6})^{5-x} \quad , \quad x=0,1,2,3,4,5$$

2. ما هو احتمال ظهور العدد 2 في مرتان .

$$p(2) = \binom{5}{2} (\frac{1}{6})^2 (\frac{5}{6})^{5-2}$$

$$= 10 \times \frac{1}{36} \times \frac{125}{216} = \frac{10 \times 125}{36 \times 216}$$

3. ما هو احتمال ظهور العدد 2 اربع مرات على الاقل .

$$\begin{aligned}P(x \geq 4) &= p(4) + p(5) \\ &= \binom{5}{4} \left(\frac{1}{6}\right)^4 \left(\frac{5}{6}\right)^1 + \binom{5}{5} \left(\frac{1}{6}\right)^5 \left(\frac{5}{6}\right)^0 \\ &= 5 \times \frac{1}{6^4} \times \frac{5}{6} + 1 \times \frac{1}{6^5} =\end{aligned}$$

مثال : اطلق صياد ثلاث رصاصات على هدف اذا كان احتمال اصابه الهدف هو 0.6 اوجد ما يلي :

1. داله التوزيع الاحتمالي .

$$N=3 , \quad p=0.6$$

$$\begin{aligned}p(x) &= \binom{n}{x} p^x (1-p)^{n-x} , \quad x=0,1,\dots,n \\ &= \binom{3}{x} (0.6)^x (0.4)^{3-x} , \quad x=0,1,2,3\end{aligned}$$

2. ما هو احتمال اصابه الهدف 3 مرات .

$$\begin{aligned}&= \binom{3}{3} (0.6)^3 (0.4)^0 \\ &= 0.216\end{aligned}$$

3. ما هو احتمال اصابه الهدف مره واحده فقط .

$$P(1) = \binom{3}{1} (0.6)^1 (0.4)^2 = 0.096$$

4. ما هو احتمال عدم اصابه الهدف .

$$P(0) = \binom{3}{0} (0.6)^0 (0.4)^3 = 0.064$$

5. ما هو احتمال اصابه الهدف مره على الاكثر .

$$P(x \leq 1) = p(0) + p(1) \\ = 0.064 + 0.096 = 0.160$$

6. ما هو احتمال اصابه الهدف مرتان على الاقل .

$$P(x \geq 2) = p(2) + p(1) \\ = 1 - (p(0) + p(1)) \\ = 1 - 0.16 = 0.84$$

مثال : وجد في احد المصانع اله من كل 1000 وحده يوجد 150 وحده معييه . و اخذت عينه عشوائيه مكونه من 5 وحدات . اوجد ما يلي اذا كان x هو عدد مرات ظهور وحده معييه .

1. داله التوزيع الاحتمالي .

$$N=5 , \quad p = \frac{150}{1000} = 0.15$$

$$b(x, 5, 0.15) = \binom{5}{x} (0.15)^x (0.85)^{5-x} , \quad x = 1, 2, 3, 4, 5$$

2. ما هو احتمال ان تكون العينه سليمه .

$$P(0) = \binom{5}{0} (0.15)^0 (0.85)^5 \\ = 0.444$$

3. ما هو احتمال على الاكثر توجد وحده معييه .

$$P(x \leq 1) = p(0) + p(1)$$

$$=0.444+\binom{5}{1}(0.15)^1(0.85)^4$$

$$=0.444+0.391=0.835$$

4. ما هو احتمال على الاقل توجد وحدتان معيبتان .

$$P(x \geq 2) = p(2) + p(3) + p(4) + p(5)$$

$$1-p(x < 2) = 1 - (p(0) + p(1)) = 1 - 0.835$$

$$1-p(x \leq 1) = 0.165$$

مثال : اسره لديها 5 اطفال اذا كان المتغير العشوائي x هو عدد الاطفال الذكور .

اوجد احتمال ان يكون لدى الاسره 3 ذكور .

$$N=5 , p=\frac{1}{2}$$

$$p(x)=\binom{n}{x}p^x(1-p)^{n-x} , x=0,1,\dots,n$$

$$p(x)=\binom{5}{x}\left(\frac{1}{2}\right)^x\left(1-\frac{1}{2}\right)^{5-x} , x=0,1,2,3,4,5$$

$$p(3)=\binom{5}{3}\left(\frac{1}{2}\right)^3\left(\frac{1}{2}\right)^2$$

$$= 10 \times \frac{1}{8} \times \frac{1}{4} = \frac{10}{32} = \frac{5}{16}$$

#بعد المذاكرة:

اللهم إني أستودعك ما قرأت و ما حفظت و ما تعلمت،
فرده عند حاجتي إليه، إنك على كل شيء قدير، حسبنا الله و نعم الوكيل..

تلخيص / Mu*

المحاضره الثامنه

$$p(x) = b(x,n,p)$$

$$= \binom{n}{x} p^x (1-p)^{n-x} , \quad x=0,1,\dots,n$$

$$E(x)=np , \quad \sigma^2(x)=npq$$

مثال :- يجيب طالب بطريقه عشوائيه على اختبار من نوع اختيار متعدد يتكون من 5 اسئله لكل سؤال هنالك اربع خيارات ما هو احتمال ان يحصل الطالب على علامه كامله .

$$N=5 , \quad p=\frac{1}{4}$$

$$p(x) = \binom{5}{x} \left(\frac{1}{4}\right)^x \left(1-\frac{1}{4}\right)^{5-x} , \quad x=0,1,2,3,4,5$$

$$p(5) = \binom{5}{5} \left(\frac{1}{4}\right)^5 \left(\frac{3}{4}\right)^0 = \left(\frac{1}{4}\right)^5 = \frac{1}{1024}$$

$$E(x)=np = 5 \times \frac{1}{4} = \frac{5}{4}$$

$$\sigma^2(x)=npq = 5 \times \frac{1}{4} \times \frac{3}{4} = \frac{15}{16}$$

2. توزيع بواسون .

التجربه التي تعطينا عدد النجاحات في فتره معينه او منطقه معينه تسمى تجارب بواسون .

مثال :-

1. عدد حوادث السيارات في منطقه ما .

2. نسبه البكتيريا في 1سم من الجو .

٨ هي معدل عدد النجاحات في فتره زمنيه معينه و

تعطى الداله التوزيع الاحتمالي بالشكل التالي .

$$P(x) = \frac{e^{-x} 5^x}{x!}, \quad x = 0, 1, 2, \dots$$

مثال :- معدل عدد الحوادث على الطريق الصحراوي 5 حوادث في الاسبوع , اوجد ما يلي :

1. اكتب داله التوزيع الاحتمالي

$$\Lambda = 5$$

$$P(x) = \frac{e^{-x} 5^x}{x!}, \quad x = 0, 1, 2, \dots$$

2. ما هو احتمال عدم حدوث أي حادث في اسبوع ما .

$$P(0) = \frac{e^{-5} 5^0}{0!} = e^{-5}$$

3. ما هو احتمال حدوث حادث واحد على الاكثر في اسبوع .

$$P(x \leq 1) = p(0) + p(1)$$

$$= e^{-5} + \frac{e^{-5} 5^1}{1!}$$

$$= 6 e^{-5}$$

4. ما هو احتمال حدوث حادثان على الاقل في اسبوع .

$$P(x \geq 2) = 1 - p(x < 2)$$

$$= 1 - (p(0) + p(1))$$

$$= 1 - 6e^{-5}$$

5. ما هو احتمال حدوث حادث واحد فقط في اسبوعان .

$$\lambda = 10$$

$$P(x) = \frac{e^{-10} 10^x}{x!}, \quad x = 0, 1, \dots$$

$$P(1) = \frac{e^{-10} 10^1}{1!} = 10e^{-10}$$

مثال:- اذا كان معدل المكالمات الهاتفية التي يتلقاها مقسم الجامعة من العاشره الى الثانيه عشره يساوي 3 في الدقيقه اوجد ما يلي .

1. ان يكون عدد المكالمات 4 في الدقيقه

$$\lambda = 3$$

$$P(x) = \frac{e^{-3} 3^x}{x!}, \quad x = 0, 1, 2, \dots$$

$$P(4) = \frac{e^{-3} 3^4}{4!} = \frac{81 e^{-3}}{24}$$

2. ان يقل عدد المكالمات عن اربعة في الدقيقه .

$$\begin{aligned} P(x < 4) &= p(0) + p(1) + p(2) + p(3) \\ &= e^{-3} + 3e^{-3} + \frac{9}{2} e^{-3} + \frac{27}{6} e^{-3} \\ &= \frac{78}{6} e^{-3} = 13e^{-3} \end{aligned}$$

3. ان يزيد عدد المكالمات عن 3 في الدقيقة

$$\begin{aligned}P(x > 3) &= 1 - p(x \leq 3) \\ &= 1 - (p(0) + p(1) + p(2) + p(3)) \\ &= 1 - 13e^{-3}\end{aligned}$$

التوقع لتجربه بواسون هو

$$E(x) = \lambda$$

التباين لتجربه بواسون هو

$$\sigma^2(x) = \lambda$$

في مثال :- في المثال السابق اوجد توقع و تباين المكالمات الوارده في الدقيقتين .

$$\lambda = 6$$

$$e(x) = \lambda = 6 \quad = \text{التوقع}$$

$$\sigma^2(x) = \lambda = 6 \quad \text{التباين}$$

مثال :- اذا كان معدل اقامه مباريات كره قدم على احد
الملاعب هو 3 مباريات في الاسبوع .

1. اوجد احتمال عدم اقامه أي مباراه في اسبوع ما .

$$\Lambda = 3$$

$$P(x) = \frac{e^{-3} 3^x}{x!}, \quad x=0,1,2,\dots$$

$$P(0) = \frac{e^{-3} 3^0}{0!} = e^{-3}$$

2. ما هو احتمال اقامه مباراتان على الاكثر في اسبوع ما .

$$P(x \leq 2) = p(0) + p(1) + p(2)$$

$$= e^{-3} + 3 e^{-3} + \frac{9}{2} e^{-3}$$

$$= \frac{17}{2} e^{-3}$$

#بعد المذاكرة:

اللهم إني أستودعك ما قرأت و ما حفظت و ما تعلمت،
فرده عند حاجتي إليه، إنك على كل شيء قدير، حسبنا الله و نعم الوكيل..

تلخيص / Mu*

المحاضره التاسعه / المتغيرات العشوائيه المتصله

المتغيرات العشوائيه المتصله : هي عباره عن متغيرات عشوائيه تأخذ قيم غير معدوده تكون على شكل فترات.

مثل قياس الاطول الاعمار ودرجات الحراره $[a, b]$

تعريف: تسمى الداله دالة كثافه احتماليه اذا حققت الشرطان التاليان

$$1) f(x) \geq 0 \quad 2) \int_a^b f(x) dx = 1$$

(a, b) معرف على الفتره

قوانين التكاملات: هو متغير فإن $X, n \in \mathbb{N}, a, b \in \mathbb{R}$ اذا كان

$$1) \int_a^b x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} \Big|_a^b = \frac{b^{n+1}}{n+1} - \frac{a^{n+1}}{n+1}$$

$$2) \int_a^b cx^n dx = c \int_a^b x^n dx$$

$$3) \int_a^b cx^0 dx = cx \Big|_a^b = cb - ca$$

$$4) \int_a^b x^n dx = 0$$

$$5) \int_a^b f(x) + g(x) dx = \int_a^b f(x) dx + \int_a^b g(x) dx$$

توقع المتغير العشوائي المتصل هو

$$E(x) = \int_a^b xf(x) dx$$

$$\sigma^2(x) = E(x^2) - (E(x))^2 \text{ :التباين}$$

$$E(x^2) = \int_a^b x^2 f(x) dx$$

مثال :- اذا كان $f(x)$ معرف بالشكل التالي

$$F(x) = \begin{cases} \frac{2x+1}{12}, & 0 \leq x \leq 3 \\ 0, & o.w \end{cases}$$

1) هل الداله تمثل دالة كثافه احتماليه

$$F(0) = \frac{1}{12} \geq 0$$

$$f(3) = \frac{7}{12} > 0$$

$$\Rightarrow f(x) \geq 0$$

$$1) \int_a^b f(x) dx = 1$$

$$\int_0^3 \frac{2x+1}{12} dx \Rightarrow \frac{1}{12} \int_0^3 2x+1 dx$$

$$= \frac{1}{12} [2 \frac{x^2}{2} + x]_0^3 = \frac{1}{12} [(9+3) - (0+0)]$$

$$= \frac{1}{12} [12] = 1$$

:الدالة دالة كثافة احتمالية

(2) اوجد التوقع الرياضي

$$\begin{aligned} E(x) &= \int_a^b x f(x) dx \\ &= \int_0^3 x \left(\frac{2x+1}{12} \right) dx \\ &= \frac{1}{12} \int_0^3 2x + x dx \\ &= \frac{1}{12} \left[\frac{2x^2}{2} + \frac{x^2}{2} \right]_0^3 \\ &= \frac{1}{12} \left[\left(\frac{2 \cdot 3^2}{2} + \frac{3^2}{2} \right) - \left(\frac{2 \cdot 0^2}{2} + \frac{0^2}{2} \right) \right] \\ &= \frac{1}{12} \left[18 + \frac{9}{2} - 0 \right] \\ &= \frac{1}{12} \left[\frac{36 + 9}{2} \right] = \frac{1}{12} \left(\frac{45}{2} \right) = \frac{15}{8} \end{aligned}$$

(3) اوجد التباين

$$\begin{aligned} \sigma^2(x) &= E(x^2) - [E(x)]^2 \\ E(x^2) &= \int_a^b x^2 f(x) dx \\ &= \int_0^3 x^2 \left(\frac{2x+1}{12} \right) dx \\ &= \frac{1}{12} \int_0^3 2x^3 + x^2 dx \\ &= \frac{1}{12} \left[\frac{2x^4}{4} + \frac{x^3}{3} \right]_0^3 \\ &= \frac{1}{12} \left[\left(\frac{2 \cdot 3^4}{4} + \frac{3^3}{3} \right) - \left(\frac{2 \cdot 0^4}{4} + \frac{0^3}{3} \right) \right] \\ &= \frac{1}{12} \left(\frac{81}{2} + 9 \right) = \frac{1}{12} \left(\frac{99}{2} \right) = \frac{33}{8} \\ \sigma^2(x) &= \frac{33}{8} - \left(\frac{15}{8} \right)^2 = \frac{39}{64} \end{aligned}$$

(4) اوجد احتمال

$$p(1 \leq x \leq 2) = \int_1^2 f(x) dx = \int_1^2 \frac{2x+1}{12} dx$$

$$= \frac{1}{12} \left[\frac{2x^2}{2} + x \right]_1^2 = \frac{1}{12} [(4 + 2) - (1 + 1)]$$

$$= \frac{1}{12} [6 - 2] = \frac{4}{12} = \frac{1}{3}$$

مثال: اذا كان

$$f(x) = \begin{cases} 3x^2, & 0 \leq x \leq 1 \\ 0, & 0.w \end{cases}$$

(1) بين هل الدالة دالة كثافة احتماليه ام لا ؟

$$1. f(0) = 0 \geq 0 \quad f(1) = 3 \geq 0$$

$$\Rightarrow f(x) \geq 0$$

$$2. \int_0^1 3x^2 dx = 3 \frac{x^3}{3} \Big|_0^1 = 1^3 - 0^3 = 1$$

الدالة تمثل دالة كثافة احتماليه .:

(2) اوجد

$$p\left(0 \leq x \leq \frac{1}{2}\right) \quad p\left(\frac{1}{2} \leq x \leq 1\right) = \frac{7}{8}$$

$$= \int_0^{\frac{1}{2}} f(x) dx = \int_0^{\frac{1}{2}} 3x^2 dx = 3 \frac{x^3}{3} \Big|_0^{\frac{1}{2}} = \left(\frac{1}{2}\right)^3 - (0)^3 = \frac{1}{8}$$

(3) اوجد

$$p(x = 1) = 0$$

(4) اوجد التوقع الرياضي

$$E(X) = \int_a^b xf(x) dx = \int_0^1 x(3x^2) dx = 3 \int_0^1 x^3 dx$$

$$= 3 \frac{x^4}{4} \Big|_0^1 = \frac{3}{4} - 0 = \frac{3}{4}$$

(5) اوجد التباين

$$\sigma^2(x) = \frac{3}{5} - \left(\frac{3}{4}\right)^2 = \frac{3}{5} - \frac{9}{16} = \frac{48 - 45}{80} = \frac{3}{80}$$

(6) الانحراف المعياري

$$\sigma(x) = \sqrt{\sigma^2(x)} = \sqrt{\frac{3}{80}}$$

(7) اوجد

$$p\left(\frac{1}{2} \leq x \leq 1\right) = 1 - \int_0^{\frac{1}{2}} f(x) dx = \int_{\frac{1}{2}}^1 f(x) dx$$

$$\int_{\frac{1}{2}}^1 3x^2 dx = \left[3 \frac{x^3}{3}\right] = 1^3 - \left(\frac{1}{2}\right)^3 = 1 - \frac{1}{8} = \frac{7}{8}$$

بعد المذاكرة:

اللهم إني أستودعك ما قرأت و ما حفظت و ما تعلمت،
فرده عند حاجتي إليه، إنك على كل شيء قدير، حسبنا الله و نعم الوكيل..

تلخيص / Mu*

المحاضره العاشره / التوزيع الطبيعي .

1- التوزيع الطبيعي : هو من اكثر التوزيعات المتصله اهميه لدى الكثير من صناع القرار ومعظم المتغيرات العشوائيه المتصله تتوزع توزيع طبيعي .

التعريف : اذا كان x متغير عشوائي متصل يخضع لتوزيع طبيعي وسطه (وتوقعه) μ وتباينه $\sigma^2(x)$

يرمز له بالرمز $x: N(\mu, \sigma^2)$

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-\frac{1}{2\sigma^2}(x - \mu)^2}$$

ويعرف بالمعادله التاليه

خصائص التوزيع الطبيعي $x: N(\mu, \sigma^2)$

- 1) المساحه الكليه تحت المنحنى = 1
- 2) شكله يشبه الجرس
- 3) الوسط والوسيط والمنوال متساويات
- 4) متمائل حول الوسط
- 5) التوقع له هو μ وتباينه هو σ^2
- 6) يمكن ايجاد احتمال اي منطقه في هذا التوزيع اذا علم التوقع والتباين

2- التوزيع الطبيعي المعياري $Z: N(0, 1)$

يستخدم هذا التوزيع لتجنب استخدام التكاملات لاجاد احتمال ما .
ونستطيع التحويل بين قيم x وقيم z باستخدام القانون التالي

$$z = \frac{x - \mu}{\sigma}$$

مثال: اوجد مايلي:

1. $p(z \leq 0.50) = 0.6915$
2. $p(z \leq -0.13) = 0.4483$
3. $p(z \leq -3.25) = 0.0006$
4. $p(z \geq 0.23) = 1 - p(z < 0.23) = 1 - 0.5910 = 0.409$

$$p(1 \leq z \leq 1.35) = p(z < 1.35) - p(z < 1) = 0.9115 - 0.8413 = 0.0602$$

مثال: إذا كان x متغير عشوائي يخضع لتوزيع طبيعي $N(10,9)$ أوجد ما يلي:

1) $p(x < 9)$

$$x \rightarrow 9$$

$$z = \frac{x - \mu}{\sigma} = \frac{9 - 10}{3} = \frac{-1}{3} = -0.333$$

$$\Rightarrow p(x < 9) = p(z < -0.333) = 0.3707$$

2) $p(x > 4)$

$$z = \frac{x - \mu}{\sigma} = \frac{4 - 10}{3} = \frac{-6}{3} = -2$$

$$\Rightarrow p(x > 4) = p(z > -2) = 1 - p(z \leq -2) \\ = 1 - 0.0228 = 0.9772$$

$$3) p(4 < x < 13)$$

$$x = 4 \Rightarrow z = -2$$

$$x = 13 \Rightarrow z = z = \frac{13 - 10}{3} = \frac{3}{3} = 1$$

$$p(4 < x < 13) = p(-2 < z < 1) = p(z < 1) - p(z < -2) \\ = 0.8413 - 0.0228 = 0.8185$$

مثال: إذا كان الأجر اليومي لعمال احد المصانع يتوزع توزيعا طبيعيا ووسطه الحسابي 40 وانحرافه المعياري $x:N(40,16).4$ إذا كان عدد عمال المصنع 10000

(1) عدد عمال المصنع الذين تقع اجورهم بين 38 و 42 ريال

$$p(38 \leq x \leq 42)$$

$$x = 38 \Rightarrow z = \frac{38 - 40}{4} = \frac{-2}{4} = \frac{-1}{2} = -0.5$$

$$x = 42 \Rightarrow z = \frac{42 - 40}{4} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2} = 0.5$$

$$\Rightarrow p(38 \leq x \leq 42) = p(-0.5 \leq z \leq 0.5) = p(z \leq 0.5) - p(z \leq -0.5) \\ = 0.6915 - 0.3083 = 0.3832$$

$$عدد العمال p(A) = \frac{n(A)}{n(s)} \rightarrow n(A) = P(A)n(s) \Rightarrow 10000 \times 0.3832 = 3832$$

يساوي

(2) ما هو عدد العمال الذين تزيد اجورهم عن 42 ؟

$$p(x \geq 42)$$

$$x = 42 \Rightarrow z = 0.5$$

$$p(x \geq 42) = p(z \geq 0.5) = 1 - p(z < 0.5) = 1 - 0.6915 = 0.3085$$

$$عدد العمال 10000 \times 0.3085 = 3085$$

مثال : إذا كانت مجموعه مكونه من 400 عضو في نادي تتوزع توزيعا طبيعيا في العمر بمعدل 40 سنه وبانحراف معياري قدره 5 ؟

(1) عدد الاعضاء الذين اعمارهم اقل من 50

$$p(x < 50)$$

$$x = 50 \Rightarrow z = \frac{x - \mu}{\sigma} = \frac{50 - 40}{5} = \frac{10}{5} = 2$$

$$p(x < 50) = p(z < 2) = 0.9772$$
$$\text{عدد الأعضاء} = 400 \times 0.9772 = 390.88$$

2) عدد الاعضاء الذين اعمارهم بين 35 و45

$$p(35 < x < 45)$$

$$x = 35 \Rightarrow z = \frac{35 - 40}{5} = \frac{-5}{5} = -1$$

$$x = 45 \Rightarrow z = \frac{45 - 40}{5} = \frac{5}{5} = 1$$

$$p(35 < x < 45) = p(-1 < z < 1) = p(z < 1) - p(z < -1)$$
$$= 0.8413 - 0.1587 = 0.6826$$

$$400 \times 0.6826 = 273.04$$

3) اوجد عدد الاعضاء الذين اعمارهم اقل من 35 وأكبر من 45 ؟

$$p(45 < x < 35)$$

تكتب بهذه الطريقة $p(x < 35) + p(x > 45)$

$$= 1 - p(35 < x < 45) = 1 - 0.6826 = 0.3174$$

#بعد المذاكرة:

اللهم إني أستودعك ما قرأت و ما حفظت و ما تعلمت،
فردده عند حاجتي إليه، إنك على كل شيء قدير، حسبنا الله و نعم الوكيل..

تلخيص / Mu*

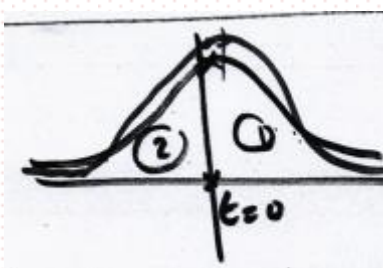
المحاضرة الحادية عشر .

توزيع t : $t[\lambda, v]$

تعريف: تعرف داله الكثافه الاحتمالية لتوزيع t

$$f(t) = c \left(1 + \frac{t^2}{v}\right)^{-v+\frac{1}{2}} \quad -\infty < t < \infty$$

خصائص منحنى t

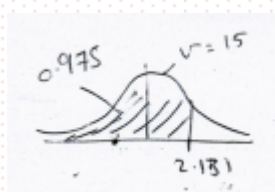


1- شكله يشبه الجرس وهو احادي المنوال ويتمثل الشكل حول العמוד المقام عند $t=0$

2- شكله يشبه التوزيع الطبيعي الا انه اكثر انخفاضاً منه بالاضافه الى ان تقارب طرفيه ابطا من تقارب التوزيع الطبيعي

حساب المساحة تحت المنحنى t

مثال : اوجد باستخدام الجدول مايلى



$$1-t[0.975, 15]=2.131$$

$$2-t[0.75, 4]=0.741$$

قانون يستخدم عندما تكون قيمة λ اقل من 0.5

$$t[\lambda, v] = -t[1-\lambda, v]$$

$$t[0.2, 3] = -t[1-0.2, 3] = -t[0.8, 3]$$

$$=-0.978$$

مثال :

$$\begin{aligned}t[0.25, 5] &= -t[1-0.25, 5] \\ &= -t[0.75, 5] \\ &= -0.741\end{aligned}$$

مثال: اوجد قيمة λ في مايلي



$$1 - t[\lambda, 5] = 0$$

$$\lambda = 0.5$$

$$2 - t[\lambda, 3] = 1.8$$

$$\lambda = 0.9$$

$$3 - t[\lambda, 5] = 1.4$$

$$\lambda = 0.90$$

$$4 - t[\lambda, 4] = -2.1$$

$$1 - \lambda = 0.95$$

$$\lambda = 1 - 0.95 = 0.05$$

$$5 - t[\lambda, 7] = -0.9$$

$$= 1 - \lambda = 0.80$$

$$\lambda = 1 - 0.8 = 0.2$$

توزيع x^2 كاي تربيع:



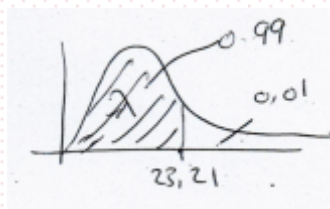
تعريف: تعرف دالة الكثافة الاحتمالية للتوزيع χ^2 بالشكل التالي

$$f(x^2) = \frac{v-2}{2} e^{-\frac{x^2}{2}} \quad x^2 > 0$$

v = درجة الحرية

C = ثابت لجعل التكامل يساوي 1

مثال: اوجد باستخدام الجدول مايلي



$$\chi^2 [0.99, 10] = 23.21$$

مثال: اوجد قيمة λ في مايلي

$$\chi^2 [\lambda, 4] = 0.48$$

$$\lambda = 0.025$$

* اوجد المساحة على يمين $\chi^2 = 7.8$ مع درجة الحرية 4

$$\chi^2 [\lambda, 4] = 7.8$$

المساحة ال يسار χ^2 $\lambda = 0.9$

المساحة الى اليمين = 1 - المساحة الى اليسار

$$\lambda_1 = 1 - 0.9 = 0.1$$

مثال: اوجد قيمة x^2 التي تكون الى يسارها 0.975 عند درجة الحرية 5

$$= x^2[0.975, 5] = 12.83$$

مثال: اوجد قيمة x^2 التي يكون الى يمينها المساحة 0.025 عند درجة الحرية 5

$$x^2 = 12.83$$

مثال: اوجد قيمة x^2 التي يكون يمينها المساحة 0.1 مع درجة الحرية 4

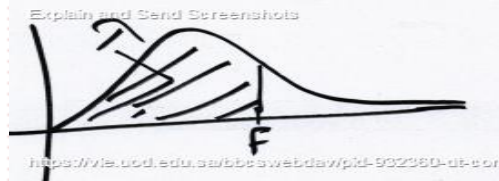
$$x^2[0.9, 4] = 7.78$$

توزيع F: $F[\lambda, v_1, v_2]$

تعريفه: تعرف داله الكثافة الاحتمالية لتوزيع F بالشكل التالي

$$f(F) = \frac{cF^{(v_1-2)/2}}{(v_2+v_1 F)^{\frac{v_1+v_2}{2}}}, F > 0$$

v_1 = درجة حرية البسط



v_2 = درجة حرية المقام

مثال: اوجد باستخدام الجدول مايلي

2-

$$1-F[0.01, 1, 10]=10$$

$$F[0.01, 3, 7]=8.45$$

قانون: $F[\lambda, v_1, v_2] = \frac{1}{F[1-\lambda, v_2, v_1]}$ موجود

مثال: اوجد مايلي

$$1-F[0.95, 2, 6] = \frac{1}{F[1-0.95, 6, 2]}$$

$$= \frac{1}{F[0.05,6,2]}$$

$$= \frac{1}{19.3}$$

$$2-F[0.99,3,5]=\frac{1}{F[1-0.99,5,3]}$$

$$= \frac{1}{F[0.01,5,3]}$$

$$= \frac{1}{28.2}$$

#بعد المذاكرة:

اللهم إني أستودعك ما قرأت و ما حفظت و ما تعلمت،
فرده عند حاجتي إليه، إنك على كل شيء قدير، حسبنا الله و نعم الوكيل..

تلخيص / Mu*

المحاضره الثانيه عشر / توزيعات المعاينه .

تعريفات :

1/ المعلمه : هي ثابت يصف المجتمع أو يصف توزيع المجتمع كالوسط الحسابي للتوزيع أو الانحراف المعياري له .

2/ إحصاء العينه : هو أي متغير تتعين قيمته من جميع العينات ذا حجم معين مأخوذة من مجتمع ما , مثل الوسط الحسابي .

3/ ويسمى التوزيع الاحتمالي لإحصاء العينه بتوزيع المعاينه

توزيع المعاينه للوسط الحسابي :

$$\frac{\sum x_i}{n} = \bar{X}$$

نظرية (1) : إذا كان X يخضع للتوزيع وسطه (معدله) μ وتباينه σ^2 وكان \bar{X} يمثل الوسط الحسابي للعينه ذات الحجم n فان :

$$\begin{aligned}\mu(\bar{x}) &= \mu \\ \sigma^2(\bar{x}) &= \frac{\sigma^2(x)}{n}\end{aligned}$$

مثال : سحبت عينه عشوائية من مجتمع لا نهائي معدله 70 وتباينه 40 , إذا كان حجم العينه 10 , فأوجد :

1-معدل الوسط الحسابي للعينه :

$$\mu(\bar{x}) = \mu = 70$$

2- تباين الوسط الحسابي للعينه :

$$\sigma^2(\bar{x}) = \frac{\sigma^2(x)}{n} = \frac{40}{10} = 4$$

نظرية (2) : إذا كان X_1, X_2, \dots, X_n تخضع لتوزيع طبيعي وسطه μ وتباينه σ^2 فإن توزيع \bar{x} يكون التوزيع الطبيعي الذي وسطه μ وتباينه $\frac{\sigma^2}{n}$ ويعرف القيمه المعياريه بالشكل التالي :

$$Z = \frac{\bar{X} - \mu}{\sigma/\sqrt{n}}$$

مثال : تخضع علامات الطلاب في أحد المقررات لتوزيع طبيعي وسطه 65 وانحراف معياري 18 , اخذت عينه عشوائية حجمها 36 طالب , احسب :

$$P(\bar{X} > 74)$$

1- احتمال أن يزيد وسط علامات العينه على 74 ؟

$$\bar{X} = 74 \Rightarrow Z = \frac{\bar{X} - \mu}{\sigma/\sqrt{n}} = \frac{74 - 65}{18/6} = \frac{9}{3} = 3$$

$$P(Z > 74) = P(Z > 3)$$

$$= 1 - P(Z \leq 3)$$

$$= 1 - 0.9987 = 0.0013$$

2-

ما هو احتمال أن يكون الوسط الحسابي بين 59 و 68 ؟

$$P(59 < \bar{x} < 68)$$

$$\bar{X} = 59 \Rightarrow Z = \frac{\bar{x} - \mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} = \frac{59 - 65}{\frac{18}{\sqrt{36}}} = \frac{-6}{3} = -2$$

$$\bar{X} = 68 \Rightarrow Z = \frac{\bar{x} - \mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} = \frac{68 - 65}{\frac{18}{\sqrt{36}}} = \frac{3}{3} = 1$$

$$P(59 < x < 68) = P(-2 < Z < 1) = P(Z < 1) - P(Z < -2) \\ = 0.8413 - 0.0228 = 0.8185$$

المعينة لمجتمع طبيعي σ^2 غير معلومه :

نظرية (3) :- إذا كان X_1, X_2, \dots, X_n عينة عشوائية تخضع لتوزيع طبيعي وسطه μ وتباينه غير معلوم وكان \bar{X} هو الوسط الحسابي لعينه حجمها n وانحرافها (S) فإن :

$$t = \frac{\bar{X} - \mu}{s/\sqrt{n}}$$

درجة الحرية =

$$v = n - 1$$

مثال : إذا كانت أطوال الطلاب في أحد الصفوف المدرسية تتبع التوزيع الطبيعي المتوسط يساوي 160 سم ، إذا سحبت عينة عشوائية من 4 طلاب فما احتمال أن يقل متوسطها الحسابي عن 166 سم ، إذا علمت أن الانحراف المعياري للعينة يساوي 10 سم ؟

$$P(\bar{X} < 166) = 0.85$$

$$\bar{x} = 166 \Rightarrow t = \frac{\bar{x} - \mu}{s/\sqrt{n}} = \frac{166 - 160}{10/2} = \frac{6}{5} = 1.2$$

درجة الحرية =

$$v = n - 1$$

$$v = 4 - 1 = 3$$

$$t[\lambda, 3] = 1.2$$

$$\lambda = 0.85$$

توزيع المعينة للفرق بين وسطي عينين $(\bar{X} - \bar{Y})$.

نظرية (4) :- إذا اخذت عينة عشوائية حجمها n_1 من مجتمع طبيعي وسطه μ_1 وتباينه σ_1^2 ، ثم اخذت عينة عشوائية اخرى حجمها n_2 من مجتمع طبيعي وسطه μ_2 وتباينه σ_2^2 بحيث ان المجتمع الأول مستقل عن المجتمع الثاني ، ورمزنا للوسط الحسابي للعينة الأولى بالرمز \bar{X} والوسط الحسابي للعينة الثانية \bar{Y} فإن توزيع الفرق وسطي العينة بين $(\bar{X} - \bar{Y})$ يكون التوزيع الطبيعي وسطه $(\mu_1 - \mu_2)$ والتباين $\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}$

$$Z = \frac{(\bar{X} - \bar{Y}) - (\mu_1 - \mu_2)}{\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}}$$

مثال :- تخضع علامات الناجحين من امتحان الدراسة الثانوية في مدرسة ما لتوزيع طبيعي معدله 74 وانحرافه المعياري 12 ، وفي مدرسة أخرى تخضع لتوزيع الطبيعي معدله 70 وانحرافه المعياري 16 ، اخذت عينة عشوائية حجمها 16 طالب من المدرسة الأولى و 9 طلاب من المدرسة الثانية على فرض أن الوسط الحسابي للعينة الأولى \bar{X} ، وللعينة الثانية \bar{Y}

أوجد : $P((\bar{X} - \bar{Y}) > 8)$ ؟

$$\bar{x} - \bar{y} = 8 \Rightarrow Z = \frac{(\bar{X} - \bar{Y}) - (\mu_1 - \mu_2)}{\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}}$$

$$\mu_1 = 74$$

$$\sigma_1 = 12$$

$$n_1 = 16$$

$$\mu_2 = 70$$

$$\sigma_2 = 16$$

$$n_2 = 9$$

$$Z = \frac{8 - (74 - 70)}{\sqrt{\frac{(12)^2}{16} + \frac{(16)^2}{9}}} = 0.65$$

$$P(\bar{X} - \bar{Y} > 8) = p(Z > 0.65) = 1 - P(Z \leq 0.65) = 1 - 0.7422 = 0.2578$$

أوجد :-

$$P(3 < \bar{x} - \bar{y} < 7)$$

المحاضره الثالثه عشر / توزيع المعاينة للوسط الحسابي

مجتمع طبيعي وسطه μ
وتباينه معلوم
اخذت عينة
 $\sigma^2 =$
وسطها \bar{x} وحجمها n

مجتمع طبيعي وسطه μ
تباينه غير معلوم
اخذت عينة وسطها \bar{x}
وتباينها s^2 وحجمها n

	A	B
وسطه	μ_1	μ_2
تباينه	σ_1^2	σ_2^2
	n_1	n_2

$$z = \frac{\bar{x} - \mu}{\sigma / \sqrt{n}}$$

$$t = \frac{\bar{x} - \mu}{s / \sqrt{n}}, v = n - 1$$

$$z = \frac{(\bar{x} - \bar{y}) - (\mu_1 - \mu_2)}{\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}}$$

التوزيع الطبيعي المعياري

جدول توزيع t

جدول التوزيع الطبيعي
المعياري

مثال: اخذت عينة عشوائية من مجتمع طبيعي وسطه 40 اذا كان حجم العينة 16 وانحرافها المعياري 8. اوجد احتمال ان يقل الوسط الحسابي من 44

$$p(\bar{x} < 44)$$

$$\bar{x} = 44 \rightarrow t = \frac{\bar{x} - \mu}{s / \sqrt{n}}, v = n - 1$$

$$t = \frac{44 - 40}{8 / \sqrt{16}}, v = 16 - 1$$

$$t = \frac{4}{2} = 2, v = 15$$

$$t[\lambda, 15] = 2$$

$$\lambda = 0.975$$

$$\rightarrow p(\bar{x} < 44) = 0.975$$

التقدير

الاستنتاج الاحصائي: هي التعميمات والقرارات التي يمكن اتخاذها على معلومات قمت بجمعها او متوفره لديك.

معالم توزيع ذات الحدين $\leftarrow p, n$

معالم توزيع بواسون $\leftarrow \lambda$

توزيع الطبيعي $\leftarrow \mu, \sigma^2$

التقدير

انواع التقدير

1-التقدير النقطي

2-التقدير بالفترة

*التقدير النقطي:

يمكن ايجاد تقديرات للمعالم الخاصة من خلال البيانات المأخوذه من عينة عشوائية فمثلا

الوسط الحسابي في التوزيع الطبيعي μ يقدر ب \bar{x}

التباين في التوزيع الطبيعي σ^2 يقدر ب s^2

احتمال النجاح في توزيع ذات الحدين p يقدر ب \bar{x}

احتمال النجاح في توزيع بواسون λ يقدر ب \bar{x}

مثال :اخذت عينة عشوائية من مجتمع طبيعي فكانت قيمتها 6,4,7,3,5,5 اوجد تقدير μ وتقدير σ

$$\mu = \bar{x} = \frac{\sum x_i}{n}$$

$$\bar{x} = \frac{6 + 4 + 7 + 3 + 5 + 5}{6} = 5$$

$$\mu = 5$$

$$s^2 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n - 1} \rightarrow \text{تباين العينة}$$

$$\bar{s} = \frac{(6 + 5)^2 + (4 + 5)^2 + (7 + 5)^2 + (3 + 5)^2 + 0 + 0}{6 - 1}$$

$$s^2 = \frac{1 + 1 + 4 + 4}{5} = \frac{10}{5} = 2$$

تقدير التباين الطبيعي $2 = s^2 = \sigma^2$

تقدير الانحراف المعياري الطبيعي $\sqrt{2} = s = \sigma$

مثال: في توزيع بواسون قدر عدد النجاحات في فترة زمنية بناء على عينة عشوائية اعطت القيم 8,6,7,7,2

المطلوب تقدير قيمة $\lambda = \bar{x}$

$$\begin{aligned}\bar{x} &= \frac{\sum x_i}{n} = \frac{8 + 6 + 7 + 7 + 2}{5} \\ &= \frac{30}{5} = 6\end{aligned}$$

تقدير λ يساوي 6

مثال: اخذت عينة عشوائية من مجتمع ذات الحدين حجمها 5 واعطت العينة القيم التالية 6,10,7,4,3 اوجد تقدير نجاح في توزيع ذات الحدين

#بعد المذاكرة:

اللهم اني استودعك ما قرأت و ما حفظت و ما تعلمت،
فرده عند حاجتي اليه، انك على كل شيء قدير، حسبنا الله و نعم الوكيل..

تلخيص / Mu*

المحاضره الرابعه عشر / التقدير بالفترة

*ايجاد فترات الثقة للوسط الحسابي μ :

نظرية 1: اذا اخذت عينة عشوائية من مجتمع طبيعي $N(\mu, \sigma^2)$ بحيث ان التباين للمجتمع σ^2 معلوم فان فترة الثقة $100(1-\alpha)\%$ للمعلمه μ هي

$$\left(\bar{x} - Z_{1-\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \bar{x} + Z_{1-\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \right)$$

\bar{X} = الوسط الحسابي للعينة

$$Z_{1-\frac{\alpha}{2}} = \text{قيمة } Z \text{ التي تكون المساحة على يسارها } 1 - \frac{\alpha}{2}$$

σ = الانحراف المعياري للمجتمع

n = حجم العينة

مثال: عينة عشوائية حجمها 25 اخذت من مجتمع طبيعي انحرافه المعياري 4 فأعطت $\bar{x}=60$ اوجد فترة الثقة 95% للوسط الحسابي μ

$$100(1-\alpha)\% = 95\%$$

$$1-\alpha = \frac{95}{100} = 0.95$$

$$\alpha = 1 - 0.95 = 0.05$$

$$\left(\bar{x} - Z_{1-\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \bar{x} + Z_{1-\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \right)$$

$$\left(60 - Z_{0.975} \frac{4}{\sqrt{25}}, 60 + Z_{0.975} \frac{4}{\sqrt{25}} \right)$$

$$= \left(60 - 2.33 \times \frac{4}{5}, 60 + 2.33 \times \frac{4}{5} \right)$$

$$= (58.14, 61.86)$$

مثال : عينة عشوائية حجمها 49 اخذت من مجتمع تباينه 9 فأعطت $\bar{x}=30$ اوجد فترة الثقة 95 % للوسط الحسابي للمجتمع μ

الحل:

$$100(1-\alpha) = 95$$

$$1-\alpha = 0.95$$

$$\rightarrow \alpha = 1 - 0.95 = 0.05$$

$$\rightarrow 1 - \frac{\alpha}{2} = 1 - \frac{0.05}{2} = 0.975$$

$$\left(\bar{x} - Z_{1-\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \bar{x} + Z_{1-\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \right)$$

$$\left(30 - 1.96 \times \frac{3}{7}, 30 + 1.96 \times \frac{3}{7} \right)$$

$$=(29.16, 30.84)$$

نظرية2: اخذت عينة عشوائية من مجتمع طبيعي تباينه غير معلوم فان فترة $100(1-\alpha)\%$ ثقة الوسط الحسابي μ تعطى

$$\left(\bar{x} - t \left[1 - \frac{\alpha}{2}, n - 1 \right] \frac{s}{\sqrt{n}}, \bar{x} + t \left[1 - \frac{\alpha}{2}, n - 1 \right] \frac{s}{\sqrt{n}} \right)$$

مثال: اخذت عينة عشوائية حجمها 15 من مجتمع طبيعي فأعطت $\bar{x} = 17.4$, $s = 2.1$, اوجد فترة 95%

$$100(1-\alpha) = 95$$

$$\rightarrow 1-\alpha = 0.95$$

$$\rightarrow \alpha = 1 - 0.95 = 0.05$$

$$\rightarrow 1 - \frac{\alpha}{2} = 1 - \frac{0.05}{2} = 0.975$$

$$\left(\bar{x} - t \left[1 - \frac{\alpha}{2}, n - 1 \right] \frac{s}{\sqrt{n}}, \bar{x} + t \left[1 - \frac{\alpha}{2}, n - 1 \right] \frac{s}{\sqrt{n}} \right)$$

$$\left(17.4 - t[0.975,14] \frac{2.1}{\sqrt{15}}, 17.4 + t[0.975,14] \frac{2.1}{\sqrt{15}} \right)$$

فترة الثقة 95% للوسط الحسابي μ

(16.24,18.56)

تمرين: عينة عشوائية حجمها 16 اخذت من مجتمع طبيعي اذا علمت ان الوسط الحسابي للعينة يساوي 20 اوجد:

1- فترة الثقة 90% للوسط الحسابي μ اذا كان التباين للمجتمع يساوي 9

2- فترة الثقة 90% للوسط الحسابي μ اذا كان التباين للعينة يساوي 9

فترة الثقة للفريق بين وسطين

نظرية 3: اذا كان x_1, x_2, \dots, x_{n1} عينة عشوائية من مجتمع طبيعي $N(\mu_1, \sigma_1^2)$ وكانت y_1, y_2, \dots, y_{n2} عينة عشوائية من مجتمع طبيعي اخر $N(\mu_2, \sigma_2^2)$ بحيث ان تباين المجتمعان معلومان فان فترة $100(1-\alpha)$ ثقة للفريق بين الوسط الحسابي $\mu_1 - \mu_2$ تعطى

$$[(\bar{x} - \bar{y}) - Z_{1-\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}, (\bar{x} - \bar{y}) + Z_{1-\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}]$$

مثال: اخذت عينة عشوائية حجمها 9 من مجتمع طبيعي $N(\mu_1, 25)$ ثم اخذت عينة عشوائية حجمها 15 من مجتمع طبيعي اخر $N(\mu_2, 40)$ فاذا اعطت العينة الاول وسط حسابي 32 والعينة الثانية وسط حسابي 47 اوجد

1- فترة ثقة 95% للفرق بين الوسطين $\mu_1 - \mu_2$

$$100(1-\alpha) = 95$$

$$\rightarrow 1-\alpha = 0.95$$

$$\rightarrow \alpha = 1 - 0.95 = 0.05$$

$$\rightarrow 1 - \frac{\alpha}{2} = 1 - \frac{0.05}{2} = 0.975$$

$$\left((\bar{x} - \bar{y}) - Z_{1-\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_1}}, (\bar{x} - \bar{y}) + Z_{1-\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}} \right)$$

$$\left((32 - 47) - Z_{0.975} \sqrt{\frac{25}{9} + \frac{40}{10}}, (32 - 47) + Z_{0.975} \sqrt{\frac{25}{9} + \frac{40}{10}} \right)$$

$$=(-20.1, -9.9)$$

2- فترة ثقة 90% للفرق بين الوسطين $\mu_2 - \mu_1$

$$100(1-\alpha) = 90$$

$$1-\alpha = 0.90 \rightarrow \alpha = 1 - 0.9$$

$$\rightarrow \alpha = 0.1$$

$$\rightarrow 1 - \frac{\alpha}{2} = 1 - \frac{0.1}{2} = 1 - 0.05 = 0.95$$

$$((\bar{y} - \bar{x}) - Z_{1-\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}, (\bar{y} - \bar{x}) + Z_{1-\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}})$$

$$= \left((47 - 32) - Z_{0.95} \sqrt{\frac{25}{9} + \frac{40}{10}}, (47 - 32) + Z_{0.95} \sqrt{\frac{25}{9} + \frac{40}{10}} \right)$$

$$= (10.73, 19.27)$$

تقدير النسبة

نظرية 4: إذا كانت $\bar{p} = \frac{x}{n}$ نسبة نجاح في عينة عشوائية حجمها n فان فترة الثقة $100\% (1-\alpha)$ نسبة النجاح P تعطى

$$\left(\bar{P} - Z_{1-\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{\bar{P}(1-\bar{P})}{n}}, \bar{P} + Z_{1-\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{\bar{P}(1-\bar{P})}{n}} \right)$$

مثال :اوجد فترة 95%ثقة لنسبة عدد الطلاب في احد المدارس الذين لديهم ضعف في البصر .اخذت عينة عشوائية حجمها 100 طالب ووجد 15 طالب لديهم ضعف البصر

$$\bar{P} = \frac{15}{100} = 0.15$$

$$100(1-\alpha)\% = 95\% \rightarrow 1 - \alpha = 0.95$$

$$\rightarrow \alpha = 1 - 0.95 = 0.05 \rightarrow 1 - \frac{\alpha}{2} = 1 - \frac{0.05}{2} = 0.975$$

فترة الثقة للنسبة للنجاح p هي

$$\left(\bar{p} - \frac{Z_{1-\alpha}}{2} \sqrt{\frac{\bar{p}(1-\bar{p})}{n}}, \bar{p} + \frac{Z_{1-\alpha}}{2} \sqrt{\frac{\bar{p}(1-\bar{p})}{n}} \right)$$

$$= \left(0.15 - 1.96 \sqrt{\frac{(0.15)(0.85)}{100}}, 0.15 + 1.96 \sqrt{\frac{(0.05) \times (0.85)}{100}} \right)$$

$$=(0.08, 0.22)$$

تقدير التباين

نظرية :اذا كانت x_1, x_2, \dots, x_n عينة عشوائية من مجتمع طبيعي $N(\mu, \sigma^2)$ فان فترة الثقة $100(1-\alpha)\%$ للتباين σ^2 هي

$$\left(\frac{(n-1)s^2}{x^2[1-\frac{\alpha}{2}, n-1]}, \frac{(n-1)s^2}{x^2[\frac{\alpha}{2}, n-1]} \right)$$

مثال :عينة عشوائية حجمها 20 اخذت من مجتمع طبيعي فاعطت تباين $s^2=15$ اوجد فترة 90% ثقة للتباين σ^2

$$(1-\alpha)100\% \Rightarrow 90\% \rightarrow 1 - \alpha = 0.9$$

$$\rightarrow \alpha = 0.1$$

$$1 - \frac{\alpha}{2} = 1 - \frac{0.1}{2} = 0.95$$

$$\frac{\alpha}{2} = \frac{0.1}{2} = 0.05$$

$$\left(\frac{(n-1)s^2}{x^2[1 - \frac{\alpha}{2}, n-1]}, \frac{(n-1)s^2}{x^2[\frac{\alpha}{2}, n-1]} \right)$$

$$= \left(\frac{(20-1)15}{x^2[0.05, 19]}, \frac{(20-1)15}{x^2[0.05, 19]} \right)$$

$$= \left(\frac{(19)(15)}{30.14}, \frac{(19)(15)}{6.84} \right)$$

$$= (9.456, 41.667)$$

#بعد المذاكرة:

اللهم اني استودعك ما قرأت و ما حفظت و ما تعلمت،
فرده عند حاجتي اليه، انك على كل شيء قدير، حسبنا الله و نعم الوكيل..

تلخيص / Mu*

المحاضرة الخامسة عشر / اختبار الفرضيات .

مقدمة:

تصادفنا العديد من المشاكل في حياتنا اليومية ويجب أخذ قرار ملائم بشأن تلك المشاكل، وبما أن أغلب الدراسات هي مستمدة من العينة المسحوبة من المجتمع، نبعد التقدير للمعالم المختلفة لذلك المجتمع، فإنه علينا أن نعطيها المزيد من الثقة لذا لا بد من اتخاذ قرار حول صحة فرضية معينة أو عدم صحتها. وتسمى هذه الطريقة باختبار الفرضيات ولاتخاذ القرار الاحصائي يجب النظر إلى الفروض الاحصائية أولاً وبناءً عليه لا بد من توضيح بعض المفاهيم المتعلقة بها كالآتي:

الفرضية الاحصائية:

تعريف: هي كل عبارة عن احدى معالم المجتمع أو عدة معالم تكون قابلة للاختبار وبالتالي تكون صحتها أو عدم صحتها بحاجة إلى قرار. وبصورة عامة تتعلق الفرضيات الاحصائية بعبارة عن احدى معالم المجتمع مثل الوسط الحسابي أو نسبة النجاح أو التباين وغيره. أو عدة معالم مثل المقارنة بين معلمين أو أكثر.

في الغالب هناك عنوان من الفرضيات الاحصائية في المسألة الواحدة:

- 1- **الفرضية الصفرية (الابتدائية):** وهي الفرضية التي تبنى على أمل أن يتخذ قرار بعدم صحتها، ونصطلح من الآن على اعتبار أي فرضية نود اختبارها بالفرضية الصفرية ويتم التعبير عنها بالرمز H_0
- 2- **الفرضية البديلة:** وهي الفرضية البديلة للفرضية الصفرية في حال عملية الرفض للفرضية الصفرية يتم قبول الفرضية البديلة، ويرمز لها بالرمز H_1

مثال: يدعي أحد المصانع في فترة المواصفات الكهربائية التي ينتجها أن معدل عمر المصابيح هو 500 ساعة للمصباح الواحد. أردت اختبار هذا الادعاء، اكتب الفرضية الصفرية والفرضية البديلة؟

الحل: نفرض أن معدل عمر المصابيح التي ينتجها ذلك المصنع بالرمز μ

إذن تصبح الفرضية الصفرية على الصورة:

$$H_0: \mu = 500$$

أما الفرضية البديلة فتعتمد على الحالة المتوقعة التي تريد اجراء الاختبار من أجلها. فمثلا اذا كنت تريد اختبار H_0 بغرض الشراء من ذلك المصنع فأننا نصوغ الفرضية البديلة على الشكل:

$$H_1: \mu > 500$$

(لاحظ أن الفرضية البديلة لم يعين قيمة محددة للوسط الحسابي μ بل سمحت بفترة من القيم جميعها أكبر من العدد 500)

خطوات اختبار الفرضيات:

الخطوة الأولى: تحديد توزيع المجتمع

يجب أولاً معرفة فيما إذا كان المتغير العشوائي يتوزع توزيعاً طبيعياً أو يتبع توزيع ذو الحجين أو غيره من التوزيعات الأخرى حيث تعتبر هذه نقطة مهمة في عملية اتخاذ القرار الملائم. وبما أن معظم التوزيعات تقترب من التوزيع الطبيعي و خاصة إذا كانت العينات كبيرة فلذلك سنستند في اختبار لفرضيات على التوزيعات الطبيعية في الغالب.

الخطوة الثانية: صياغة الفرضيات

يتم صياغة الفرضيات الصفرية H_0 والمراد اختبارها والتي تعتمد على تحديد قيمة المعلمة للمجتمع بحيث تكون على الشكل التالي:

$$H_0 : \mu = \mu_0$$

حيث μ_0 تمثل قيمة معينة لهذا الوسط

أما الفرضية البديلة فتأتي على أحد الأشكال التالية:

حيث يسمى هذا الاختبار بالاختبار من طرفين $H_1 : \mu \neq \mu_0$

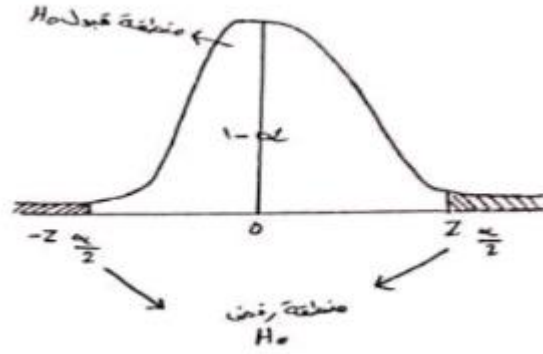
ويسمى اختبار من جهة اليمين $H_1 : \mu > \mu_0$

ويسمى اختبار من جهة اليسار $H_1 : \mu < \mu_0$

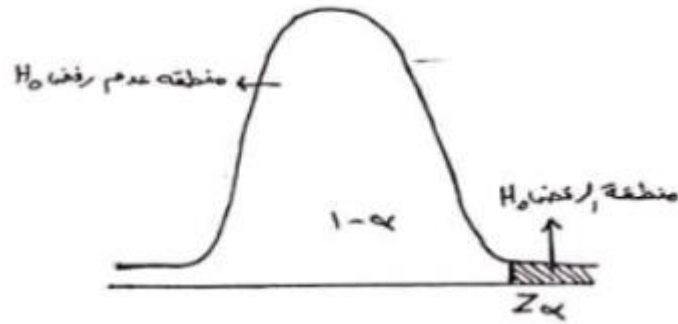
الخطوة الثالثة: اختبار مستوى الدالة α

يتم من خلال هذه الخطوة تحديد قيمة α والتي من خلالها سيتم تحديد منطقة القبول ومنطقة الرفض للحالات الثلاث التي تم ذكرها (الفرضية البديلة) والأشكال تالية توضح ذلك:

أولاً: اختبار الفرضيات من جهتين



ثانياً: اختبار الفرضيات من الطرف الأيمن



ثالثاً: اختبار الفرضيات من الطرف الأيسر



الخطوة الرابعة: احصاء الاختبار (دالة الاختبار)

وهي الاحصاء المحسوب قيمته من العينة حيث يتم مقارنة هذا الاحصاء الذي تم جمعه من عينه مسحوب من مجتمع ما مع القيمة الجدولية على مستوى دلالة α معين لتحديد منطقة القبول أو منطقة الرفض.

الخطوة الخامسة: اتخاذ القرار

وهي عملية رفض الفرضية الصفرية أو قبولها بناءً على عملية مقارنة بين احصاء الاختبار مع منطقة الرفض فإذا وقعت دالة الاختبار في منطقة الرفض فأنا نرفض H_0 وندعم H_1 أما في حالة وقوع دالة الاختبار في منطقة القبول فأنا ندم H_0 ونهمل H_1

شركة متخصصة في صناعة لعب الاطفال تعاقدت لشراء نوع جديد من الخيوط الصناعية . و يدعي صانع هذه الخيوط ان متوسط قوه تحمل الخيط 15 كيلوجرام بإنحراف معياري 0.5 كيلوجرام . و للإختبار صحه الادعاء أخذت عينه عشوائيه من 50 خيطا و تم اختبارها فوجد ان متوسط قوه التحمل في العينه 14.8 كيلوجرام . فهل يمكن تأييد ادعاء صانع الخيوط عند مستوى معنوية 1%

في عينه عشوائيه مكونه من تسجيل 100 حاله وفاه في قريه معينه تبين ان متوسط العمر في العينه 67.5 بإنحراف معياري 8 أعوام . فهل هذا يوضح ان متوسط العمر في هذه القريه اكبر من 65 عاما عند مستوى معنوية 5% .

#بعد المذاكرة:

اللهم إني أستودعك ما قرأت و ما حفظت و ما تعلمت،
فرده عند حاجتي إليه، إنك على كل شيء قدير، حسبنا الله و نعم الوكيل..

تلخيص / μ^*

المحاضرة السادسة عشر .

اختبار الفرضيات للوسط الحسابي μ

نظرية (1): إذا أخذت عينة عشوائية حجمها n من مجتمع طبيعي $N(\mu, \sigma^2)$ بحيث يكون التباين معلوم فإن

$$Z = \frac{\bar{X} - \mu_0}{\sigma / \sqrt{n}}$$
 دالة الاختبار تعطى

بحيث أن \bar{X} الوسط الحسابي للعينة

1- اختبر الفرضية الصفرية $H_0 : \mu = \mu_0$

2- مقابل الفرضيات

1. $H_1 : \mu \neq \mu_0$

2. $H_1 : \mu > \mu_0$

3. $H_1 : \mu < \mu_0$

3- مستوى الدلالة α

4- دالة الاختبار $Z = \frac{\bar{X} - \mu}{\sigma / \sqrt{n}}$

5- منطقة الرفض لـ H_0

الحل:

(i)

$$H_1 : \mu \neq \mu_0$$

$$Z < Z_{\frac{\alpha}{2}}$$

OR

$$Z < Z_{1-\frac{\alpha}{2}}$$

نقوم برفض H_0 ودعم H_1

$$H_1 : \mu > \mu_0$$

(ii)

$$Z > Z_{1-\alpha}$$

نقوم برفض H_0 ودعم H_1

$$H_1 : \mu < \mu_0$$

(iii)

$$Z < Z_{\alpha}$$

نقوم برفض H_0 ودعم H_1

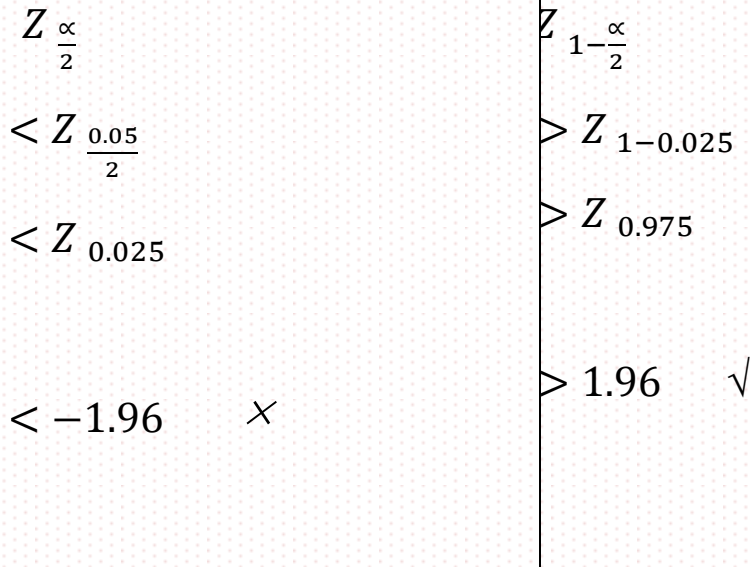
مثال: تخضع أوزان عبوات أحد المساحيق لتوزيع طبيعي انحرافه المعياري 7 ومعدله μ على مستوى الدلالة α

$= 0.05$ ، اختبر الفرضية $H_0: \mu = 50$ مقابل الفرضية البديلة $H_1: \mu \neq 50$

إذا علمت أن الوسط الحسابي لعينة حجمها 12 هو $\bar{X}=56$

الحل:

$$Z = \frac{\bar{X} - \mu}{\sigma / \sqrt{n}} = \frac{56 - 50}{7 / \sqrt{12}} = 2.97$$



ندعم H_1 ونرفض H_0

مثال: شركة متخصصة في صناعة لعب الأطفال تعاقدت لشراء نوع جديد من الخيوط الصناعية ويدعي صانع هذه الخيوط أن متوسط قوة تحمل الخيط 15 كيلوجرام بانحراف معياري 0.5 كيلوجرام. ولاختبار صحة هذا الادعاء أخذت عينة عشوائية من 50 خيطاً وتم اختبارها فوجد أن متوسط قوة التحمل في العينة 14.8 كيلوجرام. فهل يمكن تأييد ادعاء صانع الخيوط عند مستوى معنوية 1%؟

المعطيات:

$$H_0 : \mu = 15$$

$$\sigma = 0.5$$

$$H_1 : \mu \neq 15$$

$$n=50$$

$$\alpha = 0.01$$

$$\bar{X}=14.8$$

$$Z = \frac{\bar{X} - \mu}{\sigma / \sqrt{n}} = \frac{14.8 - 15}{0.5 / \sqrt{50}} =$$

$8 < Z_{\frac{\alpha}{2}}$ $8 < Z_{\frac{0.01}{2}}$ $8 < Z_{0.005}$ $8 < -2.575 \quad \checkmark$	$Z_{1-\frac{\alpha}{2}}$ $8 > Z_{1-0.005}$ $8 > Z_{0.995}$ $8 > 2.585 \quad \times$
--	--

ندعم الفرضية البديلة H_1 ونرفض الفرضية الصفرية

نظرية (2): أخذت عينة عشوائية حجمها n من توزيع طبيعي $N(\mu, \sigma^2)$ وكان التباين غير معلوم وكان الوسط الحسابي للعينة \bar{X} وتباين العينة S^2 عند مستوى الدلالة α فإن دالة الاختبار:

$$T = \frac{\bar{X} - \mu}{S / \sqrt{n}}$$

1. H_0 : الفرضية الصفرية $\mu = \mu_0$

2. H_1 : الفرضية البديلة $\mu \neq \mu_0$

$H_1 : \mu > \mu_0$

$H_1 : \mu < \mu_0$

3. مستوى الدلالة α

4. دالة الاختبار $T = \frac{\bar{X} - \mu}{S / \sqrt{n}}$

$H_1 : \mu \neq \mu_0$

$$T < -t \left[1 - \frac{\alpha}{2}, n - 1 \right] \quad \text{OR} \quad T > t \left[1 - \frac{\alpha}{2}, n - 1 \right]$$

ترفض الفرضية الصفرية وتدعم الفرضية البديلة

$$H_1 : \mu > \mu_0$$

$$T > t [1-\alpha, n - 1]$$

ترفض الفرضية الصفرية وتدعم الفرضية البديلة

$$H_1 : \mu < \mu_0$$

$$T < -t [1-\alpha, n - 1]$$

نقوم برفض الفرضية الصفرية H_0 ودعم الفرضية البديلة H_1

مثال: أظهرت سجلات احدى المدارس أن معدل تحصيل الطلبة في امتحان اللغة الإنجليزية هو 410، بدأت المدرسة بإعطاء دروس تقوية لمادة اللغة الإنجليزية. اختبر فرضية أن هذا المعدل قد تحسن إذا أعطت نتائج 14 طالب وسطاً حسابياً مقداره 418 وبانحراف معياري 21 ؟

اعتبر مستوى الدلالة $\alpha = 1\%$

$$H_0 : \mu = 410$$

$$H_1 : \mu > 410$$

$$T = \frac{\bar{X} - \mu}{S / \sqrt{n}} = \frac{418 - 410}{21 / \sqrt{14}} = 1.42$$

$$T > t [1-\alpha, n - 1]$$

$$1.42 > t [1 - 0.01, 14 - 1]$$

$$1.42 > t [0.99, 13]$$

$$1.42 > t [0.99, 13]$$

$$1.42 > 2.65$$

نقوم بدعم الفرضية الصفرية H_0 ورفض الفرضية البديلة H_1 ، لانستطيع القول بأن المعدل قد تحسن وتدعم أن المعدل بقي كما هو 410

مثال: في عينة عشوائية مكنة من تسجيل 81 حالة وفاة في قرية معينة تبين أن متوسط العمر في العينة 67.5 بانحراف معياري 8 أعوام فهل هذا يوضح أن متوسط العمر في هذه القرية أكبر من 65 عاماً عند مستوى معنوية 5% ؟

المعطيات

$$\mu = 65$$

$$S = 8$$

$$\mu > 65$$

$$n=81$$

$$\alpha = 0.05$$

$$\frac{8}{\sqrt{81}} = 6 \quad 7.5$$

$$T = \frac{\bar{X} - \mu}{S / \sqrt{n}} = \frac{67.5 - 65}{8 / \sqrt{81}} = 2.812$$

$$T > t [1 - \alpha, n - 1]$$

$$2.812 > t [1 - 0.05, 81 - 1]$$

$$1.42 > t [0.95, 80]$$

$$1.42 > 1.664$$

نقوم برفض الفرضية الصفرية ودعم الفرضية البديلة.

نظرية (3): اختبار الفرضيات المتعلقة بالفرق بين وسطين

إذا أخذت عينة عشوائية حجمها n_1 من مجتمع $N(\mu_1, \sigma_1^2)$ وعينة أخرى من مجتمع $N(\mu_2, \sigma_2^2)$ حجمها n_2 وكان التباين معلوم في المجتمعين فإن دالة الاختبار تعطى:

$$Z = \frac{\bar{X} - \bar{Y}}{\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}}$$

لاختبار الفرضية الصفرية $H_0 : \mu_1 = \mu_2$

الفرضية البديلة: $H_1 : \mu_1 = \mu_2$

$H_1 : \mu_1 > \mu_2$

$H_1 : \mu_1 < \mu_2$

مستوى الدلالة α

$$Z = \frac{\bar{X} - \bar{Y}}{\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}} \text{ دالة الاختبار}$$

$$Z < Z_{\frac{\alpha}{2}} \quad \text{OR} \quad Z < Z_{1-\frac{\alpha}{2}}$$

$$H_1 : \mu_1 > \mu_2 \\ Z > Z_{1-\alpha}$$

$$H_1 : \mu_1 < \mu_2 \\ Z < Z_{\alpha}$$

إذا تحققت احدى المتباينات فإننا نقوم برفض الفرضية الصفرية H_0 ودعم الفرضية البديلة H_1

مثال: اخذت عينة عشوائية حجمها 72 من مجتمع $N(\mu_1, 144)$ وعينة أخرى مستقلة من مجتمع آخر حجمها 27 $N(\mu_2, 81)$ ، فأعطت العينة الأولى وسط حسابي 73 والأخرى وسط حسابي 69 ، اختبر فرضية $H_0: \mu_1 = \mu_2$ مقابل فرضية $H_1 : \mu_1 > \mu_2$ على مستوى الدلالة $\alpha = 0.05$

لحسابي

$$Z = \frac{\bar{X} - \bar{Y}}{\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}} = \frac{73 - 69}{\sqrt{\frac{144}{72} + \frac{81}{27}}} = 1.79$$

$$Z > Z_{1-\alpha}$$

$$1.79 > Z_{1-0.05}$$

$$1.79 > Z_{0.95}$$

$$1.79 > 1.645$$

نقوم برفض الفرضية الصفرية وندعم الفرضية البديلة

اختبار الفرضيات المتعلقة بالنسبة:

يشبه اختبار الفرضيات المتعلقة بالوسط الحسابي والتباين معلوم يتغير فقط دالة الاختبار.

نظرية (4): إذا أخذت عينة عشوائية حجمها n من توزيع ذات الحدين (مجتمع برنولي) بحيث كان \bar{P} هي نسبة النجاح في العينة فإن دالة الاختبار:

$$Z = \frac{\bar{P} - P_0}{\sqrt{\frac{P_0(1-P_0)}{n}}}$$

الفرضية الصفرية $H_0 : P = P_0$

الفرضية البديلة: $H_1 : P \neq P_0$

$H_1 : P > P_0$

$H_1 : P < P_0$

مستوى الدلالة α

$$Z = \frac{\bar{P} - P_0}{\sqrt{\frac{P_0(1-P_0)}{n}}} \text{ دالة الاختبار}$$

ترفض الفرضية الصفرية وتدعم الفرضية البديلة إذا كان:

$H_1 : P \neq P_0$

$$Z < Z_{\frac{\alpha}{2}}$$

OR

$$Z < Z_{1-\frac{\alpha}{2}}$$

$H_1 : P > P_0$

$$Z > Z_{1-\alpha}$$

$H_1 : P < P_0$

$$Z < Z_{\alpha}$$

مثال: من المعلوم أن نسبة مستخدمي حزام الأمان في السيارات هي 0.8 درست عينة عشوائية حجمها 200 سائق بعد صدور التشريع الإلزامي فوجد 170 سائق يستعملون الحزام. اختبر فرضية ما إذا كان التشريع قد زاد نسبة مستخدمي حزام الأمان على مستوى دلالة 0.1 ؟

$$H_0 : P = 0.8$$

$$\bar{P} = \frac{170}{200} = \frac{17}{20} = 0.85$$

$$H_1 : P > 0.8$$

$$Z = \frac{\bar{P} - P_0}{\sqrt{\frac{P_0(1-P_0)}{n}}} = \frac{0.85 - 0.8}{\sqrt{\frac{0.8(1-0.8)}{200}}} = 1.8$$

$$Z > Z_{1-\alpha}$$

$$1.8 > Z_{1-0.1}$$

$$1.79 > Z_{0.90}$$

$$1.79 > 1.28$$

نقوم برفض الفرضية الصفرية ودعم الفرضية البديلة، عدد مستخدمي حزام الأمان قد تحسن.

مثال: إذا كان من المعروف أن جسم الانسان البالغ في المتوسط يحتاج يومياً إلى 800 ميللجرام من الكالسيوم لكي يقوم بوظائفه خير قيام. ويعتقد أحد علماء التغذية أن الأفراد ذوي الدخل المنخفض لا يستطيعون تحقيق هذا المتوسط، ولاختبار ذلك تم اختيار عينة من 49 شخصاً بالغاً من ذوي الدخل المنخفض فكان متوسط ما يتناوله من الكالسيوم يومياً هو 755 ميللجرام بانحراف معياري 210 ميللجرام. فهل تدل هذه النتائج على أن متوسط ما يتناوله الأشخاص البالغون من ذوي الدخل المنخفض من الكالسيوم تقل عن 800 ميللجرام مستخدماً بنسبة معنوية 5%؟

المعطيات:

$$= 800$$

$$S = 21$$

$$< 800$$

$$\alpha = 0.05$$

$$5$$

$$\mu = 800$$

$$T = \frac{\bar{X} - \mu}{S / \sqrt{n}} = \frac{755 - 800}{210 / \sqrt{49}} = \frac{-45}{30} = -1.5$$

$$T < -t [1 - \alpha, n - 1]$$

$$-1.5 < -t [1 - 0.05, 49 - 1]$$

$$-1.5 < -t [0.95, 48]$$

$$-1.5 < -1.671$$

نقوم بدعم الفرضية الصفرية ورفض الفرضية البديلة

نرفض أن تكون نسبة الكالسيوم لذوي الدخل المنخفض أقل من 800 ميلليجرام وندعم أن تكون النسبة تساوي 800 ميلليجرام.

#بعد المذاكرة:

اللهم إني أستودعك ما قرأت و ما حفظت و ما تعلمت،
فرده عند حاجتي إليه، إنك على كل شيء قدير، حسبنا الله و نعم الوكيل..

تلخيص / Mu*

جدول توزيع F عند مستوى معنوية 0.05 (F_{0.05})

		درجات حرية البسط Degrees of freedom for numerator																			
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	12	15	20	24	30	40	60	120	∞	
درجات حرية المقام Degrees of freedom for denominator	1	161	200	216	225	230	234	237	239	241	242	244	246	248	249	250	251	252	253	254	
	2	18.5	19.0	19.2	19.2	19.3	19.3	19.4	19.4	19.4	19.4	19.4	19.4	19.4	19.5	19.5	19.5	19.5	19.5	19.5	19.5
	3	10.1	9.55	9.28	9.12	9.01	8.94	8.89	8.85	8.81	8.79	8.74	8.70	8.66	8.64	8.62	8.59	8.57	8.55	8.53	8.53
	4	7.71	6.94	6.59	6.39	6.26	6.16	6.09	6.04	6.00	5.96	5.91	5.86	5.80	5.77	5.75	5.72	5.69	5.66	5.66	5.63
	5	6.61	5.79	5.41	5.19	5.05	4.95	4.88	4.82	4.77	4.74	4.68	4.62	4.56	4.53	4.50	4.46	4.43	4.40	4.40	4.37
	6	5.99	5.14	4.76	4.53	4.39	4.28	4.21	4.15	4.10	4.06	4.00	3.94	3.87	3.84	3.81	3.77	3.74	3.70	3.70	3.67
	7	5.59	4.74	4.35	4.12	3.97	3.87	3.79	3.73	3.68	3.64	3.57	3.51	3.44	3.41	3.38	3.34	3.30	3.27	3.27	3.23
	8	5.32	4.46	4.07	3.84	3.69	3.58	3.50	3.44	3.39	3.35	3.28	3.22	3.15	3.12	3.08	3.04	3.01	2.97	2.97	2.93
	9	5.12	4.26	3.86	3.63	3.48	3.37	3.29	3.23	3.18	3.14	3.07	3.01	2.94	2.90	2.86	2.83	2.79	2.75	2.75	2.71
	10	4.96	4.01	3.71	3.48	3.33	3.22	3.14	3.07	3.02	2.98	2.91	2.85	2.77	2.74	2.70	2.66	2.62	2.58	2.58	2.54
	11	4.84	3.98	3.59	3.36	3.20	3.09	3.01	2.95	2.90	2.85	2.79	2.72	2.65	2.61	2.57	2.53	2.49	2.45	2.45	2.40
	12	4.75	3.89	3.49	3.26	3.11	3.00	2.91	2.85	2.80	2.75	2.69	2.62	2.54	2.51	2.47	2.43	2.38	2.34	2.34	2.30
	13	4.67	3.81	3.41	3.18	3.03	2.92	2.83	2.77	2.71	2.67	2.60	2.53	2.46	2.42	2.38	2.34	2.30	2.25	2.25	2.21
	14	4.60	3.74	3.34	3.11	2.96	2.85	2.76	2.70	2.65	2.60	2.53	2.46	2.39	2.35	2.31	2.27	2.22	2.18	2.18	2.13
	15	4.54	3.68	3.29	3.06	2.90	2.79	2.71	2.64	2.59	2.54	2.48	2.40	2.33	2.29	2.25	2.20	2.16	2.11	2.11	2.07
	16	4.49	3.63	3.24	3.01	2.85	2.74	2.66	2.59	2.54	2.49	2.42	2.35	2.28	2.24	2.21	2.15	2.11	2.06	2.06	2.01
	17	4.45	3.59	3.20	2.96	2.81	2.70	2.61	2.55	2.49	2.45	2.38	2.31	2.23	2.19	2.15	2.10	2.06	2.01	2.01	1.95
	18	4.41	3.55	3.16	2.93	2.77	2.66	2.58	2.51	2.46	2.41	2.34	2.27	2.19	2.15	2.11	2.06	2.02	1.97	1.97	1.92
	19	4.38	3.52	3.13	2.90	2.74	2.63	2.54	2.48	2.42	2.38	2.31	2.23	2.16	2.11	2.07	2.03	1.98	1.93	1.93	1.88
	20	4.35	3.49	3.10	2.87	2.71	2.60	2.51	2.45	2.39	2.35	2.28	2.20	2.12	2.08	2.04	1.99	1.95	1.90	1.90	1.84
	21	4.32	3.47	3.07	2.84	2.68	2.57	2.49	2.42	2.37	2.32	2.25	2.18	2.10	2.05	2.01	1.96	1.92	1.87	1.87	1.81
	22	4.30	3.44	3.05	2.82	2.66	2.55	2.46	2.40	2.34	2.30	2.23	2.15	2.07	2.03	1.98	1.94	1.89	1.84	1.84	1.78
	23	4.28	3.42	3.03	2.80	2.64	2.53	2.44	2.37	2.32	2.27	2.20	2.13	2.05	2.01	1.96	1.91	1.86	1.81	1.81	1.76
	24	4.26	3.40	3.01	2.78	2.62	2.51	2.42	2.36	2.30	2.25	2.18	2.11	2.03	1.98	1.94	1.89	1.84	1.79	1.79	1.73
	25	4.24	3.39	2.99	2.76	2.60	2.49	2.40	2.34	2.28	2.24	2.16	2.09	2.01	1.96	1.92	1.87	1.82	1.77	1.77	1.71
30	4.17	3.32	2.92	2.69	2.53	2.42	2.33	2.27	2.21	2.16	2.09	2.01	1.93	1.98	1.84	1.79	1.74	1.68	1.68	1.62	
40	4.08	3.23	2.84	2.61	2.45	2.34	2.25	2.18	2.12	2.08	2.00	1.92	1.84	1.79	1.74	1.69	1.64	1.58	1.58	1.51	
60	4.00	3.15	2.76	2.53	2.37	2.25	2.17	2.10	2.04	1.99	1.92	1.84	1.75	1.70	1.65	1.59	1.53	1.47	1.47	1.39	
120	3.92	3.07	2.68	2.45	2.29	2.18	2.09	2.02	1.96	1.91	1.83	1.75	1.66	1.61	1.55	1.50	1.43	1.35	1.35	1.25	
∞	3.84	3.00	2.60	2.37	2.21	2.10	2.01	1.94	1.88	1.83	1.75	1.67	1.57	1.52	1.46	1.39	1.32	1.22	1.22	1.00	

جدول توزيع F عند مستوى معنوية 0.01 (F_{0.01})

درجات حرية المقام Degrees of freedom for denominator	درجات حرية البسط Degrees of freedom for numerator																	
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	12	15	20	24	30	40	60	120
1	1.052	5.000	5.403	5.625	5.764	5.859	5.298	5.982	6.023	6.056	6.106	6.157	6.209	6.235	6.261	6.287	6.313	6.339
2	98.5	99.0	99.2	99.2	99.3	99.3	99.4	99.4	99.4	99.4	99.4	99.4	99.4	99.5	99.5	99.5	99.5	99.5
3	34.1	30.8	29.5	28.7	28.2	27.9	27.7	27.5	27.3	27.2	27.1	26.9	26.7	26.5	26.4	26.4	26.3	26.2
4	21.2	18.0	16.7	16.0	15.5	15.2	15.0	14.8	14.7	14.5	14.4	14.2	14.0	13.9	13.8	13.7	13.7	13.6
5	16.3	13.3	12.1	11.4	11.0	10.7	10.5	10.3	10.2	10.1	9.89	9.72	9.55	9.47	9.38	9.29	9.20	9.11
6	13.7	10.9	9.78	9.15	8.75	8.47	8.26	8.10	7.98	7.87	7.72	7.56	7.40	7.31	7.23	7.14	7.06	6.97
7	12.2	9.55	8.45	7.85	7.46	7.19	6.99	6.84	6.72	6.62	6.47	6.31	6.16	6.07	5.99	5.91	5.82	5.74
8	11.3	8.65	7.59	7.01	6.63	6.37	6.18	6.03	5.91	5.81	5.67	5.52	5.36	5.28	5.20	5.12	5.03	4.95
9	10.6	8.02	6.99	6.42	6.06	5.80	5.61	5.47	5.35	5.26	5.11	4.96	4.81	4.73	4.65	4.57	4.48	4.40
10	10.0	7.56	6.55	5.99	5.64	5.39	5.20	5.06	4.94	4.85	4.71	4.56	4.41	4.33	4.25	4.17	4.08	4.00
11	9.65	7.21	6.22	5.67	5.32	5.07	4.89	4.74	4.63	4.54	4.40	4.25	4.10	4.02	3.94	3.86	3.78	3.69
12	9.33	6.93	5.95	5.41	5.06	4.82	4.64	4.50	4.39	4.30	4.16	4.01	3.86	3.78	3.70	3.62	3.54	3.45
13	9.07	6.70	5.74	5.21	4.86	4.62	4.44	4.30	4.19	4.10	3.96	3.82	3.66	3.59	3.51	3.43	3.34	3.25
14	8.86	6.51	5.56	5.04	4.70	4.46	4.28	4.14	4.03	3.94	3.80	3.66	3.51	3.43	3.35	3.27	3.18	3.09
15	8.68	6.43	5.48	4.96	4.63	4.39	4.21	4.07	3.96	3.87	3.73	3.59	3.44	3.36	3.28	3.20	3.11	3.02
16	8.53	6.29	5.34	4.82	4.49	4.25	4.07	3.93	3.82	3.73	3.59	3.45	3.30	3.22	3.14	3.06	2.97	2.88
17	8.40	6.17	5.22	4.70	4.37	4.13	3.95	3.81	3.70	3.61	3.47	3.33	3.18	3.10	3.02	2.94	2.85	2.76
18	8.29	6.07	5.12	4.60	4.27	4.03	3.85	3.71	3.60	3.51	3.37	3.23	3.08	3.00	2.92	2.84	2.75	2.66
19	8.19	5.97	5.02	4.50	4.17	3.93	3.75	3.61	3.50	3.41	3.27	3.13	2.98	2.90	2.82	2.74	2.65	2.56
20	8.10	5.88	4.93	4.41	4.08	3.84	3.66	3.52	3.41	3.32	3.18	3.04	2.89	2.81	2.73	2.65	2.56	2.47
21	8.02	5.78	4.83	4.31	3.98	3.74	3.56	3.42	3.31	3.22	3.08	2.94	2.79	2.71	2.63	2.55	2.46	2.37
22	7.95	5.72	4.77	4.25	3.92	3.68	3.50	3.36	3.25	3.16	3.02	2.88	2.73	2.65	2.57	2.49	2.40	2.31
23	7.88	5.66	4.71	4.19	3.86	3.62	3.44	3.30	3.19	3.10	2.96	2.82	2.67	2.59	2.51	2.43	2.34	2.25
24	7.82	5.61	4.66	4.14	3.81	3.57	3.39	3.25	3.14	3.05	2.91	2.77	2.62	2.54	2.46	2.38	2.29	2.20
25	7.77	5.57	4.62	4.10	3.77	3.53	3.35	3.21	3.10	3.01	2.87	2.73	2.58	2.50	2.42	2.34	2.25	2.16
30	7.56	5.39	4.51	4.02	3.70	3.47	3.30	3.17	3.07	2.98	2.84	2.70	2.55	2.47	2.39	2.30	2.21	2.11
40	7.31	5.18	4.31	3.83	3.51	3.29	3.12	2.99	2.89	2.80	2.66	2.52	2.37	2.29	2.20	2.11	2.02	1.92
60	7.08	4.98	4.13	3.65	3.34	3.12	2.95	2.82	2.72	2.63	2.50	2.35	2.20	2.12	2.03	1.94	1.84	1.73
120	6.85	4.79	3.95	3.48	3.17	2.96	2.79	2.66	2.56	2.47	2.34	2.19	2.03	1.95	1.86	1.76	1.66	1.53
∞	6.63	4.61	3.78	3.32	3.02	2.80	2.64	2.51	2.41	2.32	2.18	2.04	1.88	1.79	1.70	1.59	1.47	1.32

جدول توزيع F عند مستوى معنوية 0.05 (F_{0.05})

درجات حرية المقام	درجات حرية البسط Degrees of freedom for numerator																		
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	12	15	20	24	30	40	60	120	∞
1	161	200	216	225	230	234	237	239	241	242	244	246	248	249	250	251	252	253	254
2	18.5	19.0	19.2	19.2	19.3	19.3	19.4	19.4	19.4	19.4	19.4	19.4	19.4	19.5	19.5	19.5	19.5	19.5	19.5
3	10.1	9.55	9.28	9.12	9.01	8.94	8.89	8.85	8.81	8.79	8.74	8.70	8.66	8.64	8.62	8.59	8.57	8.55	8.53
4	7.71	6.94	6.59	6.39	6.26	6.16	6.09	6.04	6.00	5.96	5.91	5.86	5.80	5.77	5.75	5.72	5.69	5.66	5.63
5	6.61	5.79	5.41	5.19	5.05	4.95	4.88	4.82	4.77	4.74	4.68	4.62	4.56	4.53	4.50	4.46	4.43	4.40	4.37
6	5.99	5.14	4.76	4.53	4.39	4.28	4.21	4.15	4.10	4.06	4.00	3.94	3.87	3.84	3.81	3.77	3.74	3.70	3.67
7	5.59	4.74	4.35	4.12	3.97	3.87	3.79	3.73	3.68	3.64	3.57	3.51	3.44	3.41	3.38	3.34	3.30	3.27	3.23
8	5.32	4.46	4.07	3.84	3.69	3.58	3.50	3.44	3.39	3.35	3.28	3.22	3.15	3.12	3.08	3.04	3.01	2.97	2.93
9	5.12	4.26	3.86	3.63	3.48	3.37	3.29	3.23	3.18	3.14	3.07	3.01	2.94	2.90	2.86	2.83	2.79	2.75	2.71
10	4.96	4.01	3.71	3.48	3.33	3.22	3.14	3.07	3.02	2.98	2.91	2.85	2.77	2.74	2.70	2.66	2.62	2.58	2.54
11	4.84	3.98	3.59	3.36	3.20	3.09	3.01	2.95	2.90	2.85	2.79	2.72	2.65	2.61	2.57	2.53	2.49	2.45	2.40
12	4.75	3.89	3.49	3.26	3.11	3.00	2.91	2.85	2.80	2.75	2.69	2.62	2.54	2.51	2.47	2.43	2.38	2.34	2.30
13	4.67	3.81	3.41	3.18	3.03	2.92	2.83	2.77	2.71	2.67	2.60	2.53	2.46	2.42	2.38	2.34	2.30	2.25	2.21
14	4.60	3.74	3.34	3.11	2.96	2.85	2.76	2.70	2.65	2.60	2.53	2.46	2.39	2.35	2.31	2.27	2.22	2.18	2.13
15	4.54	3.68	3.29	3.06	2.90	2.79	2.71	2.64	2.59	2.54	2.48	2.40	2.33	2.29	2.25	2.20	2.16	2.11	2.07
16	4.49	3.63	3.24	3.01	2.85	2.74	2.66	2.59	2.54	2.49	2.42	2.35	2.28	2.24	2.21	2.15	2.11	2.06	2.01
17	4.45	3.59	3.20	2.96	2.81	2.70	2.61	2.55	2.49	2.45	2.38	2.31	2.23	2.19	2.15	2.10	2.06	2.01	1.95
18	4.41	3.55	3.16	2.93	2.77	2.66	2.58	2.51	2.46	2.41	2.34	2.27	2.19	2.15	2.11	2.06	2.02	1.97	1.92
19	4.38	3.52	3.13	2.90	2.74	2.63	2.54	2.48	2.42	2.38	2.31	2.23	2.16	2.11	2.07	2.03	1.98	1.93	1.88
20	4.35	3.49	3.10	2.87	2.71	2.60	2.51	2.45	2.39	2.35	2.28	2.20	2.12	2.08	2.04	1.99	1.95	1.90	1.84
21	4.32	3.47	3.07	2.84	2.68	2.57	2.49	2.42	2.37	2.32	2.25	2.18	2.10	2.05	2.01	1.96	1.92	1.87	1.81
22	4.30	3.44	3.05	2.82	2.66	2.55	2.46	2.40	2.34	2.30	2.23	2.15	2.07	2.03	1.98	1.94	1.89	1.84	1.78
23	4.28	3.42	3.03	2.80	2.64	2.53	2.44	2.37	2.32	2.27	2.20	2.13	2.05	2.01	1.96	1.91	1.86	1.81	1.76
24	4.26	3.40	3.01	2.78	2.62	2.51	2.42	2.36	2.30	2.25	2.18	2.11	2.03	1.98	1.94	1.89	1.84	1.79	1.73
25	4.24	3.39	2.99	2.76	2.60	2.49	2.40	2.34	2.28	2.24	2.16	2.09	2.01	1.96	1.92	1.87	1.82	1.77	1.71
30	4.17	3.32	2.92	2.69	2.53	2.42	2.33	2.27	2.21	2.16	2.09	2.01	1.93	1.98	1.84	1.79	1.74	1.68	1.62
40	4.08	3.23	2.84	2.61	2.45	2.34	2.25	2.18	2.12	2.08	2.00	1.92	1.84	1.79	1.74	1.69	1.64	1.58	1.51
60	4.00	3.15	2.76	2.53	2.37	2.25	2.17	2.10	2.04	1.99	1.92	1.84	1.75	1.70	1.65	1.59	1.53	1.47	1.39
120	3.92	3.07	2.68	2.45	2.29	2.18	2.09	2.02	1.96	1.91	1.83	1.75	1.66	1.61	1.55	1.50	1.43	1.35	1.25
∞	3.84	3.00	2.60	2.37	2.21	2.10	2.01	1.94	1.88	1.83	1.75	1.67	1.57	1.52	1.46	1.39	1.32	1.22	1.00

درجات حرية المقام

جدول توزيع F عند مستوى معنوية 0.01 (F_{0.01})

		درجات حرية البسط Degrees of freedom for numerator																		
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	12	15	20	24	30	40	60	120	
درجات حرية المقام Degrees of freedom for denominator	1	1.052	5.000	5.403	5.625	5.764	5.859	5.298	5.982	6.023	6.056	6.106	6.157	6.209	6.235	6.261	6.287	6.313	6.339	
	2	98.5	99.0	99.2	99.2	99.3	99.3	99.4	99.4	99.4	99.4	99.4	99.4	99.4	99.4	99.5	99.5	99.5	99.5	99.5
	3	34.1	30.8	29.5	28.7	28.2	27.9	27.7	27.5	27.3	27.2	27.1	26.9	26.7	26.5	26.5	26.4	26.3	26.2	26.2
	4	21.2	18.0	16.7	16.0	15.5	15.2	15.0	14.8	14.7	14.5	14.4	14.2	14.0	13.9	13.8	13.7	13.7	13.6	13.6
	5	16.3	13.3	12.1	11.4	11.0	10.7	10.5	10.3	10.2	10.1	9.89	9.72	9.55	9.47	9.38	9.29	9.20	9.20	9.11
	6	13.7	10.9	9.78	9.15	8.75	8.47	8.26	8.10	7.98	7.87	7.72	7.56	7.40	7.31	7.23	7.14	7.06	6.97	6.97
	7	12.2	9.55	8.45	7.85	7.46	7.19	6.99	6.84	6.72	6.62	6.47	6.31	6.16	6.07	5.99	5.91	5.82	5.74	5.74
	8	11.3	8.65	7.59	7.01	6.63	6.37	6.18	6.03	5.91	5.81	5.67	5.52	5.36	5.28	5.20	5.12	5.03	4.95	4.95
	9	10.6	8.02	6.99	6.42	6.06	5.80	5.61	5.47	5.35	5.26	5.11	4.96	4.81	4.73	4.65	4.57	4.48	4.40	4.40
	10	10.0	7.56	6.55	5.99	5.64	5.39	5.20	5.06	4.94	4.85	4.71	4.56	4.41	4.33	4.25	4.17	4.08	4.00	4.00
	11	9.65	7.21	6.22	5.67	5.32	5.07	4.89	4.74	4.63	4.54	4.40	4.25	4.10	4.02	3.94	3.86	3.78	3.69	3.69
	12	9.33	6.93	5.95	5.41	5.06	4.82	4.64	4.50	4.39	4.30	4.16	4.01	3.86	3.78	3.70	3.62	3.54	3.45	3.45
	13	9.07	6.70	5.74	5.21	4.86	4.62	4.44	4.30	4.19	4.10	3.96	3.82	3.66	3.59	3.51	3.43	3.34	3.25	3.25
	14	8.86	6.51	5.56	5.04	4.70	4.46	4.28	4.14	4.03	.94	3.80	3.66	3.51	3.43	3.35	3.27	3.18	3.09	3.09
	15	8.68	6.63	5.42	4.89	4.65	4.32	4.14	4.00	3.89	3.80	3.67	3.52	3.37	3.29	3.21	3.13	3.05	2.96	2.96
	16	8.53	6.23	5.29	4.77	4.44	4.20	4.03	3.89	3.78	3.69	3.55	3.41	3.26	3.18	3.10	3.02	2.93	2.84	2.84
	17	8.40	6.11	5.19	4.67	4.34	4.10	3.93	3.79	3.68	3.59	3.46	3.31	3.16	3.08	3.00	2.92	2.83	2.75	2.75
	18	8.29	6.01	5.09	4.58	4.25	4.01	3.84	3.71	3.60	3.51	3.37	3.23	3.08	3.00	2.92	2.84	2.75	2.66	2.66
	19	8.19	5.93	5.01	4.50	4.17	3.94	3.77	3.63	3.52	3.43	3.30	3.15	3.00	2.92	2.84	2.76	2.67	2.58	2.58
	20	8.10	5.85	4.94	4.43	4.10	3.87	3.70	3.56	3.46	3.37	3.23	3.09	2.94	2.86	2.78	2.69	2.61	2.52	2.52
	21	8.02	5.78	4.87	4.37	4.04	3.81	3.64	3.51	3.40	3.31	3.17	3.03	2.88	2.80	2.72	2.64	2.55	2.46	2.46
	22	7.95	5.72	4.82	4.31	3.99	3.76	3.59	3.45	3.35	3.26	3.12	2.98	2.83	2.75	2.67	2.58	2.50	2.40	2.40
	23	7.88	5.66	4.76	4.26	3.94	3.71	3.54	3.41	3.30	3.21	3.07	2.93	2.78	2.70	2.62	2.54	2.45	2.35	2.35
	24	7.82	5.61	4.72	4.22	3.90	3.67	3.50	3.36	3.26	3.17	3.03	2.89	2.74	2.66	2.58	2.49	2.40	2.31	2.31
	25	7.77	5.57	4.68	4.18	3.86	3.63	3.46	3.32	3.22	3.13	2.99	2.85	2.70	2.62	2.53	2.45	2.36	2.27	2.27
	30	7.56	5.39	4.51	4.02	3.70	3.47	3.30	3.17	3.07	2.98	2.84	2.70	2.55	2.47	2.39	2.30	2.21	2.11	2.11
	40	7.31	5.18	4.31	3.83	3.51	3.29	3.12	2.99	2.89	2.80	2.66	2.52	2.37	2.29	2.20	2.11	2.02	1.92	1.92
	60	7.08	4.98	4.13	3.65	3.34	3.12	2.95	2.82	2.72	2.63	2.50	2.35	2.20	2.12	2.03	1.94	1.84	1.73	1.73
120	6.85	4.79	3.95	3.48	3.17	2.96	2.79	2.66	2.56	2.47	2.34	2.19	2.03	1.95	1.86	1.76	1.66	1.53	1.53	
∞	6.63	4.61	3.78	3.32	3.02	2.80	2.64	2.51	2.41	2.32	2.18	2.04	1.88	1.79	1.70	1.59	1.47	1.32	1.32	

Standard Normal Probabilities

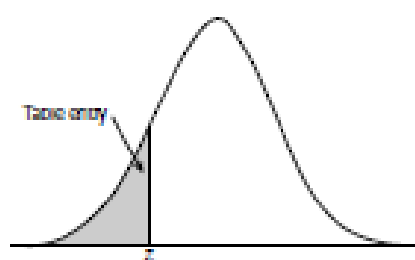
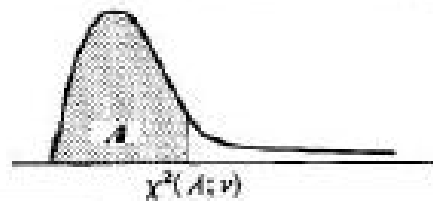


Table entry for z is the area under the standard normal curve to the left of z .

z	.00	.01	.02	.03	.04	.05	.06	.07	.08	.09
-3.4	.0003	.0003	.0003	.0003	.0003	.0003	.0003	.0003	.0003	.0002
-3.3	.0005	.0005	.0005	.0004	.0004	.0004	.0004	.0004	.0004	.0003
-3.2	.0007	.0007	.0006	.0006	.0006	.0006	.0006	.0005	.0005	.0005
-3.1	.0010	.0009	.0009	.0009	.0008	.0008	.0008	.0008	.0007	.0007
-3.0	.0013	.0013	.0013	.0012	.0012	.0011	.0011	.0011	.0010	.0010
-2.9	.0019	.0018	.0018	.0017	.0016	.0016	.0015	.0015	.0014	.0014
-2.8	.0026	.0025	.0024	.0023	.0023	.0022	.0021	.0021	.0020	.0019
-2.7	.0035	.0034	.0033	.0032	.0031	.0030	.0029	.0028	.0027	.0026
-2.6	.0047	.0045	.0044	.0043	.0041	.0040	.0039	.0038	.0037	.0036
-2.5	.0062	.0060	.0059	.0057	.0055	.0054	.0052	.0051	.0049	.0048
-2.4	.0082	.0080	.0078	.0075	.0073	.0071	.0069	.0068	.0066	.0064
-2.3	.0107	.0104	.0102	.0099	.0096	.0094	.0091	.0089	.0087	.0084
-2.2	.0139	.0136	.0132	.0129	.0125	.0122	.0119	.0116	.0113	.0110
-2.1	.0179	.0174	.0170	.0166	.0162	.0158	.0154	.0150	.0146	.0143
-2.0	.0228	.0222	.0217	.0212	.0207	.0202	.0197	.0192	.0188	.0183
-1.9	.0287	.0281	.0274	.0268	.0262	.0256	.0250	.0244	.0239	.0233
-1.8	.0359	.0351	.0344	.0336	.0329	.0322	.0314	.0307	.0301	.0294
-1.7	.0446	.0436	.0427	.0418	.0409	.0401	.0392	.0384	.0375	.0367
-1.6	.0548	.0537	.0526	.0516	.0505	.0495	.0485	.0475	.0465	.0455
-1.5	.0668	.0655	.0643	.0630	.0618	.0606	.0594	.0582	.0571	.0559
-1.4	.0808	.0793	.0778	.0764	.0749	.0735	.0721	.0708	.0694	.0681
-1.3	.0968	.0951	.0934	.0918	.0901	.0885	.0869	.0853	.0838	.0823
-1.2	.1151	.1131	.1112	.1093	.1075	.1056	.1038	.1020	.1003	.0985
-1.1	.1357	.1335	.1314	.1292	.1271	.1251	.1230	.1210	.1190	.1170
-1.0	.1587	.1562	.1539	.1515	.1492	.1469	.1446	.1423	.1401	.1379
-0.9	.1841	.1814	.1788	.1762	.1736	.1711	.1685	.1660	.1635	.1611
-0.8	.2119	.2090	.2061	.2033	.2005	.1977	.1949	.1922	.1894	.1867
-0.7	.2420	.2389	.2358	.2327	.2296	.2266	.2236	.2206	.2177	.2148
-0.6	.2743	.2709	.2676	.2643	.2611	.2578	.2546	.2514	.2483	.2451
-0.5	.3085	.3050	.3015	.2981	.2946	.2912	.2877	.2843	.2810	.2776
-0.4	.3446	.3409	.3372	.3336	.3300	.3264	.3228	.3192	.3156	.3121
-0.3	.3821	.3783	.3745	.3707	.3669	.3632	.3594	.3557	.3520	.3483
-0.2	.4207	.4168	.4129	.4090	.4052	.4013	.3974	.3936	.3897	.3859
-0.1	.4602	.4562	.4522	.4483	.4443	.4404	.4364	.4325	.4286	.4247
-0.0	.5000	.4960	.4920	.4880	.4840	.4801	.4761	.4721	.4681	.4641

Entry is $\chi^2(A; \nu)$ where $P\{\chi^2(\nu) \leq \chi^2(A; \nu)\} = A$



ν	A									
	.005	.010	.025	.050	.100	.900	.950	.975	.990	.995
1	0.00393	0.02157	0.07982	0.23983	0.0158	2.71	3.84	5.02	6.63	7.88
2	0.0100	0.0201	0.0506	0.103	0.211	4.61	5.99	7.38	9.21	10.60
3	0.072	0.115	0.216	0.352	0.584	6.25	7.81	9.35	11.34	12.84
4	0.207	0.297	0.484	0.711	1.064	7.78	9.49	11.14	13.28	14.86
5	0.412	0.554	0.831	1.145	1.61	9.24	11.07	12.83	15.09	16.75
6	0.676	0.872	1.24	1.64	2.20	10.64	12.59	14.45	16.81	18.55
7	0.989	1.24	1.69	2.17	2.83	12.02	14.07	16.01	18.48	20.28
8	1.34	1.65	2.18	2.73	3.49	13.36	15.51	17.53	20.09	21.96
9	1.73	2.09	2.70	3.33	4.17	14.68	16.92	19.02	21.67	23.59
10	2.16	2.56	3.25	3.94	4.87	15.99	18.31	20.48	23.21	25.19
11	2.60	3.05	3.82	4.57	5.58	17.28	19.68	21.92	24.73	26.76
12	3.07	3.57	4.40	5.23	6.30	18.55	21.03	23.34	26.22	28.30
13	3.57	4.11	5.01	5.89	7.04	19.81	22.36	24.74	27.69	29.82
14	4.07	4.66	5.63	6.57	7.79	21.06	23.68	26.12	29.14	31.32
15	4.60	5.23	6.26	7.26	8.55	22.31	25.00	27.49	30.58	32.80
16	5.14	5.81	6.91	7.96	9.31	23.54	26.30	28.85	32.00	34.27
17	5.70	6.41	7.56	8.67	10.09	24.77	27.59	30.19	33.41	35.72
18	6.26	7.01	8.23	9.39	10.86	25.99	28.87	31.53	34.81	37.16
19	6.84	7.63	8.91	10.12	11.65	27.20	30.14	32.85	36.19	38.58
20	7.43	8.26	9.59	10.85	12.44	28.41	31.41	34.17	37.57	40.00
21	8.03	8.90	10.28	11.59	13.24	29.62	32.67	35.48	38.93	41.40
22	8.64	9.54	10.98	12.34	14.04	30.81	33.92	36.78	40.29	42.80
23	9.26	10.20	11.69	13.09	14.85	32.01	35.17	38.08	41.64	44.18
24	9.89	10.86	12.40	13.85	15.66	33.20	36.42	39.36	42.98	45.56
25	10.52	11.52	13.12	14.61	16.47	34.38	37.65	40.65	44.31	46.93
26	11.16	12.20	13.84	15.38	17.29	35.56	38.89	41.92	45.64	48.29
27	11.81	12.88	14.57	16.15	18.11	36.74	40.11	43.19	46.96	49.64
28	12.46	13.56	15.31	16.93	18.94	37.92	41.34	44.46	48.28	50.99
29	13.12	14.26	16.05	17.71	19.77	39.09	42.56	45.72	49.59	52.34
30	13.79	14.95	16.79	18.49	20.60	40.26	43.77	46.98	50.89	53.67
40	20.71	22.16	24.43	26.51	29.05	51.81	55.76	59.34	63.69	66.77
50	27.99	29.71	32.36	34.76	37.69	63.17	67.50	71.42	76.15	79.49
60	35.53	37.48	40.48	43.19	46.46	74.40	79.08	83.30	88.38	91.95
70	43.28	45.44	48.76	51.74	55.33	85.53	90.53	95.02	100.4	104.2
80	51.17	53.54	57.15	60.39	64.28	96.58	101.9	106.6	112.3	116.3
90	59.20	61.75	65.65	69.13	73.29	107.6	113.1	118.1	124.1	128.3
100	67.33	70.06	74.22	77.93	82.36	118.5	124.3	129.6	135.8	140.2

الواجب الأول ل الاحصاء في الادارة

السؤال الأول:

إذا كان احتمال وصول محمد في الوقت المحدد هو 0.7 واحتمال عدم وصول تركي في الوقت المحدد 0.4 واحتمال وصولهما معا هو 0.5 فما احتمال وصول احدهما على الاقل

1.3

1

0.6

0.8

السؤال الثاني:

إذا كان a, b حادثان في الفضاء العيني s , وكان $p(a) = 0.3$, $p(b) = 0.5$, $p(a - b) = 0.1$ اوجد $p(a/b)$ يساوي

1/2

2/3

غير ذلك

2/5

السؤال الثالث:

يراد اختيار لجنة من احدى الشعب مكونه من رئيس وامين صندوق وسكرتير وعضو اذا علمت ان عدد طلاب الشعبه 10 طلاب بكم طريقه يمكن اختيار هذه اللجنة

5040

210

24

10000

السؤال الرابع:

ما هو عدد طرق سحب 4 كرات على التوالي وبدون ارجاع من صندوق فيه 6 كرات

30

360

15

216

السؤال الخامس:

عدد عناصر الفضاء العيني عند رمي حجر نرد مرة واحدة وقطعة نقود مرتين هو

12

24

72

36

السؤال السادس:

إذا كان احتمال حضور محمد الى حفل التخرج هو 0.6 واحتمال حضور محمد و سعيد هو 0.18
إذا علمت ان حضور محمد مستقل عن حضور سعيد فما هو احتمال حضور واحد منهما على
الاقل حفل التخرج

0.78

0.3

0.42

0.72

السؤال 1

إذا كان الثابت المتغير العشوائي X يساوي 4 أحد الأرقام المعياري للمتغير العشوائي Y إذا كان $Y \sim N(4, 16)$

4

9

3

16

السؤال 2

أوجد توقع عدد مرات ظهور رقم يقبل القسمة على 3 عند رمي حجر نرد أربع مرات

$\frac{3}{4}$

$\frac{2}{3}$

$\frac{4}{3}$

$\frac{2}{6}$

السؤال 3

أسره لديها 3 اطفال ما احتمال ان يكون واحد منهم على الاكثر ذكر

$\frac{3}{8}$

$\frac{1}{4}$

$\frac{1}{8}$

$\frac{1}{2}$

السؤال 4

أوجد التوقع الرياضي لتوزيع الرياضى $P(0) = 0.4, P(2) = 0.3, P(3) = 0.3$ من

1.5

1.9

1

0

السؤال 5

إذا كان احتمال تسجل هدف من ضربة جزاء هو 0.8 فإذا تم تسجيل أربعة عشر هدفاً فما احتمال عدم تسجيله أى هدف ؟

0.4

0.92768

0.8

0.00032

السؤال 6

السؤال 6

إذا كان معدل الأخطاء المطبعية في كتاب ما هو $\frac{1}{10}$ الأخطاء التي تكمن في صفحة واحدة من الكتاب تكونت صفحات من الكتاب ما احتمال أن يوجد بها خطأ واحد فقط ؟

e^{-1}

e^{-2}

e^{-10}

e^{-1}

الواجب الثالث لـ مقرر الاحصاء في الادارة

السؤال الأول:

أخذت عينة عشوائية حجمها 9 من مجتمع طبيعي , إذا علمت أن معدل العينة يساوي 20 وانحرافها المعياري 4 فإن فترة 90% ثقة للوسط الحسابي هي:

[17.52,22.48]

[12.68,18.07]

[18.2,21.8]

[11.93, 18.07]

السؤال الثاني:

عينة عشوائية حجمها 49 شخص سحبت من مجتمع طبيعي معدله 36

وتباينه 9, إن قيمة $\frac{\sigma^2}{x}$ تساوي

0.1837

9

36

3

السؤال الثالث:

أخذت عينة عشوائية حجمها 100 سائق, ووجد أن 25 سائق فقط يستخدمون حزام الأمان, فإن نسبة النجاح في العينة هي:

0.5

0.25

1

0.75

السؤال الرابع:

إذا كانت لدينا الفرضية المبدئية $H_0: \mu = 90$ والفرضية البديلة $H_1: \mu > 90$ وكان $\bar{X} = 95, n = 9, S = 15$ فإن قيمة دالة الاختبار هي:

- 3
- 1
- 0
- 2

السؤال الخامس:

إذا كانت لدينا الفرضية المبدئية $H_0: \mu = 90$ والفرضية البديلة $H_1: \mu > 90$ وكان $\bar{X} = 95, n = 9, S = 15$ فإن نتيجة اختبار الفرضية H_0 مقابل الفرضية H_1 على مستوى الدالة $\alpha = 5\%$ هي:

- دعم الفرضية H_0
- رفض الفرضية
- دعم الفرضية H_1
- ب+ج

السؤال السادس:

عينة عشوائية حجمها 36 شخص سحبت من مجتمع طبيعي معدله 49 وتباينه 9, إن قيمة المعدل للوسط الحسابي للعينة \bar{X} تساوي

- 0.5
- 49
- 6
- 7

السؤال السابع:

أخذت عينة عشوائية حجمها 100 سائق, ووجد أن 25 سائق فقط يستخدمون حزام الأمان , فإن فترة 90% ثقة لنسبة النجاح تقريبا هي

[0.179,0.321]

[0.35, 0.15]

[0.205,0.305]

[0.582, 0.418]

السؤال الثامن:

عينة عشوائية حجمها 25 اخذت من مجتمع طبيعي , إذا علمت أن تباين العينة يساوي 9 فإن فترة 90% ثقة للتباين هي

[19.7, 8.5]

[15.59, 5.93]

[7.4,17.1]

[7,16.3]

الأختبار الفصلي

إذا كان احتمال نجاح طالب في مادة الإحصاء هو 0.6 فإن احتمال رسوبه : السؤال 1

0.4

-0.6

1

0

السؤال 2: ما هو عدد عناصر الفضاء العيني لتجربة تسجيل نتائج 3 مباريات لفريق كرة قدم

9

27

6

3

السؤال 3: إذا كانت درجات الطلاب في مادة الإحصاء للإدارة تتبع توزيع طبيعي بمتوسط 50 درجة وانحراف معياري 10 فان الدرجة المعيارية المناظرة للدرجة الخام 60 هي

-1

10

1

-10

السؤال 4: إذا كان هنالك نادي عدد اعضائه 10000 عضو وكان اعمار الاعضاء يخضع لتوزيع طبيعي وسطه الحسابي 35 وانحرافه المعياري 10 اوجد عدد الاعضاء الذين تقل اعمارهم عن 30

6915

10000

3085

0

السؤال 5: إذا كان متوسط المكالمات التي تجريها سيدة في اسبوع معين يساوي 6 ، فإن التباين للمكالمات التي تجريها السيدة خلال اسبوعين يساوي

6

10

12

0

السؤال 6: ما هو عدد الطرق اختيار 3 احرف من الاحرف التاليه a,b,c,d,e,f ؟

120

20

60

81

السؤال 7: إذا كان معدل عدد الاهداف المسجله لفريق برشلونه هو 3 اهداف بالمباراه ما هو توقع عدد الاهداف في 4 مباريات

10

12

3

5

السؤال 8: إن عدد طرق إختيار كتاب واحد فقط لطالب لديه الخيار بين 7 كتب في الرياضيات و 3 : كتب في الاحصاء و 10 كتب في الاقتصاد هو

20

210

10

30

السؤال 9: أخذت عينه من الماء الموجود في مسبح ما فوجد انها تحتوي على 4 بكتيريا في 1 سم³ فما هو الانحراف المعياري لعدد البكتيريا في 4 سم³

16

4

12

2

السؤال 10:

$$P(1) = 0.3, P(2) = 0.5, P(4) = 0.2$$

: اوجد التوقع الرياضي

1.3

1

-1

2.1

السؤال 11: بكم طريقة يمكن كتابة عدد مكون من منزلتين من الارقام التاليه 1,2,3,4,5 بحيث ان التكرار مسموح

20

25

10

45

السؤال 12: اذا كانت درجات الطلاب في مقرر الإحصاء للإدارة تتبع توزيع طبيعي بمتوسط 70 درجة وتباين 25 درجة فاذا اختير احد الطلاب عشوائيا فما احتمال ان تكون درجته اقل من 75؟

0.8643

0.8413

0.1587

0.2367

السؤال 13: اطلق صياد 3 رصاصات على هدف , فإذا كان احتمال إصابة الهدف هو 0.8 أوجد احتمال اصابة الهدف على الاكثر مرة واحدة

0.896

0.008

0.096

0.104

السؤال 14: عدد الطرق لاختيار مدينه واحدة لقضاء الاجازة السنوية من بين 5 مدن عربيه و 9 مدن اجنبيه هو

72

4

14

45

السؤال 15: التوزيع الطبيعي يعتبر

كلاهما

ليس متصل ولا منفصل

توزيع منفصل

توزيع متصل

السؤال 16: احتمال الحادث المؤكد هو

-1

0

100

1

من خصائص التوزيع الطبيعي: السؤال 17

الوسيط الوسط يساوي

جميع ما ذكر صحيح

متماثل حول الوسط الحسابي

المساحة تحت المنحنى تساوي 1

عدد الاعداد المكونة من ثلاثة منازل التي يمكن تكوينها من 1,2,3,4,5,6 دون: السؤال 18

السماح بالتكرار هو

18

216

36

120

:السؤال 19

إذا كان معدل دخول السيارات في جامعة الدمام هو 4 سيارات في الدقيقة فما احتمال دخول 3 سيارات في دقيقة معينة

$$32/3e-3$$

$$32/3e-4$$

$$35/6e-4$$

$$35/6e-3$$

49 $P(x)$ اوجد $x: N(40.9)$ يخضع التوزيع طبيعي x السؤال 20: إذا كان

$$0.8413$$

$$0.9987$$

$$0.1587$$

$$0.0013$$

السؤال 21: $P(A \wedge B)$ يكون الحادثان متنافيان إذا كان

$$1$$

$$P(A) - P(B)$$

$$0$$

$$P(A) * P(B)$$

السؤال 22:

إذا كان $P(B - A)$ اوجد , $P(A \cap B) = 0.1$, $P(A) = 0.4$, $P(B) = 0.2$

0.1

0.3

0.4

0.5

يمثل عدد مراتن ظهور عدد اقل X السؤال 23: عند رمي حجر نرد مرتان و كان المتغير العشوائي من 3 احسب التباين

$$1-4/9$$

$$2-4/6$$

$$3-2/6$$

$$4-1/2$$

السؤال 24: إذا كان $P(-1)=0.3$.

$P(2)=0.5$

$P(4)=0.2$

أوجد $P(X-1)$

1-0

2-0.8

3-0.2

4-0.3

السؤال 25: إذا كان احتمال ان ينجح محمد هو 0.8 و احتمال ان ينجح محمد و احمد هو 0.4 فان

احتمال نجاح احمد اذا علم مجمد قد نجح يساوي

1-0.5

2-0.3

3-0.6

4-0.4

السؤال 26: يحتوي كيس على ثلاث كرات حمراء و خمس كرات بيضاء و كرتان سوداء سحبت

كوره واحده ما احتمال ان تكون حمراء

1/3

7/10

7

3/10

السؤال 27: احتمال احداث الموكد هو

-1

1

100

0

السؤال 28:

إذا كان متوسط المكالمات التي تجريها سيدة في اسبوع معين يساوي 6 . فإن التباين للمكالمات التي تجريها السيدة خلال اسبوعين يساوي:

12 ○

6 ○

0 ○

10 ○

الإجابة 12

السؤال 29:

عند رمي حجر نرد مرة واحدة ما هو احتمال ظهور عدد يقبل القسمة على 2

3

$\frac{1}{2}$

1

$\frac{1}{6}$

الإجابة/ 2/1

السؤال 30:

بكم طريقة يمكن سحب 3 كرات على التوالي من صندوق فيه 5 كرات دون السماح بالارجاع

20

60

125

15

السؤال 31:

كم لوحة ارقام دراجات يمكن الحصول عليها اذا كانت اللوحة مكونه من 3 ارقام فقط بشرط ان يبدأ الرقم بالعدد 4 ؟

1000

20

200

100

الإجابة/ 100

السؤال 32:

إذا كان التوقع الرياضي للمتغير العشوائي المنفصل x هو 9 اوجد التوقع الرياضي للمتغير العشوائي المنفصل y إذا علمت ان $y=3x + 1$

- 28
18
6
81

الإجابة: 28

السؤال: 33

عند رمي حجر نرد مرتان وكان المتغير العشوائي x يمثل عدد مرات ظهور عدد أقل من 3 احسب التباين

- $\frac{4}{9}$
 $\frac{4}{6}$
 $\frac{2}{6}$
 $\frac{1}{2}$

الإجابة / أ

السؤال: 34

إذا كان $P(A) = 0.4, P(B) = 0.2$ اذ علمت ان الحادثان مستقلان فإن $P(A \cup B)$ يساوي

- 0.6
0.8
0.08
0.52

الإجابة 0.52

السؤال: 35

إذا كان $P(4) = 0.2, P(2) = 0.5, P(-1) = 0.3$ اوجد $P(x \leq -1)$

- 0.8
0.2
0.3
0

السؤال: 36

يُخبر توزيع ذات الحدين توزيعاً

- منفصلاً
- متصلاً
- غير ذلك
- منفصل ومتصل

الإجابة /منفصلاً

السؤال 37:

أخذت عينة من الماء الموجود في مسبح ما فوجد أنها تحتوي على 4 بكتيريا في 1 سم³ فما هو الانحراف المعياري لعدد البكتيريا في 4 سم³

- 2
- 12
- 4
- 16

الإجابة: 16

السؤال 38:

مدى المتغير العشوائي المنفصل هو عبارته عن مجموعه من الاعداد الحقيقية

- محدوده
- متفائلة
- غير محدوده
- غير منتهية

الإجابة : معدوده

السؤال 39:

في الفضاء العيني $S = \{1,2,3,4,5,6\}$ ان الحادث $A = \{1,3\}$ مثل حادث

بسيط

مستحيل

مؤكد

مركب

السؤال 40:

عدد طرق ترتيب 6 طلاب حول دائرة مستديرة يساوي

120

15

24

5

السؤال 41:

المقابل للقيمة x يخضع لتوزيع طبيعي وسطه 10 وتباينه 16 ما هي القيمة الخام x اذا كان $z=2$ المعياريه

0.5

42

18

2

السؤال 42:

عدد عناصر الفضاء العيني عند رمي حجر نرد 4 مرات

6

24

36

1296

السؤال 43:

السؤال 3

Explain and Send Screenshots

في تجربة القاء حجر نرد مرة واحدة احتمال الحصول على العدد يقبل القسمة على 3 يساوي

2

$\frac{2}{6}$

$\frac{1}{6}$

$\frac{1}{2}$

https://le.uod.edu.sa/webapps/assessment/take/take.jsp?course_assessment_id=38591_1&course_id=13824

1/6 الإجابة

السؤال 44:

إذا كان احتمال شفاء مريض من مرض معين هو 0.4 فاذا دخل المستشفى 6 مرضى مصابين بهذا المرض فما هو احتمال شفائهم جميعاً

0.0786

0.4

0.00409

0.046656

السؤال 45:

إذا كان احتمال نجاح طالب في مادة الإحصاء هو 0.6 فان احتمال رسوبه

0.4

-0.6

1

0

السؤال 46:

ما هو عدد الطرق الممكنة لاختيار لجنة مكونة من 3 طلاب من شعبه فيها 10 طلاب

1000

30

120

720

السؤال 47:

في تجربة القاء حجر نرد مرتين ما هو الحتمال ان يكون مجموع العددين الظاهرين يساوي 9

$\frac{1}{9}$

$\frac{3}{19}$

$\frac{1}{2}$

$\frac{1}{36}$

الاجابة 9/1

السؤال 48:

اوجد باستخدام جدول التوزيع الطبيعي المعياري $P(z > -1.23)$

0.8907

0.1093

0.1151

0.234

السؤال 49:

يخضع لتوزيع طبيعي وسطه 10 وتباينه 16 ما هي القيمة x اذا كان $x=8$ المقابله للقيمة الخام Z المعياريه

-1

-0.5

0.5

-0.125

السؤال 50:

مدى المتغير العشوائي المنفصل هو عبارته عن مجموعه من الاعداد الحقيقية

متماثلة

معدودة

غير معدودة

غير منتهية

السؤال 51:

بكم طريقة يمكن ترتيب 3 اشخاص في صف

2

3

12

6

السؤال 52:

: يعتبر توزيع ذات الحديد توزيعا

منفصل

متصل

منفصل ومتصل

غير ذلك

السؤال 53:

ما هو عدد الطرق الممكنة لاختيار لجنة مكونة من 3 طلاب من شعبة فيها

10 طلاب

120

1000

720

30

السؤال 54:

عدد الاعداد المكونة من ثلاثة منازل التي يمكن تكوينها من

دون السماح بالتكرار هو 1,2,3,4,5,6

18

216

36

120

السؤال 55:

في تجربة الفاء حجر نرد مرتين ما هو احتمال ظهور عدد فردي في كلا الرميّتين

$\frac{1}{4}$

$\frac{1}{3}$

$\frac{1}{36}$

$\frac{1}{9}$

السؤال 56:

يكون الحادثان متنافيان اذا كان

$$P(A \cap B) =$$

$P(A) - P(B)$

0

1

$P(A) \times P(B)$

السؤال 57:

يكون الحادثان مستقلان اذا كان

$$P(A \cap B) =$$

0

$P(A) \times P(B)$

$P(A) - P(B)$

1

السؤال 58:

اذا كان $P(B/A)$ اوجد $P(A) = 0.3, P(B) = 0.5, P(A \cap B) = 0.2$

$\frac{4}{5}$

$\frac{3}{5}$

$\frac{2}{3}$

$\frac{2}{5}$

السؤال 59:

اذا كان $p(1)=a, p(2) = 2a, p(4)= 5a$

a : يمثل توزيعا احتماليا اوجد قيمة

$\frac{3}{7}$

$\frac{1}{8}$

$\frac{1}{5}$

1

السؤال 60:

احدى الخيارات التاليه لا يمثل ناتج احتمال

$\frac{2}{7}$

1.2

90%

0.5

السؤال 61:

إحتمال ظهور عددين مجموعهما 8 عند رمي حجر نرد مرتين هو

$\frac{1}{9}$

$\frac{5}{36}$

$\frac{7}{36}$

$\frac{5}{6}$