

اسم المقرر
التحليل الإحصائي

أستاذ المقرر
د/ محمد زايد



جامعة الملك فيصل
عمادة التعلم الإلكتروني والتعليم عن بعد

المحاضرة (10)

تابع ... التقدير



ثانياً: تقدير النسبة بفترة ثقة:-

فترة تقدير النسبة للمجتمع (فترة الثقة للنسبة):

إن تقدير النسبة في المجتمع تعتبر من الحالات المهمة لقياس الظواهر الإنسانية المختلفة، وبالذات الوصفية منها. ومن أمثلة ذلك قياس اتجاهات الرأي العام متمثلاً في نسبة المؤيدين لقرار معين أو مرشح محدد، وقياس بعض المؤشرات الاقتصادية والاجتماعية مثل نسبة البطالة أو نسبة المدخنين أو نسبة قتلى الحروب،... وغيرها.

ونظراً لأنه من الصعوبة بمكان في كثير من الأحيان حساب هذه النسبة مباشرة من المجتمع، فإننا غالباً ما نلجأ لتقدير هذه النسبة من عينة عشوائية مسحوبة من هذا المجتمع.

ثانياً: تقدير النسبة بفترة ثقة:-

فلو افترضنا أن نسبة المؤيدين للسياسة الاقتصادية التي تنتهجها دولة ما هي P وأن العينة العشوائية كبيرة بدرجة كافية وأن نسبة مؤيدي هذه السياسة في العينة هي \hat{p} فإن **خطوات تقدير النسبة في المجتمع** تكون كما يلي:

- (1) حساب النسبة في العينة \hat{p}
- (2) حساب الخطأ المعياري للنسبة والتي تساوي في هذه الحالة :

$$\sigma_{\hat{p}} = \sqrt{\frac{\hat{p}(1 - \hat{p})}{n}}$$

ثانياً: تقدير النسبة بفترة ثقة:-

(3) ضرب الخطأ المعياري للنسبة في معامل الثقة المناسب Z (حسب درجة الثقة المطلوبة) والتي نحصل عليها من جدول التوزيع الطبيعي المعياري (أو من الجدول الذي يحوي أهم درجات ومعاملات الثقة والذي ذكرناه آنفاً). أي نحسب:

$$Z \times \sigma_{\hat{p}} = Z \times \sqrt{\frac{\hat{p}(1 - \hat{p})}{n}}$$

(4) للحصول على الحد الأدنى لتقدير النسبة نطرح حاصل الضرب (السابق) من نسبة العينة \hat{p} ، وللحصول على الحد الأعلى نجمع حاصل الضرب مع النسبة في العينة \hat{p} ، فنحصل على فترة تقدير النسبة. وبالتالي فإن فترة تقدير النسبة تكون في شكلها النهائي كما يلي:

$$P = \hat{p} \pm \left(Z \times \sqrt{\frac{\hat{p}(1 - \hat{p})}{n}} \right)$$

ثانياً: تقدير النسبة بفترة ثقة:-

مثال: عينة عشوائية حجمها 144 ناخباً سحبت من إحدى المدن فوجد أن عدد المؤيدين في العينة لمرشح معين هو 60 ناخباً، أنشئ فترة تقدير لنسبة المؤيدين لهذا المرشح في المدينة كلها بدرجة ثقة 95 %

المعطيات:

حجم العينة ($n = 144$)

نسبة المؤيدين في العينة ($\hat{p} = \frac{60}{144} \approx 0.42$)

درجة الثقة ($(1 - \alpha)\% = 95\%$) مما يعني أن معامل الثقة المناظر لهذه الدرجة هو (1.96)

المطلوب:

تقدير نسبة المؤيدين لهذا المرشح في المدينة (P)

ثانياً: تقدير النسبة بفترة ثقة:-

الحل:

$$\begin{aligned} P = \hat{p} \pm \left(Z \times \sqrt{\frac{\hat{p}(1 - \hat{p})}{n}} \right) &= 0.42 \pm \left(1.96 \times \sqrt{\frac{0.42 \times 0.58}{144}} \right) \\ &= 0.42 \pm (1.96 \times 0.0411) \\ &\approx 0.42 \pm (0.08) \end{aligned}$$

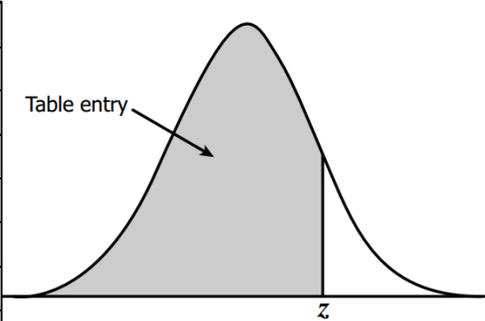
أي أن نسبة المؤيدين للمرشح في المدينة تتراوح بين 0.34 , 0.50 وذلك بدرجة ثقة % 95
بمعنى آخر أن نسبة مؤيدي هذا المرشح في هذه المدينة لا تتجاوز % 50 كحد أعلى، وبالتالي
ففرصته في الفوز كمرشح قد لا تكون كبيرة وذلك بدرجة ثقة %95 (أو بتعبير آخر أن هذا
الحكم لا تتجاوز نسبة الخطأ فيه % 5).

ملاحظة ختامية:

يمكن تقدير فترات ثقة لمعالم أخرى في المجتمع، مثل التباين، وكذلك فترات ثقة تخص المقارنة بين مجتمعين مثل فترة الثقة للفرق بين متوسطين، وفترة الثقة للفرق بين نسبتيين، وفترة الثقة للنسبة بين تباين عينتين.

وقد اكتفينا فقط - في إطار هذا المقرر - بعرض فترات الثقة المتعلقة بمتوسط المجتمع والنسبة في المجتمع.

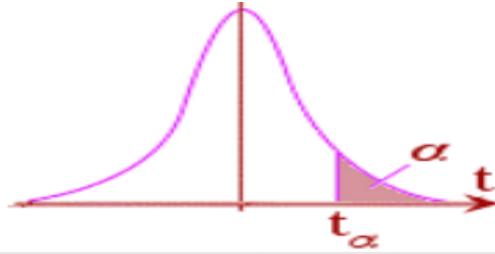
Z	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	0.5000	0.5040	0.5080	0.5120	0.5160	0.5199	0.5239	0.5279	0.5319	0.5359
0.1	0.5398	0.5438	0.5478	0.5517	0.5557	0.5596	0.5636	0.5675	0.5714	0.5753
0.2	0.5793	0.5832	0.5871	0.5910	0.5948	0.5987	0.6026	0.6064	0.6103	0.6141
0.3	0.6179	0.6217	0.6255	0.6293	0.6331	0.6368	0.6406	0.6443	0.6480	0.6517
0.4	0.6554	0.6591	0.6628	0.6664	0.6700	0.6736	0.6772	0.6808	0.6844	0.6879
0.5	0.6915	0.6950	0.6985	0.7019	0.7054	0.7088	0.7123	0.7157	0.7190	0.7224
0.6	0.7257	0.7291	0.7324	0.7357	0.7389	0.7422	0.7454	0.7486	0.7517	0.7549
0.7	0.7580	0.7611	0.7642	0.7673	0.7704	0.7734	0.7764	0.7794	0.7823	0.7852
0.8	0.7881	0.7910	0.7939	0.7967	0.7995	0.8023	0.8051	0.8078	0.8106	0.8133
0.9	0.8159	0.8186	0.8212	0.8238	0.8264	0.8289	0.8315	0.8340	0.8365	0.8389
1.0	0.8413	0.8438	0.8461	0.8485	0.8508	0.8531	0.8554	0.8577	0.8599	0.8621
1.1	0.8643	0.8665	0.8686	0.8708	0.8729	0.8749	0.8770	0.8790	0.8810	0.8830
1.2	0.8849	0.8869	0.8888	0.8907	0.8925	0.8944	0.8962	0.8980	0.8997	0.9015
1.3	0.9032	0.9049	0.9066	0.9082	0.9099	0.9115	0.9131	0.9147	0.9162	0.9177
1.4	0.9192	0.9207	0.9222	0.9236	0.9251	0.9265	0.9279	0.9292	0.9306	0.9319
1.5	0.9332	0.9345	0.9357	0.9370	0.9382	0.9394	0.9406	0.9418	0.9429	0.9441
1.6	0.9452	0.9463	0.9474	0.9484	0.9495	0.9505	0.9515	0.9525	0.9535	0.9545
1.7	0.9554	0.9564	0.9573	0.9582	0.9591	0.9599	0.9608	0.9616	0.9625	0.9633
1.8	0.9641	0.9649	0.9656	0.9664	0.9671	0.9678	0.9686	0.9693	0.9699	0.9706
1.9	0.9713	0.9719	0.9726	0.9732	0.9738	0.9744	0.9750	0.9756	0.9761	0.9767
2.0	0.9772	0.9778	0.9783	0.9788	0.9793	0.9798	0.9803	0.9808	0.9812	0.9817
2.1	0.9821	0.9826	0.9830	0.9834	0.9838	0.9842	0.9846	0.9850	0.9854	0.9857
2.2	0.9861	0.9864	0.9868	0.9871	0.9875	0.9878	0.9881	0.9884	0.9887	0.9890
2.3	0.9893	0.9896	0.9898	0.9901	0.9904	0.9906	0.9909	0.9911	0.9913	0.9916
2.4	0.9918	0.9920	0.9922	0.9925	0.9927	0.9929	0.9931	0.9932	0.9934	0.9936
2.5	0.9938	0.9940	0.9941	0.9943	0.9945	0.9946	0.9948	0.9949	0.9951	0.9952
2.6	0.9953	0.9955	0.9956	0.9957	0.9959	0.9960	0.9961	0.9962	0.9963	0.9964
2.7	0.9965	0.9966	0.9967	0.9968	0.9969	0.9970	0.9971	0.9972	0.9973	0.9974
2.8	0.9974	0.9975	0.9976	0.9977	0.9977	0.9978	0.9979	0.9979	0.9980	0.9981
2.9	0.9981	0.9982	0.9982	0.9983	0.9984	0.9984	0.9985	0.9985	0.9986	0.9986
3.0	0.9987	0.9987	0.9987	0.9988	0.9988	0.9989	0.9989	0.9989	0.9990	0.9990



جدول المساحات أسفل التوزيع الطبيعي المعياري
 ((المساحة الواقعة قبل أي قيمة موجبة Z))

معاملات الثقة Z	
معامل الثقة Z	درجة الثقة
1.65	90%
1.96	95 %
2.58	99%

جدول القيم الحرجة لتوزيع t



df α	0.10	0.05	0.025	0.01	0.005	df α	0.10	0.05	0.025	0.01	0.005
1	3.078	6.314	12.706	31.821	63.657	26	1.315	1.706	2.056	2.479	2.779
2	1.886	2.920	4.303	6.965	9.925	27	1.314	1.703	2.052	2.473	2.771
3	1.638	2.353	3.182	4.541	5.841	28	1.313	1.701	2.048	2.467	2.763
4	1.533	2.132	2.776	3.747	4.604	29	1.311	1.699	2.045	2.462	2.756
5	1.476	2.015	2.571	3.365	4.032	30	1.310	1.697	2.042	2.457	2.750
6	1.440	1.943	2.447	3.143	3.707	34	1.307	1.691	2.032	2.441	2.728
7	1.415	1.895	2.365	2.998	3.499	35	1.306	1.690	2.030	2.438	2.724
8	1.397	1.860	2.306	2.896	3.355	36	1.306	1.688	2.028	2.434	2.719
9	1.383	1.833	2.262	2.821	3.250	47	1.300	1.678	2.012	2.408	2.685
10	1.372	1.812	2.228	2.764	3.169	48	1.299	1.677	2.011	2.407	2.682
11	1.363	1.796	2.201	2.718	3.106	49	1.299	1.677	2.010	2.405	2.680
12	1.356	1.782	2.179	2.681	3.055	62	1.295	1.670	1.999	2.388	2.657
13	1.350	1.771	2.160	2.650	3.012	63	1.295	1.669	1.998	2.387	2.656
14	1.345	1.761	2.145	2.624	2.977	64	1.295	1.669	1.998	2.386	2.655
15	1.341	1.753	2.131	2.602	2.947	79	1.292	1.664	1.990	2.374	2.640
16	1.337	1.746	2.120	2.583	2.921	80	1.292	1.664	1.990	2.374	2.639
17	1.333	1.740	2.110	2.567	2.898	81	1.292	1.664	1.990	2.373	2.638
18	1.330	1.734	2.101	2.552	2.878	98	1.290	1.661	1.984	2.365	2.627
19	1.328	1.729	2.093	2.539	2.861	99	1.290	1.660	1.984	2.365	2.626
20	1.325	1.725	2.086	2.528	2.845	100	1.290	1.660	1.984	2.364	2.626
21	1.323	1.721	2.080	2.518	2.831	142	1.288	1.656	1.977	2.353	2.611
22	1.321	1.717	2.074	2.508	2.819	143	1.287	1.656	1.977	2.353	2.611
23	1.319	1.714	2.069	2.500	2.807	144	1.287	1.656	1.977	2.353	2.610
24	1.318	1.711	2.064	2.492	2.797	199	1.286	1.653	1.972	2.345	2.601
25	1.316	1.708	2.060	2.485	2.787	200	1.286	1.653	1.972	2.345	2.601

تمارين مراجعة :-

إذا كانت متوسط مستوى السكر في الدم لمجموعة من الافراد بمدينة الرياض تمثل ظاهرة تتبع التوزيع الطبيعي بانحراف معياري 20 درجة ، فما هو حجم العينة المناسب لتقدير متوسط مستوى السكر في الدم في هذه المدينة بحيث لا يتعدى الخطأ في تقدير متوسط مستوى السكر 4 درجات ، وذلك بدرجة ثقة 99 % (مع تقريب الناتج للرقم الأعلى) :-

(أ) 60 مفردة

(ب) ??? مفردة

(ج) 170 مفردة

(د) 20 مفردة

تمارين مراجعة :-

إذا كانت متوسط درجات الطلاب في مقرر التحليل الإحصائي يمثل ظاهرة تتبع التوزيع الطبيعي بانحراف معياري 12 درجة ، فما هو حجم العينة المناسب لتقدير متوسط درجات الطلاب في هذا المقرر بحيث لا يتعدى الخطأ في تقدير المتوسط 3 درجات، وذلك بدرجة ثقة 99% (مع تقريب الناتج للرقم الأعلى) :-

(أ) 60 مفردة

(ب) 167 مفردة

(ج) 170 مفردة

(د) ??? مفردة

تمارين مراجعة :-

حجم العينة المناسب لتقدير نسبة المدخنين من بين طلاب جامعة الملك فيصل إذا كنا نرغب في ألا يزيد خطأ التقدير عن 5% وبدرجة ثقة 95% يساوي:

- (أ) 10
- (ب) 100
- (ج) 385
- (د) 1554

توزيعات المعاينة

(1) العبارة الصحيحة من بين العبارات التالية هي:

(أ) يسمى المقياس المحسوب من بيانات المجتمع إحصاءة، ويسمى المحسوب من بيانات العينة معلمة.

(ب) يسمى المقياس المحسوب من بيانات المجتمع إحصاءة، ويسمى المحسوب من بيانات العينة أيضا إحصاءة.

(ج) يسمى المقياس المحسوب من بيانات المجتمع معلمة، ويسمى المحسوب من بيانات العينة أيضا معلمة.

(د) يسمى المقياس المحسوب من بيانات المجتمع معلمة، ويسمى المحسوب من بيانات العينة إحصاءة.

(2) العبارة الصحيحة من بين العبارات التالية هي:

(أ) في توزيع المعاينة، الوسط الحسابي (الإحصائي) يتطابق مع قيمة المعلمة.

(ب) في توزيع المعاينة، الوسط الحسابي (الإحصائي) لا يتطابق مع قيمة المعلمة.

(ج) في توزيع المعاينة، الانحراف المعياري (الإحصائي) يتطابق مع قيمة المعلمة.

(د) في توزيع المعاينة، التباين (الإحصائي) يتطابق مع قيمة المعلمة.

توزيعات المعاينة

(3) لو كان لدينا مجتمع إحصائي وتم قياس إحدى خصائصه ووجد أن قيمها هي: 1، 2، 3، 4، فإذا تم اختيار عينة – بدون إرجاع – حجمها 2 من هذا المجتمع فإن القيمة المتوقعة لكل من الوسط الحسابي للمجتمع (μ) ومتوسط متوسطات العينات (\bar{x}) هما:

$$\mu = 1.5, E(\bar{x}) = 1.5 \quad (\text{أ})$$

$$\mu = 1.5, E(\bar{x}) = 2.5 \quad (\text{ب})$$

$$\mu = 2.5, E(\bar{x}) = 1.5 \quad (\text{ج})$$

$$\mu = 2.5, E(\bar{x}) = 2.5 \quad (\text{د})$$

(4) إذا كانت $X_1, X_2, X_3, \dots, X_n$ عينة عشوائية من مجتمع طبيعي وسطه μ وتباينه σ^2 ، وكان \bar{X} يمثل الوسط الحسابي للعينة فإن الحجم n والمسحوبة من هذا المجتمع فإن \bar{X} يتبع التوزيع الطبيعي بوسط μ وانحراف معياري σ/\sqrt{n} أي أن:

$$\bar{X} \sim N(\mu, \sigma^2) \quad (\text{أ})$$

$$\bar{X} \sim N(\mu, \sigma/n) \quad (\text{ب})$$

$$\bar{X} \sim N(\mu, \sigma^2/\sqrt{n}) \quad (\text{ج})$$

$$\bar{X} \sim N(\mu, \sigma^2/n) \quad (\text{د})$$

توزيعات المعاينة

(5) إذا كانت $X_1, X_2, X_3, \dots, X_n$ عينة عشوائية من مجتمع وسطه μ وتباينه σ^2 وعناصره N ، وكان \bar{X} يمثل الوسط الحسابي للعينة ذات الحجم n والمسحوبة من هذا المجتمع فإن \bar{X} يقترب من التوزيع الطبيعي بوسط μ وانحراف معياري σ/\sqrt{n} كلما:

(أ) كبرت N

(ب) صغرت N

(ج) كبرت n

(د) صغرت n

(6) إذا كانت $X_1, X_2, X_3, \dots, X_n$ عينة عشوائية من مجتمع طبيعي وسطه μ معلوم وتباينه σ^2 ، وكان \bar{X} يمثل الوسط الحسابي للعينة ذات الحجم n والمسحوبة من هذا المجتمع فإن \bar{X} يتبع توزيع طبيعي إذا كان:

(أ) σ^2 معلوما

(ب) σ^2 مجهولا

توزيعات المعاينة

(7) إذا كانت $X_1, X_2, X_3, \dots, X_n$ عينة عشوائية من مجتمع طبيعي وسطه μ معلوم وتباينه σ^2 ، وكان \bar{X} يمثل الوسط الحسابي للعينة ذات الحجم n والمسحوبة من هذا المجتمع فإن \bar{X} يتبع توزيع t إذا كان:

(أ) σ^2 معلوما

(ب) σ^2 مجهولا

(8) تخضع علامات الطلاب في أحد المقررات لتوزيع طبيعي وسطه 65 وانحرافه المعياري 18، أخذت عينة عشوائية حجمها 36، احتمال أن يزيد وسط علامات العينة على 74 هو تقريبا:

(أ) 0%

(ب) 25%

(ج) 50%

(د) 100%

توزيعات المعاينة

(9) تخضع أوزان عبوات أحد مبيدات الحشرات المنزلية لتوزيع وسطه 135 غرام وانحرافه المعياري 14 غرام. إذا قررت وزارة التموين رفض كل صندوق من هذه العبوات إذا نقص وزنه عن 6.24، فما نسبة الصناديق المرفوضة، علما بأن عدد العبوات في كل صندوق 48 عبوة؟

(أ) 0.007

(ب) 0.07

(ج) 0.93

(د) 0.993

(10) إذا كانت ساعات المذاكرة الأسبوعية للطلاب الجامعيين في إحدى الدول تأخذ شكل التوزيع الطبيعي بوسط حسابي مقداره 20 ساعة. أخذت عينة حجمها 25 طالبا، ووجد أن الانحراف المعياري لعدد ساعات مذاكرتهم الأسبوعية 8 ساعات. احتمال أن يقل وسط عدد ساعات مذاكرتهم الأسبوعية عن 18 ساعة هو تقريبا:

(أ) 10%

(ب) 40%

(ج) 60%

(د) 90%

تمارين مراجعة :-

تم سحب عينة عشوائية من مجموع مجتمع العاملين في إحدى الدوائر الحكومية بلغ حجمها 200 موظف، فإذا كان الوسط الحسابي والانحراف المعياري لدرجات تقرير تقييم الأداء الخاص بهم هما على الترتيب 68 درجة و 15 درجة ،

بفرض أن توزيع درجات التقييم للعاملين هو توزيع طبيعي، فإن فترة الثقة للوسط الحسابي لدرجات تقارير تقييم الأداء الخاص بهذه الدائرة الحكومية بدرجة ثقة 95% هي :-

الحد الأدنى لفترة الثقة يساوي :-

(أ) 65.92 درجة

(ب) 68 درجة

(ج) 70.08 درجة

(د) 200 درجة

تمارين مراجعة :-

تم سحب عينة عشوائية من مجموع مجتمع العاملين في إحدى الدوائر الحكومية بلغ حجمها 200 موظف، فإذا كان الوسط الحسابي والانحراف المعياري لدرجات تقرير تقييم الأداء الخاص بهم هما على الترتيب 68 درجة و 15 درجة ،
بفرض أن توزيع درجات التقييم للعاملين هو توزيع طبيعي، فإن فترة الثقة للوسط الحسابي لدرجات تقارير تقييم الأداء الخاص بهذه الدائرة الحكومية بدرجة ثقة 95% هي :-

الحد الأعلى لفترة الثقة يساوي :-

(أ) 65.92 درجة

(ب) 68 درجة

(ج) 70.08 درجة

(د) 200 درجة

تمارين مراجعة :-

تمرين: لإيجاد فترة ثقة 90% لنسبة المدخنين بين طلبة إحدى الجامعات قام باحث بمقابلة عينة عشوائية من 100 طالب، فوجد أن 30 طالبا يدخنون، أوجد فترة الثقة المطلوبة.

المعطيات:

حجم العينة ($n = 100$)

نسبة المدخنين في العينة ($\hat{p} = \frac{30}{100} = 0.30$)

درجة الثقة ($(1 - \alpha)\% = 90\%$) مما يعني أن معامل الثقة المناظر لهذه الدرجة هو (1.64)

المطلوب:

تقدير نسبة المدخنين في هذه الجامعة (P)



بِسْمِ اللَّهِ
بِحَمْدِ اللَّهِ

