طول الفئة = المدى ÷ عدد الفئات

محاضرة رقم (6)

قانون الوسط الحسابي للبيانات غير المبوبة

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n}$$

الوسيط Median

عدد المشاهدات n	ترتيب الوسيط
فردى	(n+1)/2
زوجى	يوجد ترتيبين هما n /2 , (n /2)+1

الوسط الهندسى Geometric Mean

$$GM = \sqrt[n]{x_1 \times x_2 \times \cdots \times x_n}$$

المنوال Mode

هو القيمة الأكثر شيوعاً

وقد يكون في التوزيع منوالين أو أكثر وذلك كالمثال الأتي:

6، 5 ، 5 ، 5 ، 4 ، 4 ، 4

فالمنوال هنا = 4 ، 5 أي أنه يوجد منوالين .

وقد لا يكون في التوزيع منوال وذلك كالمثال الآتي:

2 ، 5 ، 7 ، 9 ، 11

ويمكن حساب متوسط الأنحرافات المطلقة من خلال المعادلة التالية :

$$AAD = \frac{\sum_{i=1}^{n} |x_i - \bar{x}|}{n}$$

يمكن حساب التباين من خلال المعادلة التالية:

$$S^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2}{n-1}$$

و بالتالى يكون حساب الإنحراف المعياري كما يلي:

$$S = \sqrt{S^2}$$

الوسط الحسابي والتشتت حولة

$$\overline{x} = \frac{\sum_{i=1}^{l} x_i f_i}{\sum_{i=1}^{l} f_i}$$

$\bar{x}$ **الوسط الحسابى**

x_i **مركز الفئة i وهى تساوى (الحد الأعلى للفئة + الحد الأدنى للفئة) ÷ 2**

f_i **تكرار الفئة i**

l **عدد الفئات**

أ- متوسط الانحرافات المطلقة AAD:

$$AAD = \frac{\sum_{i=1}^{l} |x_i - \bar{x}| f_i}{\sum_{i=1}^{l} f_i}$$

التباين :

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^{l} (x_i - \bar{x})^2 f_i}{\sum_{i=1}^{l} f_i}$$

جـ - الانحراف المعياري :

هو الجذر التربيعى للتباين، ويمكن حسابه من خلال المعادلة التالية:

$$\sigma = \sqrt{\sigma^2}$$

ولحساب الوسيط من البيانات المبوبة هناك ثلاث خطوات يجب إتباعها وهى:

- إيجاد الجدول التكرارى المتجمع الصاعد
- إيجاد ترتيب الوسيط من خلال المعادلة التالية:

$$k_{Med} = n / 2$$

- إيجاد قيمة الوسيط من خلال المعادلة التالية:

$$Med = \mathrm{L}_{\mathrm{Med}} + \frac{k_{Med} - F_a}{F_b - F_a} \times I$$

Med قيمة الوسيط

L_{Med} الحد الادنى لبداية الفئة الوسيطية

k_{Med} ترتيب الوسيط

F_a التكرار المتجمع السابق للفئة الوسيطية

F_b التكرار المتجمع اللاحق للفئة الوسيطية

I طول الفئة الوسيطية

الرُبيع الادنى (الأول):

لذلك يتم حسابة كما فى حالة الوسيط مع اختلاف أن ترتيب الرُبيع الاول Q1 هو (n / 4)

$$Q_1 = \mathrm{L}_{Q_1} + \frac{\frac{n}{4} - F_a}{F_b - F_a} \times I_{Q_1}$$

الرُبيع الاعلى (الثالث):

لذلك يتم حسابه كما فى حالة الوسيط مع اختلاف أن ترتيب الرُبيع الثالث Q3 هو (3 n / 4)

$$Q_3 = \mathrm{L}_{Q_3} + \frac{\frac{3(n)}{4} - F_a}{F_b - F_a} \times I_{Q_3}$$

حساب قيمة العُشير $P_{0.10}$:

$$k_{P_{0.10}} = n / 10$$

وعلى ذلك يمكن حساب قيمة العُشير $P_{0.10}$ كما يلى :

$$P_{0.10} = \mathrm{L}_{P_{0.10}} + \frac{\frac{n}{10} - F_a}{F_b - F_a} \times I_{P_{0.10}}$$

وعلى ذلك يمكن حساب قيمة المئويين كما يلى :

$$P_{0.01} = \mathrm{L}_{P_{0.01}} + \frac{\frac{n}{100} - F_a}{F_b - F_a} \times I_{P_{0.01}}$$

نصف المدى الرُبيعى Inter Quartile Range

$$IQR = \frac{Q3 - Q1}{2}$$

المنوال

المنوال هو القيمة الأكثر شيوعا أو تكرارا. وفى حالة البيانات المبوبة يمكن حسابة باستخدام المعادلة التالية:

$$Mod = L_{Mod} + \frac{D1}{D1 + D2} \times I$$

Mod قيمة المنوال

L_{Mod} الحد الأدنى لفئة المنوال

$D1$ يساوى تكرار فئة المنوال – تكرار الفئة السابقة

$D2$ يساوى تكرار فئة المنوال – تكرار الفئة اللاحقة

I طول الفئة المنوالية

معامل الاختلاف = الانحراف المعيارى ÷ الوسط الحسابى

في حالة الاعتماد على بيانات العينة يتم حساب معامل الاختلاف من خلال المعادلة:

$$c.v. = \frac{s}{\bar{x}} \times 100$$

أما اذا كانت البيانات المتاحة من جداول تكرارية (بيانات مبوبة) فيمكن الاعتماد على معامل الاختلاف الربيعى المعيارى والذى يعتمد فى حسابة على الوسيط والربيع الادنى والربيع الأعلى وخاصة فى حالة الجداول المفتوحة حيث أن:

$$c.v. = \frac{Q_3 - Q_1}{Q_3 + Q_1} \times 100$$

القيمة المعيارية Standardized values

$$z = \frac{x - \bar{x}}{S}$$

مقاييس التشتت النسبى Coefficient of Variation

معامل الإلتواء لبيرسون والذى يكون فى أحد الصورتين التاليتين:

الصورة الأولى: معامل الإلتواء = $\frac{\text{الوسط الحسابى} - \text{المنوال}}{\text{الانحراف المعيارى}}$

$$SK = \frac{\bar{x} - Mod}{S}$$

الصورة الثانية: معامل الإلتواء = $\frac{3\,(\text{الوسط الحسابى} - \text{الوسيط})}{\text{الانحراف المعيارى}}$

$$SK = \frac{3(\bar{x} - Med\ )}{S}$$

التباين:

يمكن الحصول على التباين كما يلي:

$$S^2 = \frac{\sum_{i=1}^{l}\left[f(x-\bar{x})^2\right]}{\sum_{i=1}^{l} f_i}$$

مقياس الإلتواء لباولى SkB الذى يعرف كما يلي:

$$SK_B = \frac{(Q_3 - Med) - (Med - Q1)}{(Q_3 - Med) + (Med - Q1)}$$

أو يمكن أعادة صياغة معامل الإلتواء لباولى SkB على الصورة التالية:

$$SK_B = \frac{Q_3 - 2Med + Q1}{Q_3 - Q1}$$

ويتم قياس معامل التفرطح KU باستخدام الربيعات والمئينيات من خلال المعادلة التالية:

$$KU = \frac{Q_3 - Q_1}{2(P_{0.90} - P_{0.10})}$$

تحليل الأرتباط محاضرة رقم (10)

معامل الارتباط الخطى البسيط لبيرسون ويستخدم فى صورة البيانات الكمية

$$r_p = \frac{\sum (x-\bar{x})(y-\bar{y})}{\sqrt{\sum (x-\bar{x})^2}\sqrt{\sum (y-\bar{y})^2}}$$

وكذلك المعادلة الرياضية التالية والتي تعتبر اسهل وابسط:

$$r_p = \frac{n\sum xy - \sum x \sum y}{\sqrt{n\sum x^2 - (\sum x)^2}\sqrt{n\sum y^2 - (\sum y)^2}}$$

$$\bar{x} = \frac{\sum x}{n} =$$

معامل أرتباط الرتب لسبيرمان

ويستخدم في حالة المتغيرات الوصفية فنستخدم معامل ارتباط الرتب لـ سبيرمان مثل (ممتاز – جيدجداً – جيد – مقبول – ضعيف)

ويتم حساب معامل الارتباط الرتب لسبيرمان بأستخدام المعادلة التالية:

معادلة سبيرمان

$$r_s = 1 - \frac{6\sum d^2}{n(n^2 - 1)}$$

d الفرق بين رتبة المتغيرين

n عدد المشاهدات

معامل الاقتران

ويستخدم فى حساب العلاقة الاتباطية بين المتغيرات الوصفية التى ليس فى طبيعتها صفة الترتيب أى الوصفية الأسمية التى يكون لها زوج من الصفات مثل:

النوع (ذكر – انثى)، والحالة التعليمية (متعلم - غير متعلم)

	الصفة الأولى لـ y	الصفة الثانية لـ y
الصفة الأولى لـ x	A	B
الصفة الثانية لـ x	C	D

ويمكن حساب معامل الاقتران فى هذه الحالة كما يلي:

معادلة معامل الأقتران

$$r_C = \frac{AD - BC}{AD + BC}$$

معامل التوافق

ويستخدم لحساب الارتباط بين المتغيرات الوصفية الاسمية والتى يكون لصفاتها قيم أكثر من 2، مثل الحالة الاجتماعية (اعزب - متزوج – متزوج ويعول – أرمل – مطلق)

ويتم حساب معامل التوافق من خلال المعادلة التالية

$$r_T = \sqrt{\frac{M - 1}{M}}$$

معادلة حساب معامل التوافق

محاضرة رقم (11)

معادلة انحدار y على x

$$\hat{y} = b_0 + b_1 x$$

حيث يسمى b_0 ثابت الانحدار او الجزء الثابت او الجزء المقطوع من محور الصادات بينما b_1 يطلق عليها معامل الانحدار أو معدل التغير فى الدالة .

ويمكن استخدام المعادلات التالية لحساب معامل الانحدار باستخدام طريقة المربعات الصغرى:

$$b_1 = \frac{n\sum xy - \sum x \sum y}{n\sum x^2 - (\sum x)^2}$$

$$b_0 = \frac{\sum y}{n} - b_1 \frac{\sum x}{n}$$

$$= \bar{y} - b_1 \bar{x}$$

معادلة انحدار x على y

وهى التى يطلق عليها معادلة انحدار x | y. أى تتحدد قيمة المتغير x تبعا لقيمة المتغير y لذلك يمكن التعبير عن تلك العلاقة الخطية بالمعادلة التالية:

$$\hat{x} = c_0 + c_1 y$$

حيث يسمى c_0 ثابت الانحدار او الجزء الثابت بينما c_1 يطلق عليها معامل الانحدار أو معدل التغير فى الدالة

ولتحديد المعادلة الدالة على العلاقة بين المتغيرين x و y لابد من تقدير قيمة للثابتين c_0 و c_1 الذين يمكن تقديرهما من خلال تطبيق طريقة المربعات الصغرى فتكون النتيجة كما يلي:

$$c_1 = \frac{n\sum xy - \sum x \sum y}{n\sum y^2 - (\sum y)^2}$$

$$c_0 = \frac{\sum x}{n} - c_1 \frac{\sum y}{n}$$

$$= \overline{x} - c_1 \overline{y}$$

العلاقة بين معاملي معادلتي الانحدار y على x و معادلة انحدار x على y

اذا علم معامل معادلة انحدار y على x ومعامل معادلة انحدار x على y فإنة يمكن تقدير كلاً من معامل التحديد ومعامل الارتباط كما يلي:

معادلة معامل التحديد

$$r^2 = b_1 \times c_1$$

فكما يبدوا معامل التحديد هو عبارة عن حاصل ضرب معاملى الانحدار b_1 و c_1 وبالتالي يمكن الحصول على معامل الارتباط بأخذ الجذر التربيعى لمعامل التحديد كما يلي:

معادلة معامل الأرتباط

$$r = \sqrt{r^2}$$

محاضرة رقم (12)

تحليل السلاسل الزمنية

1. نموذج الجمع :

ويستخدم عندما يكون مدى التغيرات الموسمية ثابت من سنة إلى أخرى ومستقل عن الاتجاه العام , و يتم فرض أن السلسلة الزمنية مكونة من مجموع مكوناتها من الاربع عناصر السابق ذكرها، أى يكون النموذج بالصورة التالية:

$$y_t = T_t + C_t + S_t + R_t$$

. نموذج الضرب:

ويستخدم هذا النموذج في الحالات المعاكسة لحالات استخدام نموذج الجمع. ويتم فرض أن السلسلة الزمنية مكونة من حاصل ضرب مكوناتها من الاربع عناصر، أى يكون النموذج على الصورة التالية :

$$y_t = T_t \times C_t \times S_t \times R_t$$

Yt = قيمة الظاهرة المدروسة في الفترة t (القيمة الحقيقية)

Tt = قيمة الاتجاه العام في الفترة t

Ct = قيمة التغيرات الموسمية (القيم الموسمية) في الفترة t

St = قيمة التغيرات الدورية (القيم الدورية) في الفترة t

Rt = قيمة التغيرات العشوائية (القيم العشوائية) في الفترة t

ب/ طريقة المتوسطات المتحركة:

ويتم حساب المتوسط المتحرك من خلال تطبيق قانون المتوسط الحسابي بشكل متتابع لعدد المشاهدات المعطاة لدينا، مع الأخذ في الاعتبار طول المجموعة التي يتم تقسيم البيانات إليها فمثلا اذا كان طول المجموعة 5 يتم إيجاد متوسط المشاهدات (x1 , x2 , x3 , x4 , x5) وذلك بإيجاد مجموعهم والقسمة على عددهم كما يبدوا ذلك من خلال العلاقة التالية:

$$\frac{X_1 + X_2 + X_3 + X_4 + X_5}{5}$$

ج- طريقة متوسط نصف السلسلة:

تعتبر هذه الطريقة أدق من طريقة شكل الانتشار وطريقة المتوسطات المتحركة، ويمكن حسابها من خلال إتباع الخطوات التالية:

- نقسم السلسلة إلى مجموعتين وفق تسلسل السنوات.
- لتعيين الإحداثي الصادي للنقطتين نوجد المتوسط الحسابي لنصف السلسلةالأول إذا كان عدد المشاهدات زوجي، أما إذا كان عدد المشاهدات فردي فتهمل المشاهدة الوسطى ثم نجد المتوسط الحسابي للنصف الثاني.
- لتحديد الإحداثي السيني نعطي قيم المشاهدات ترقيم متسلسل سواء كانت المشاهدات قيما أو غير ذلك، ثم نجد المتوسط الحسابي للنصف الأول من القيم سواء كان عددها زوجي أو فردي فيكون المتوسط هو الإحداثي

السيني، وكذلك حساب المتوسط الحسابي للنصف الثاني والذي يمثل الإحداثي السيني وبذا تتعين النقطتين.

- نصل بين النقطتين بعد تعيينهما على مستوى الإحداثي فيكون لدينا خط الاتجاه العام
- نوجد معادلة خط الاتجاه العام من خلال العلاقة التالية:

$$\frac{Y - Y_1}{X - X_1} = \frac{Y_2 - Y_1}{X_2 - X_1}$$

د/ طريقة المربعات الصغرى

وتعتبر طريقة المربعات الصغرى أكثر دقة من الطرق السابقة لحساب خط الاتجاه العام وذلك من خلال استخدام أسلوب الانحدار الخطي البسيط المعتمد على طريقة المربعات الصغرى التي تجعل مجموع مربعات انحرافات القيم المقدرة عن القيم الفعلية أقل ما يمكن وذلك من خلال العلاقة التالية :

$$\hat{y}_t = b_0 + b_1 t$$

$\hat{y}_t$ القيمة الاتجاهية للسلسلة الزمنية في الفترة t

b_0 نقطة تقاطع خط الاتجاه العام مع المحور الصادي أو الجزء الثابت

b_1 ميل خط الاتجاه العام

t الزمن

ولغرض حساب b_1 و b_0 نقوم بتطبيق المعادلتين التاليتين

$$b_1 = \frac{n\sum ty_t - \sum t \sum y_t}{n\sum t^2 - \left(\sum t\right)^2}$$

$$b_0 = \frac{\sum y_t}{n} - b_1 \frac{\sum t}{n}$$

y_t القيمة الفعلية للسلسلة الزمنية في الفترة t

n عدد الفترات

طريقة النسب للمتوسط المتحرك، ويتم ذلك من خلال المعادلة التالية:

$$y_t = T_t \times C_t \times S_t \times R_t$$

طريقة إيجاد القيم المخلصة من أثر الاتجاة العام وذلك بقسمة طرفي المعادلة على (Tt) والتي تمثل تأثير الاتجاه العام فنحصل بالتالي على المعادلة التالية

$$\frac{y_t}{T_t} = C_t \times S_t \times R_t$$

محاضرة رقم (13)

معدل التضخم السنوي

$$i_{2010} = \frac{CPI_{2010} - CPI_{2009}}{CPI_{2009}}(100)$$

i_{2010} = معدل التضخم في سنة 2010م

CPI_{2009} = مؤشر أسعار المستهلكين في سنة2009م

CPI_{2010} = مؤشر أسعار المستهلكين في سنة 2010م

منسوب السعر لسلعة واحدة (ظاهرة بسيطة):

يمكن إيجاد رقم قياسي لسعر سلعة بمفردها (حيث يمثل هذا الرقم القياسي التغير في سعر السلعة أو الخدمة في سنة معينة مقارنة بسنة الأساس)، ويسمى الرقم القياسي للسعر بمنسوب السعر ويرمز له بالرمز Pr ويمكن حسابه بالطريقة التالية :

$$P_r = \frac{P_1}{P0}(100)$$

P_r = منسوب السعر

P_1 = السعر سنة المقارنة

P_0 = السعر سنة الاساس

حساب الأرقام القياسية التجميعية (مجموعة من السلع):

الرقم القياسي التجميعي البسيط للأسعار:

ويرمزلهذا الرقم القياسي بالرمز "Is " ويتم حسابه من خلال العلاقة التالية:

$$I_s = \frac{\sum P_1}{\sum P_0}(100)$$

$\sum P_1$ = مجموع أسعار السلع والخدمات في سنة المقارنة .

$\sum P_0$ = مجموع أسعار السلع والخدمات في سنة الاساس .

الرقم القياسي التجميعي للأسعار المرجح بكميات سنة الأساس (رقم لاسبير):

$$I_r = \frac{\sum P_1 Q_0}{\sum P_0 Q_0}(100)$$

I_r = الرقم القياسى التجميعى للأسعار المرجح بكميات سنة الاساس (رقم لاسبير)

$\sum P_1 Q_0$ = مجموع أسعار السلع و الخدمات سنة المقارنة مرجحة بكميات سنة الاساس

$\sum P_0 Q_0$ = مجموع أسعار السلع و الخدمات سنة الاساس مرجحة بكميات سنة الاساس

الرقم القياسي التجميعي للأسعار المرجح بكميات سنة المقارنة (رقم باش):

ويسمى برقم باش ويرمز له بالرمز Ip وهذا الرقم يعبر عن اثر التغير في السعر كما لو أن الكميات المشتراة في سنة المقارنة كانت قد اشتريت في سنة الأساس. وتختلف طريقة حساب هذا الرقم من حيث أنه يرجح كل سعر بكميته المستهلكة في سنة المقارنة ، ويتم ذلك من خلال تطبيق العلاقة التالية:

$$I_p = \frac{\sum P_1 Q_1}{\sum P_0 Q_1}(100)$$

I_p = الرقم القياسى التجميعى للأسعار المرجح بكميات سنة المقارنة (رقم باش)

$\sum P_1 Q_1$ = مجموع أسعار السلع و الخدمات سنة المقارنة مرجحة بكميات سنة المقارنة

$\sum P_0 Q_1$ = مجموع أسعار السلع و الخدمات سنة الاساس مرجحة بكميات سنة المقارنة

الرقم القياسي التجميعي للأسعار المرجح بكميات سنة الأساس وسنة المقارنة (رقم فيشر):

$$I_f = \sqrt{I_r \ \mathrm{I_p}}$$

$$I_f = \sqrt{\frac{\sum P_1 Q_0}{\sum P_0 Q_0} \times \frac{\sum p_1 Q_1}{\sum p_0 Q_1}}$$