جامعة الإمام عبدالرحمن بن فيصل
IMAM ABDULRAHMAN BIN FAISAL UNIVERSITY

# عمادة التعليم الإلكتروني والتعلم عن بعد
# كلية الدراسات التطبيقية وخدمة المجتمع

## المحاضرة المسجلة الثانية عشر

الرياضيات للإدارة

د. رائــد الخصــاونة

# المحاضرة المسجلة الثانية عشر

## الفصل الرابع :- الاشتقاق (التفاضل)

تطبيقات على الاشتقاق :-

- كيفية حساب فترات التزايد والتناقص وايجاد القيم العظمى (محلية كبرى أو محلية صغرى) من خلال اختبار المشتقة الأولى :-

خطوات الاختبار :-

① حل المعادلة $f'(x) = 0$ للحصول على القيم الحرجة

② نضع هذه القيم على خط الأعداد.

③ تحديد اشارة $f'(x)$ على كل فترة لدينا ، حيث تكون الدالة $f(x)$ مايلي :-

أ) قيمة عظمى محلية إذا تغيرت اشارة $f'(x)$ من + الى − .

ب) قيمة صغرى محلية إذا تغيرت اشارة $f'(x)$ من − الى + .

ج) لا يكون لدينا قيمة عظمى أو صغرى إذا لم تتغير اشارة $f'(x)$ .

د) فترات تزايد عندما تكون اشارة $f'(x)$ موجبة.

هـ) فترات تناقص للدالة $f(x)$ عندما تكون اشارة $f'(x)$ سالبة .

مثال :- اوجد النقاط العظمى والصغرى وفترات التزايد والتناقص للدالة $f(x)=8x^2-4x$ ؟؟

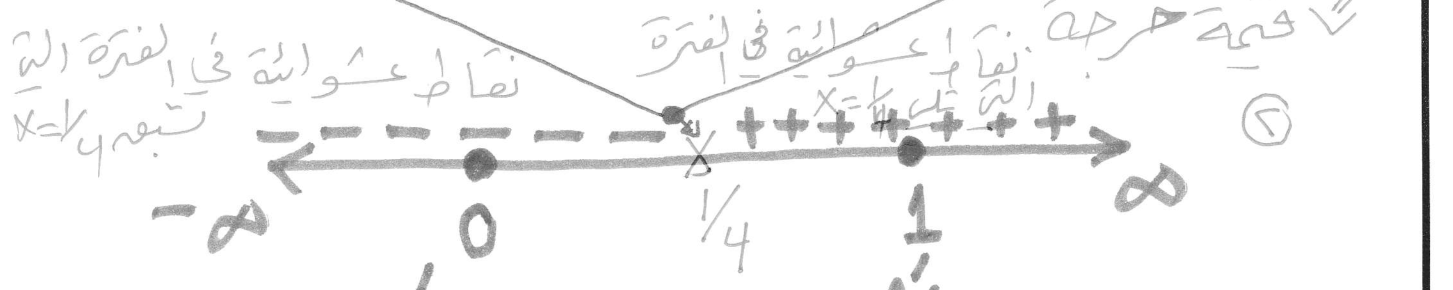
الحل :- (1) يجب ان نجد قيمة المشتقة الأولى ونساويها بالصفر :-

$$f'(x)=16x-4 .$$

$$16x-4=0 \Rightarrow 16x=4 \Rightarrow x=\frac{4}{16}=\frac{1}{4}$$

قيمة حرجة

(2)




$f'(0)=-4<0$ $\qquad$ $f'(1)=16(1)-4>0$

ونستنتج أنه للدالة $f(x)$ نقطة صغرى محلية عند $x=1/4$

وفترات التزايد من $(1/4,\infty)$ وفترة تناقص من $(-\infty,1/4)$

مثال ٤ :- اوجد القيم العظمى والقيم الصغرى وفترات التزايد والتناقص (إن وجدت) للدالة

$$f(x) = x^3 - 27x.$$

الحل :- أولاً نجد المشتقة الأولى للدالة $f(x)$ :-

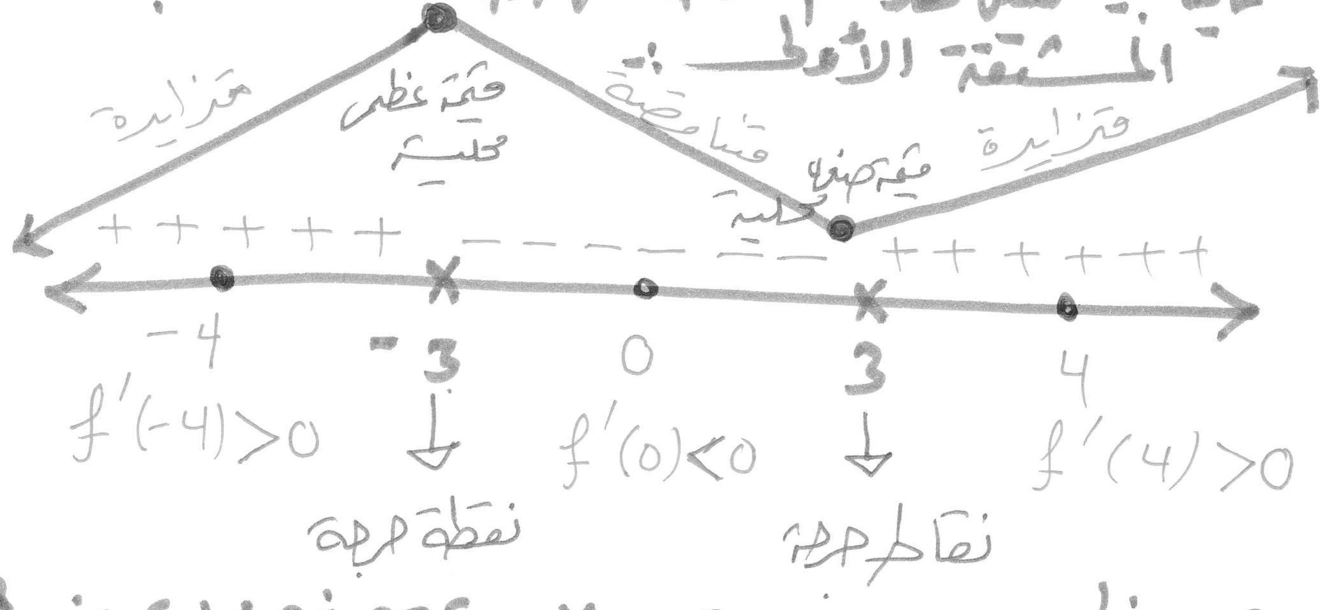
$$f'(x) = 3x^2 - 27$$

$$3x^2 - 27 = 0.$$

$$3x^2 = 27 \Rightarrow x^2 = 9 \Rightarrow \boxed{x = \pm 3}.$$

نقاط حرجة

ثانياً :- نضع هذه النقاط على خط الاعداد ونختبر اشارة المشتقة الأولى :-




قيمة عظمى محلية عند $x=-3$ ، قيمة صغرى محلية عند $x=3$

فترات التزايد :- $(-\infty, -3) \cup (3, \infty)$

فترات التناقص :- $(-3, 3)$.

- كيفية حساب فترات التقعر ونقاط الانعطاف من خلال اختبار المشتقة الثانية :

* خطوات الاختبار :-

① نجد المشتقة الثانية للدالة $f(x)$ ونساويها بالصفر

② نضع هذه النقاط على خط الاعداد :

③ تحديد اشارة $f''(x)$ على كل فترة، حيث يكون $f(x)$ مايلي :-

أ) مقعرة للاعلى اذا كانت $f''(x) > 0$ .

ب) مقعرة للاسفل اذا كانت $f''(x) < 0$

ج) نقطة انعطاف عند $x = a$ إذا تغيرت اشارة $f''(x)$ من موجب الى سالب أو العكس حيث $f''(a) = 0$ .

د) واذا لم تتغير اشارة $f''(x)$ عند $x = a$ فإنه لا توجد نقاط انعطاف للدالة $f(x)$ .

مثال :- اوجد مجالات التقعر ونقاط الانعطاف للدالة

$f(x) = x^3 - 6x^2$.

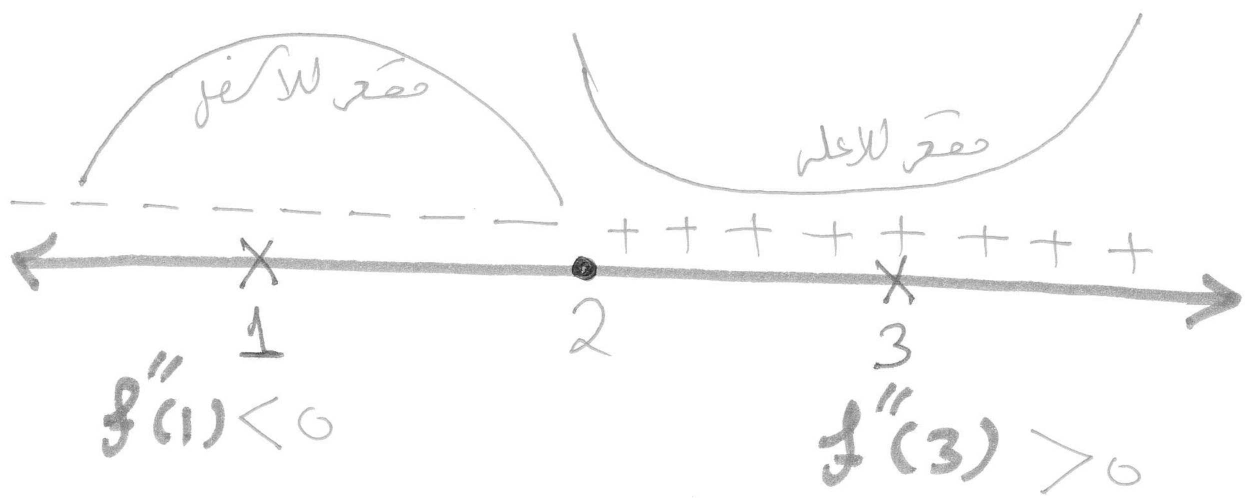
**الحل :-**

① $f'(x) = 3x^2 - 12x$.

② $f''(x) = 6x - 12$.

③ $6x - 12 = 0 \Rightarrow 6x = 12 \Rightarrow \boxed{x = 2}$

④ نرسم خط الاعداد




وبالتالي سنحصل على ما يلي :-

عند $x = 2$ ( نقطة انعطاف ).

الدالة $f(x)$ مقعرة للاعلى على الفترة $(2, \infty)$

الدالة $f(x)$ مقعرة للاسفل على الفترة $(-\infty, 2)$

مثال :- اوجد مجالات التقعر ونقاط الانعطاف للدالة $f(x) = 5x^3 - 2x$. (إن وجدت)

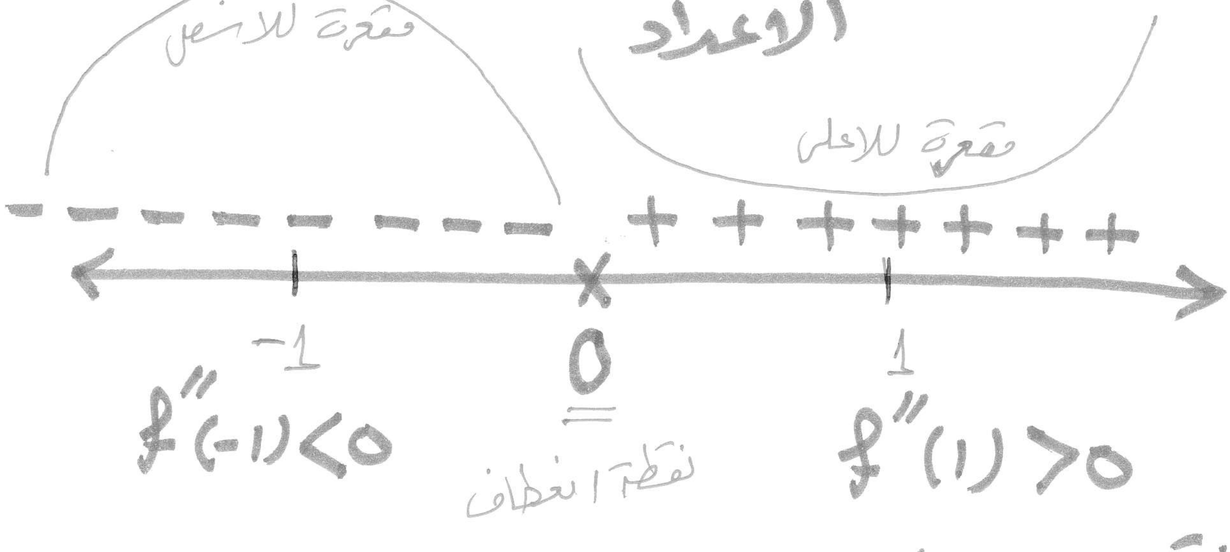
الحل :-

① $f'(x) = 15x^2 - 2$.

② $f''(x) = 30x$.

④ $30x = 0 \Rightarrow x = \frac{0}{30} \Rightarrow x = 0$

⑤ نعين هذه النقطة على خط الاعداد




النتيجة النهائية :-

منحنى $f(x)$ مقعر للاعلى على الفترة $(0, \infty)$

منحنى $f(x)$ مقعر للاسفل على الفترة $(-\infty, 0)$

نقطة انعطاف عند النقطة $x = 0$ .

تمرين :- اوجد فترات التزايد والتناقص والقيم العظمى أو الصغرى وفترات التقعر ونقاط الانعطاف (إذا وجدت) للدالة

$$f(x) = 3x^3 - 6x^2 + 4$$

نهاية المحاضرة المسجلة الثانية عشر

مع تمنياتي للجميع بالتوفيق والنجاح