المحاضرة المباشرة الأولى

- إذا كان $A=\{x,y,z\}$ ، $B=\{-1,1\}$ ، $C=\{3,5,7\}$

وجد كل مما يلي :-

1) $n(A)=3$ (عدد عناصر المجموعة A).

2) $A\times B=\{(x,-1),(x,1),(y,-1),(y,1),(z,-1),(z,1)\}$

(الضرب الديكارتي لمجموعتين A,B).

3) $B\times B=\{(-1,-1),(-1,1),(1,-1),(1,1)\}$.

4) $P(A)=\{\phi,\{x\},\{y\},\{z\},\{x,y\},\{x,z\},\{y,z\},\{x,y,z\}\}$.

5) $P(B)=\{\phi,\{-1\},\{1\},\{-1,1\}\}$.

6) $A\times C=\{(x,3),(x,5),(x,7),(y,3),(y,5),(y,7),(z,3),(z,5),(z,7)\}$.

7) $C\times B=\{(3,-1),(3,1),(5,-1),(5,1),(7,-1),(7,1)\}$

8) $P(C)=\{\phi,\{3\},\{5\},\{7\},\{3,5\},\{3,7\},\{5,7\},\{3,5,7\}\}$.

9) $n(B\times C)=n(B)\times n(C)$

$=2\times 3=6$.

10) $n(A\times C)=n(A)\times n(C)$

$=3\times 3=9$.

⇓

عدد عناصر الضرب الديكارتي لمجموعتين

- إذا كان $(2x+5, 10) = (3, -3y-2)$ فأوجد قيمة كل من x, y؟

الحل:-

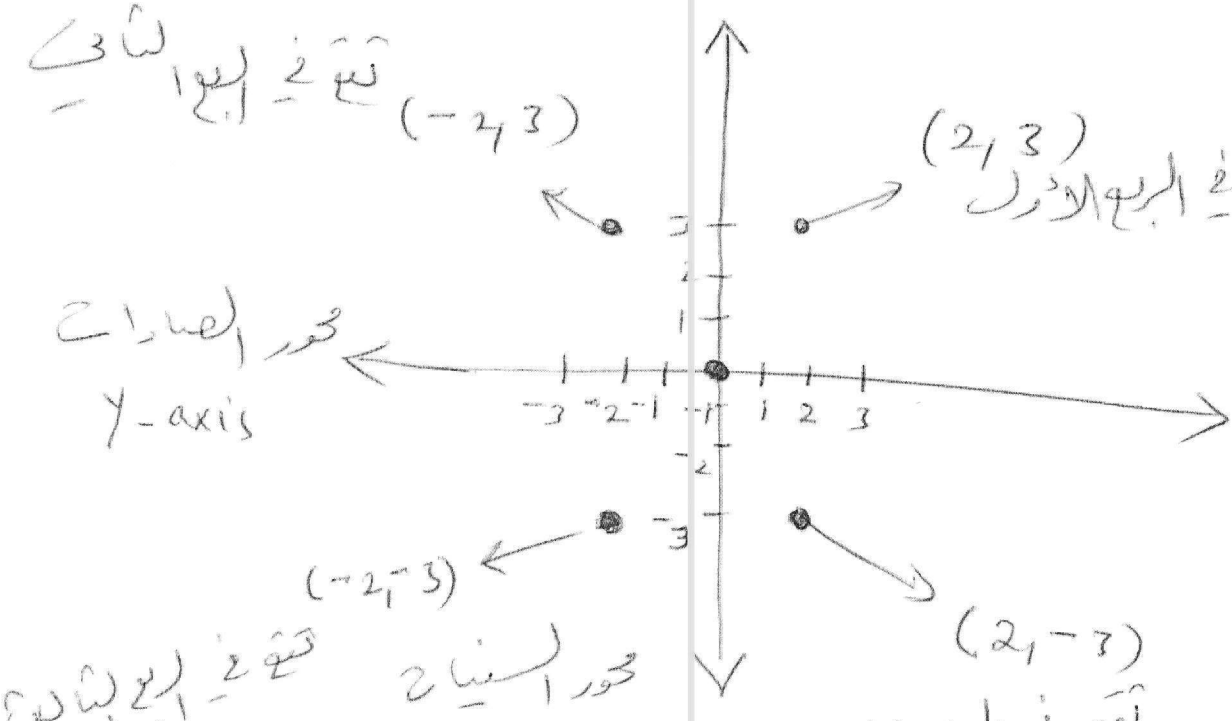
$$2x+5 = 3 \Rightarrow 2x = 3-5$$
$$\Rightarrow 2x = -2$$
$$\Rightarrow \boxed{x = -1}$$

$$-3y-2 = 10 \Rightarrow -3y = 10+2$$
$$\Rightarrow -3y = 12$$
$$\Rightarrow \boxed{y = -4}$$

- حدد موقع كل من الأزواج التالية على المستوى الديكارتي:

① $(-2,-3)$ و ② $(2,-3)$ ، ③ $(-2,3)$ ، ④ $(2,3)$

الحل:-



(نكمل حل التمارين الخاصة بالمحاضرة الأولى في الحلقة القادمة)

تمارين المحاضرة السابقة

- تمرين: أي من العلاقات التالية تمثل دالة:

1) $R = \{(-1,2), (2,2), (3,5), (6,1)\}$

R في هذه الحالة تمثل دالة حيث أن كل عنصر في المجال مرتبط بعدد واحد فقط في المجال المقابل

2) $R = \{(0,7), (1,5), (1,2), (3,-4)\}$

R ليست دالة حيث أن العدد 1 له أكثر من صورة.

3) $R = \{(-3,1), (-1,1), (0,1), (4,1)\}$

R تمثل دالة في هذه الحالة.

4) $R = \{(-4,0), (-4,4), (2,3), (1,9)\}$

R ليست دالة، العدد 4- له أكثر من صورة.

5) $R = \{(3,0), (3,1), (3,2), (3,3), (3,4)\}$

R ليست دالة، العدد 3 له 5 صور.

6) $R = \{(1,1), (2,2), (4,4), (9,9)\}$

R تمثل دالة

- تمرين: اذا كانت $f(x) = 2x^2 - 3x$ ، أوجد

i) $f(0) = 2(0)^2 - 3(0) = 0$.

ii) $f(-4) = 2(-4)^2 - 3(-4) = 32 + 12 = 44$

- تمرين: اذا كانت $f(x)=3x^2$ ، $g(x)=x+1$ ، فاوجد :-

i) $(f+g)(x)=f(x)+g(x)=3x^2+(x+1)=3x^2+x+1$

ii) $(f\times g)(x)=f(x)g(x)=3x^2(x+1)=3x^3+3x^2$

iii) $(f\circ g)(x)=f(g(x))=f(x+1)=3(x+1)^2$

$=3(x^2+2x+1)$

$=3x^2+6x+3$.

vi) $(g\circ f)(x)=g(f(x))=g(3x^2)=3x^2+1$.

v) $g^{-1}(x)=??$

Let $y=x+1 \Rightarrow x=y-1 \Rightarrow \boxed{g^{-1}(x)=y-1}$

$f^{-1}(x)=??$

Let $y=3x^2 \Rightarrow x^2=y/3 \Rightarrow x=\pm\sqrt{\frac{y}{3}}$

$\Rightarrow f^{-1}(x)=\pm\sqrt{\frac{y}{3}}$.

نرجو حل التمارين الخاصة بالخامسة

الصفحة التالية

تمارين المحاضرة الحلقة الثالثة

- اي من الدوال التالية دالة متزايدة، متناقصة أم غير ذلك؟

1) $f(x) = -\frac{1}{2}$.

نفرض أن :-

$x_1 = 1 \Rightarrow f(x_1) = f(1) = -\frac{1}{2}$

$x_2 = 2 \Rightarrow f(x_2) = f(2) = -\frac{1}{2}$

نلاحظ أن

$1 < 2$ لكن $-\frac{1}{2} = -\frac{1}{2}$

∴ الدالة ثابتة -

2) $g(x) = 3 - 5x$

نفرض أن

$x_1 = 1 \Rightarrow g(1) = 3 - 5 = -2$

$x_2 = 2 \Rightarrow g(2) = 3 - 10 = -7$.

$1 \leq 2$ لكن $-2 \geq -7$

∴ الدالة متناقصة.

3) $h(x) = 2x + 2$.

$x_1 = 1 \Rightarrow h(1) = 2(1) + 2 = 4$

$x_2 = 2 \Rightarrow h(2) = 2(2) + 2 = 6$.

$1 < 2$ لكن $4 < 6$

∴ الدالة متزايدة.

- تمرين : أي من الدوال التالية خطية وأيها ضمنية :-

1) $y = -\frac{1}{2}x \Rightarrow$ دالة خطية

2) $y - x = 3 - 5x \Rightarrow$ دالة ضمنية

3) $x = 2y + 2 \Rightarrow$ دالة ضمنية

- تمرين : - حول كل من الدوال التالية إلى دوال خطية :-

1) $2y - 3x = 6$.

$2y = 3x + 6 \Rightarrow y = \frac{3x+6}{2} = \boxed{\frac{3}{2}x + 3}$

2) $y - 3x = 2y + 6x - 6$

$y - 2y = 6x + 3x - 6$.

$-y = 9x - 6 \Rightarrow \boxed{y = -9x + 6}$

- تمرين :- اوجد معادلة الخط المستقيم مما يلي :-

أ- المستقيم المار بالنقطة $(1, 2)$ وميله $= -3$

a) $(x_1, y_1) = (1, 2)$

$m = -3$.

$y - y_1 = m(x - x_1)$

$y - 2 = -3(x - 1)$

$y - 2 = -3x + 3 \Rightarrow y = -3x + 3 + 2$

$\boxed{y = -3x + 5}$.

ب- المستقيم المار بالنقطة $(3, 4)$ وميله $= صفر$

b) $(x_1, y_1) = (3, 4)$

$m = 0$.

$y - y_1 = m(x - x_1)$

$y - 4 = 0(x - 3) \Rightarrow \boxed{y = 4}$

ج) المستقيم المار بنقطة الأصل وميله = 2 ؟

c) $(x_1, y_1) = (0,0)$,
$m = 2$.

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$
$$y - 0 = 2(x - 0) \Rightarrow y = 2x.$$

ج) المستقيم المار النقطتين $(7,2)$ ، $(3,4)$ ؟

$(x_1, y_1) = (3,4)$, $(x_2, y_2) = (7,2)$.

d) $$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{2-4}{7-3} = \frac{-1}{2}.$$

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$
$$y - 4 = -\frac{1}{2}(x - 3) \Rightarrow y - 4 = -\frac{1}{2}x + \frac{3}{2}$$
$$y = -\frac{1}{2}x + \frac{3}{2} + 4$$
$$y = -\frac{1}{2}x + \frac{3}{2} + \frac{8}{2}$$
$$y = -\frac{1}{2}x + \frac{11}{2}.$$

هـ) المستقيم الذي ميله = -2 ، القطع الصادي = 3.

e) $m = -2$, $c = 3$

$$y = mx + c$$
$$y = -2x + 3$$

- تمرين: أوجد الميل والقطع الصادي للمستقيمات التالية:

1) $2y - 4x = 6$

ح1: $2y = 4x + 6$

$y = \underline{2}x + \underline{3}$

$m = 2$ ← الميل

$c = 3$ ← القطع الصادي

2) $2x - y + 5 = 0$

$y = \underline{2}x + \underline{5}$

$m = 2$ ← الميل

$c = 5$ ← القطع الصادي

- تمرين :- أوجد نقطة التوازن إذا كان لدينا :-

دالة العرض :- $Y = 5X + 10$

دالة الطلب :- $Y = 26 - 3X$

الحل :- نساوي دالة العرض مع دالة الطلب

$$5X + 10 = 26 - 3X$$

$$5X + 3X = 26 - 10$$

$$8X = 16$$

$$\boxed{X = 2}$$

بتعويض قيمة $X=2$ في دالة العرض (أو دالة الطلب) نحصل على :-

$$Y = 5(2) + 10$$

$$Y = 20$$

نقطة التوازن $(2, 20)$.

نأتي التمارين الخاصة بالمحاضرة المرحلة الثالثة

التمارين الخاصة بالجلسة الرابعة

١) الفائدة المركبة لمبلغ 1000 ريال، معدل الفائدة المركبة 5٪، لمدة ثلاث سنوات؟

الحل:

$$S = P \times \left(1 + \frac{r}{n}\right)^{n \times t}$$

$$= 1000 \times \left(1 + \frac{0.05}{1}\right)^{1 \times 3}$$

$$= 1,157.6 \text{ SR}.$$

$$I = S - P = 1,157.6 - 1000 = 157.6 \text{ SR}.$$

٢) الفائدة البسيطة لمبلغ 1000 ريال، معدل الفائدة البسيطة 5٪، لمدة 20 شهر؟؟

$$I = P \times r \times t$$

$$= 1000 \times 0.05 \times \frac{20}{12} = 83.3 \text{ SR}.$$

المبلغ المتراكم

$$S = P + I = 1000 + 83.3 = 1083.3$$

٣) الفائدة المركبة لمبلغ 5000 ريال، معدل الفائدة المركبة السنوية 1٪، لمدة أربع سنوات؟

$$S = P \times \left(1 + \frac{r}{n}\right)^{n \times t}$$

$$= 5000 \left(1 + \frac{0.01}{12}\right)^{12 \times 4} = 5,203.9$$

$$I = S - P$$

$$= 5,203.9 - 5000 = 203.9.$$

٤) الفائدة البسيطة لمبلغ 5000 ريال، معدل الفائدة البسيطة السنوية 1٪، لمدة أربع سنوات؟

$$I = P \times r \times t \qquad (r = 0.01 \times 12 = 0.12)$$

$$= 5000 \times 0.12 \times 4 = 2,400$$

$$S = P + I = 5000 + 2,400 = 7,400 \text{ SR}.$$