



المحاضرة المسجلة الثامنة عشر والتحضير لهذا الفصل حلول التمارين والتدريبات التي تم طرحها حول الفصل الخامس من مضمون التكامل وخصائصه

مضمون التكامل

التكامل المحدود
- وهو ينقسم إلى قسمين على
التكامل المحدود سوي
أولاً بعد إيجاد ناتج
التكامل نقوم بتعويض حدود
التكامل لنحصل على نتيجة عددية

التكامل غير المحدود
- قواعد خاصة
التكامل غير المحدود
ودائماً نضيف الحرف
C إلى ناتج التكامل



التمرين خامس، الحاضرة الحسبة الرابعة :-

$$1. \int (5x^6 - 2x^4 + 3x^2 - 6) dx$$

$$= 5 \frac{x^7}{7} - 2 \frac{x^5}{5} + 3 \frac{x^3}{3} - 6x + C = \frac{5}{7}x^7 - \frac{2}{5}x^5 + x^3 - 6x + C$$

$$2. \int (-3x^{2/3}) dx$$

$$= -3 \frac{x^{2/3+1}}{2/3+1} + C = -3 \left(\frac{x^{2/3+3/3}}{2/3+3/3} \right) + C = -\frac{3x^{5/3}}{5/3} + C$$

$$3. \int \frac{(2x)}{(x^2+5)} dx = \ln|x^2+5| + C.$$

$$= -3x^{5/3} \cdot \frac{3}{5} + C = -\frac{9}{5}x^{5/3} + C$$

للتأكد من صحة الحل
نشتق الدالة لنحصل على الدالة الأصلية
على التكامل

$$4. \int (5 \sin x - 5 \cos x) dx$$

$$= \int 5 \sin x dx - \int 5 \cos x dx.$$

$$= 5 \int \sin x dx - 5 \int \cos x dx.$$

$$= 5(-\cos x) - 5(\sin x) + C.$$



$$5) \int \overbrace{(-5x^2)}^{f(x)} \overbrace{(-10x)}^{f'(x)} dx$$
$$= \frac{(-5x^2)^2}{2} + C.$$

$$6) \int (e^x - e^{-3}) dx$$
$$= \int e^x dx - \int \overbrace{e^{-3}}^{\text{ثابت}} dx$$
$$= e^x - e^{-3}x + C.$$

$$\int e^{2x} dx = \frac{e^{2x}}{2} + C$$
$$\int e^{-5x} dx = \frac{e^{-5x}}{-5} + C.$$



التمرين الخاصة بالمحاضرة الخامسة :-
① اوجد متية كل من التكاملات التالية :-

$$1) \int (-3x-2)^5 dx = \frac{(-3x-2)^6}{6x-3} + C.$$

قاعدة

$$\int (ax+b)^n dx = \frac{(ax+b)^{n+1}}{a \times n+1}.$$

$$= \frac{(-3x-2)^6}{-18} + C.$$

$$2) \int (10-2x)^{-3} dx = \frac{(10-2x)^{-3+1}}{(-3+1) \times -2} + C$$

$\downarrow$
 صاطر x

$$= \frac{(10-2x)^{-2}}{4} + C.$$

② اوجد حل كل من المعادلات، لتفاضلية التالية :-

$$1) \frac{dy}{dx} = 5x^3y.$$

بالفصل المتكامل.

$$\frac{dy}{y} = (5x^3) dx$$

$$\Rightarrow \int \frac{1}{y} dy = \int 5x^3 dx \Rightarrow \int \frac{1}{y} dy = \int 5x^3 dx$$



$$\Rightarrow \ln|y| = \frac{5}{4}x^4 + c.$$

$$\int \frac{1}{x} dx = \ln|x| + c$$

$$[2] \quad \frac{dy}{dx} = \frac{y^2}{x}.$$

بالضرب بساري

$$x dy = y^2 dx.$$

$$\frac{dy}{y^2} = \frac{dx}{x} \Rightarrow \frac{1}{y^2} dy = \frac{1}{x} dx.$$

باخذ التكامل للطرفين ..

$$\int \frac{1}{y^2} dx = \int \frac{1}{x} dx$$

$$\int y^{-2} dx = \ln|x| + c.$$

$$\frac{y^{-1}}{-1} = \ln|x| + c \Rightarrow \frac{1}{y} = -\ln|x| + c$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{x}{y^2} \Rightarrow y^2 dy = x dx \Rightarrow \frac{y^3}{3} = \frac{x^2}{2} + c.$$



التارين الخاصة بالمحاضرة السابعة (مسارسة عشر)
- ارجد مية التكاملات التالية :-

$$i) \int_0^2 (5x^3 - 3x + 6) dx$$

$$= \frac{5x^4}{4} - \frac{3x^2}{2} + 6x \Big|_0^2$$

$$= \frac{5}{4} (2)^4 - \frac{3}{2} (2)^2 + 6(2) - (0)$$

$$= \frac{5}{4} (16) - \frac{3}{2} (4) + 12$$

$$= 20 - 6 + 12 = 26 .$$

$$ii) \int_{-2}^7 7 dx = 7x \Big|_{-2}^7 = 7(7) - 7(-2)$$

$$= 49 - (-14)$$

$$= 49 + 14$$

$$= 63 .$$



$$(iii) \int_{-4}^4 \sqrt{16-x^2} dx = 0.$$

عدد متكامل
متكامل

$$(iv) \int_2^2 x^{-1/2} dx = 0.$$

لكن

$$\int_{-2}^2 x^{-1/2} dx =$$

$$\frac{x^{-1/2+1}}{-1/2+1} \Big|_{-2}^2$$

$$= \frac{x^{1/2}}{1/2} \Big|_{-2}^2 = 2x^{1/2} \Big|_{-2}^2$$

$$= 2\sqrt{x} \Big|_{-2}^2$$

$$= 2\sqrt{2} - 2\sqrt{-2}$$

$$= \text{قيم غير حقيقية}$$

$$= \infty$$



$$\int_0^{\pi} \cos x \, dx = \sin x \Big|_0^{\pi}$$

$$= \sin \pi - \sin 0 = 0 - 0 = 0$$

التمرين الخاص بالمحاضرة السابعة عشر

$$C'(x) = 36x^5 + 2x - 100 \quad (1)$$

كـ دالة التكلفة
الحدية

التكاليف الثابتة = 500

المطلوب إيجاد $C(x)$ بـ

دالة التكلفة الكلية

الحل :-

$$C(x) = \int C'(x) \, dx = \int (36x^5 + 2x - 100) \, dx$$

$$= \frac{36x^6}{6} + \frac{2x^2}{2} - 100x + C$$

$$= 6x^6 + x^2 - 100x + 500.$$



$$R'(x) = 32x^3 + 14x + 25 \quad (٢)$$

الوتر عند $x=0$ يساوي صفر

عدم بيع اي
صدقة

المطلوب: $R(x)$ ؟

$$\begin{aligned} R(x) &= \int R'(x) dx = \int (32x^3 + 14x + 25) dx \\ &= 32 \frac{x^4}{4} + 14 \frac{x^2}{2} + 25x + C \\ &= 8x^4 + 7x^2 + 25x \end{aligned}$$

$$P'(x) = 21x^6 + 8x^3 + 14x \quad (٣)$$

الربع = صفر عند $x=0$ ؟

المطلوب: $P(x)$ ؟

$$\begin{aligned} P(x) &= \int P'(x) dx = \int (21x^6 + 8x^3 + 14x) dx \\ &= 21 \frac{x^7}{7} + 8 \frac{x^4}{4} + 14 \frac{x^2}{2} + C \\ &= 3x^7 + 2x^4 + 7x^2 + C \end{aligned}$$



مع نذري هذه المحاضرة
سكون ختام المادة العلمية لمر
الرياضيات للإدارة
مع تمنياتي للجميع بالتوفيق والنجاح