

اسم المقرر
مبادئ الإحصاء
د. سعيد سيف الدين



جامعة الملك فيصل
عمادة التعلم الإلكتروني والتعليم عن بعد

الحمد لله رب العالمين ، والصلاة والسلام على خاتم الأنبياء والمرسلين سيدنا ونبينا محمد بن عبد الله وعلى آله وصحبه أجمعين

المحاضرة السابعة

الباب الثالث

مقاييس النزعة المركزية



عناصر المحاضرة

- التعريف بمقاييس التزعة المركزية
- الوسط الحسابي

(١) المتوسطات ومقاييس التزعة المركزية

المتوسط هو قيمة نموذجية يمكن أن تمثل مجموعة من البيانات بحيث تعطي دلالة معينة لتلك البيانات ، بمعنى أنه عندما ينظر الباحث (أو القارئ لتلك البيانات) ويريد أن يبحث عن شيء يربط هذه البيانات فإن تلك المتوسطات يمكن أن تعطيه بعضاً مما يريده .

وحيث أن مثل هذه القيم (المتوسطات) تميل إلى الوقوع في المركز داخل مجموعة البيانات (عند ترتيبها حسب قيمها) ، فإن هذه المتوسطات تُسمى أيضاً **بمقاييس التزعة المركزية** .

وهناك صور عديدة من هذه المقاييس وإن كان الأكثر شيوعاً :

- الوسط الحسابي (أو باختصار الوسط) .
- الوسيط
- المنوال (أو الشائع)

وغيرها ، وكل منها له مميزاته وعيوبه وهذا يعتمد على البيانات والهدف من استخدامه .

التعريف بمقاييس التزعة المركزية

وإلى جانب كونه ممثلاً لمجموعة البيانات يجب أيضاً أن تتوافر في المتوسط عدة شروط ، منها :

- أن يمكن تحديد قيمته بالضبط وتكون عملية حسابه سهلة إلى حد كبير .
- أن يأخذ في الاعتبار جميع البيانات .

ومن الجدير بالذكر أن بعض هذه المقاييس يمكن تحديدها حسابياً بسهولة ، وبعضها يمكن تحديدها بيانياً بسهولة ، والبعض يمكن تحديده حسابياً وبيانياً بسهولة ، لكننا في هذا المقرر سنكتفي بالطريقة الأبسط (للطالب) عند تحديد هذه المقاييس ، وهذه الطريقة الأبسط ستختلف من مقياس لآخر .

(٢) أهمية حساب مقاييس التزعة المركزية

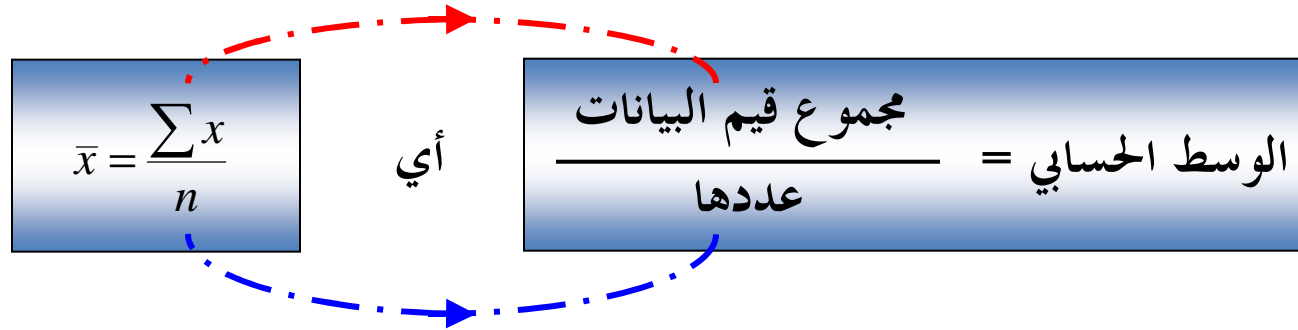
عند معرفتنا بتلك المتوسطات (مقاييس التزعة المركزية) يصبح أمامنا فرصة كبيرة لأن :

- ننظر لمتوسط مجموعة من البيانات لنعرف الكثير عن خصائص تلك المجموعة .
- نعقد مقارنة بين عدة مجموعات من البيانات في وقت واحد وذلك من خلال مقارنة متوسطات تلك المجموعات بعضها ببعض .

(١) تعريف الوسط الحسابي

يُعرف الوسط الحسابي [وسنرمز له بالرمز \bar{x}] لمجموعة من البيانات x_1, x_2, \dots, x_n [قيم المتغير x وعددها n]

كالاتي :



س ١ : درجات خمسة طلاب في مقرر ما [الدرجة العظمى 20] هي : 9 , 2 , 7 , 12 , 10 . أوجد الوسط الحسابي لدرجاتهم .

$$\bar{x} = \frac{\sum x}{n} = \frac{9+2+7+12+10}{5} = \frac{40}{5} = 8$$

ج ١ :

من هذا المثال البسيط يمكن ملاحظة الخصائص العامة التالية للوسط الحسابي :

- يمكن تحديد قيمة الوسط الحسابي بالضبط ، كما أن طريقة تحديده سهلة .
- يأخذ في الاعتبار جميع البيانات .
- لا يتأثر بترتيب البيانات .
- لا يُشترط أن يكون الوسط الحسابي عدداً صحيحاً ولا يُشترط أن يكون إحدى قيم البيانات ولكنه قيمة تقع بين أقل قيمة في البيانات وأكبر قيمة فيها .
- يتأثر بالقيم المتطرفة في البيانات [كما يتضح من السؤالين التاليين] .

س ٣ : احسب الوسط الحسابي للقيم :

10 , 15 , 12 , 13 , **900**

ج ٣ :

$$\frac{10 + 15 + 12 + 13 + 900}{5} = \frac{950}{5} = \underline{\underline{190}}$$

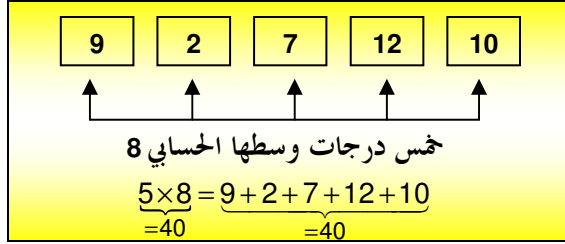
س ٢ : احسب الوسط الحسابي للقيم :

10 , 15 , 12 , 13 , **9**

ج ٢ :

$$\frac{10 + 15 + 12 + 13 + 9}{5} = \frac{59}{5} = \underline{\underline{11.8}}$$

- حاصل ضرب قيمة الوسط الحسابي في عدد البيانات = مجموع قيم البيانات



فمثلاً ←

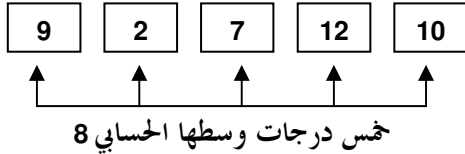
وهذا واضح من تعريف الوسط الحسابي :

$$\bar{x} = \frac{\sum x}{n} \xrightarrow[\text{أن}]{\text{تعني}} n \times \bar{x} = \sum x$$

- إذا أضفنا عدد ثابت c لكل قيمة من قيم البيانات ، فإن :

$$\text{الوسط الحسابي الجديد} = \text{الوسط الحسابي القديم} + \text{العدد الثابت } c$$

بيانات قديمة



إضافة 1 لكل قيمة

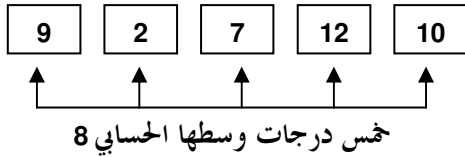


بيانات جديدة

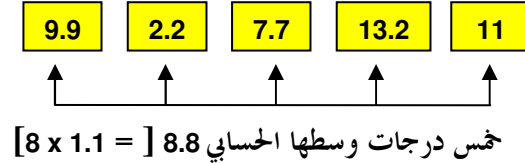
- إذا ضربنا كل قيمة من قيم البيانات في عدد ثابت c ، فإن :

$$\text{الوسط الحسابي الجديد} = \text{الوسط الحسابي القديم} \times \text{العدد الثابت } c$$

بيانات قديمة



ضرب كل قيمة في 1.1



بيانات جديدة



سلي نفسك بهذا السؤال : اعتبر نفسك مدرساً للطلاب الخمسة المذكورين في **س ١** [كانت درجاتهم (من 20) كالتالي : 9 , 2 , 7 , 12 , 10] وأردت أن تحسن من الوسط الحسابي لدرجاتهم ، أيهما أفضل : **أن** نزيد درجة كل طالب 5 درجات أم نزيد درجة كل طالب 50% من قيمتها ؟ **علل إجابتك .**

أضف إجابتك هنا واحتفظ بهذه الصفحة كصفحة من صفحات المحاضرة :

(٢) حساب الوسط الحسابي لبيانات كمية متقطعة ذات تكرارات

س : أوجد الوسط الحسابي للأرقام :

5 , 5 , 5 , 5 , 5 , 5 , 3 , 3 , 6 , 6 , 4 , 4 , 4 , 4 , 4 , 2 , 2 , 8 , 8 , 8

ج : بتطبيق مباشر للتعريف :

$$\bar{x} = \frac{(5+5+5+5+5+5) + (3+3) + (6+6) + (4+4+4+4+4) + (2+2) + (8+8+8)}{20} = \frac{96}{20} = 4.8$$

لاحظ أن الرقم **5** متكرر **6** مرات ، الرقم **3** مرتان ، والرقم **6** مرتان ، والرقم **4** متكرر **5** مرات ، والرقم **2** مرتان ، والرقم **8** ثلاث مرات ، وبالتالي يمكن عمل العملية الحسابية السابقة كالآتي :

$$\begin{aligned} \bar{x} &= \frac{(6 \times 5) + (2 \times 3) + (2 \times 6) + (5 \times 4) + (2 \times 2) + (3 \times 8)}{6 + 2 + 2 + 5 + 2 + 3} \\ &= \frac{30 + 6 + 12 + 20 + 4 + 24}{20} = \frac{96}{20} = \underline{\underline{4.8}} \end{aligned}$$

وهذا يمكن إنجازه ببسر من خلال الجدول التكراري للبيانات كالتالي :

$$\frac{30 + 6 + 12 + 20 + 4 + 24}{20} = \frac{96}{20}$$

نعمل هذا العمود : حاصل ضرب كل قيمة في تكرارها

المتغير x	التكرار f	fx
5	6	30
3	2	6
6	2	12
4	5	20
2	2	4
8	3	24
	20	96

$$\sum f = 20 \quad \sum fx = 96$$

ده الجدول التكراري بتاعنا
[مُعطى أو نعمله]

$$\bar{x} = \frac{\sum fx}{\sum f} = \frac{96}{20} = 4.8$$

أي أنه في حالة البيانات الكمية المتقطعة ذات التكرارات يمكن حساب الوسط الحسابي من العلاقة :

$$\bar{x} = \frac{\sum fx}{\sum f}$$

حيث $\sum f$ هو مجموع التكرارات

$\sum fx$ هو مجموع حاصل ضرب

كل قيمة في تكرارها

∴

س : من مائة رقم يتكرر الرقم 4 عشرون مرة ، والرقم 5 أربعون مرة ، والرقم 6 ثلاثون مرة ، والباقي كانوا الرقم 7 . احسب الوسط الحسابي للمائة رقم .

الجدول التكراري		
المتغير x	التكرار f	fx
4	20	80
5	40	200
6	30	180
7	10	70
	100	530

$$\sum f = 100 \quad \sum fx = 530$$

ج : بتكوين الجدول التكراري للأرقام المذكورة ، ثم بضرب كل قيمة في تكرارها والتجميع [عمود fx] يكون الوسط الحسابي للأرقام المذكورة هو :

$$\bar{x} = \frac{\sum fx}{\sum f} = \frac{530}{100} = \underline{\underline{5.3}}$$

(٣) حساب الوسط الحسابي لبيانات كمية متصلة

عندما نتعامل مع بيانات متصلة تُعطى فيها قيم المتغير على صورة فترات ، فيمكن اعتبار أن جميع القيم داخل الفترة مطابقة لمركز الفئة ، وبالتالي يمكن استخدام الصيغة السابقة لحساب الوسط الحسابي :

$$\bar{x} = \frac{\sum f x_0}{\sum f}$$

حيث $\sum f$ هو مجموع التكرارات ، $\sum f x_0$ هو مجموع حاصل ضرب مركز كل فئة في تكرار الفئة

الجدول التكراري

الفئة	المتغير x (الطول)	التكرار f	مركز الفئة x_0	fx_0
الأولى	$0 \leq x < 20$	4	10	40
الثانية	$20 \leq x < 30$	16	25	400
الثالثة	$30 \leq x < 35$	12	32.5	390
الرابعة	$35 \leq x < 40$	10	37.5	375
الخامسة	$40 \leq x < 50$	6	45	270
السادسة	$50 \leq x < 60$	2	55	110
		$\sum f = 50$		$\sum f x_0 = 1585$

الجدول التكراري

الفئة	المتغير x (الأجر)	التكرار f	مركز الفئة x_0	fx_0
الأولى	$50 \leq x < 60$	6	55	330
الثانية	$60 \leq x < 70$	9	65	585
الثالثة	$70 \leq x < 80$	15	75	1125
الرابعة	$80 \leq x < 90$	12	85	1020
الخامسة	$90 \leq x < 100$	9	95	855
السادسة	$100 \leq x < 120$	6	110	660
السابعة	$120 \leq x < 180$	3	150	450
		$\sum f = 60$		$\sum f x_0 = 5025$

فمثلاً في المثال التوضيحي (٢-٤) [شريحة ٤ - المحاضرة الرابعة] يكون الوسط الحسابي لأطوال سيقان الأزهار (بوحدة السنتيمتر) هو :

$$\bar{x} = \frac{\sum f x_0}{\sum f} = \frac{1585}{50} = \underline{\underline{31.7}}$$

وفي مثال (٢-٦) [شريحة ١٦ - المحاضرة الخامسة] يكون الوسط الحسابي للأجر السنوي للعاملين (بآلاف الريالات) هو :

$$\bar{x} = \frac{\sum f x_0}{\sum f} = \frac{5025}{60} = \underline{\underline{83.75}}$$

- من كل ما سبق يمكن استعراض مزايا وعيوب الوسط الحسابي كالتالي :
- يمكن تحديد قيمة الوسط الحسابي بالضبط ، كما أن طريقة تحديده سهلة [ميزة].
 - يأخذ في الاعتبار جميع البيانات [ميزة] .
 - لا يتأثر بترتيب البيانات [ميزة] .
 - يتأثر بالقيم المتطرفة في البيانات [عيب] .
 - لا يمكن حسابه بالرسم ، أي بيانياً [عيب] .

سلي نفسك لغاية ما نتقابل بإذن الله

- (١) درجات طالب في ست امتحانات هي : 78 , 87 , 68 , 72 , 91 , 84 . أوجد الوسط الحسابي لهذه الدرجات . [الإجابة : 80]
- (٢) أوجد الوسط الحسابي للقياسات : 40.6 , 39.8 , 39.2 , 40.3 , 39.5 , 40.2 , 39.7 , 39.2 , 40.9 , 38.8 . [الإجابة : 39.82]
- (٣) (أ) الأجر الشهري لأربعة موظفين (بالريال) هو : 30000 , 6500 , 6000 , 5000 . أوجد الوسط الحسابي للأجور [الإجابة 11875 ريال]
- (ب) هل يمكن القول بأن هذا الأجر ممثل للأجور ؟ . علل إجابتك . [الإجابة : لا] . علل أنت بقي . .
- (٤) مجموعة من الأرقام مكونة من ست ستات ، سبع سبعات ، ثماني ثمانيات ، وتسع تسعات ، وعشر عشرات . ما هو الوسط الحسابي للأرقام ؟ [الإجابة : 8.25]
- (٥) الجدول المرافق يعطي التوزيع التكراري لأوزان 100 طالب بوحدات الكيلوجرام . أوجد الوسط الحسابي للوزن ..

الوزن x (بالكيلو)	60 -	62 -	66 -	68 -	72 - 74
عدد الطلاب f	5	18	42	27	8

[الإجابة : 67.45]



بِسْمِ
اللَّهِ
بِحَمْدِ اللَّهِ

