اسم المقرر

مبادئ الإحصاء

د. سعيد سيف الدين

جامعة الملك فيصل

عمادة التعلم الإلكتروني والتعليم عن بعد

الحمد لله رب العالمين ، والصلاة والسلام على خاتم الأنبياء والمرسلين سيدنا ونبينا محمد بن عبد الله وعلى آله وصحبه أجمعين

المحاضرة الثانية عشرة

الباب الخامس

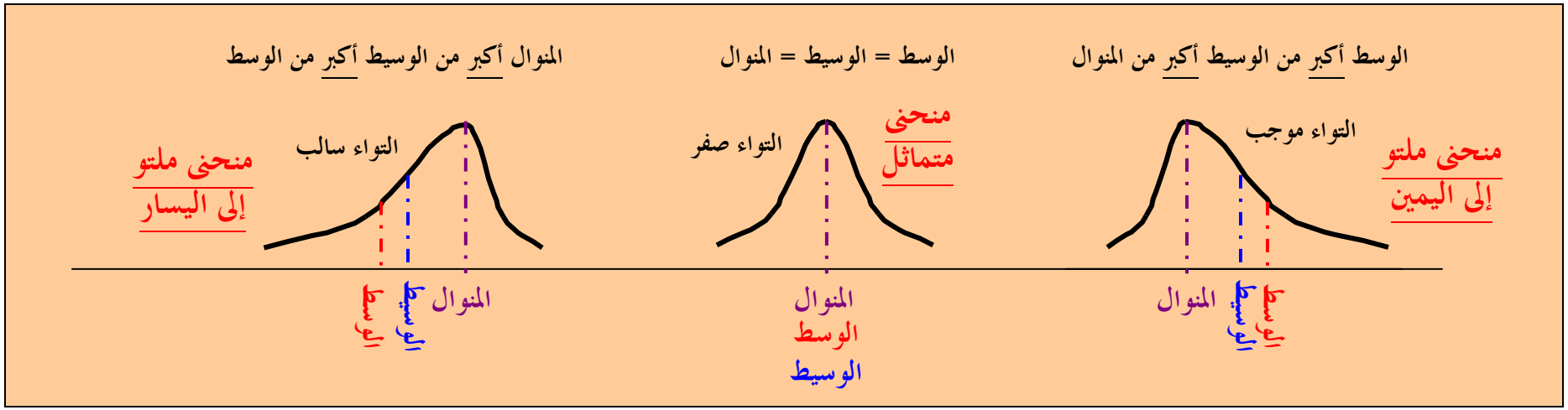
الالتواء والتفرطح

عناصر المحاضرة

- الالتواء
- التفرطح

الالتواء

ذكرنا سابقاً [في الباب الثالث/المحاضرة التاسعة] أن المنحنيات التكرارية التي تظهر في الناحية العملية تأخذ أشكالاً مميزة منها الآتي :



تعريف الالتواء : على أنه درجة تماثل أو البعد عن التماثل لتوزيع ما .

- فإذا كان المنحنى له ذيل أكبر إلى يمين النهاية العظمى للمنحنى عنه إلى يسارها يُسمى التوزيع ملتوي إلى اليمين [أو موجب الالتواء] وعندئذٍ يقع الوسط الحسابي يمين المنوال [أي الوسط يكون أكبر من المنوال] .
- وإذا كان المنحنى له ذيل أكبر إلى يسار النهاية العظمى للمنحنى عنه إلى يمينها يُسمى التوزيع ملتوي إلى اليسار [أو سالب الالتواء] وعندئذٍ يقع الوسط الحسابي يسار المنوال [أي المنوال يكون أكبر من الوسط] .

ويُقاس الالتواء بعدة مقاييس [كل منها يُسمى بـــ معامل الالتواء] منها :

معامل بيرسون الأول للالتواء = $\frac{\text{الوسط} - \text{المنوال}}{\text{الانحراف المعياري}}$

تُستخدم إذا علمنا الوسط الحسابي والمنوال (ويكون وحيداً) وكذلك الانحراف المعياري

معامل بيرسون الثاني للالتواء = $\frac{٣(\text{الوسط} - \text{الوسيط})}{\text{الانحراف المعياري}}$

تُستخدم إذا علمنا الوسط الحسابي والوسيط وكذلك الانحراف المعياري

معامل الالتواء الربيعي = $\frac{Q_3 - 2Q_2 + Q_1}{Q_3 - Q_1}$

تُستخدم إذا علمنا الربيعات الأول والثالث وأيضاً الربيع الثاني (الوسيط)

معامل الالتواء المئيني = $\frac{P_{90} - 2P_{50} + P_{10}}{P_{90} - P_{10}}$

تُستخدم إذا علمنا المئنات العاشر والتسعين وأيضاً المئين الخمسين (الوسيط)

ويُستخدم المعامل المناسب طبقاً للمعلومات المتوفرة عن التوزيع

كما يتضح من المثال التالي

تذكر أن :

$P_{50} = M = Q_2$

المئين الخمسون — الوسيط — الربيع الثاني

مثال : في كل حالة من الحالات التالية احسب معامل الالتواء المناسب للتوزيع المعطى بياناته مع توضيح نوع الالتواء (لليمين/لليسار) :

(أ) الوسط الحسابي $\bar{x} = 80$ ، المنوال $\hat{x} = 82$ ، الانحراف المعياري $s = 20$

(ب) الوسط الحسابي $\bar{x} = 80$ ، الوسيط $M = 79$ ، الانحراف المعياري $s = 10$

(ج) الربيع الأول $Q_1 = 68$ ، الوسيط $M = 79$ ، الربيع الثالث $Q_3 = 91$

(د) المئين العاشر $P_{10} = 58$ ، الوسيط $M = 79$ ، المئين التسعون $P_{90} = 99$

(أ) هنا نستخدم معامل بيرسون الأول للالتواء نظراً لمعرفتنا لكل من الوسط والمنوال والانحراف المعياري

$\bar{x} = 80 \quad , \quad \hat{x} = 82$

$s = 20$

إذن معامل الالتواء يساوي

$$\frac{\bar{x} - \hat{x}}{s} = \frac{80 - 82}{20}$$

$$= \frac{-2}{20} = -0.1$$

التواء سالب (ملتو لليسار)

(ب) هنا نستخدم معامل بيرسون الثاني للالتواء نظراً لمعرفتنا لكل من الوسط والوسيط والانحراف المعياري

$\bar{x} = 80 \quad , \quad M = 79$

$s = 10$

إذن معامل الالتواء يساوي

$$\frac{3(\bar{x} - M)}{s}$$

$$= \frac{3(80 - 79)}{10} = \frac{3}{10} = 0.3$$

التواء موجب (ملتو لليمين)

(ج) هنا نستخدم معامل الالتواء الربيعي نظراً لمعرفتنا لكل من الربيعات الأول والثاني (الوسيط) والثالث

$Q_1 = 68 \quad , \quad Q_3 = 91$

$Q_2 = M = 79$

إذن معامل الالتواء يساوي

$$\frac{Q_3 - 2Q_2 + Q_1}{Q_3 - Q_1}$$

$$= \frac{91 - 2 \times 79 + 68}{91 - 68} = \frac{1}{23} \cong 0.04$$

التواء موجب (ملتو لليمين)

(د) هنا نستخدم معامل الالتواء المئيني نظراً لمعرفتنا لكل من المئينات العاشر والخمسين (الوسيط) والتسعين

$P_{10} = 58 \quad , \quad P_{90} = 99$

$P_{50} = M = 79$

إذن معامل الالتواء يساوي

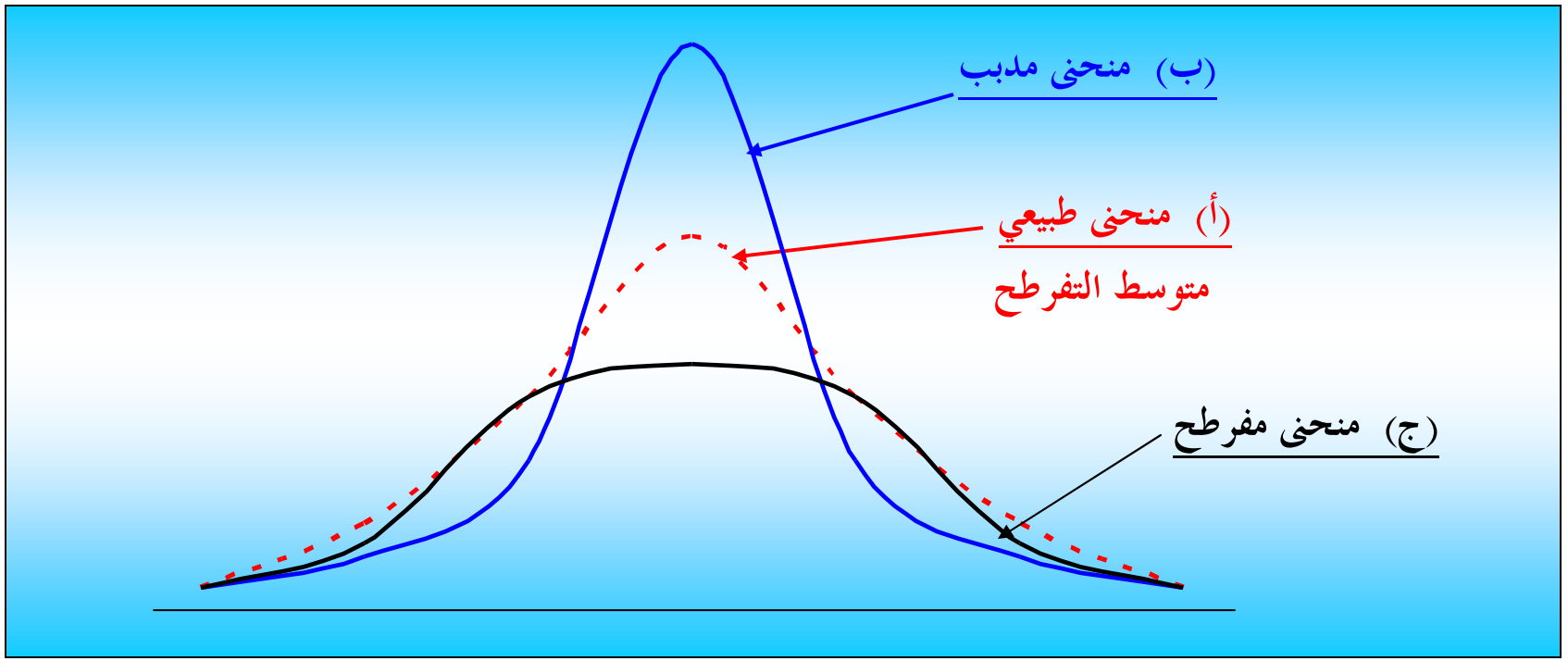
$$\frac{P_{90} - 2P_{50} + P_{10}}{P_{90} - P_{10}}$$

$$= \frac{99 - 2 \times 79 + 58}{99 - 58} = \frac{-1}{41} \cong -0.02$$

التواء سالب (ملتو لليسار)

التفرطح

تعريف التفرطح : يُقصد بالتفرطح درجة تدبب (الارتفاع أو الانخفاض) في قمة المنحنى مقارنةً بقمة منحنى التوزيع الطبيعي الذي يُعد متوسط التفرطح



- فإذا كانت قمة المنحنى أعلى من مثيلتها في التوزيع الطبيعي يُسمى المنحنى مدبب
- وإذا كانت قمة المنحنى أدنى من مثيلتها في التوزيع الطبيعي يُسمى المنحنى مفرطح [تكون قمته مسطحة لحد ما]
- أما إذا كانت القمة ليست مدببة أو مسطحة [أي قريبة من المنحنى الطبيعي] يُسمى المنحنى متوسط التفرطح

ويُقاس تفرطح أي توزيع بعدة مقاييس ، أحد هذه المقاييس يعتمد على الربيعات والمئينات ويُسمى بـــ **معامل التفرطح المئيني** ويُعطي بـــ :

$$\text{معامل التفرطح المئيني} = \frac{\text{نصف المدى الربيعي}}{\text{المدى المئيني}} = \frac{\text{الانحراف الربيعي}}{\text{المدى المئيني}}$$

وهذا المعامل يساوي (تقريباً) **0.26** في حالة التوزيع الطبيعي ، وبالتالي إذا كان معامل التفرطح لأي توزيع :

- أكبر من **0.26** كان التوزيع **مدبباً**
- أقل من **0.26** كان التوزيع **مفرطحاً**

فمثلاً إذا كان الانحراف الربيعي لتوزيع ما = **20** ، والمدى المئيني لهذا التوزيع = **100** فإن :

$$\text{معامل التفرطح المئيني} = \frac{\text{الانحراف الربيعي}}{\text{المدى المئيني}} = \frac{20}{100} = 0.2$$

أي أقل من **0.26** وبالتالي يكون التوزيع **مفرطحاً**

وإذا كان للتوزيع البيانات التالية : $P_{90}=94$ ، $P_{10}=59$ ، $Q_3=91$ ، $Q_1=69$

المدى المئيني : $P_{90}-P_{10}=94-59=35$

المدى الربيعي : $Q_3-Q_1=91-69=22$

الانحراف الربيعي = نصف المدى الربيعي = **11**

$$\text{إذن معامل التفرطح المئيني} = \frac{\text{الانحراف الربيعي}}{\text{المدى المئيني}} = \frac{11}{35} \cong 0.31$$

أي أكبر من **0.26** وبالتالي يكون التوزيع **مدبباً**

تمت بحمد الله