

مبادئ الإحصاء التربوي

الفصل الدراسي الأول

العام الدراسي ١٤٣١ - ١٤٣٢ هـ

د. سعيد سيف الدين



نظام التعليم المطور للانتساب
كلية التربية

المحاضرة الخامسة

[تابع] الباب الثاني التوزيعات التكرارية



عناصر المحاضرة

تابع العرض البياني للبيانات الكمية المتصلة

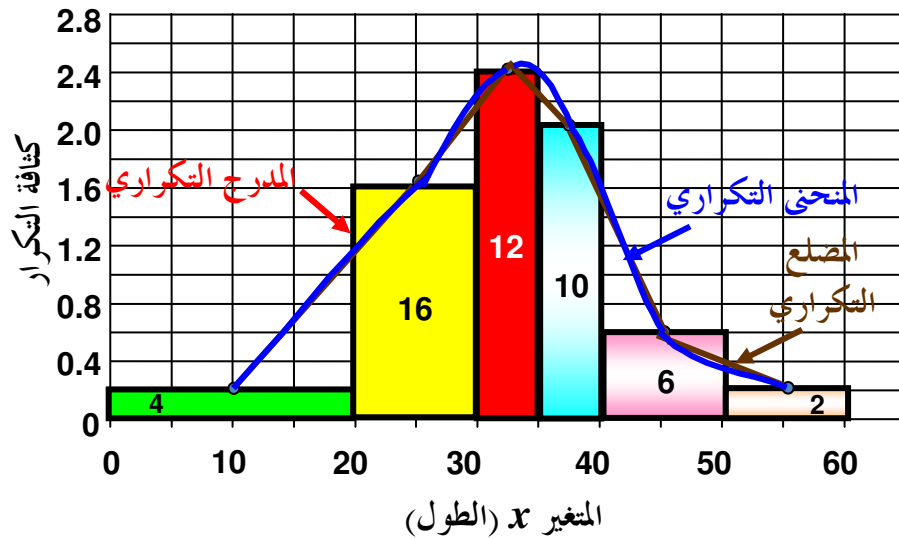
(١) ملخص لما سبق شرحه في المحاضرة السابقة (المحاضرة الرابعة)

(٢) المضلع (المنحنى) التكراري المتجمع

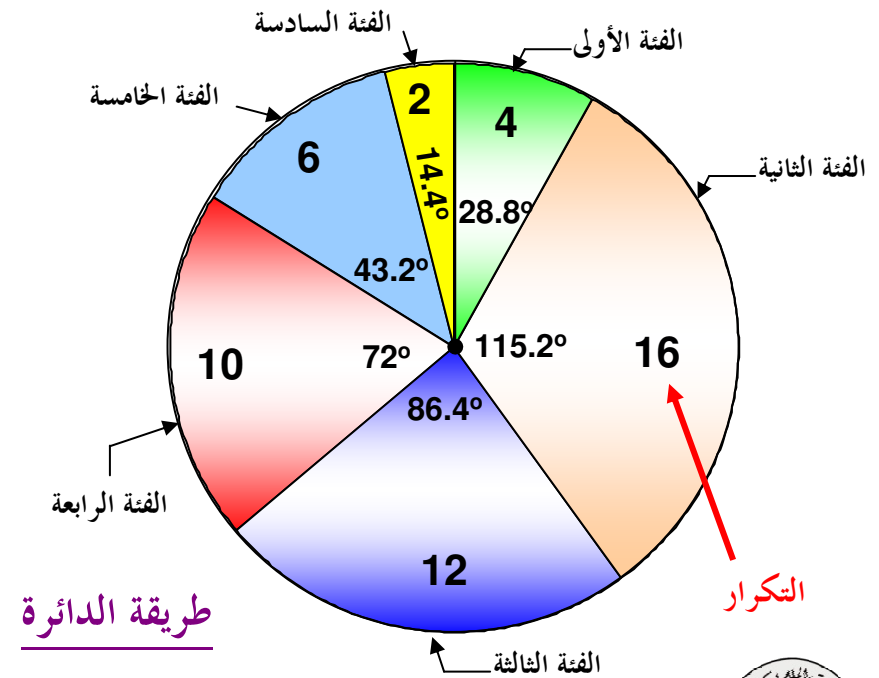
مراجعة عامة على الباب الثاني [التوزيعات التكرارية]



	الجدول التكراري		الزاوية المركزية	طول الفئة c	مركز الفئة x_0	كثافة التكرار	النقطة الممثلة للفئة
	المتغير x	التكرار f					
الفئة الأولى	$0 \leq x < 20$	4	28.8°	20	10	0.2	(10 , 0.2)
الفئة الثانية	$20 \leq x < 30$	16	115.2°	10	25	1.6	(25 , 1.6)
الفئة الثالثة	$30 \leq x < 35$	12	86.4°	5	32.5	2.4	(32.5 , 2.4)
الفئة الرابعة	$35 \leq x < 40$	10	72°	5	37.5	2	(37.5 , 2)
الفئة الخامسة	$40 \leq x < 50$	6	43.2°	10	45	0.6	(45 , 0.6)
الفئة السادسة	$50 \leq x < 60$	2	14.4°	10	55	0.2	(55 , 0.2)
		$\sum f = 50$	المجموع 360°				



طرق عرض مختلفة للبيانات الكمية المتصلة



ذكرنا سابقاً عند عرضنا للبيانات عن طريق الجداول أنه يمكن عرض البيانات عن طريق التوزيع التكراري (أو التكراري النسبي) المتجمع **الصاعد** ، ويمكن الاستفادة من هذه الجداول في رسم المضلع التكراري المتجمع **الصاعد** كالآتي :

التوزيع التكراري الأصلي	
المتغير x	التكرار f
$0 \leq x < 20$	4
$20 \leq x < 30$	16
$30 \leq x < 35$	12
$35 \leq x < 40$	10
$40 \leq x < 50$	6
$50 \leq x < 60$	2
$\sum f = 50$	

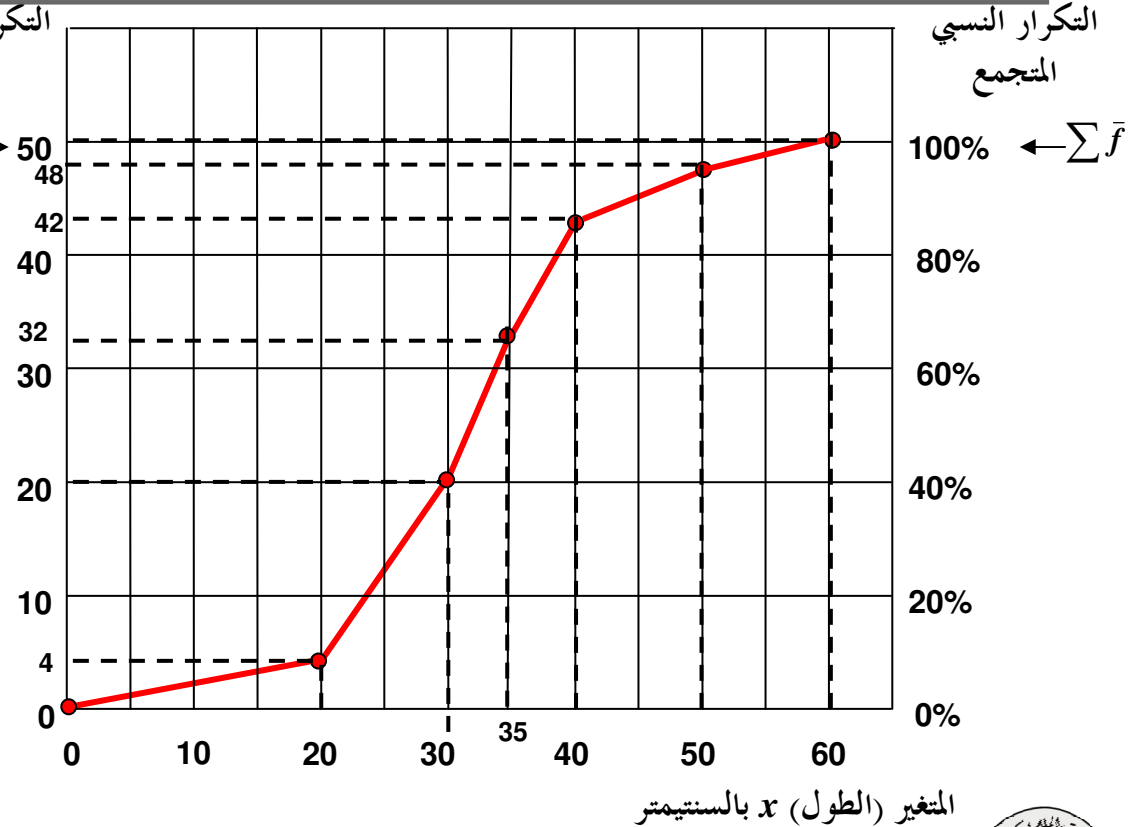
التكرار المتجمع المناظر

الحد الأدنى للفئة

(30 , 20)

التكرار المتجمع

المضلع التكراري (أو التكراري النسبي) المتجمع الصاعد



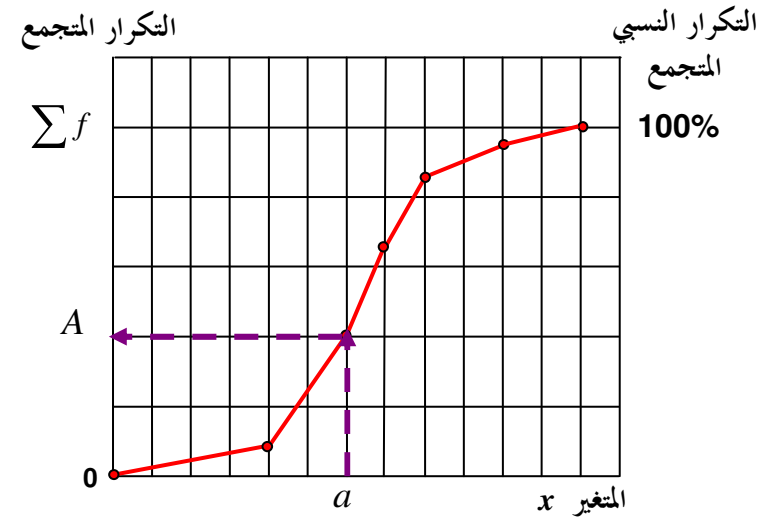
التوزيع التكراري المتجمع الصاعد			
المتغير x	التكرار المتجمع	التكرار النسبي المتجمع	النقطة الموقعة على الرسم
< 0	0	0%	(0 , 0)
< 20	4	8%	(20 , 4)
< 30	20	40%	(30 , 20)
< 35	32	64%	(35 , 32)
< 40	42	84%	(40 , 42)
< 50	48	96%	(50 , 48)
< 60	50	100%	(60 , 50)

ويفيد المصطلح التكراري المتجمع الصاعد في الرد على العديد من الأسئلة نستعرض بعضها في التالي :

• تحديد التكرار المتجمع المناظر لـ :



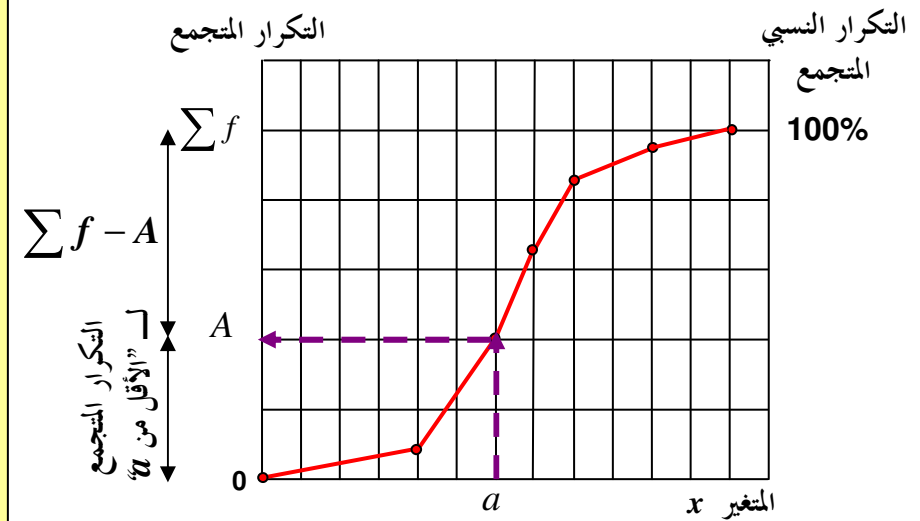
“ x أقل من قيمة معينة”



فلحساب قيمة التكرار المتجمع المناظر لـ “ $x < a$ ” نحدد قيمة a على المحور الأفقي [محور المتغير] ونرسم خطاً رأسياً حتى يتقاطع مع المصطلح في نقطة ، فيكون التكرار المتجمع المطلوب هي القراءة الأفقية A [على محور التكرار المتجمع] المناظرة لنقطة التقاطع

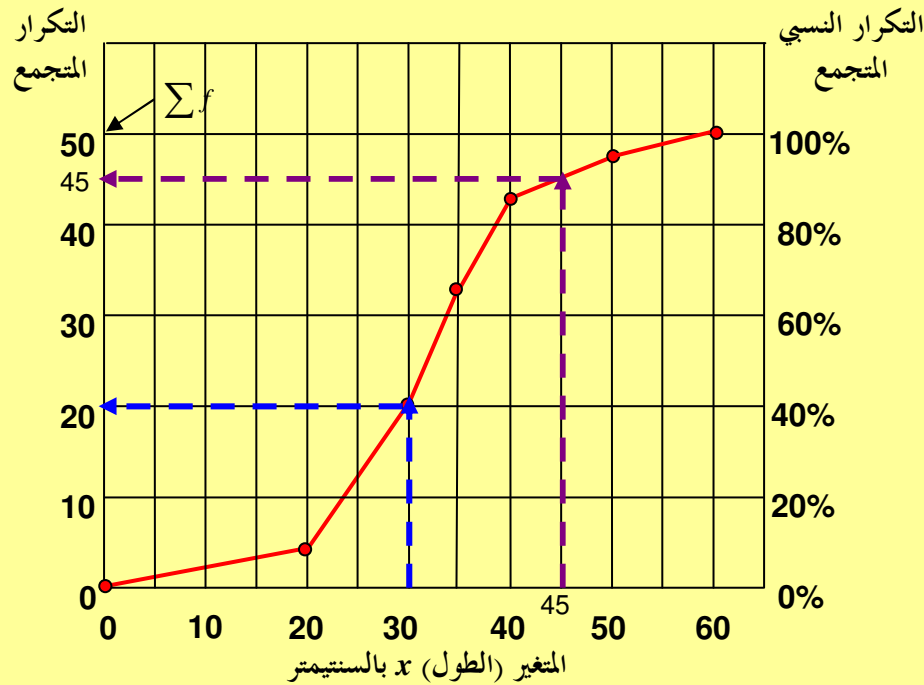
• تحديد التكرار المتجمع المناظر لـ :

“ x أكبر من أو تساوي قيمة معينة”



فلحساب قيمة التكرار المتجمع المناظر لـ “ $x \geq a$ ” نحدد قيمة a على المحور الأفقي [محور المتغير] ونرسم خطاً رأسياً حتى يتقاطع مع المضلع في نقطة ونحدد القراءة الأفقية A [على محور التكرار المتجمع] ، ويكون الحل المطلوب هو “المجموع الكلي للتكرارات - القيمة A ”

فمثلاً في المثال التوضيحي السابق



عدد الأزهار التي أطوال سيقانها 30 فأكثر هو :

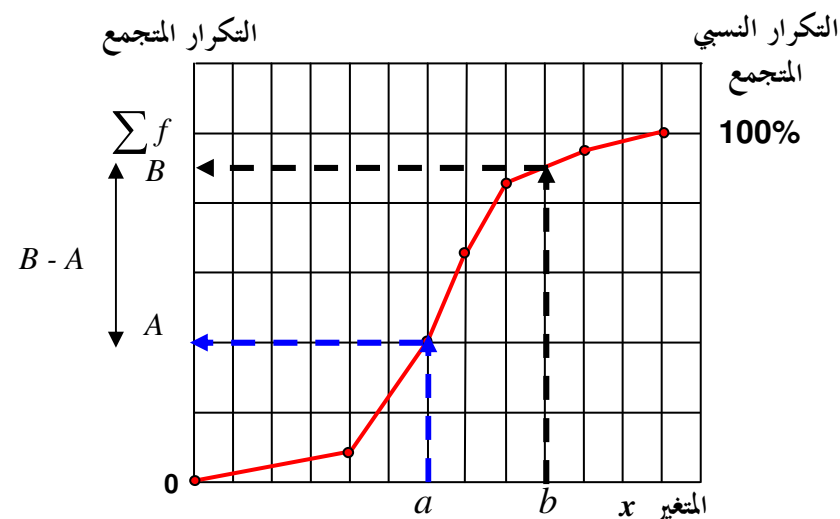
$$50 - 20 = 30$$

عدد الأزهار التي أطوال سيقانها 45 فأكثر هو :

$$50 - 45 = 5$$

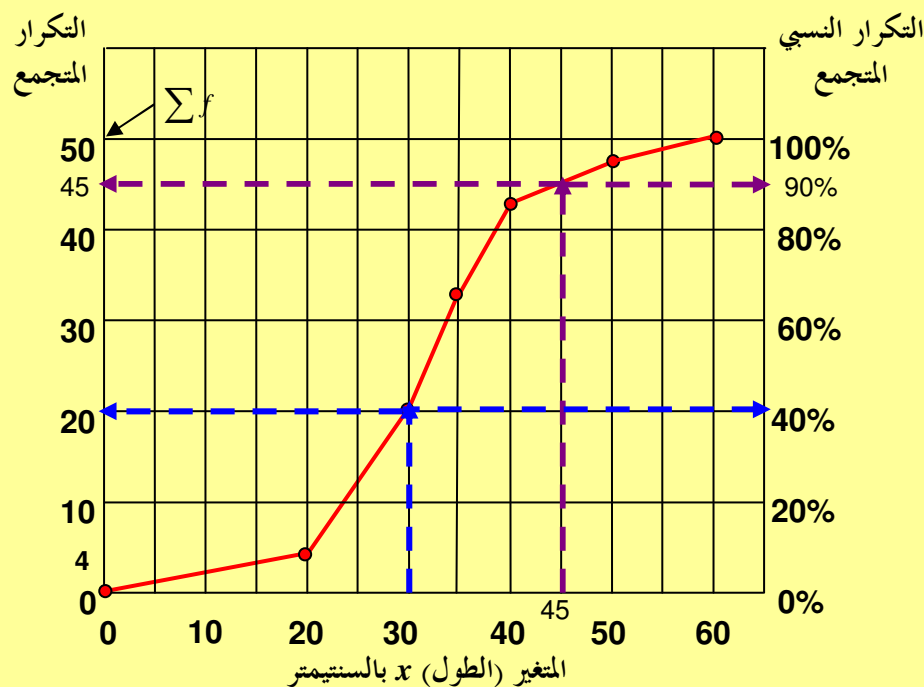
• تحديد التكرار المتجمع المناظر لـ :

“ x محصورة بين قيمتين”



فلحساب قيمة التكرار المتجمع المناظر لـ “ $a \leq x < b$ ”
 نحدد قيمتي a, b على المحور الأفقي [محور المتغير] ونحدد قيم
 التكرارات المتجمعة المناظرة [لتكن A, B على الترتيب] ،
 فيكون الحل المطلوب هو :
الفرق بين القيمتين A, B

فمثلاً في المثال التوضيحي السابق



عدد الأزهار التي أبقاها ما بين 30 ، 45 هو :

$$45 - 20 = 25$$

ونسبتهم المئوية تساوي : $\frac{25}{50} \times 100 = 50\%$

أو من الرسم : $90 - 40 = 50\%$

وبنفس طريقة المضلع التكراري المتجمع الصاعد يمكن رسم المضلع التكراري (أو التكراري النسبي) المتجمع الهابط كآتي :

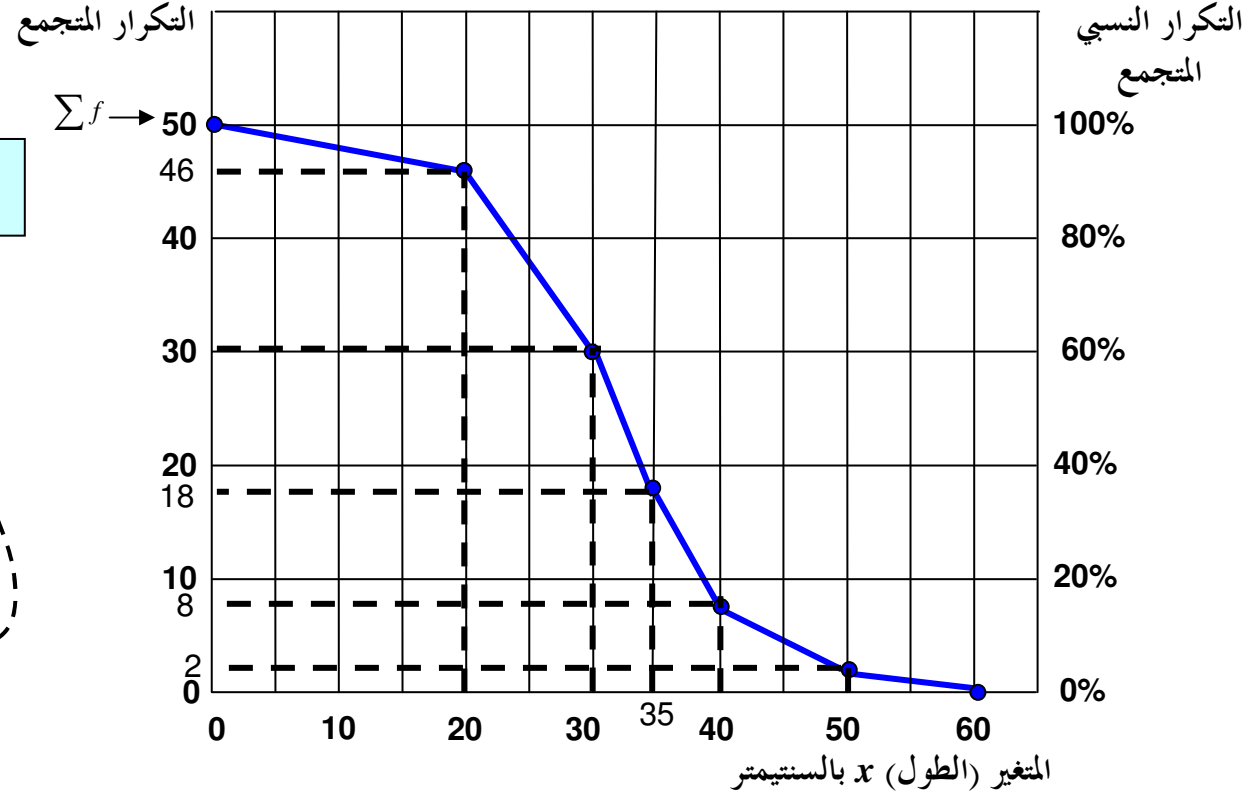
التوزيع التكراري الأصلي	
المتغير x	التكرار f
$0 \leq x < 20$	4
$20 \leq x < 30$	16
$30 \leq x < 35$	12
$35 \leq x < 40$	10
$40 \leq x < 50$	6
$50 \leq x < 60$	2
$\sum f = 50$	

التكرار المتجمع المناظر

الحد الأدنى للفئة

(30 , 30)

المضلع التكراري (أو التكراري النسبي) المتجمع الهابط



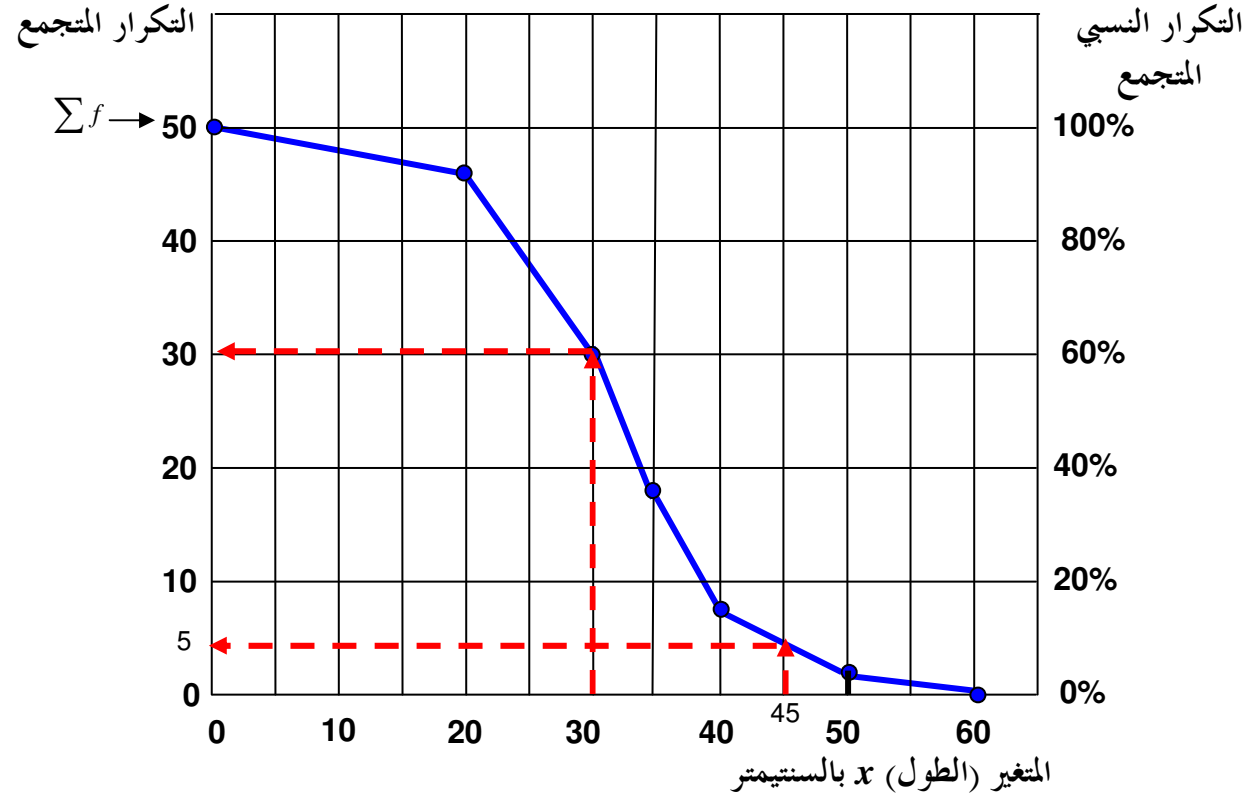
التوزيع التكراري المتجمع الهابط			
المتغير x	التكرار المتجمع	التكرار النسبي المتجمع	النقطة الموقعة على الرسم
≥ 0	50	100%	(0 , 50)
≥ 20	46	92%	(20 , 46)
≥ 30	30	60%	(30 , 30)
≥ 35	18	36%	(35 , 18)
≥ 40	8	16%	(40 , 8)
≥ 50	2	4%	(50 , 2)
≥ 60	0	0%	(60 , 0)

وفيه المصطلح التكراري المتجمع الهابط في الرد على نفس الأسئلة التي يرد عليها المصطلح التكراري المتجمع الصاعد مع الأخذ في الاعتبار أن التدرج الرأسي [التكرار المتجمع] يمثل التكرار المناظر لـ **"x أكبر من أو تساوي"**

فمثلاً في المثال التوضيحي السابق

- عدد الأزهار التي أطوال سيقانها 30 فأكثر هو 30 بينما عدد الأزهار التي أطوال سيقانها أقل من 30 هو : $50 - 30 = 20$
- عدد الأزهار التي أطوال سيقانها 45 فأكثر هو 5 بينما عدد الأزهار التي أطوال سيقانها أقل من 45 هو : $50 - 5 = 45$
- عدد الأزهار التي أطوال سيقانها ما بين 30 , 45 هو : $30 - 5 = 25$

قارن النتائج السابقة بالنتائج التي سبق وحصلنا عليها باستخدام المصطلح التكراري المتجمع المتصاعد



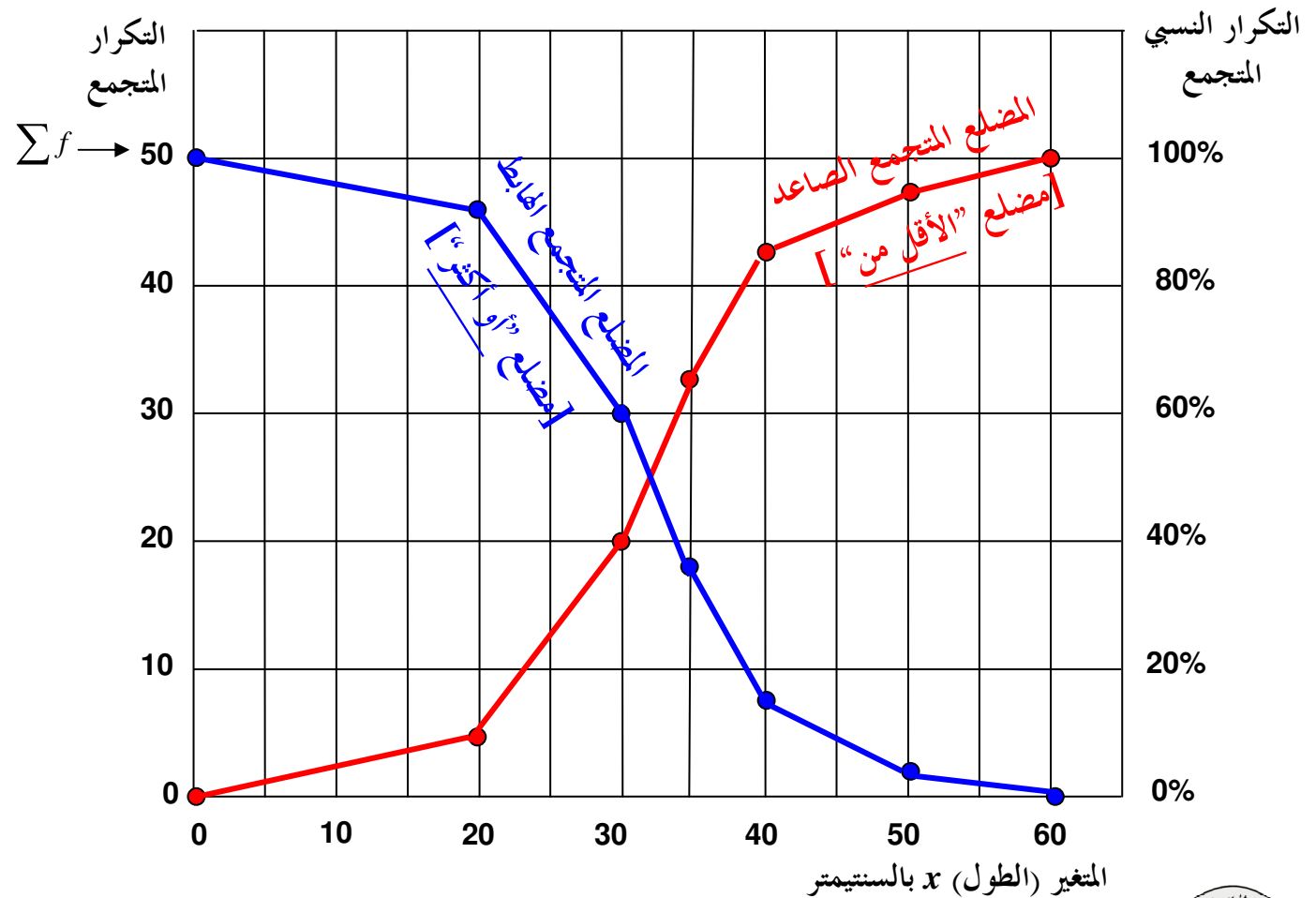
أي أن المصطلحان التكراريان المتجمعان **الصاعد** و**الهابط** يؤديان نفس الغرض ، لذا سنوجه اهتمامنا لأحدهما فقط [وليكن **الصاعد**]



ويمكن رسم المضعين التكراريين المتجمعين : **الصاعد** و**الهابط** على رسمة واحدة كما هو مبين :

التوزيع التكراري المتجمع الصاعد			
المتغير x	التكرار المتجمع	التكرار النسبي المتجمع	النقطة الموقعة على الرسم
< 0	0	0%	(0 , 0)
< 20	4	8%	(20 , 4)
< 30	20	40%	(30 , 20)
< 35	32	64%	(35 , 32)
< 40	42	84%	(40 , 42)
< 50	48	96%	(50 , 48)
< 60	50	100%	(60 , 50)

التوزيع التكراري المتجمع الهابط			
المتغير x	التكرار المتجمع	التكرار النسبي المتجمع	النقطة الموقعة على الرسم
≥ 0	50	100%	(0 , 50)
≥ 20	46	92%	(20 , 46)
≥ 30	30	60%	(30 , 30)
≥ 35	18	36%	(35 , 18)
≥ 40	8	16%	(40 , 8)
≥ 50	2	4%	(50 , 2)
≥ 60	0	0%	(60 , 0)

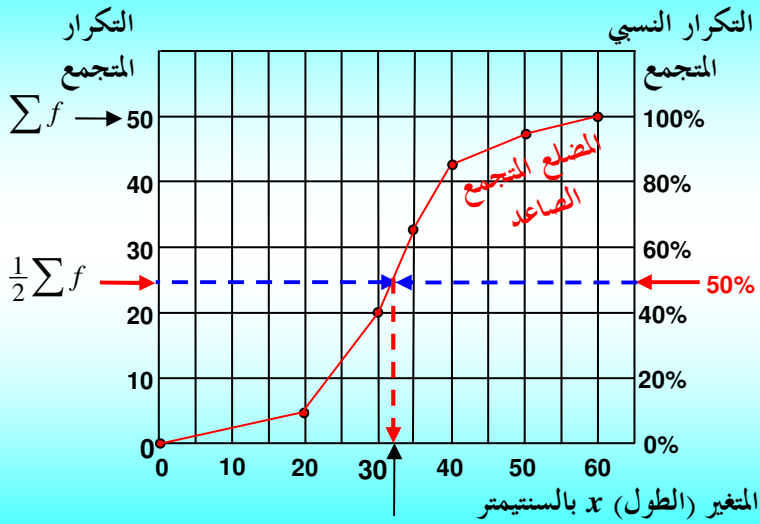


ويلاحظ أن المصلعين يتقاطعان في نقطة ، قيمة المتغير x عندها تساوي M (مثلاً) ، هذه القيمة يناظرها تكرار متجمع يساوي $\frac{1}{2} \sum f$ [= 25 في مثالنا التوضيحي] وتكرار متجمع نسبي قدره 50% . هذه القيمة M تُسمى

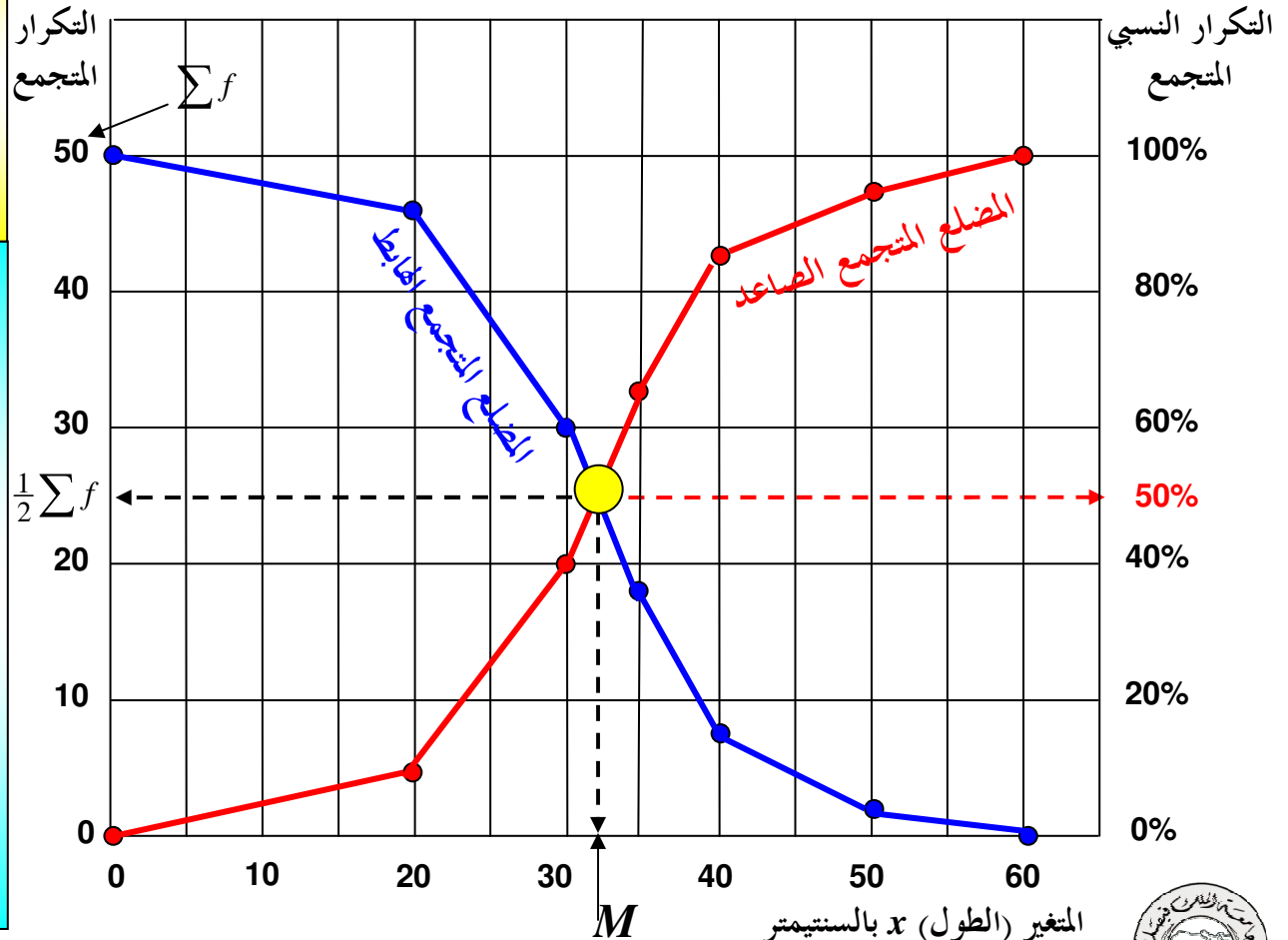
بالوسيط

أي أن وسيط مجموعة من البيانات المرتبة ترتيباً تصاعدياً أو تنازلياً هي قيمة في وسط مجموعة القيم تقسم المجموعة إلى مجموعتين متساويتين في العدد

كيفية تحديد الوسيط



$M \cong 32$



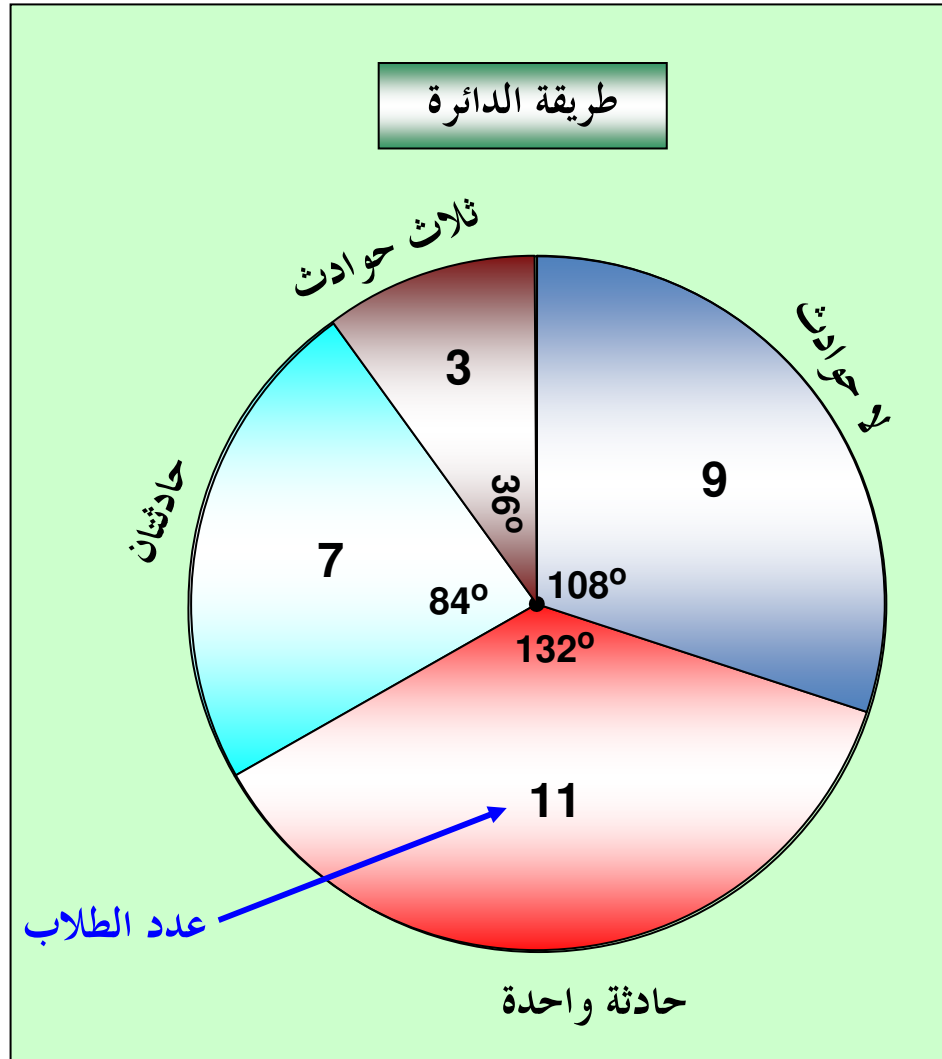
مراجعة عامة على الباب الثاني

في الجزء القادم [بإذن الله] ستقوم بعمل مراجعة عامة على كل ما تقدم من موضوعات في هذا الباب :

[الباب الثاني : التوزيعات التكرارية]

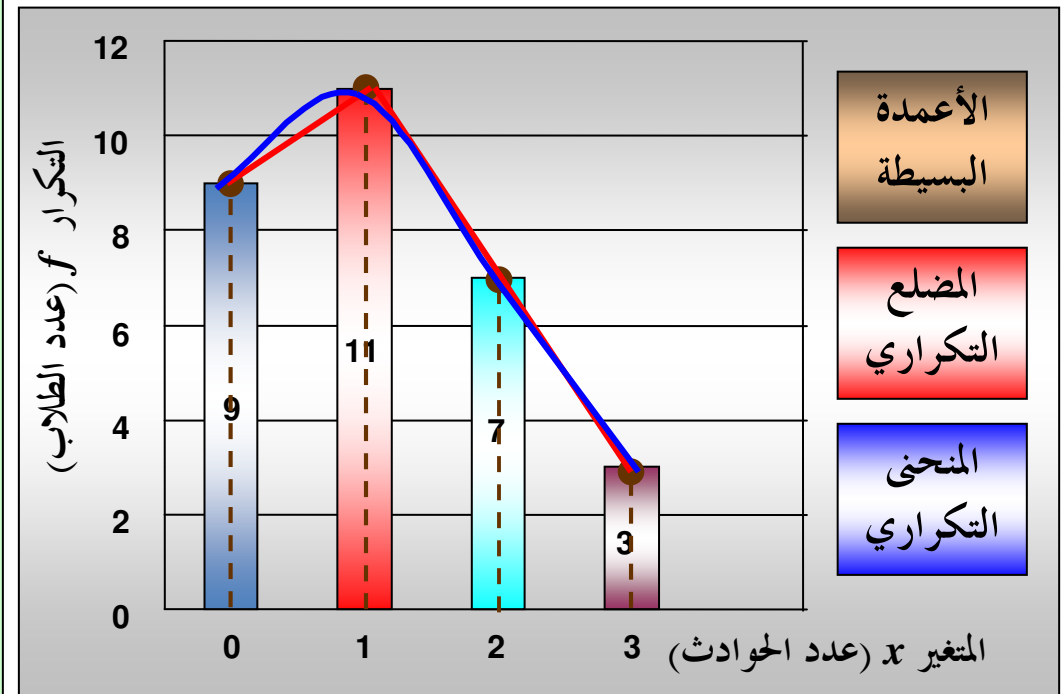
وذلك من خلال مثالين : مثال (٢-٥) والذي يلخص عرض البيانات المنفصلة ، ومثال (٢-٦) والذي يلخص عرض البيانات الكمية المتصلة .
أأمل من الله عز وجل أن أوفق في ذلك





x	f	f̄	الزاوية المركزية
0	9	30%	$(9 \div 30) \times 360 = 108^\circ$
1	11	37%	$(11 \div 30) \times 360 = 132^\circ$
2	7	23%	$(7 \div 30) \times 360 = 84^\circ$
3	3	10%	$(3 \div 30) \times 360 = 36^\circ$
	30	100%	360°

$\sum f$ $\sum \bar{f}$ مجموع الزوايا



مثال (٢-٦) : الجدول التالي يبين الأجر السنوي [بآلاف الريالات السعودية] لـ 60 عاملاً في إحدى الشركات :

الدخل x (بالآلاف)	50 -	60 -	70 -	80 -	90 -	100 -	120 - 180
عدد العمال f	6	9	15	12	9	6	3

- (أ) أوجد المدى R للأجور .
- (ب) اعرض البيانات السابقة باستخدام طريقة الدائرة ، المدرج التكراري ، المضلع التكراري .
- (ج) كون كلاً من الجدولين التكراري المتجمع الصاعد والتكراري المتجمع الهابط .
- (د) ارسم المضلع التكراري المتجمع الصاعد ومنه قدر عدد العاملين الذين يحصلون على أجر :
- (١) أقل من 88 ألف سنوياً
- (٢) 96 ألف سنوياً أو أكثر
- (٣) لا يقل عن 63 ألف سنوياً ولا يزيد عن 75 ألف سنوياً
- (هـ) قدر قيمة الوسيط M للأجور .



(أ) المدى R للأجور : ذكرنا في حالة البيانات الكمية المتقطعة أن المدى هو الفرق بين أكبر قيمة في البيانات وأصغر قيمة فيها . نفس الشيء في حالة البيانات الكمية المتصلة ، ولكن هنا [في حالة البيانات الكمية المتصلة] : تكون أكبر قيمة هي الحد الأعلى للفئة الأخيرة [= 180] ، وأصغر قيمة هي الحد الأدنى للفئة الأولى [= 50] .

$$R = 180 - 50 = 130$$

والمعلومات التالية هي التي يمكن أن نحتاجها للرد على الجزء (ب) بالكامل

الجدول التكراري النسبي

الفئة	المتغير (الأجر) x	التكرار f	التكرار النسبي	الزاوية المركزية	طول الفئة c	مركز الفئة x_0	كثافة التكرار	النقطة
الأولى	$50 \leq x < 60$	6	10%	36°	10	55	0.6	(55 , 0.6)
الثانية	$60 \leq x < 70$	9	15%	54°	10	65	0.9	(65 , 0.9)
الثالثة	$70 \leq x < 80$	15	25%	90°	10	75	1.5	(75 , 1.5)
الرابعة	$80 \leq x < 90$	12	20%	72°	10	85	1.2	(85 , 1.2)
الخامسة	$90 \leq x < 100$	9	15%	54°	10	95	0.9	(95 , 0.9)
السادسة	$100 \leq x < 120$	6	10%	36°	20	110	0.3	(110 , 0.3)
السابعة	$120 \leq x < 180$	3	5%	18°	60	150	0.05	(150 , 0.05)
		$\sum f = 60$	$\sum \bar{f} = 100\%$	المجموع = 360°				

نحتاجه في طريقة الدائرة

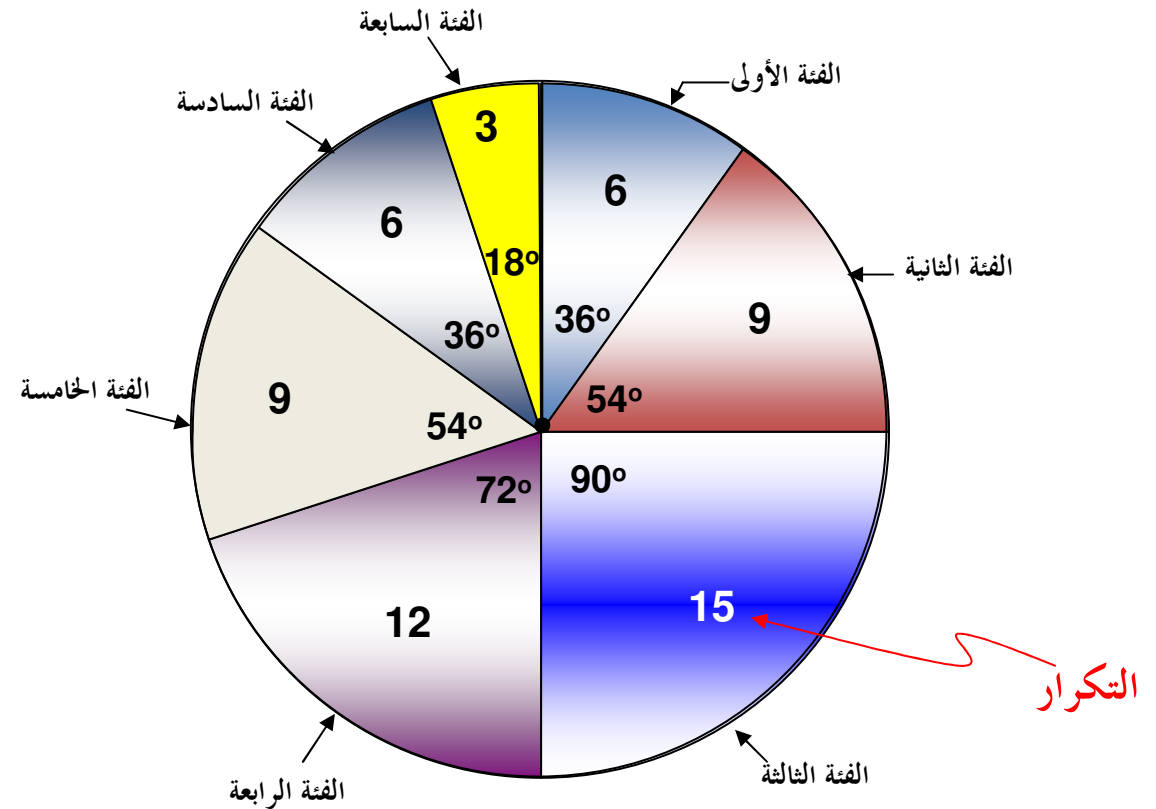
نحتاجه في المصطلح التكراري

نحتاج إليهما في المدرج التكراري



(ب) عرض البيانات بطريقة الدائرة :

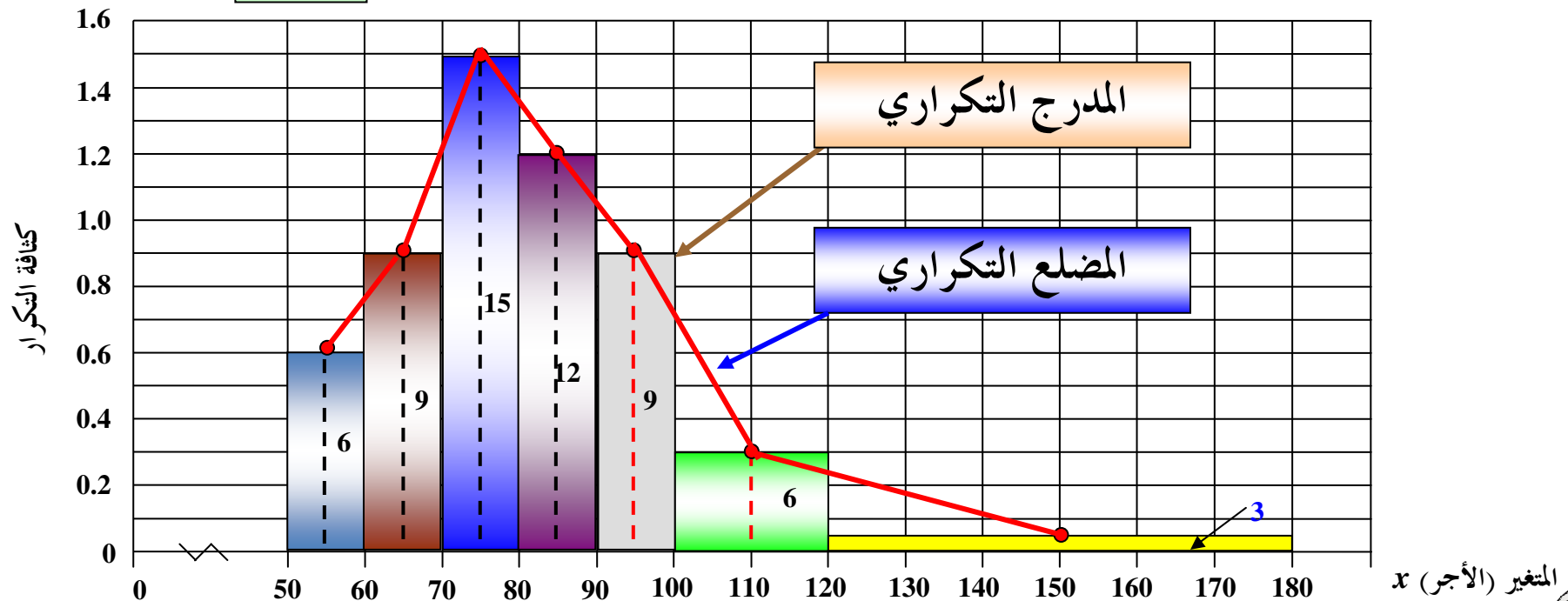
الجدول التكراري			
الفترة	المتغير (الأجر) x	التكرار f	الزاوية المركزية
الأولى	$50 \leq x < 60$	6	36°
الثانية	$60 \leq x < 70$	9	54°
الثالثة	$70 \leq x < 80$	15	90°
الرابعة	$80 \leq x < 90$	12	72°
الخامسة	$90 \leq x < 100$	9	54°
السادسة	$100 \leq x < 120$	6	36°
السابعة	$120 \leq x < 180$	3	18°
		$\sum f = 60$	$360^\circ = \text{المجموع}$



المدرج التكراري والمضلع التكراري

الجدول التكراري						
الفئة	المتغير (الأجر) x	التكرار f	طول الفئة c	مركز الفئة	كثافة التكرار	النقطة
الأولى	$50 \leq x < 60$	6	10	55	0.6	(55, 0.6)
الثانية	$60 \leq x < 70$	9	10	65	0.9	(65, 0.9)
الثالثة	$70 \leq x < 80$	15	10	75	1.5	(75, 1.5)
الرابعة	$80 \leq x < 90$	12	10	85	1.2	(85, 1.2)
الخامسة	$90 \leq x < 100$	9	10	95	0.9	(95, 0.9)
السادسة	$100 \leq x < 120$	6	20	110	0.3	(110, 0.3)
السابعة	$120 \leq x < 180$	3	60	150	0.05	(150, 0.05)

$\sum f = 60$



(ج) الجدول التكراري المتجمع الصاعد والجدول التكراري المتجمع الهابط

الجدول التكراري		
الفئة	المتغير (الأجر) x	التكرار f
الأولى	$50 \leq x < 60$	6
الثانية	$60 \leq x < 70$	9
الثالثة	$70 \leq x < 80$	15
الرابعة	$80 \leq x < 90$	12
الخامسة	$90 \leq x < 100$	9
السادسة	$100 \leq x < 120$	6
السابعة	$120 \leq x < 180$	3
		$\sum f = 60$

التوزيع التكراري المتجمع الهابط		
المتغير x	التكرار المتجمع	التكرار النسبي المتجمع
≥ 50	60	100%
≥ 60	54	90%
≥ 70	45	75%
≥ 80	30	50%
≥ 90	18	30%
≥ 100	9	15%
≥ 120	3	5%
≥ 180	0	0%

$60 = \sum f =$ مجموعها

$60 = \sum f =$ مجموعها

$60 = \sum f =$ مجموعها

$60 = \sum f =$ مجموعها

$60 = \sum f =$ مجموعها

$60 = \sum f =$ مجموعها

$60 = \sum f =$ مجموعها

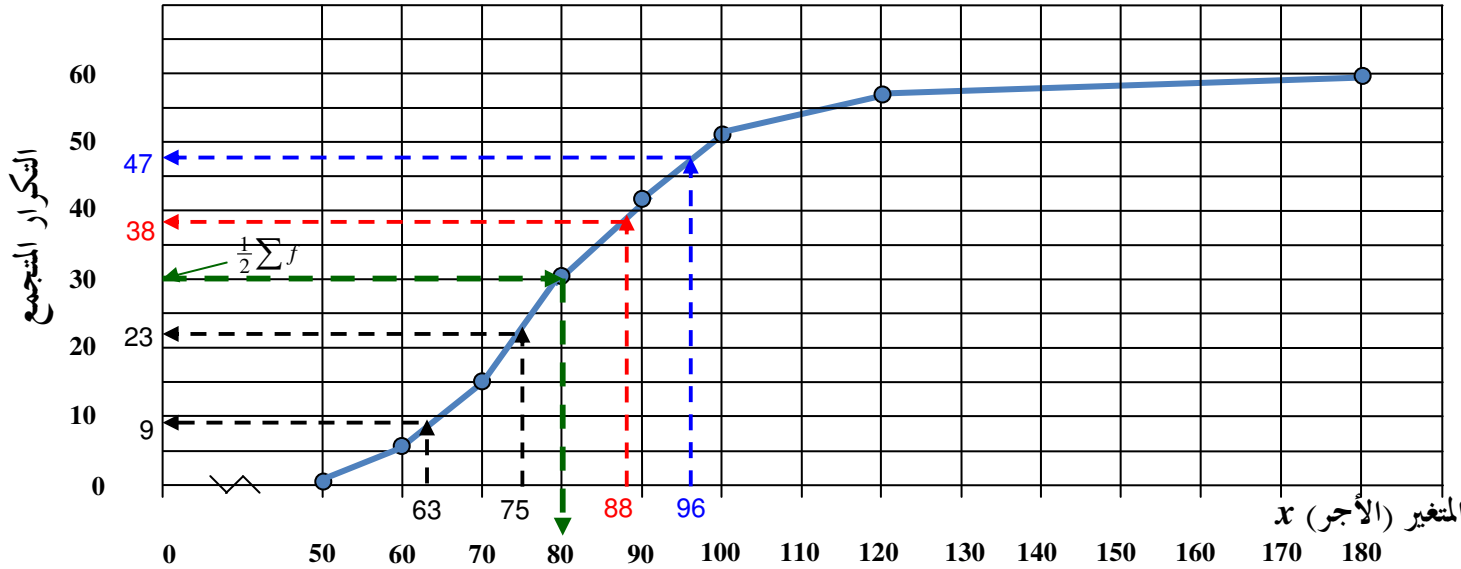
$60 = \sum f =$ مجموعها

التوزيع التكراري المتجمع الصاعد		
المتغير x	التكرار المتجمع	التكرار النسبي المتجمع
< 50	0	0%
< 60	6	10%
< 70	15	25%
< 80	30	50%
< 90	42	70%
< 100	51	85%
< 120	57	95%
< 180	60	100%



(د) المصّلع التكراري المتجمع الصاعد

المصّلع التكراري المتجمع الصاعد [منحنى الـ "أقل من"]



التوزيع التكراري المتجمع الصاعد		
المتغير x	التكرار المتجمع	النقطة
< 50	0	(50 , 0)
< 60	6	(60 , 6)
< 70	15	(70 , 15)
< 80	30	(80 , 30)
< 90	42	(90 , 42)
< 100	51	(100 , 51)
< 120	57	(120 , 57)
< 180	60	(180 , 60)

(١) عدد العاملين الذين يحصلون على أقل من 88 ألف سنوياً حوالي : 38

(٢) عدد العاملين الذين يحصلون على 96 ألف سنوياً أو أكثر حوالي : $60 - 47 = 13$

(٣) عدد العاملين الذين يحصلون على أجر لا يقل عن 63 ألف ولا يزيد عن 75 ألف سنوياً حوالي :

$$23 - 9 = 14$$

(هـ) الوسيط M : هي قيمة x المناظرة لتكرار متجمع قدره $\frac{1}{2} \sum f$ [أي 30] : $M = 80$



بِسْمِ اللَّهِ
بِحَمْدِ اللَّهِ

