

المحاضرة الثانية

مقاييس التوزع المركزية

(أ) بيانات مفردة أي غير مجمعة من توزيع تكراري.

(ب) من توزيع تكراري.

ومن هذه المقاييس:

(1) الوسط الحسابي: (\bar{X})

تعريفًا: الوسط الحسابي للبيانات المفردة

x_1, x_2, \dots, x_n والتي عددها n هو

$$\bar{X} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n} \quad (*)$$

مثال: $\sum_{i=1}^4 i = 1 + 2 + 3 + 4 =$

$$\sum_{i=1}^4 (i+3) = (1+3) + (2+3) + (3+3) + (4+3) = 4 + 5 + 6 + 7 = 22$$

مثال: أمثلة الوسط الحسابي للبيانات

$$\begin{array}{cccccc} 2, & 5, & 1, & 0, & 6, & 7 \\ \swarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ x_1 & x_2 & x_3 & x_4 & x_5 & x_6 \end{array}$$

$$\begin{aligned} n &= 6 \\ \bar{X} &= \frac{\sum_{i=1}^6 x_i}{6} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_6}{6} \\ &= \frac{2 + 5 + 1 + 0 + 6 + 7}{6} \\ &= \frac{21}{6} = \boxed{3.5} \end{aligned}$$

مثال: احب الوسط الحسابي للبيانات

10, 15, 3, 7, 8, 11, 50

كما من خصائصها الوسط الحسابي انه يتأثر سريعاً من القيم الشاذة .

$$\bar{X} = \frac{10 + 15 + 3 + 7 + 8 + 11 + 50}{7}$$
$$= \frac{104}{7} = \boxed{14.857}$$

مثال: احب الوسط الحسابي للبيانات السابقة بدون القيمة 50 اي للبيانات

10, 15, 3, 7, 8, 11,

$$\bar{X} = \frac{10 + 15 + 3 + 7 + 8 + 11}{6}$$
$$= \frac{54}{6} = \boxed{9}$$

(2) الوسيط Median .

- تعريف: هو القيمة التي تجزئ تحتها 50% من البيانات وبعدها 50% من البيانات .

- الوسيط لبيانات مرتبة ترتيباً تصاعدياً أو تنازلياً هو القيمة المتوسطة لهذه البيانات إذا كان عددها فردياً وهو الوسيط الكارين للقيمتين المتوسطتين إذا كان عدد البيانات زوجياً .

مثال: اوجد قيمة الوسيط للبيانات التالية

50, 11, 8, 7, 3, 15, 10

الحل: ترتيب البيانات تصاعدياً أو تنازلياً

~~50~~, ~~15~~, ~~11~~, 10, ~~8~~, ~~7~~, ~~3~~

$$\therefore M = 10$$

ملاحظة: الوسيط لا يتأثر بالقيم الشاذة مما يجعله متيناً (Robust) .

ب) من توزيع تكراري

الوسط الحسابي .

تعريف: كانت مراكز الفئات من توزيع تكراري هي x_1, x_2, \dots, x_h وكانت التكرارات المقابلة لهذه المراكز هي f_1, f_2, \dots, f_h فإن الوسط الحسابي لهذا التوزيع ياتي:

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^h f_i x_i}{n}$$

$$n = \sum_{i=1}^h f_i$$

حيث ان

h : عدد الفئات من التوزيع .

مثال: احسب الوسط الحسابي للتوزيع التكراري التالي:

| الفئات | التكرار f_i | مرکز الفئة X_i | $f_i \times X_i$ |
|--------|---------------|------------------|------------------|
| 3-7 | 10 | 5 | 50 |
| 8-12 | 2 | 10 | 20 |
| 13-17 | 5 | 15 | 75 |
| 18-22 | 7 | 20 | 140 |
| 23-27 | 6 | 25 | 150 |
| Total | 30 | | 435 |

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^5 f_i \times X_i}{n} = \frac{435}{30} = \boxed{14.5}$$

مثال

(2) الوسيط:

تعريف: قيمة الوسيط لتوزيع تكراري هو

$$M = a + \left(\frac{\frac{n}{2} - N_1}{f_m} \right) \times \Delta$$

حيث ان:

a : الحد الأدنى الفعلي للفئة الوسيطة

n : مجموع التكرارات

N_1 : التكرار المتجمع الذي يسبقه رتبة

f_m : التكرار الوسيط للفئة الوسيطة

Δ : طول الفئة

مثال: إيجاد الوسط للتوزيع التكراري الآتي

| الفئات | f_i | الفئات القليلة | التكرار المتجمع |
|--------|-------|----------------|--------------------|
| 3-7 | 10 | 2.5-7.5 | 10 |
| 8-12 | 2 | 7.5-12.5 | 12 → 15 |
| 13-17 | 5 | 12.5-17.5 | 17 |
| 18-22 | 7 | 17.5-22.5 | 24 |
| 23-27 | 6 | 22.5-27.5 | 30 |
| | 30 | | |

الحل: رتبة الوسط = $\frac{n}{2}$

$$= \frac{30}{2} = 15$$

∴ الفئة الوسطية هي: (12.5-17.5)

$$M = 12.5 + \left(\frac{15 - 12}{5} \right) \times 5$$

$$= 12.5 + 3 = \boxed{15.5} \checkmark$$