

المحاضرة الرابعة

العرض الجدولي للبيانات (تبويب البيانات)

كما تعرضنا في المحاضرات السابقة ان البيانات هي المستهدفة في الاحصاء فهي التي تجمع وهي التي تعرض وهي التي تحلل. وعرض البيانات صار في الأونة الاخيرة علما وفنا قائما بذاته، فالصورة التي يعرض بها الباحث بياناته تعكس لدرجة كبيرة مدى امكانية فهمها وسهولة تتبعها والاستفادة منها.

وهناك عدة طرق لعرض وتبويب البيانات الا أن من أبسط تلك الطرق للتعبير عن البيانات هي أن تدمج هذه البيانات في صيغة كتابية إلا أن هذه الطريقة يشوبها الكثير من **العيوب منها:**

- طريقة مطولة وعقيمة.
- تتطلب وقتا طويلا في القراءة في الأمر الذي يجعل الملل يتسرب الى القارئ.
- قلما يكلف الانسان نفسه مثققة الاطلاع على احصاءات معروضة بهذه الكيفية.
- انه يتعذر عرض بيانات خاصة بعدد كبير من السنين بهذه الطريقة.

وبالتالي تعتبر الطريقة السابقة غير فنية في عرض البيانات ، **أما الطرق الفنية في عرض البيانات الاحصائية فهي:**

- العرض الجدولي للبيانات (تبويب البيانات)
- العرض البياني للبيانات

وسوف نتناول في هذه المحاضرة العرض الجدولي للبيانات أو تبويب البيانات بينما نتعرض للعرض البياني للبيانات في المحاضرة التالية إن شاء الله تعالى.

ويقصد بالعرض الجدولي للبيانات: أن يتم تلخيص البيانات محل الدراسة وتصنيفها في صورة جداول تعبر عن القيم التي أخذها المتغير من خلال البيانات التي جمعها و تكرار كل قيمة من تلك القيم.

- أهمية جداول الإحصائية:

- تعبر عن الحقائق الكمية المعروضة بعدد كبير من الأرقام، وعن طريق عرض هذه الأرقام في جداول بطريقة منظمة فإنه يمكن بالتالي اكتشاف أهميتها والاستفادة من.
- تعتبر الجداول وسيلة يمكن بواسطتها تلخيص المعلومات الرقمية الكثيرة العدد، المتغيرة القيم، مما يسهل التعرف عليها.
- إن الجداول تستوعب بسهولة عدد كبير من الموضوعات، فتفريغ الأرقام في جداول يقلل كثيرا من تكرار الكلمات التي تصف البيانات، لأن عنوان كل عمود في الجدول ينطبق على الأرقام فيه، فهي بالتالي طريقة اقتصادية في الوقت والحيز والمجهود.
- تساعد الجداول على إظهار البيانات بأكثر وضوح ممكن وأصغر حيز مستطاع.

تكوين جداول:

تتكون أجزاء الجدول مما يلي:

- **رقم الجدول:** يجب أن يرقم كل جدول حتى تسهل الإشارة إليه.
- **العنوان:** يجب أن يعطي كل جدول عنوانا كاملا لتسهيل مهمة استخراج المعلومات منه، ويجب أن يكون هذا العنوان واضحا قصيرا بقدر الإمكان، ويستخدم في بعض الأحيان عنوان توضيحي لبعض الجداول وذلك من أجل إعطاء معلومات إضافية عن بيانات الجدول.
- **الهيكل الرئيسي:** ويتكون هيكل الجدول من أعمدة وصفوف، ويعتبر ترتيب المعلومات في الأعمدة والصفوف أهم خطوة في تكوين الجدول.
- **العمود:** إن كل جدول يتكون من عمود أو أكثر ويوجد لكل عمود عنوان يوضح محتوياته.
- **الحواشي:** قد يحتوي الجدول على مفردات بيانات لا ينطبق عليها عنوان الجدول أو عنوان العمود، ففي هذه الحالة تستعمل الحواشي لتوضيح ذلك وذلك إما بترقيم الملاحظات أو باستعمال علامة (*) .. الخ.
- **المصدر:** قد تؤخذ بيانات الجدول من مصادر جاهزة لذلك يجب إظهار المصدر في أسفل الجدول حتى يمكن الرجوع إليه عند الحاجة.

رقم الجدول

جدول رقم (5)

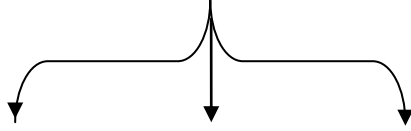
عنوان الجدول

يوضح طلبية جامعة الملك فيصل للعام الجامعي 1423هـ

عنوان توضيحي

(مصنفون حسب الجنس)

عنوان العمود



المستوى*	طالب	طالبة	الاجموع
الأول	200	250	450
الثاني	100	120	220
الثالث	80	110	190
الرابع	100	120	220
الاجموع	480	600	1080

هيكل
الجدول

المصدر: جامعة الملك فيصل، احصائية الجامعة حسب الكليات

* يحدد المستوى بالسنة الدراسية التي يدرس فيها الطالب .

- أنواع الجداول الاحصائية:-

تقسم الجداول تبعا لدرجة تعقيدها الى:

جداول بسيطة: وفيها يتكون كل من موضوع الجدول ومادته من بضع أسطر وخانات تتعلق بالتقسيمات الزمانية (أي الأمور التي يتناولها الجدول أمور تتسلسل حسب السنوات) أو المك انية (أي توزيع الظاهرة حسب المكان) أو مؤشرات وصفية بسيطة وبأرقام بسيطة أيضا.

جداول التوزيع التكراري: وفيها تكون المعطيات مجمعة في فئات بمؤشر أو متغير واحد، ولكل فئة تكراراتها الخاصة عند ذلك المؤشر

جدول التوزيع التكراري المتجمع: وفيه تجمع التكرارات على التوالي من أحد طرفي الجدول الى طرفه الآخر فنحصل على التكرار الكلي (مجموعة التكرارات)، (فإذا بدأ من أعلى الى أسفل الجدول) سمي جدول تكراري متجمع صاعد، (وإذا بدأ من أسفل الى أعلى الجدول) سمي جدول تكرار متجمع نازل أو هابط.

الجداول المزدوجة أو المركبة: وهي الجداول التي تتكون من متغيرين أو أكثر، وهذه المتغيرات قد توزع على أعمدة وحقول الجدول بصورة نظامية، تعبر عن الافكار العلمية التي يريد الباحث توضيحها توضيحا عدديا.

وتتوقف عملية تبويب وتصنيف البيانات على نوع البيانات الإحصائية المراد التعامل معها ودراستها والتي يمكن تقسيمها من حيث طريقة إعداد الجداول إلى مجموعتين:

١. مجموعة البيانات الوصفية والكمية المتقطعة

البيانات الوصفية (هي أي معلومات يجمعها الباحث وتتغير في الصفات)

الكمية المتقطعة (هي المعلومات الغير قابله للكسور أي تكون اعداد صحيحة)

٢. مجموعة البيانات الكمية المتصلة

الكمية المتصلة (هي أي معلومات قابله للكسور أي تكون فيها قيمه كسريه)

أولاً: البيانات الوصفية والكمية المتقطعة:

وفيها يتم تصنيف وحساب تكرار كل عنصر من العناصر الواردة في بيانات المتغير الذي يتم دراسته كما يمكن حساب التكرار النسبي لكل عنصر من خلال حساب نسبة تكراره إلى مجموع التكرارات.

- مثال (لمتغير وصفي):

في دراسة قام بإجرائها أحد الأطباء لطفل معرض لأحد الأمراض النفسية فتم سؤاله عن لون مجموعة من الأشياء فكانت إجاباته كما يلي:

أحمر	أزرق	بنفسجي	أحمر	أخضر
أبيض	أبيض	أحمر	أخضر	أبيض
أزرق	أحمر	أخضر	أحمر	بنفسجي
أخضر	أزرق	أبيض	بنفسجي	أحمر

المطلوب: عرض البيانات السابقة في صورة جدول التوزيع التكراري

الحل مفصلاً في الكتاب صفحة 45



- أرسم جدول واحصر فيه جميع الالون المتشابهه

- أضع شرطه بجانب كل لون في عامود العلامات اذا وصل عدد الشرطت الى خمسة اضع عليها علامه عكسيه واسميها حزمه

الجدول كالتالي :-

التكرار النسبي	التكرارات	العلامات	اللون
0,3	6	/ #####	أحمر
0,2	4	////	أبيض
0,15	3	///	أزرق
0,2	4	////	أخضر
0,15	3	//	بنفسجي
1,00	20	مج ك =	

- نترجم العلامات الى ارقام كما في العمود الثالث .

- اذا اردت ان استخراج قانون تكرار النسبي استخدم المعادله التاليه =

$$\frac{\text{تكرار النسبي}}{\text{مج ك}} = \text{تكرار الدرجة}$$

ملاحظه / لابد ان يكون مجموع التكرار النسبي في الأخير 1 صحيح .

- مثال (لمتغير كمى متقطع): ان تكون الارقام غير قابله للكسور

تم سؤال عدد من طلاب كليتي الآداب وإدارة الأعمال عن عدد حوادث السيارات التي تعرضوا لها خلال العام الماضي فكانت اجاباتهم كما يلي:

3	2	2	1	0
1	2	1	1	1
0	0	1	2	2
1	3	1	0	0
1	2	1	0	2
3	0	0	0	1

المطلوب :

١. عرض البيانات السابقة في صورة جدول تكرارى

٢. أحسب الاحتمالات التالية:

- أن لا يتعرض أى شخص لحادث
- أن يكون هناك حادث واحد على الأكثر
- أن يكون هناك حادث واحد على الأقل

الحل مفصلا في الكتاب صفحة 46-47

وهذا حلي الشخصي من شرح الدكتور

نكر:

- نحصر القيم المتكرره في السؤال .

- اقوم برسم جدول يحوي هذه المعلومات .

التكرار النسبي = تكرار الدرجة
مك

للتذكير قانون

عدد احوادث	العلامات	التكرارات	التكرار النسبي
صفر	//// //	9	0,30
1	/ //// //	11	0,366
2	// ////	7	0,233
3	///	3	0,10
المجموع		30	

احتمال (الا يتعرض أى شخص لحادث)

يعني صفر والصفر = 0,30

احتمال (أن يكون هناك حادث واحد على الأكثر)

بمعنى انه سوف يكون اكبر عدد للحوادث هو 1

وذلك بجمع نسبة تكرار الصفر + 1 =

$$0,666 = 0,366 + 0,30$$

احتمال (أن يكون هناك حادث واحد على الأقل)

بمعنى انه سوف يكون أقل عدد للحوادث هو 1

لذلك لا بد من استبعاد نسبة تكرار الصفر ونحسب باقي الاعداد

$$= 3 + 2 + 1$$

$$0,7 = 0,10 + 0,233 + 0,366$$

ثانياً : البيانات الكمية المتصلة: (وهي معلومات قابله للكسور أي تكون فيها قيمه كسريه)

وفيها يتم توزيع البيانات في جدول تكراري ذوفئات، ويتم ذلك من خلال اتباع الخطوات التالية:

الخطوة الأولى: تحديد عدد الفئات :-

ويمكننا إتباع قاعدة Sturge's Rule كأساس عند تحديد عدد الفئات، وتنص القاعدة علي وجود علاقة بين عدد المفردات المتاحة عن الظاهرة محل الدراسة (عينه البحث) وبين عدد الفئات، وتستخدم القاعدة الرقم 2 أساس مرفوع للقوه K . وجدير بالذكر هنا أن بتطبيق قاعدة "Sturge" علي عينات بأحجام مختلفة نحصل علي الجدول التالي:

عدد الفئات	حجم العينة
4 – 3	16 – 11
5 – 4	32 – 16
6 – 5	64 – 32
7 – 6	128 – 64
8 – 7	256 – 128
9 – 8	512 – 256
فاكثر 10	512 فأكثر

الخطوة الثانية: تحديد طول الفئة:

بعد قيامنا بتحديد عدد الفئات في الخطوة السابقة، فإن الخطوة الحالية هي قيامنا بتحديد طول الفئة، ويفضل أن تكون الفئات كلها ذات أطوال متساوية، إلا في بعض الحالات التي تحتم علينا الظاهرة التالية لتحديد طول الفئة:

$$\text{طول الفئة} = \text{المدى} \div \text{عدد الفئات}$$

ويمثل المدى الفرق بين أكبر مفرد و أصغر مفرد في البيانات الأولية.

الخطوة الثالثة: تعيين حدود الفئات:-

نبدأ بتعيين الحد الأدنى للفئة الأولى وهو قيمه أصغر مفرد في البيانات الأولية للظاهرة محل الدراسة، ويجوز أن نختار قيمه أقل من أصغر مفرد ليبدأ الحد الأدنى للفئة الأولى بقيمه صحيحة، ونقوم بتحديد الحد الأعلى للفئة الأولى بإضافة طول الفئة الذي حصلنا عليه من الخطوة الثانية. يعتبر الحد الأدنى للفئة الثانية هو الحد الأعلى للفئة الأولى وبإضافة طول الفئة نصل إلى الحد الأعلى للفئة الثانية، ونستمر في تكرار هذه الطريقة حتى يتم تكوين عدد الفئات المطلوبة المحدد في الخطوة الأولى.

يجب علينا التأكد من عدم وجود تداخل فيما بينها الفئات بعضها البعض، حيث أن الفئة تحتوى على كل المفردات التي تساوى حدها الأدنى تماماً وما يزيد عنه حتى يصل إلى حدها الأعلى.

الخطوة الرابعة: توزيع التكرارات على الفئات:

نبدأ الآن في توزيع مفردات العينة بحسب الفئات المقابلة كي نصل إلى التوزيع التكرارى، وهو عبارة عن جدول مكون من عمودين، يحتوى العمود الأول على فئات المتغير العشوائي ويحتوى العمود الثانى على عدد مرات تكرار كل مفرد أمام الفئة الخاصة بها ويسمى التكرار الاصلى، ويجب أن يكون مجموع التكرارات ألا صليه مساويا لحجم عينه الدراسة .

مثال :

البيانات التالية تعبر عن رأس المال المستثمر في شركات الحاسبات الآلية بالآلاف ريال:

25	26	41	36	44	23	15	7	12	2
13	21	33	35	45	22	26	12	22	3
43	41	30	32	48	18	24	23	32	5
23	16	1	9	23	11	23	32	36	6
18	17	20	21	26	20	39	36	35	7

المطلوب:

عرض البيانات السابقة في صورة الجدول التكرارى المناسب

الحل مفصلا في الكتاب صفحة 49

المحاضرة الخامسة

العرض الجدولي للبيانات (تبويب البيانات)

الجزء الثاني

في بداية هذه المحاضرة يتعرض الدكتور لبعض من شرائح المحاضرة السابقة من صفحة 23- الى نهاية المحاضرة السابقة

بالاضافة:

وهناك عدة ملاحظات يجب الإنتباه إليها عند عمل جدول التوزيع التكرارى لبيانات المتغير الكمي المتصل:

1- إن تحديد عدد الفئات يتوقف على أمور عدة منها:

- عدد المفردات محل الدراسة
- انتظام وتوزيع تلك البيانات
- طبيعة بيانات المشكلة محل الدراسة

2- طول الفئة لا بد أيضاً من تحديده بعناية حيث يمثل الوجه الآخر للعملة مع عدد الفئات، فمن الأفضل أن يكون تحديده بطريقة تجعل مركز الفئة قريباً من تركيز البيانات بتلك الفئة بقدر الإمكان حيث يعبر مركز الفئة عن قيمة كل مفردة من المفردات التي تنتمي لتلك الفئة

3- أن تكون حدود الفئات واضحة بحيث لا يكون هناك أي تداخل فيما بينها.

ومن هنا يمكن إعداد جداول التوزيعات التكرارية للمتغيرات المتصلة بثلاث صور هي:

- الجداول التكرارية المنتظمة
- الجداول التكرارية غير المنتظمة
- الجداول التكرارية المفتوحة

أولاً: الجداول التكرارية المنتظمة:

وهى الجداول التى يكون فيها أطوال كل الفئات متساوية
كما تم توضيحه فى المثال السابق

ثانياً: الجداول التكرارية غير المنتظمة:

وفيهما تكون أطوال الفئات غير متساوية، ومثال ذلك البيانات التالية والتي توضح توزيع عدد من العمال وفقاً للاجر الذى يحصل عليه كل منهم:

فئات الاجر	10 -	20 -	40 -	50 - 55	المجموع
عدد العمال (التكرار)	10	40	15	5	70

ويتضح لنا من الجدول السابق أن أطوال الفئات غير متساوية حيث يكون طول الفئة للفئة الأولى " 10 - " هو 10 بينما فى الفئة الثانية " 20 - " بلغ 20 وفى الفئة الثالثة " 40 - " كان 10 والفئة الأخيرة " 50 - 55 " بلغ طول الفئة فيها 5

ثالثاً: الجداول التكرارية المفتوحة:

وتوضحها أشكال الجداول التالية:

فئات العمر	عدد الطلاب
أقل من 6	20
-6	35
-12	25
15 - 18	18

جدول مفتوح من أسفل

فئات العمر	عدد الطلاب
6 -	20
-12	35
-15	25
18 فأكثر	18

جدول مفتوح من أعلى

فئات العمر	عدد الطلاب
أقل من 6	20
-6	35
-12	25
-15	18
18 فأكثر	22

جدول مفتوح من الطرفين

- أجدول التكرارية المتجمعة:

وهى جداول يتم إعدادها لإعطاء نتيجة تراكمية لمجموعة من الفئات والتي يمكن أن تكون بشكل تصاعدي أو تنازلي ولكل منهما أهمية فى تفسير النتائج والظواهر المختلفة.

أولاً- الجدول التكرارى المتجمع الصاعد

يعطى جدول التكرار المتجمع الصاعد الحدود العليا للفئات وعدد المفردات التى تقل عن الحدود العليا لكل فئة (وتكتب بصيغة أقل من الحد الأعلى).

مثال:

فى دراسة جغرافية لعدد من مساحات مجموعة من قطع الأراضى لمنطقة سكنية معينة تبين أن التوزيع التكرارى لها كما يلى:

فئات مساحات الاراضى دونم	عدد قطع الاراضى
- 1	14
- 3	29
- 5	18
10 - 7	9
المجموع	70

المطلوب:

إعداد جدول تكرارى متجمع صاعد مع بيان نسبة الأراضى التى تقل مساحتها عن 5 دونم

الحل مفصلا فى الكتاب صفحة 52

ثانيا - الجدول التكرارى المتجمع الهابط (النازل):

ويعطى الجدول المتجمع الهابط (النازل) الحدود الدنيا للفئات وعدد المفردات التى تكون أكثر من أو تساوى الحدود الدنيا لكل فئة (وتكتب بصيغة الحد الأدنى فأكثر).

مثال:

فى نفس المثال السابق والذي يتعلق بدراسة جغرافية لعدد من مساحات مجموعة من قطع الأراضى لمنطقة سكنية معينة تبين أن التوزيع التكرارى لها كما يلى:

فئات مساحات الاراضى دونم	عدد قطع الاراضى
- 1	14
- 3	29
- 5	18
10 - 7	9
المجموع	70

المطلوب:

إعداد الجدول التكراري المتجمع الهابط مع بيان نسبة قطع الأراضى التى تزيد أو تساوى 5
دونم

الحل مفصلاً في الكتاب صفحة 53

- أجدول التكرارى المزدوج:

الجداول التكرارية البسيطة التى اشرنا إليها سابقاً تساعد فى تحليل البيانات التى تخص وتعبر عن متغير واحد فقط مثل قيمة المبيعات ومعدل التحصيل الدراسى ونسبة الذكاء ومعدل الإنجاب وغيرها من المتغيرات. الا أننا عند دراستنا لمتغيرين لتحديد العلاقة بينهما مثل العلاقة بين عدد أفراد الأسرة والمستوى التعليمى أو العلاقة بين أجور العامل ودرجة الرضاء الوظيفى أو ماشابه ذلك، فى هذه الحالة لابد من تبويب البيانات بالطريقة التى تسمح باستنتاج أو تحديد العلاقة بين المتغيرين موضوع الدراسة ويتم ذلك من خلال الجدول التكرارى المزدوج كما يتضح من المثال التالى:

مثال:

فيما يلى بيانات 20 طالب يعانون أحد صعوبات التعلم مع نوع كل طالب كما يلى:

صعوبة التعلم	النوع
بصرية	ذكر
سمعية	أنثى
ذهنية	ذكر
تخاطب	ذكر
تخاطب	أنثى
سمعية	ذكر
تخاطب	ذكر
بصرية	أنثى
سمعية	أنثى
سمعية	ذكر

صعوبة التعلم	النوع
سمعية	ذكر
بصرية	أنثى
سمعية	ذكر
بصرية	ذكر
ذهنية	ذكر
ذهنية	أنثى
تخاطب	أنثى
بصرية	أنثى
سمعية	ذكر
ذهنية	أنثى

المطلوب:

إعداد جدول تكرارى مزدوج

الحل مفصلا فى الكتاب صفحة 55

المحاضـرة السادسة

العرض البياني للبيانات

أولاً: البيانات غير المبوبة

البيانات الاسمية أو الرتبية أو الكمية المتقطعة (أي المنفصلة)

تعريف الرسوم البيانية:

هي وسيلة مفيدة وفعالة لتوضيح وشرح الحقائق الرقمية وإبراز العلاقة بين المتغيرات، واستقراء اتجاهاتها العامة بأسلوب يسهل فهمه وتذكره بمجرد النظر .

- وتنطبق القواعد التي ذكرناها في العرض الجدولي على الرسوم البيانية، اذ يجب أن يرقم كل رسم ، ويعنون، ويمكن أن يستعمل الحواشي والمصدر وغيرها ..

وتختلف الرسوم البيانية حسب طبيعة ونوع البيانات المراد عرضها **فاذا كانت البيانات اسمية أو رتبية (أي منفصلة)** فإننا نستخدم أحد الأشكال البيانية التالية:

أ - الأعمدة البيانية البسيطة :

وهي عبارة عن مجموعة من الأعمدة الرأسية أو المستطيلات المتساوية القاعدة والتي تتناسب ارتفاعاتها مع البيانات التي تمثلها، وتستخدم لإظهار التطور الذي يطرأ على ظاهرة ما على مدار عدة سنوات، وعادة يؤخذ المحور الرأسي لتمثيل قيم الظاهرة، والمحور الأفقي يمثل الزمن بحيث يتناسب طول كل عمود مع العدد الذي يمثله.

ويجب مراعاة ان يقسم المحور الرأسي بحيث يسمح بقياس الرسم باظهار جميع قيم الظاهرة، كذلك يجب أن تكون المسافات بين الاعمدة متساوية.

مثال:

الجدول الآتي يوضح أعداد الطلاب المقيدين باحد الجامعات في السنوات الدراسية من 1423هـ حتى 1427هـ .

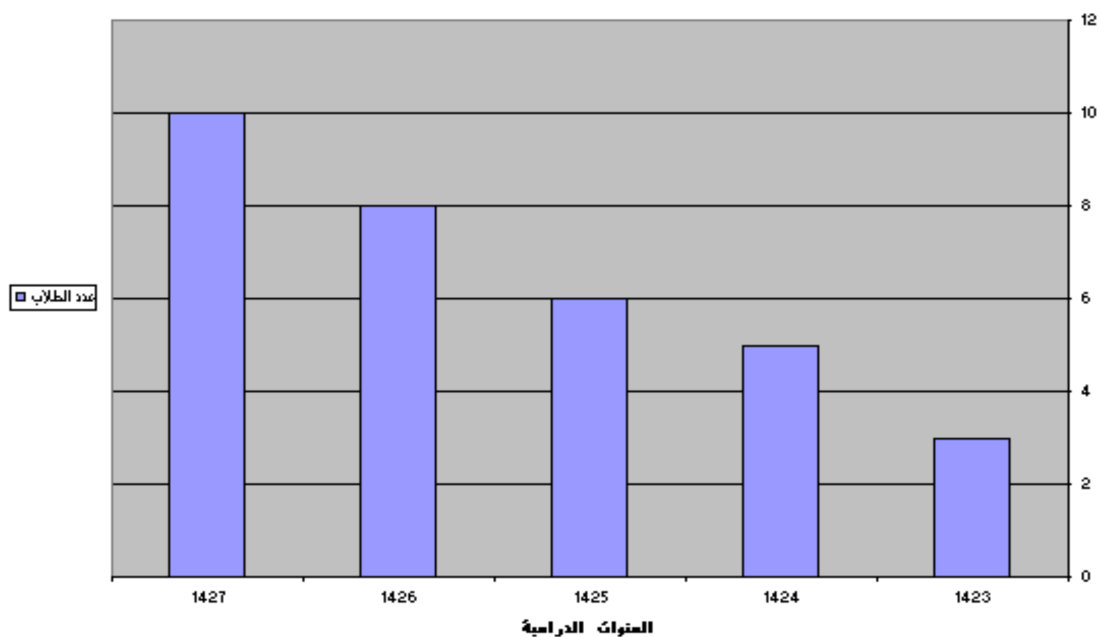
السنة الدراسية	1427	1426	1425	1424	1423
عدد الطلاب بالألف	10	8	6	5	3

المطلوب:

تمثيل البيانات باستخدام الرسم البياني المناسب

الحل:

شكل يوضح اعداد الطلاب



ب - الأعمدة البيانية المزدوجة:

يستخدم هذا النوع اذا كان الهدف من الرسم هو مقارنة ظاهرتين أو أكثر لعدة سنوات، أو اذا كان لدينا بيانات مزدوجة لخواص مختلفة .

ويتم رسم الأعمدة الزوجية بإتباع ما يلي :

- رسم عمودين متلاصقين يمثلان قيم الظاهرتين محل الدراسة في كل سنة، بحيث يتناسب طول كل عمود مع العدد الذي يمثله .
- فرق بين الأعمدة بالتظليل أو بالالوان المختلفة ونوضح ذلك على الرسم وذلك بوضع مفتاح للرسم .
- ضرورة مراعاة أن تكون قواعد المستطيلات متساوية والمسافات بينهما متساوية.

مثال:

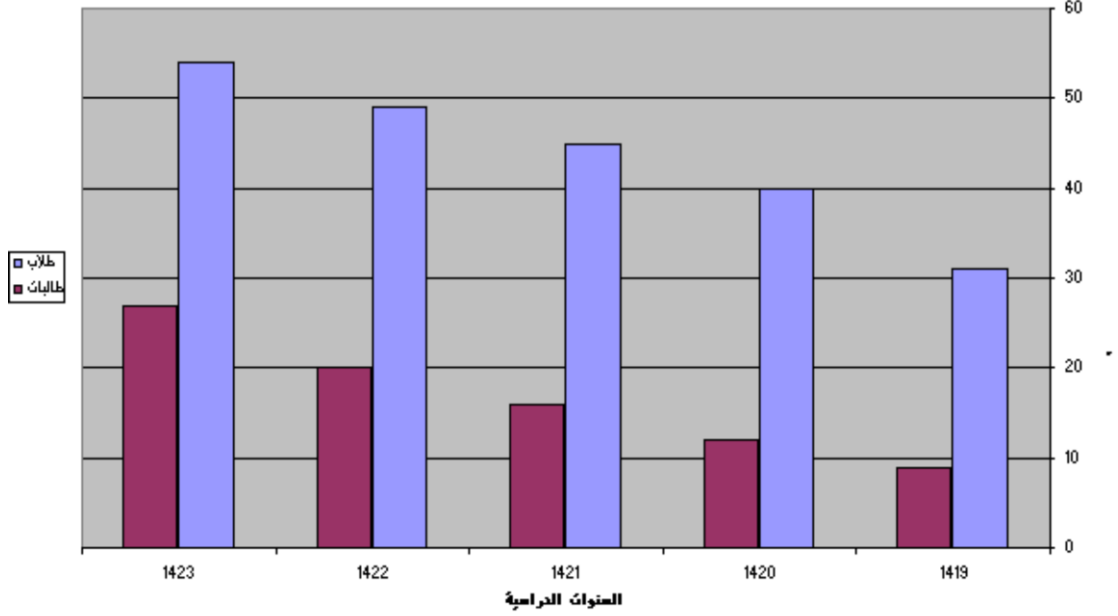
الجدول الآتي يوضح أعداد الطلبة المسجلين باحد الجامعات السعودية في السنوات الدراسية 1419هـ حتى 1423هـ

السنة الدراسية	1419	1420	1421	1422	1423
عدد الطلبة	31	40	45	49	54
بالألف	9	12	16	20	27

المطلوب:

مثل هذه البيانات بيانيا باستخدام الأعمدة البيانية المزدوجة ؟

شكل يوضح تطور أعداد الطلاب



ج - الأعمدة البيانية المجزأة :

يستخدم هذا النوع من الرسوم البيانية في تمثيل نفس الحالات التي تستخدم فيها الأعمدة البيانية المزدوجة .

ويتم رسم هذا النوع من الأعمدة كالآتي :

- نقوم برسم عمود واحد يمثل جملة الظواهر محل الدراسة في كل سنة كما في حالة الأعمدة البيانية البسيطة .
- نقسم كل عمود الى مكوناته بحيث يتناسب كل جزء مع العدد الذي يمثله. ونميز بين هذه الاجزاء بالتظليل أو بالألوان المختلفة، ونوضح ذلك على الرسم .

مثال :-

إذا كانت أعداد الطلاب والطالبات المسجلين في كلية التربية بجامعة الملك فيصل بالاحساء تزداد كما هو موضح في الجدول الآتي:

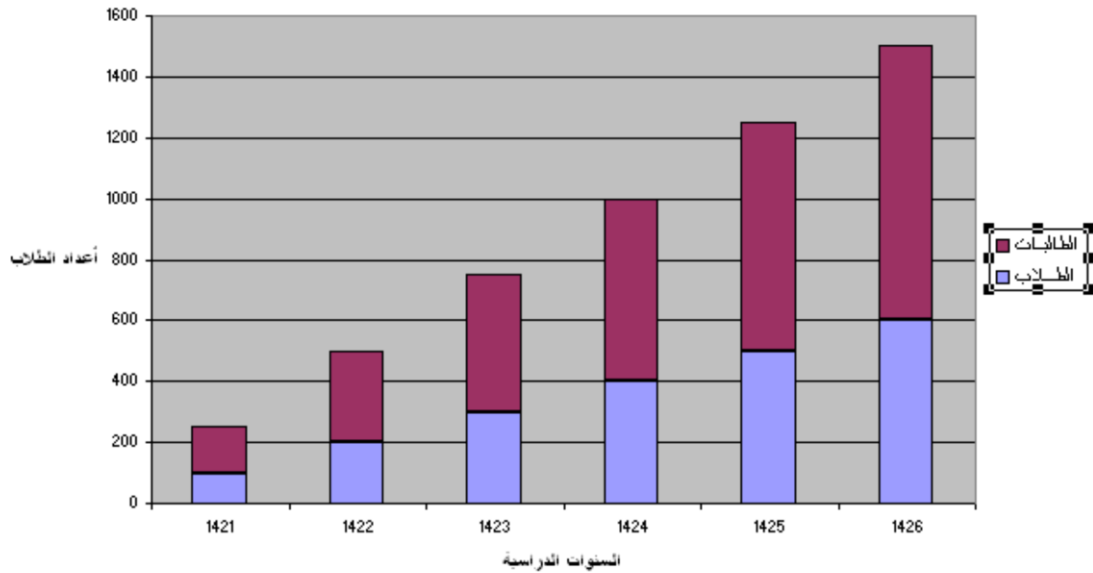
السنوات الدراسية	1421	1422	1423	1424	1425	1426
الطلاب	100	200	300	400	500	600
الطالبات	150	300	450	600	750	900

المطلوب :-

مثل هذه البيانات بيانيا باستخدام الأعمدة المجزأة؟

الحل :-

شكل يوضح تطور أعداد الطلاب بكلية التربية



ملاحظات على استخدام الاعمدة البيانية (بأنواعها المختلفة):

يمكن ابداء الملاحظات التالية على الرسومات بالاعمدة البيانية بأنواعها المختلفة:

- تعتبر الاعمدة البيانية من اكثر الرسومات البيانية انتشارا، وهي عبارة عن مستطيلات قواعدها متساوية وأطوالها (ارتفاعاتها) مختلفة تتناسب مع القيم التي تمثلها، وتكون منفصلة عن بعضها البعض بمسافة يقدرها الباحث.
- يفضل تظليل الاعمدة أو تخطيطها بواسطة خطوط متوازية أو ابرازها بألوان مختلفة وخاصة عند مقارنة ظواهر مختلفة.
- يستحسن اختيار مقياس رسم مناسب وثابت، ولهذا لا بد لمصمم الرسم من التعرف على القيمة الكبرى والقيمة الصغرى لتحديد مقياس الرسم المناسب. هذا ويجب البدء بالصفير على المحور الرأسي الذي يدل على القيم الرقمية حتى تكون المقارنة سهلة وسليمة وغير مضللة.
- يفضل عدم كتابة القيم التي تمثلها الاعمدة فوق الاعمدة وذلك لتلافي المبالغة في طول الاعمدة، وبالتالي تجنب اظهار الرسم مزدحما او مكتظا مما ينفر القارئ، الا اذا كان ذلك هدفا في حد ذاته .
- يمكن استخدام العمود الواحد لتمثيل اكثر من نوع واحد من البيانات، وذلك باستخدام مفهوم الاعمدة المجزأة، هذا ويفضل أن لا نعرض اكثر من ثلاثة ظواهر في العمود حتى لا يفقد الرسم البياني الهدف الأساسي منه.
- تصلح الاعمدة البيانية لتمثيل البيانات ذات المتغيرات المنفصلة، كما تصلح بشكل خاص لتمثيل البيانات الوصفية (النوعية) (أي غير الرقمية) وذلك كما في تمثيل الحالة الاجتماعية (متزوج، مطلق، أرمل)

د - اللوحة الدائرية:

تستخدم الدائرة أو اللوحة الدائرية لتمثيل البيانات في الحالات التالية:

- عندما يكون الهدف منها مقارنة الاجزاء المختلفة بالنسبة للمجموع الكلي
 - أن تكون الاجزاء المقارنة قليلة العدد نسبيا وفي فترة زمنية واحدة.
- مثال:** يمكن استخدام الدائرة لبيان توزيع طلبة جامعة الملك فيصل حسب الكليات (التربية - الزراعة - الادارة - الطب البيطري) أو توزيع طلبة كلية العلوم الإدارية (أو أي كلية أخرى) حسب السنة الاكاديمية (أولى - ثانية - ثالثة - رابعة) .

- وتمثل المساحة الكلية للدائرة المجموع الكلي، ثم تقسم الدائرة الى قطاعات دائرية تتناسب مساحة كل منها مع نسبة كل جزء الى المجموع الكلي، وتميز بين هذا القطاعات بالتظليل أو بالألوان المختلفة.

- وفيما يلي خطوات رسم الدائرة وتقسيمها الى قطاعات:

- اختيار نصف قطر مناسب لها.
- تحسب الزاوية المقابلة لكل قطاع من خلال العلاقة التالية:

قيمة القطر

$$\text{زاوية القطاع} = \frac{\text{الزاوية المركزية للدائرة (360)}}{\text{المجموع العام}} \times$$

المجموع العام

- تقسم الدائرة الى قطاعاتها المختلفة بتحديد مساحة كل قطاع على الدائرة وذلك بتقسيم الزاوية المركزية للدائرة الى زوايا القطاعات المختلفة.

فمثلا: مساحة القطاع الأول تحدد بوضع قاعدة المنقلة على نصف القطر ونقيس زاوية

مساوية لزاوية القطاع، نسقط من عندها عمودا على مركز الدائرة، فنحصل على القطاع الأول، ثم نقيس من عند نهاية مساحة القطاع الأول زاوية مساوية لزاوية القطاع الثاني، نسقط من عندها عمودا على مركز الدائرة فنحصل على القطاع الثاني. وهكذا بالنسبة لباقي القطاعات.

مثال:

فيما يلي احصائية لطلاب البكالوريوس في كلية العلوم الإدارية موزعين حسب السنة الدراسية للعام الجامعي 1426 هـ .

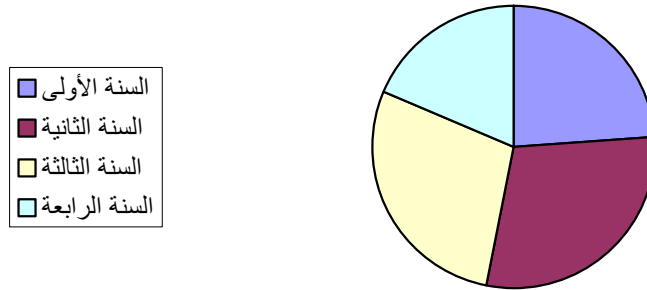
عدد الطلبة	السنة الدراسية
226	السنة الأولى
276	السنة الثانية
266	السنة الثالثة
167	السنة الرابعة
935	المجموع

المطلوب:

عرض هذه البيانات باستخدام اللوحة الدائرية؟

أكل:

شكل بياني يوضح توزيع طلاب بكالوريوس العلوم الإدارية للعام الجامعي 1426 هـ موزعة على حسب السنوات الدراسية



هذا ويستحسن تظليل القطاعات الدائرية أوتلوينها وذلك زيادة في قيمة الرسم البيان وبالتالي زيادة جاذبيته ووضوحه، وكذلك ينصح كتابة الجزء (السنة) داخل كل قطاع دائري .

- وعند الحاجة الى مقارنة بين مجموعتين أو أكثر باستخدام اللوحة الدائرية فاننا نرسم عددا من الدوائر يتناسب مع عدد البيانات المطلوب مقارنتها، ونتبع فيها نفس الخطوات السابقة لرسم اللوحة الدائرية.

س: متى نستخدم الأعمدة البيانية (بأنواعها المختلفة) في تمثيل البيانات

الاحصائية بيانيا؟ وبماذا تختلف عن التمثيل البياني باستخدام الدائرة؟

يرى غالبية المختصين أن الأعمدة البيانية يفضل استخدامها في الحالات التالية:

- عندما تكون الكميات المقارنة كثيرة العدد نسبيا، حيث يصعب تمثيلها بالدائرة وذلك أن كثرة الكميات المقارنة تجعل الدائرة مكتظة لدرجة يصعب مقارنة التوزيع النسبي للظاهرة المدروسة.
- عند ما تكون الاجزاء المقارنة في فترات زمنية مختلفة، وهذا لا يمنع من استعمالها في فترة زمنية واحدة، الا أن الدائرة لايمكن استخدامها لمقارنة الاجزاء بالكل في فترات زمنية مختلفة.

- عندما نرغب في توضيح قيم الاجزاء المقارنة المختلفة للظاهرة موضع البحث وذلك من أجل ابراز المقارنة بين هذه الأجزاء أو توضيح التغير أو التطور عبر الزمن سواء لظاهرة واحدة أو عدة ظواهر بين فترات زمنية مختلفة.
- غالبا ما ينصح باستعمال الاعمدة البيانية (بأنواعها المختلفة) مع المتغيرات المنفصلة (وهي التي تأخذ قيما أو أعداد صحيحة) كما في عدد الطلبة أو أفراد الأسرة أو عدد الكتب في المكتبة .. الخ.

هـ – المنحنى أو الخط البياني:

يستخدم المنحنى أو الخط البياني أساسا لتوضيح الاتجاه العام للظاهرة خلال فترة من الزمن، ويستخدم هذا النوع من الرسم البياني لتمثيل الظواهر ذات البيانات المتصلة (غالبا) كما في التحصيل الدراسي أو الذكاء والأعمار وكذا اسعار السلع... الخ، وكذلك ممكن استخدامه مع البيانات المنفصلة كعدد الطلاب .. الخ .

ويتم رسم المنحنى أو الخط البياني بإتباع الآتي:

- نرسم محورين أفقي ورأسي بحيث يمثل المحور الأفقي الزمن مثلا والمحور الرأسي قيم الظاهرة.
- نستخدم نفس المبدأ الذي اتبعناه في رسم الأعمدة البيانية المختلفة اللهم بدلا من رسم الأعمدة ذاتها نستعيز عنها بتعيين نقطة (إحداثية النقطة) فقط لكل منها.
- توصيل هذه النقط ببعضها بمنحنى ممهد متصل فنحصل على خط متصل يسمى المنحنى، أو القيام بتوصيل كل نقطتين متجاورتين بخط مستقيم فنحصل عندئذ على الخط البياني.

مثال :-

البيانات التالية لدرجات عشر طلاب بكلية العلوم الإدارية في مقررى الرياضيات والمحاسبة، فكانت كما يلي:

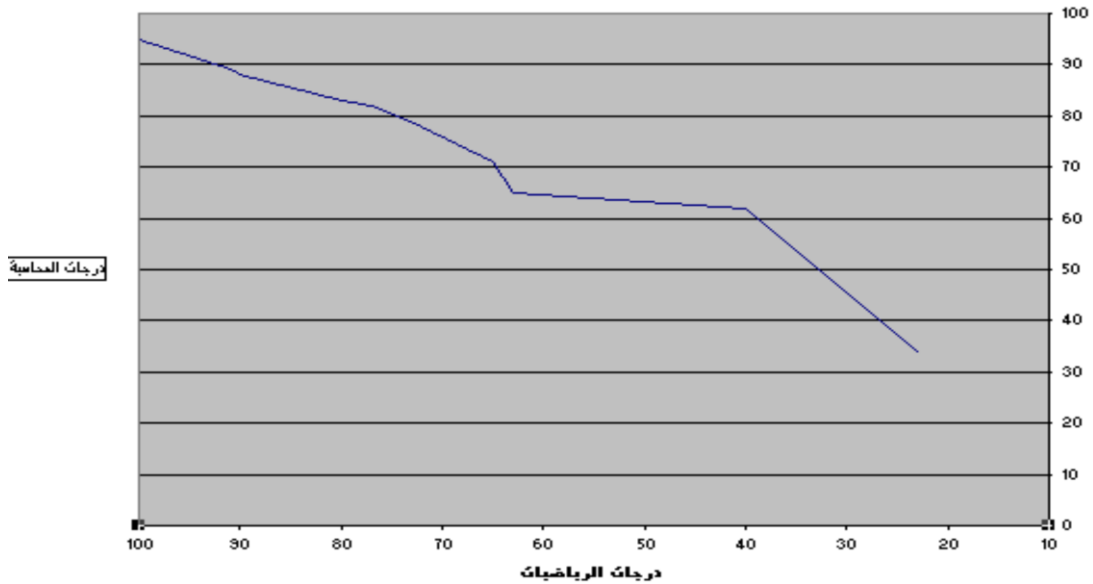
رقم الطالب	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
درجات الرياضيات	23	40	63	65	72	77	80	90	91	100
درجات المحاسبة	34	62	65	71	78	82	83	88	89	95

المطلوب :-

استخدام المنحنى او الخط البياني لتمثيل هذه البيانات (درجات مقرر الرياضيات ودرجات مقرر المحاسبة).

أحل :-

شكل يوضح العلاقة بين درجات الرياضيات و درجات المحاسبة



ملاحظات على المنحنى وأخط البياني :

- الرسم بالخط البياني أو المنحنى يتطلب جهداً أقل من الجهد والوقت اللذين يتطلبهما رسم الأعمدة البيانية بأنواعها المختلفة.
- يسهل الخط البياني أو المنحنى المقارنة على القارئ وذلك انطلاقاً من المبدأ الذي يرى أن العين تدرك الأشياء المتصلة بسهولة ويسر أكثر من ادراكها للأشياء المنفصلة، وبالتالي يستطيع الشخص استخلاص بعض النتائج أو المدلولات الرقمية بطريقة أسهل، كما يسهل عليه معرفة الاتجاه العام للظاهرة.
- يمكن استخدام الخط البياني أو المنحنى (كما في الأعمدة البيانية) لتمثيل أكثر من ظاهرة على نفس الرسم ومقارنتها ببعضها، مع ملاحظة تمييز الخط البياني لكل ظاهرة إما بخطوط متصلة أو متقطعة أو إعطائها ألواناً مختلفة وتوضيح ذلك في مفتاح الرسم.

مزايا وعيوب الرسوم البيانية :

المزايا:

- تثير انتباه المشاهد خاصة إذا كانت جيدة التصميم.
- توفر وقت المشاهدة إذ أن استنباط الحقائق من الرسوم البيانية أسرع من الوصول إليها بواسطة الأرقام الموضوعية في جداول.
- إمكانية معرفة الاتجاهات العامة للظواهر.
- سهولة فهم وتذكر العلاقات بين الظواهر محل الدراسة.

العيوب:

- التضحية بدقة البيانات إذ أن الرسوم توضح فقط التغيرات العامة للظواهر ولا تبين التفاصيل الدقيقة لها.
- أحيانا تكون الرسوم معقدة، خاصة إذا كانت تشتمل على مجموعات من البيانات المتباينة.
- كثرة التكاليف خاصة إذا كانت البيانات تحتاج إلى مقياس رسم كبير.

العرض البياني للبيانات

ثانيا: البيانات المبوبة البيانات الكمية المتصلة

يتم استخدام العديد من الاشكال للتعبير عن البيانات المبوبة في صورة جداول توزيعات تكرارية وهي:

- المدرج التكرارى
- المضلع التكرارى
- المنحنى التكرارى
- المنحنى التكرارى المتجمع الصاعد
- المنحنى التكرارى المتجمع الهابط (النازل)

المدرج التكرارى: المدرج التكرارى هو عبارة عن أعمدة مستطيلة متلاصقة يعبر ارتفاع العمود فيها على التكرار المناظر للفئة.

ويستخدم المدرج التكرارى لتمثيل البيانات التى تم عرضها في جدول توزيع تكرارى، وفيه يمثل كل مستطيل فئه من فئات التوزيع التكرارى.

يتم تقسيم المحور الرأسى (المحور الصادي) فى المدرج التكرارى حسب التكرار (فقد نستخدم التكرار الأصى في حالة تمثيل التوزيع التكرارى، وكذلك يمكن أن نستخدم التكرار النسبى في حالة تمثيل التوزيع التكرارى النسبى).

ويتم تقسيم المحور الأفقى (المحور السينى) على أساس الفئات وهنا يظهر حالتين هما:

الحاله الأولى:- تساوى أطوال الفئات

وفى هذه الحاله يكون ارتفاع المستطيل معبرا عن عدد مرات تكرار وجه الظاهرة محل الدراسة حيث انه يتناسب مع مساحه المستطيل، وذلك لان طول الفئه هو عرض المستطيل، وحيث أن أطوال الفئات متساوية فإن مساحه المستطيل تتناسب مع طوله فقط.

الحالة الثانية: - عدم تساوى أطوال الفئات

وفى هذه الحالة لابد من إجراء تعديل فى التكرار الأسمى قبل رسم المدرج التكرارى، لذا فإننا نقوم بإيجاد التكرار المعدل الذى هو عبارة عن ناتج قسمه التكرار الأسمى لكل فئة على طول الفئة المقابلة، وهنا تكون مساحه المستطيل معبره عن وجه الظاهرة المقابل لها، وليس ارتفاع المستطيل.

خطوات رسم المدرج التكرارى:

- نرسم محورين أفقي ورأسي بحيث يمثل المحور الأفقي الفئات والمحور الرأسي التكرارات.
- نمثل بيانات الدراسة من خلال مجموعة من المستطيلات المتلاصقة بحيث يعبر ارتفاع المستطيل عن عدد مرات تكرار وجه الظاهرة محل الدراسة.

مثال:

فيما يلى بيان بتوزيع لعينة من 40 عامل على أساس فئات العمر للعمال.

فئات العمر	20-	25-	30-	35-	40-	45-	50-55	المجموع
عدد العمال	1	4	7	16	7	4	1	40

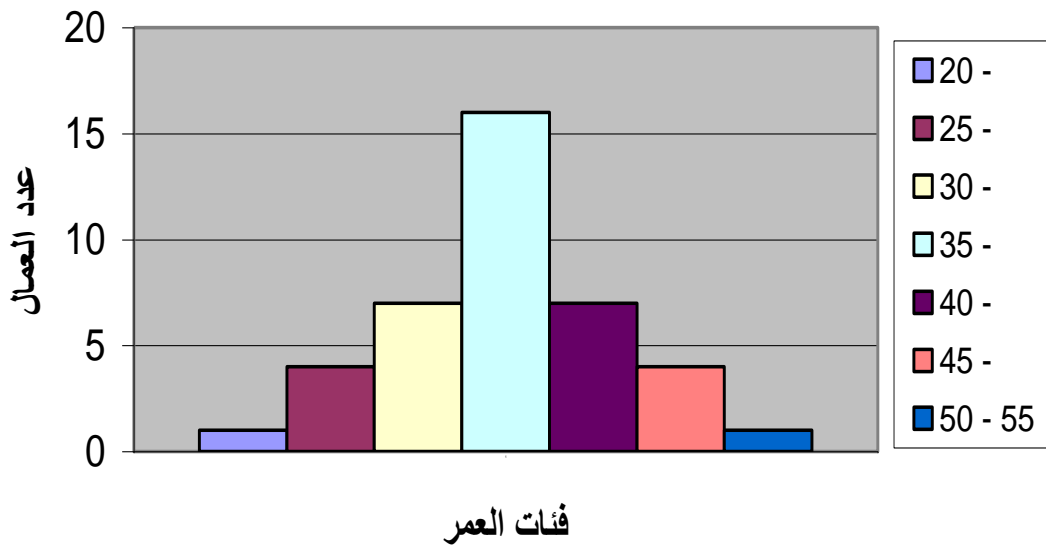
المطلوب:-

عرض البيانات السابقة فى شكل المدرج التكرارى.

حالة فئات العمر المتساوية:

- يتم رسم المدرج التكراري على أساس التكرار الأصلي (فئات عمر العمال).
- نرسم محورين أفقي ورأسي بحيث يمثل المحور الأفقي فئات العمر والمحور الرأسي تكرار عدد العمال في كل فئة عمرية.
- نمثل بيانات الدراسة من خلال مجموعة من المستطيلات المتلاصقة بحيث يعبر ارتفاع المستطيل عن عدد العمال في كل فئة.

شكل يوضح المدرج التكراري لتوزيع العمال وفقاً لفئات العمر



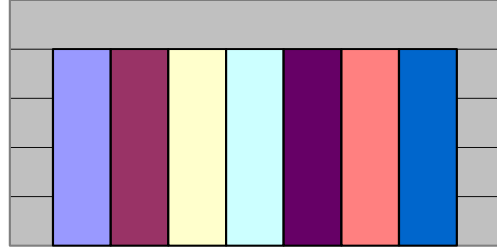
بعض خصائص التوزيع التكراري:

يمكن إستنتاج بعض خصائص التوزيع التكراري من شكل المدرج التكراري بدراسة الخصائص التالية:

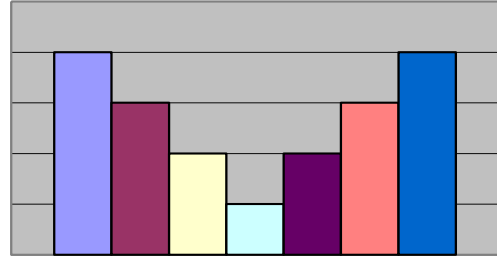
الخاصية الأولى: التماثل

يسمى المدرج التكراري متماثلاً عندما نقوم برسم خط مستقيم في منتصف المدرج التكراري فيظهر لنا التطابق التام بين الجانبين حول الخط المستقيم. وذلك يظهر في الرسم السابق مباشرة حيث يكون الجانب الأيمن كخيال للجانب الأيسر في المرآة، وكذلك قد يكون شكل المدرج التكراري متماثل كما هو واضح في الشكلين التاليين:-

شكل يوضح التوزيع المتماثل



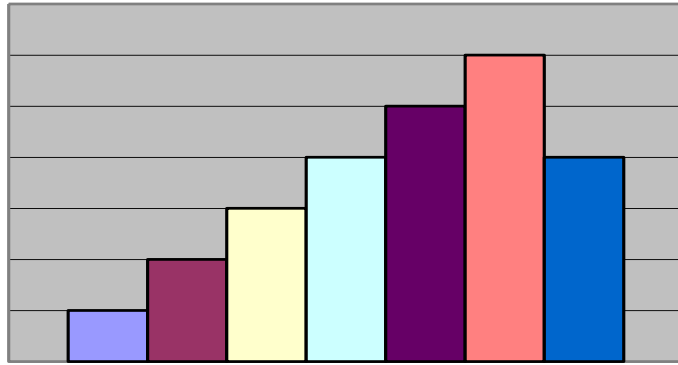
شكل يوضح التوزيع المتماثل



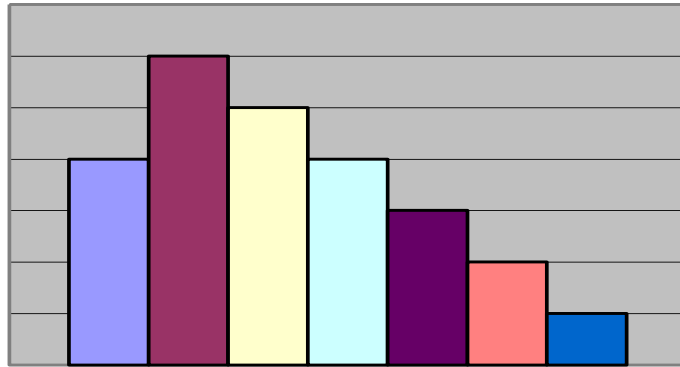
الخاصية الثانية: الإلتواء

وعندما يكون ذيل التوزيع جهة اليسار - بمعنى أن الطرف الأيسر للتوزيع أطول من طرفه الأيمن - يكون الإلتواء باتجاه اليسار ويسمى توزيع سالب الإلتواء، فمثلاً توزيع الوقت اللازم لإجابة الإمتحان بالنسبة لعدد الطلاب يكون في الغالب سالب الإلتواء ويرجع ذلك لقيام عدد قليل من الطلاب بتسليم أوراق الإجابة قبل موعد إنتهاء الامتحان، وفي المقابل يفضل الكثير من الطلاب تسليم أوراق الإجابة مع نهاية وقت الامتحان وفيما يلي توضيح الإلتواء بنوعيه في الشكلين التاليين:-

شكل يوضح الإلتواء السالب



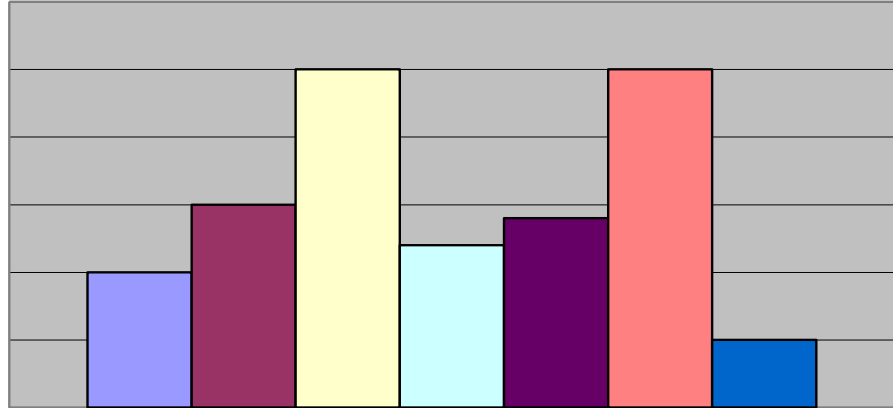
شكل يوضح الإلتواء الموجب



الخاصية الثالثة: المنوال

المنوال هو القيمة الأكثر تكرراً (شيوفاً) في الظاهره محل الدراسة، وفي بعض الأحيان يكون المدرج التكرارى أحادى المنوال عندما تقع معظم البيانات داخل فئه فى منتصف التوزيع التكرارى وتسمى الفئه المنواليه وهي تمثل قمه واحده للتوزيع، مع وجود بعض البيانات قبل وبعد هذه الفئه، وفي أحيان أخرى يكون المدرج التكرارى ثنائى المنوال، وذلك في حالة وجود قيمتين في التوزيع ويشترط تساوى القمتين معاً، فمثلاً إذا نظرنا إلى التوزيع التكرارى للدخول فى إحدى البلدان التى يعيش فيها كثير من الاغنياء وكثير من الفقراء وقله من الطبقة المتوسطة، فإن شكل المدرج التكرارى لسكان هذا البلد يكون ثنائى المنوال كما فى الشكل التالي:

شكل يوضح توزيع ثنائى المنوال



المضلع التكرارى : المضلع التكرارى هو مضلع مغلق نحصل عليه من خلال حساب مراكز الفئات أو بتتصيف الأضلاع العلوية للمستطيلات في المدرج التكرارى، ثم نوصل هذه النقاط بعضها مع بعض، ولكي نغلق الخط المنكسر الذي حصلنا عليه نعتبر أن هناك فئتين متطرفتين واحدة في أقصى اليمين والثانية في أقصى اليسار وتكرار كل منهما صفر، نأخذ مركز كل من هاتين الفئتين، ونغلق المضلع كما يبدو لنا في المثال التالي:

خطوات رسم المضلع التكرارى:

- نرسم محورين أفقي ورأسي بحيث يمثل المحور الأفقي الفئات والمحور الرأسى التكرارات.
- **لكي نرسم المضلع من خلال المدرج التكرارى** نقوم بتمثيل بيانات الدراسة من خلال مجموعة من المستطيلات المتلاصقة بحيث يعبر ارتفاع المستطيل عن عدد مرات تكرار وجه الظاهرة محل الدراسة.
- نقوم بتقسيم هذه المستطيلات من أعلى (مركز الفئة)، ثم بعد ذلك نوصل نقاط التقسيم هذه بعضها مع بعض بخط مستقيم من خلال المسطرة لنحصل بالتالى على المضلع التكرارى من خلال المدرج التكرارى.
- **ولرسم المضلع من خلال مراكز الفئات** نقوم بإيجاد مركز الفئة لجميع فئات التوزيع التكرارى، ثم نقوم بتمثيل التكرار الأسمى المقابل لكل فئة بنقطه تناظر مركز هذه الفئة.
- نقوم برسم خط باستخدام المسطرة يصل كل نقطتين متتاليتين، فنحصل على المضلع التكرارى.
- لإغلاق المضلع من الطرفين نقوم بإنشاء فئة سابقة عند النقطة الأولى في التوزيع التكرارى يقابلها تكرار أسمى يساوى الصفر، وكذلك إنشاء فئة لاحقه للفئة الأخيرة في التوزيع التكرارى يقابلها تكرار أسمى يساوى الصفر أيضاً، ونحسب مركز الفئة لكل منهما.

مثال:

استخدم بيانات المثال السابق لرسم المضلع التكراري

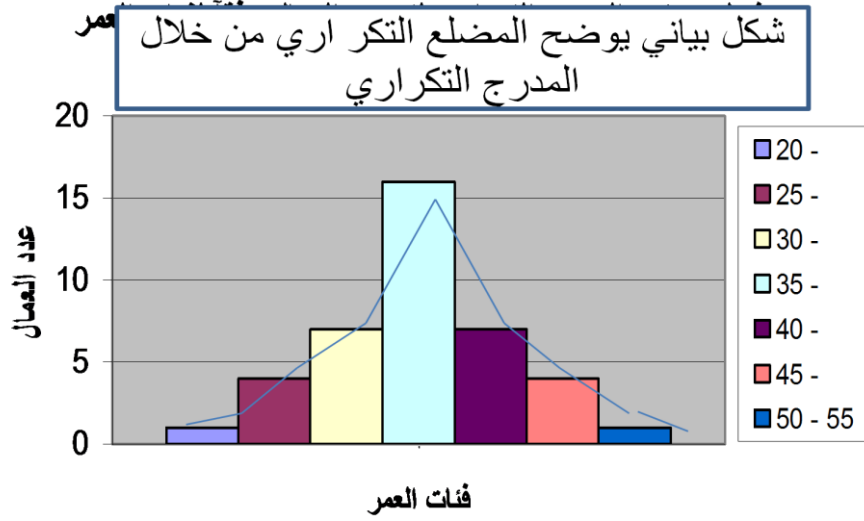
الحل:

(١) نحصل على مراكز الفئات

فئات العمر	20-	25-	30-	35-	40-	45-	50-55	المجموع
مراكز الفئات	22.5	27.5	32.5	37.5	42.5	47.5	52.5	
عدد العمال	1	4	7	16	7	4	1	٤٠

(٢) استحداث فئتين سابقة ولاحقة للتوزيع وحساب مركز الفئة لكل منها، فمركز الفئة السابقة عن الفئة الاولى للتوزيع هو 17.5، وذلك باعتبار الفئة السابقة هي 15-20، وكذلك مركز الفئة اللاحقة للفئة الأخير للتوزيع هو 57.5، وذلك باعتبار الفئة اللاحقة هي 60-55، والتكرار المقابل لكل مركز منهما يساوى الصفر.

(٣) نرسم محورين أفقي ورأسي بحيث يمثل المحور الأفقي الفئات والمحور الرأسي التكرارات، ثم بعد ذلك نرسم شكل المدرج التكراري ومن ثم نقوم بتقسيم مستطيلات المدرج التكراري من أعلى (مركز الفئة)، ثم بعد ذلك نوصل نقاط التقسيم هذه بعضها مع بعض بخط مستقيم من خلال المسطرة لنحصل بالتالي على المضلع التكراري من خلال المدرج التكراري.

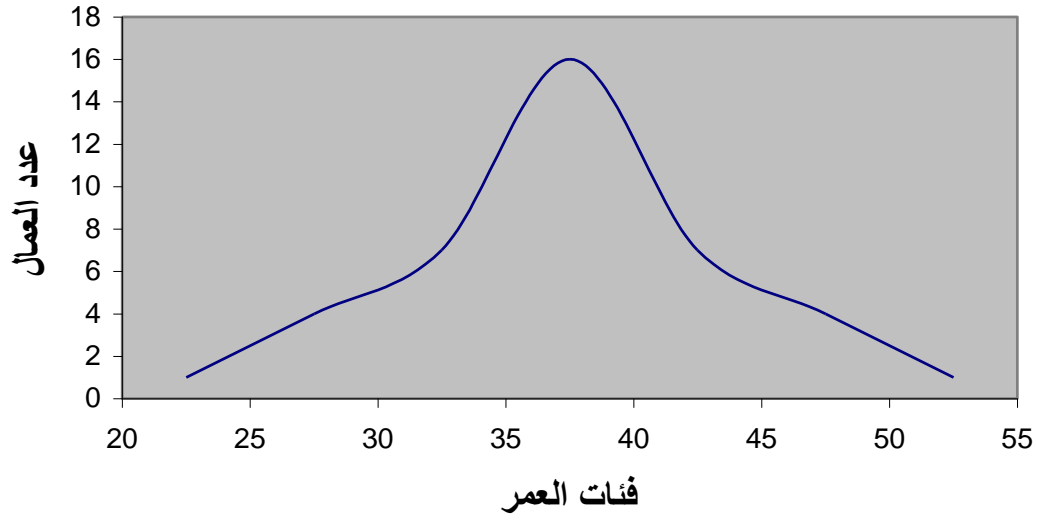


المنحنى التكراري: إذا مهدنا المضلع التكراري وجعلناه منحنى بدلاً من خطوط منكسرة فإننا نحصل على المنحنى التكراري، ويلاحظ أنه ينبغي عدم رسم المنحنى التكراري إلا إذا كانت الفئات كثيرة العدد، وذات طول صغير وكان عدد البيانات كبيراً وكانت هذه البيانات من النوع المتصل مثل الزمن والوزن.

خطوات رسم المنحنى التكراري:

- نرسم محورين أفقي ورأسي بحيث يمثل المحور الأفقي الفئات والمحور الرأسي التكرارات.
- نقوم بإنشاء فئة سابقة عند النقطة الأولى في التوزيع التكراري يقابلها تكرار أصلي يساوي الصفر.
- نقوم بإنشاء فئة لاحقة للفئة الأخيرة في التوزيع التكراري يقابلها تكرار أصلي يساوي الصفر أيضاً.
- إيجاد مركز الفئة لجميع فئات التوزيع التكراري، ثم نقوم بتمثيل التكرار الأصلي المقابل لكل فئة بنقطة تناظر مركز هذه الفئة.
- نقوم برسم خط باليد دون استخدام المسطرة يصل كل نقطتين متتاليتين، فنحصل على المنحنى التكراري.

شكل يوضح المنحنى التكرارى لعدد العمال وفقاً لفئات العمر



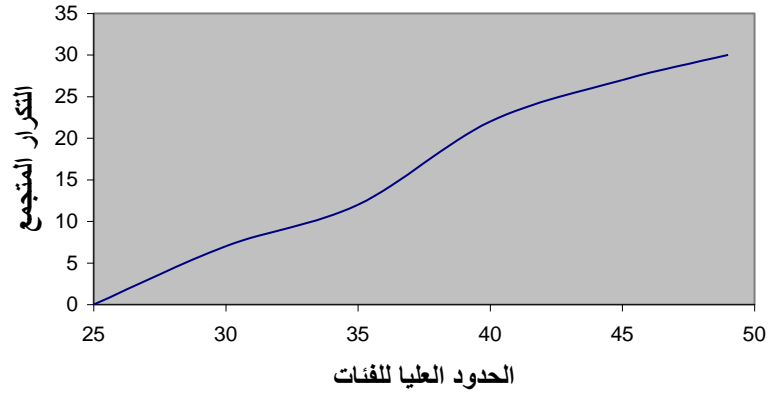
التوزيعات التكرارية المتجمعه:

تستخدم المنحنيات المتجمعه لتمثيل التوزيعات التكرارية المتجمعه بيانياً بما يتلائم مع نوع التوزيع التكرارى المتجمع، ونحصل على المنحنى المتجمع برصد التكرار المتجمع لأي فئة مقابل الحد الأعلى أو الحد الأدنى الفعلي لها ثم نوصل هذه النقاط فيما بينها بخطوط ممهدة.

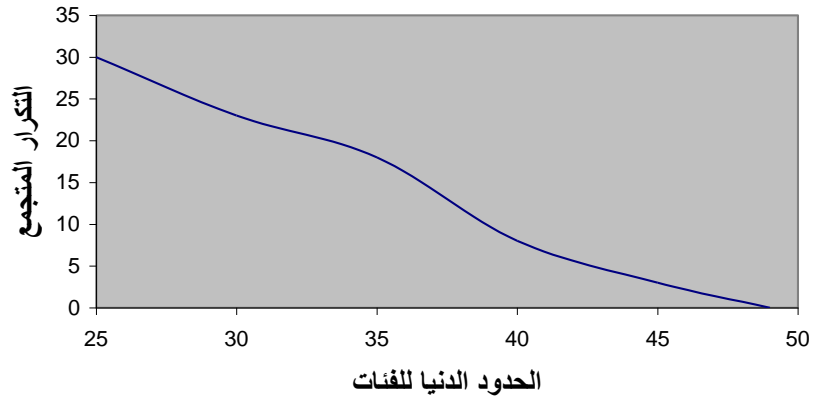
يستخدم المنحنى المتجمع الصاعد لتمثيل التوزيع التكرارى المتجمع الصاعد، سواء أكان بالقيم المطلقة للتكرارات، أو بالتكرار النسبي. ويراعى وضع النقاط الخاصه بالتكرارات في حالة المنحنى المتجمع الصاعد عند الحد الأعلى لكل فئة، لأنه يعبر عن العدد الاجمالي لأوجه الظاهرة الواقع أسفل الحد الأعلى للفئة.

ويستخدم المنحنى المتجمع الهابط (النازل) لتمثيل التوزيع التكرارى المتجمع الهابط (النازل) أيضاً بالقيم المطلقة للتكرارات أو بالتكرار النسبي، ويراعى وضع النقاط الخاصه بالتكرارات المتجمعه الهابطه (النازلة) عند الحد الأدنى لكل فئة، لأنه يعبر عن العدد الاجمالي لأوجه الظاهرة الواقع أعلي الحد الأدنى للفئة.

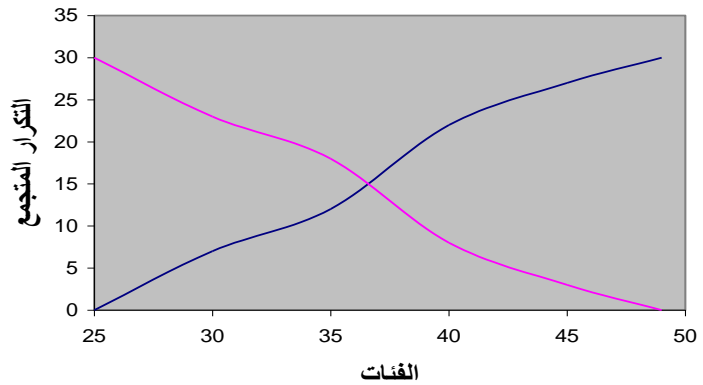
شكل يوضح المنحنى التكرارى المتجمع الصاعد



شكل يوضح المنحنى التكرارى المتجمع الهابط



شكل يوضح كلاً من المنحنى التكرارى المتجمع الصاعد و الهابط

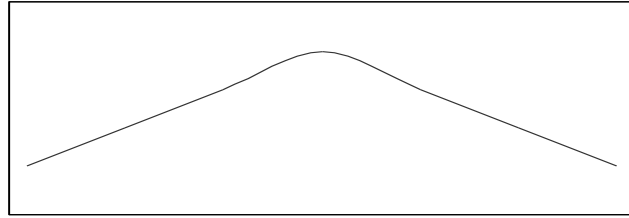


الأشكال الشائعة للتوزيعات التكرارية:-

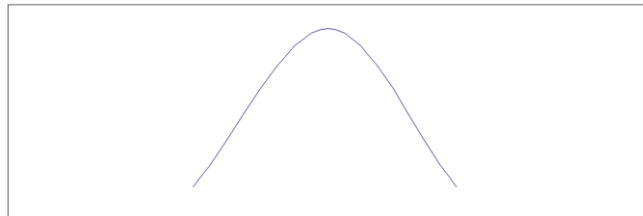
يعتبر التوزيع الطبيعي ذو شكل الجرس من التوزيعات التكرارية الهامة في دراستنا.

وفي أحيان أخرى يكون المنحنى التكراري مدبب القمة بحيث تكون القمة ضيقة وذو طرفين واسعين نسبياً، فيسمى في هذه الحالة منحنى قليل التفرطح أو المنحنى المدبب.

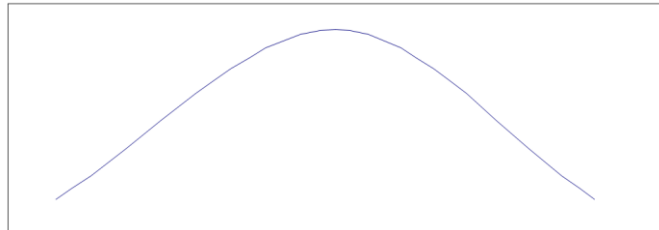
وقد يكون المنحنى التكراري مسطح القمة بحيث تكون القمة واسعه ذو طرفين ضيقين نسبياً، فيسمى منحنى كبير التفرطح أو المنحنى المفرطح، وفيما يلي رسم بياني يوضح كلا المنحنيين المدبب والمفرطح.



المنحنى المفرطح



المنحنى المدبب



المنحنى الطبيعي