وأن f دالـة متصلـة على IR لأنها مجمـوع دوال متصلة فحسب النظريـة (٥ ـ ٥)، يوجد عدد $x_0 \in \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$ بحيث يكون $f(x_0) = 0$

تمـــاريـــن (٥ ـ ١)

أوجد مجموعة نقاط عدم اتصال الدوال المعرفة على النحو التالي:

١) $f(x) = \dfrac{1}{(x-1)(x-2)}$ ٢) $f(x) = \dfrac{1}{x^3+8}$

٣) $f(x) = \begin{cases} x^2 & x \geq 0 \\ 1 & x < 0 \end{cases}$ ٤) $f(x) = \begin{cases} \sin x & , x > 0 \\ 1 & , x = 0 \\ x^2 + x & , 0 > x > -1 \\ 0 & x \leq -1 \end{cases}$

٥) $f(x) = \begin{cases} \sin x & , x \leq 0 \\ \tan x & , 0 < x < \frac{\pi}{2} \\ 2x & , x \geq \frac{\pi}{2} \end{cases}$ ٦) $f(x) = \begin{cases} \frac{\sin 4x}{3x} & , x \neq 0 \\ 5 & , x = 0 \end{cases}$

٧) $f(x) = \begin{cases} |x+1| - 1 & , x < 0 \\ \cos 2x & , x \geq 0 \end{cases}$ ٨) $f(x) = \begin{cases} x^2 + 3x & , x < 0 \\ 5 & , 0 \leq x < 2 \\ \frac{x}{2} & , 2 \leq x < 3 \\ \frac{1}{2}\sqrt{3x} & x \geq 3 \end{cases}$

٩) أثبت أن الدالتين sin و cos متصلتان على IR:

أي أن: $\lim_{x \to a} \sin x = \sin a$ ، $\lim_{x \to a} \cos x = \cos a$

وذلك لكل $a \in IR$

إرشـــاد: اكتب sinx على الشكل:

$$\sin x = \sin[(x-a)+a] = \sin(x-a)\cos a + \cos(x-a)\sin a$$

وبالمثل اكتب $\cos x$ على الشكل :

$$\cos x = \cos[(x-a)+a] = \cos(x-a)\cos a - \sin(x-a)\sin a$$

باستخدام خواص النهايات، أثبت أن الدوال المعرفة كما يلي متصلة على مجالها :

١٠) $f(x) = \sqrt{x^2 - 9}$

١١) $f(x) = \sqrt{4 - x^2}$

١٢) $f(x) = \sqrt{\dfrac{x}{1-x}}$

١٣) $f(x) = \dfrac{\sin x}{1+\cos x}$

١٤) $f(x) = \dfrac{x}{x^2 - 1}$

١٥) $f(x) = \left|x^2 - 1\right|$

١٦) $f(x) = \dfrac{\sin 3x}{x^2 + x}$

١٧) $f(x) = \sqrt{\dfrac{\sin x - \cos x + 3}{1 + \cos 3x}}$

حدد قيم K ، L لتكون الدوال المعرفة كما يلي، متصلة عند النقطة المرافقة :

١٨) $x = 1$ ، $f(x) = \begin{cases} x^2 & , x > 1 \\ L & , x = 1 \\ (K^2+1)x - K \end{cases}$

١٩) $x = 0$ ، $f(x) = \begin{cases} \sqrt{\dfrac{x + L^2 x^3}{x}} & , x > 0 \\ x^2 - L & , x < 0 \\ 2K & , x = 0 \end{cases}$

٢٠) $x = 4$ عند ، $f(x) = \begin{cases} K - x & , x < 4 \\ 1 + 2L & , x = 4 \\ \sqrt{x} & , x > 4 \end{cases}$

٢١) $x = 0$ عند ، $f(x) = \begin{cases} \sqrt{\dfrac{x+1}{x+4}} & , x > 0 \\ K+1 & , x = 0 \\ \dfrac{\sin(Lx)}{x} & , x < 0 \end{cases}$

$$f(x)=\begin{cases}-5\sin x & , x \le -\frac{\pi}{2} \\ L\sin x + K & , -\frac{\pi}{2} < x < \frac{\pi}{2} \\ 3+\cos x & , x \ge \frac{\pi}{2}\end{cases}$$ على IR (٢٢