ميسر
مبادئ الرياضيات الجامعية

MATH 114

الطبعة الثالثة

1429هـ

إعداد / هاني عرب

haniharab@hotmail.com

ملتقى البحث العلمي

Rendezvous Sientific Researches

www.rsscrs.com

بسم الله الرحمن الرحيم

ميسر مبادئ الرياضيات الجامعية

MATH 114

تنويه هــام

عزيزي الطالب / عليك الرجوع إلى الخطة الدراسية لمادة مبادئ الرياضيات، لمعرفة ما إذا كانت هناك بعض الفصول محذوفة من هذه المذكرة مع التنويه أنه هناك بعض فصول هذه المذكرة محذوفة بالنسبة لطلاب وطالبات الانتساب.

على الطالب الرجوع إلى الكتاب المقرر واستذكار المواضيع المقررة في الكتاب، ثم الاستعانة بالمذكرة بعد الله سبحانه وتعالى، فالمذكرة عبارة عن تبسيط للمادة وتشرح أهم النقاط المراد فهمها من المنهج المقرر ولا تغني بأي حال من الأحوال عن الكتاب المقرر.

الطبعة الثالثة

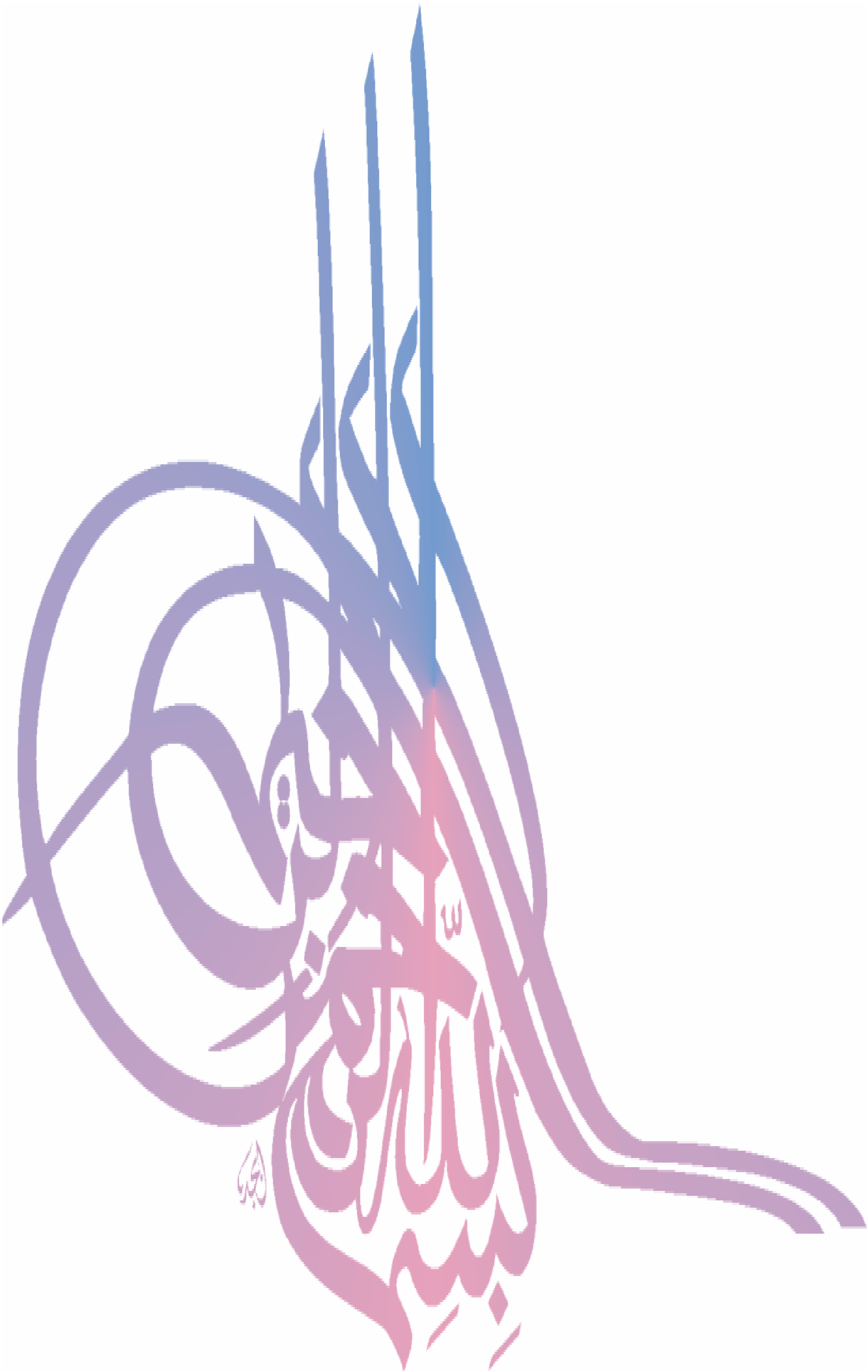
١٤٣٠هـ

عدد الصفحات ٨٠ صفحة

أسأل الله التوفيق والسداد فإن أصبت فذلك بفضل الله ومِنّة وإن أخطأت فالرجاء مراسلتي على البريد الإلكتروني

haniharab@hotmail.com

إعداد / هاني عرب


بسم الله الرحمن الرحيم

المجموعــات

تعريف:

المجموعة عبارة عن تجمع أشياء أو عناصر محددة تماماً قد تكون أشياء أو عناصر أو حـــروف ... إلخ، وقد اصطلح على تسمية كل فرد من أفراد المجموعة عنصر، وسنرمز للمجموعات بحروف كبيرة مثل سـ ، صـ ، ع، ك ، ..... وهكذا.

ويرمز لعناصر المجموعة بحروف صغيرة مثل ٢، ب ، جـ ، س ، ص ، ع، .... وهكذا.

وتوضع هذه العناصر داخل قوسين على الشكل { }.

مثال:

المجموعة التي تحتوي على الأعداد ١، ٢، ٣، ٤، ٥، ٦ هي {١،٢،٣،٤،٥،٦}.

تعريف: الرمز ∈ يدل على أن عنصر ما ينتمي إلى مجموعة ما.

مثال:

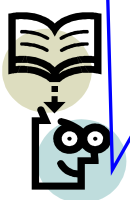
٢ ∈ سـ تعني أن العنصر ٢ ينتمي إلى مجموعة سـ

تعريف: الرمز ∉ يدل على أن العنصر لا ينتمي للمجموعة المذكورة.

مثال:

جـ ∉ صـ تعني أن العنصر جـ لاينتمي إلى المجموعة صـ

ملاحظة:
∅ مجموعـــة جزئيـــة فـــي أي مجموعة وتنتمي لأي مجموعة



تعريف:

المجموعة الخالية هي المجموعة التي لا تحتوي أي عنصر ويرمز لها بالرمز ∅ أو { }.

مثال: {٢،٤،٦} ∩ ∅ = ∅

تعريف:

نقول أن المجموعة سـ مجموعة جزئية من المجموعة صـ ونكتب سـ ⊃ صـ إذا كانت جميـــع عناصـــر المجموعة سـ تنتمي إلى المجموعة صـ

مثال:

إذا كانت سـ={١،٢} ، صـ= {١،٢،٣،٤}

فإن سـ ⊃ صـ

تعريف:

تتساوى المجموعة سـ والمجموعة صـ إذا احتويتا على نفس العناصر بمعنى أن أي عنصر ينتمي إلى سـ ينتمي إلى صـ وأي عنصر ينتمي إلى صـ ينتمي إلى سـ ونرمز لذلك بـــ: سـ=صـ

وإذا كانت سـ لا تساوي صـ نكتب سـ≠صـ

مثال:

أفرض أن سـ={١،٢،٣،٤،٥} ، صـ={٥،٣،١،٢،٤}

فإن سـ=صـ

تعريف (مجموعة القوى):

مجموعة كل المجموعات الجزئية من المجموعة سـ تسمى مجموعة القوى ، ونرمـــز لهـــا بـــالرمز ق(س) وتسمى أيضاً مجموعة أجزاء المجموعة.

مثال:

أفرض أن سـ= { ﺃ ، ب } فإن المجموعات الجزئية من سـهي: سـ، ∅ ، {ﺃ} ، {ب} ، إذاً مجموعة القوى هي: ق(س) = { {ﺃ،ب} ، {ﺃ} ، {ب} ، ∅ }.

تعريف:

تسمى المجموعة سـ مجموعة منتهية إذا كان عدد عناصرها محدداً ، وتسمى غير منتهية إذا لم تكن منتهية.

مثال: إذا كانت سـ هي مجموعة أيام الأسبوع فإن سـ مجموعة منتهية.

مثال: إذا كانت سـ={٢،٤،٦،٨،١٠،١٢،...........} فإن سـ مجموعة غير منتهية.

ملاحظة:

إذا كانت سـ مجموعة منتهية عدد عناصرها م فإن عناصر مجموعة القوى ق(س) = ٢^{م}

مثال:

عدد عناصر سـ={١،٢،٣} يساوي ٣ ، إذاً عدد عناصر ق(س) = ٢^{٣} = ٨

العمليات على المجموعات:

(١) عملية الاتحاد:

تعريف:

اتحاد مجموعتين سـ ، ع هو المجموعة المكونة من العناصر التي تنتمي إلى سـ أو ع أو للمجموعتين معاً بدون تكرار العناصر ونرمز لها بالرمز سـ ∪ ع

مثال:

إذا كانت سـ = { ٩ ،ب، جـ، ء} ، ع = { هـ ،ن ،ل}

فإن سـ ∪ ع = { ٩ ،ب، جـ، ء ، هـ ، ن ، ل}

بعض خواص عملية الاتحاد:

١- سـ ∪ سـ = سـ

٢- سـ ∪ ∅ = سـ

٣- سـ ∪ ع = ع ∪ سـ

٤- (سـ ∪ ع) ∪ صـ = سـ ∪ (ع ∪ صـ)

(٢) عملية التقاطع:

تعريف:

تقاطع مجموعتين سـ و ع هو المجموعة المكونة من العناصر التي تنتمي إلى كل من سـ و ع ، ونرمز لها بالرمز سـ ∩ ع

مثال:

إذا كانت سـ = { ٩ ، ب، جـ،ء} ، ع = { ٩ ، جـ}

فإن سـ ∩ ع = { ٩ ، جـ}

بعض خواص عملية التقاطع:

١- سـ ∩ سـ = سـ

٢- سـ ∩ ∅ = ∅

٣- سـ ∩ ع = ع ∩ سـ

٤- (سـ ∩ ع) ∩ صـ = سـ ∩ (ع ∩ صـ)

③ الفرق بين مجموعتين:

تعريف:

الفرق بين مجموعتين سـ، ع هي المجموعة المكونة من العناصر التي تنتمي إلى المجموعة سـ ولا تنتمي إلى المجموعة ع ويرمز لها بالرمز سـ−ع

مثال:

إذا كانت سـ={ ٩، ب، جـ،ء} ، ع={ هـ، ب، جـ، و }

فإن سـ−ع = { ٩، ء }

المجموعات العددية:

١- مجموعة الأعداد الصحيحة = { ......،−٣،−٢،−١،صفر،١،٢،٣،...... } = ص

٢- مجموعة الأعداد الصحيحة = {١،٢،٣،٤،٥،.......} = ط

٣- مجموعة الأعداد الصحيحة محذوفاً منها الصفر= {...،−٣،−٢،−١، ١،٢،٣،...}= ص*

٤- مجموعة الأعداد النسبية = {س: س= ب/جـ ، ب ∈ ص ، جـ ∈ ص*} = ن

٥- مجموعة الأعداد غير النسبية مثل: √٧ ، √٢ ، ....

٦- مجموعة الأعداد الحقيقية وهي جميع الأعداد النسبية وغير النسبية = ح

---

٩ ∪ ب = جميع العناصر الموجودة في ٩ ، ب

٩ ∩ ب = العناصر المشتركة فقط (المتشابهة)

٩ − ب = العناصر الموجودة في الأول وغير موجودة في الثاني.

٩َ = نحذف ٩ من المجموعة الشاملة شـ ونسجل باقي عناصر شـ

---

④ ضرب مجموعتين:

مثال: إذا كانت سـ = {١،٢،٣} ، صـ = { ٩ ، ب }

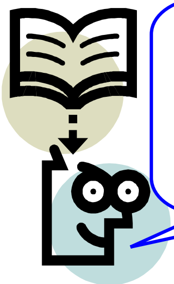
سـ × صـ= { (١، ٩) ، (١،ب) ، (٢، ٩) ، (٢،ب) ، (٣، ٩) ، (٣،ب) }

تمرين رقم (١):

مثال رقم ١–١:

إذا كانت ش = {١،٢،٣،٤،٥،٦،٧،٨} ، أ = {١،٢،٣} ، ب = {٣،٤،٥} أوجد:

- أ ∪ ب = {٢،٣،٤،٥،١}
- أ ∩ ب = {٣}
- أ – ب = {١،٢}
- ب – أ = {٤،٥}
- أَ = {٤،٥،٦،٧،٨}
- بَ = {١،٢،٦،٧،٨}
- أَ ∩ بَ = {٦،٧،٨}
- (أ ∩ ب)َ = أولاً نوجد أ∩ب = {٣} ثانياً نوجد (أ∩ب)َ = {١،٢،٤،٥،٦،٧،٨}



انتبه! في هذه الحالة يجب أن نقوم بخطوتين.

مثال رقم ٢–١:

أوجد القيمة الصحيحة:

- {١،٢،٣} ∪ {١،٢،٣،٤} = {١،٢،٣،٤}
- {٢،٣،١} ∩ {١،٢،٣،٤} = {١،٢،٣}
- {١،٢،٣} – {١،٢،٣،٤} = ∅
- {٣،٤} ∩ {٤،٥} = {٤}

مثال رقم ٣–١: ضع علامة ✓ أو ✗

- ٢ ∈ {١،٢،٣} ✓
- ٢ ⊂ {١،٢،٣} ✗ لأن ٢ عنصر وليست مجموعة
- {٢} ⊂ {١،٢،٣} ✓
- ∅ ⊂ {١،٢،٣} ✓

مفاهيم أساسية في الجبر

تعريف: العمليات الجبرية هي عمليات الجمع ، الطرح ، الضرب ، والقسمة.

أولويات العمليات الجبرية:

١- نجري العمليات الجبرية داخل الأقواس أولاً أن وجدت.

٢- تجري عمليتي الضرب والقسمة أولاً ومن ثم الجمع والطرح.

مثال: ٢٤÷٦+٢×٢ = ٤+٤ = ٨

مثال: ١٧-٣×٤ = ١٧-١٢ = ٥

مثال: [(٧+٢)+(٥×٣)] × ٢

= [٩+١٥] × ٢

= ٢٤ × ٢

= ٤٨

المقادير الجبرية:

تعريف : المتغير عبارة عن رمز يعبر عن أعداد حقيقية.

تعريف: المقدار الجبري هو عبارة عن تركيبة من المتغيرات والأعداد مرتبطة فيما بينها بواسطة العمليات الجبرية والجذور.

مثال: $\text{٢س}^{٢} - \text{٥س} + ١$

مثال: $\dfrac{\text{٥س} - \text{ص} + \sqrt{\text{هـ}}}{\text{٣س} + \text{٥ص}}$

قاعدة الإشارات بالنسبة للضرب والقسمة:

$+ \times + = +$	$\frac{+}{+} = +$
$- \times - = +$	$\frac{-}{-} = +$
$+ \times - = -$	$\frac{-}{+} = -$
$- \times + = -$	$\frac{+}{-} = -$

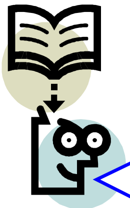
الأســـس

تعريف: إذا كان م عدد موجب وكانت س ، ص عددين حقيقيين ، فيمكن تعريف الأسس كما يأتي:

$س^{١} = س$ ، $س^{٢} = س \times س$ ، $س^{٣} = س \times س \times س$

$س^{م} = \underbrace{س \times س \times س \times س \times ......}_{م}$

من المراتن
حيث م يسمى الأس،
س يسمى الأساس



خواص الأسس:

① $س^{صفر} = ١$ (حيث س لايساوي صفر)

② $س^{-م} = \frac{١}{س^{م}}$ (حيث س لا يساوي صفر)

③ $\left(\frac{س}{ص}\right)^{-م} = \left(\frac{ص}{س}\right)^{م}$ (حيث س ≠ صفر ، ص ≠ صفر)

④ $س^{م} \times س^{ن} = س^{م+ن}$

⑤ $\frac{س^{م}}{س^{ن}} = س^{م-ن}$

⑥ $(س^{م})^{ن} = س^{م ن}$

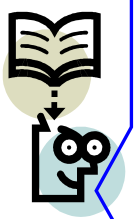
⑦ $(س ص)^{م} = س^{م} ص^{م}$

⑧ $\left(\frac{س}{ص}\right)^{م} = \frac{س^{م}}{ص^{م}}$ (حيث ص ≠ صفر)

- **أحفظ هذه القواعد:**
- $م^{م} \times م^{ن} = م^{م+ن}$
- $\frac{م^{م}}{م^{ن}} = م^{م-ن}$
- $(م^{م})^{ن} = م^{م \times ن}$
- $م^{-م} = \frac{١}{م^{م}}$
- $م^{صفر} = ١$

ما فهمت .!. ؟ بكل بساطه ....

- في حالة الضرب نجمع الأسس.
- في حالة القسمة نطرح الأسس.
- في حالة وجود أس داخل القوس وأس خارج القوس نضربهم في بعض.
- الأس بالناقص نجعله مقام بالزائد.
- وأي شيء أس صفر بواحد، مثال أنت أس صفر = واحد ☺ .



الجـــــــذور

تعريف: إذا كان كل من س، ص $\in$ ح فإن العدد س يسمى الجذر النوني للعدد ص إذا كان $س^{ن} = ص$ حيث ن عدد صحيح.

ملاحظة:
في التعريف السابق إذا كانت ن=٢ فإن س يسمى الجذر التربيعي للعدد ص.
وعندما ن = ٣ فإن س يسمى الجذر التكعيبي للعدد ص.

مثال: -٢ هو العدد التكعيبي للعدد -٨ لأن $(-٢)^{٣} = -٨$

ملاحظة: العدد السالب ليس له جذر تربيعي.

ملاحظة: الرمز $\sqrt{\ }$ ، $\sqrt[٣]{\ }$ ، $\sqrt[ن]{\ }$ تسمى الجذور.

تعريف: العدد $س^{\frac{١}{ن}}$ أو $\sqrt[ن]{س}$ يسمى الجذر النوني للعدد س

مثال: $(١٦)^{\frac{١}{٢}} = \sqrt[٢]{١٦} = ٤$

مثال: $(-٨)^{\frac{١}{٣}} = \sqrt[٣]{-٨} = -٢$

ملاحظة: إذا كان ن = ٢ فنكتب $\sqrt[٢]{س} = \sqrt{س}$

خواص الجذور:

① $\sqrt[ن]{س^{ن}} = س$

② $\sqrt[ن]{س^{م}} = (س^{م})^{\frac{١}{ن}} = س^{\frac{م}{ن}}$

③ $\sqrt[ن]{س\,ص} = \sqrt[ن]{س}\ \sqrt[ن]{ص}$

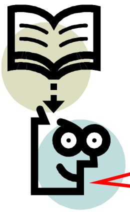
④ $\sqrt[ن]{\frac{س}{ص}} = \frac{\sqrt[ن]{س}}{\sqrt[ن]{ص}}$

⑤ $\sqrt[ن]{\sqrt[م]{س}} = \sqrt[م\,ن]{س}$

⑥ $\sqrt[ن\,م]{س^{ه\,م}} = \sqrt[ن]{س^{ه}}$

أحفظ هذه الخاصية جداً مهمة

$$\sqrt[ن]{أ^{م}} = أ^{\frac{م}{ن}}$$



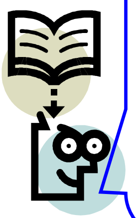
مثال:

بسط $\sqrt{١٦ أ^{١٦} ب^{٨}} = ٤ أ^{٨} ب^{٤}$

بسط $\sqrt[٣]{٨ س^{٣} ص^{-٩}} = ٢ س^{١} ص^{-٣}$

بسط $\sqrt{٣^{٦} أ^{٢٠} ب^{-١٢}} = ٣^{٣} أ^{١٠} ب^{-٦}$

فهمت ... !
نأتي بجزر الرقم...
أما الأس فنقسم الأس الذي داخل الجذر على الأس التابع للجذر ...
وبس...
بسيطة صح.... ☺



تمرين رقم (٤):

مثال رقم: ٤-١: $\sqrt{٢^{٦} ب^{١٦} ج^{١٠}} = ٢^{٣} ب^{٨} ج^{٥} = ٨ ب^{٨} ج^{٥}$

مثال رقم: ٤-٢: $\left(٦^{\sqrt{٣}}\right)^{\sqrt{٣}} = ٦^{٢} = ٣٦$

مثال: ٤-٣: $\sqrt{٤ س^{٤}} - \frac{س}{س^{-١}} + (٣س)^{٢} =$

$٢س - س^{٢} + ٩س^{٢}$

$= ١٠س^{٢}$

مثال رقم: ٤-٤:

$\left[\sqrt[٣]{٨}\right]^{س+١} = ٣٢$

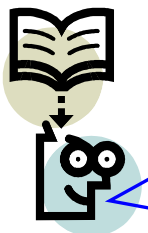
$\cancel{٢}^{س+١} = \cancel{٢}^{٥}$

كيف جبت هذه ....

بسيطة ... نرجع للابتدائي ... ☺

٣٢	٢
١٦	٢
٨	٢
٤	٢
٢	٢
١	

$= ٢^{٥}$



$س + ١ = ٥$

$س = ٥ - ١$

$س = ٤$

كثيرات الحدود

تعريف:

كثيرة الحدود من الدرجة $ن$ هي عبارة عن تعبير رياضي على الصورة:

$أ + أ_١ س + أ_٢ س^٢ + ... + أ_ن س^ن$

حيث $ن$ عدد صحيح موجب و $أ$، $أ_١$، $أ_٢$،...... $أ_ن$ أعداد حقيقية ثابتة تسمى معاملات كثيرة الحدود.

ملاحظة: درجة كثيرة الحدود هي اكبر قوة للمتغير $س$

مثال: $س^٢+٢س-٣$ هي كثيرة حدود من الدرجة الثانية.

① جمع وطرح كثيرات الحدود:

لجمع أو طرح كثيرات الحدود نجمع أو نطرح فقط المعاملات العددية للمتغيرات المتشابهة في الرمز والأسس.

مثال:

$(٣س^٢-٢س+٦)+(٢س^٤+٢س^٢+٧)$

$= ٢س^٤+٥س^٢-٢س+١٣$

مثال:

$(٢س^٢+٣س-٦)-(٣س^٣+٢س^٢-٤س+٣)$

$= -٣س^٣+صفر+٧س-٩$

$= -٣س^٣+٧س-٩$

② ضرب كثيرات الحدود:

لإيجاد حاصل ضرب كثيرات الحدود نستخدم قوانين التوزيع وقوانين الأسس مع قاعدة الإشارات ثم نجمع الحدود المتشابهة.

مثال:

$(٣س^٣-٢س^٢+٤)(٢س^٢+٣س+١)$

$= ٣س^٣(٢س^٢+٣س+١) -٢س^٢(٢س^٢+٣س+١) + ٤(٢س^٢+٣س+١)$

$= (٦س^{٥}+٩س^{٤}+٣س^{٣})+(-٤س^{٤}-٦س^{٣}-٢س^{٢}) + (٨س^{٢}+١٢س+٤)$

$= ٦س^{٥}+٥س^{٤}-٣س^{٣}+٦س^{٢}+١٢س+٤$

③ قسمة كثيرات الحدود:

(أ) قسمة حد على حد:

نستخدم القاعدة $\frac{س^{م}}{س^{ن}} = س^{م-ن}$

مثال: $\frac{٢٤س^{٣}}{٦س} = \frac{٢٤}{٦}س^{٣-١} = ٤س^{٢}$

(ب) قسمة كثيرة حدود على حد واحد:

نستخدم الخاصية

$$\frac{أ+أ+أ+\cdots+أ}{ب} = \frac{أ}{ب}+\frac{أ}{ب}+\frac{أ}{ب}+\cdots\cdots+\frac{أ}{ب}$$

مثال:

$$\frac{٣س^{٣}ص+٧س^{٤}ص^{٤}+٢٦س^{٧}ص^{٣}}{٢س^{٢}ص^{٣}}$$

$$= \frac{٣س^{٣}ص}{٢س^{٢}ص^{٣}} + \frac{٧س^{٤}ص^{٤}}{٢س^{٢}ص^{٣}} + \frac{٢٦س^{٧}ص^{٣}}{٢س^{٢}ص^{٣}}$$

$$= \frac{٣}{٢}س^{٣-٢}ص^{١-٣} + \frac{٧}{٢}س^{٤-٢}ص^{٤-٣} + \frac{٢٦}{٢}س^{٧-٢}ص^{٣-٣}$$

$$= \frac{٣}{٢}س ص^{-٢} + \frac{٧}{٢}س^{٢}ص + ١٣س^{٥}$$

تمرين رقم (٥):

مثال رقم: ١–٥:

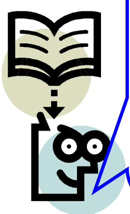
$$\left(\frac{س^{٢}\ ص^{٣}\ ع^{٥}}{س\ ص^{-٣}\ ع^{٢}}\right)^{٢} = \frac{س^{٤}\ ص^{٦}\ ع^{١٠}}{س^{٢}\ ص^{-٦}\ ع^{٤}} = س^{٢}\ ص^{١٢}\ ع^{٦}$$

مثال رقم: ٢–٥:

$$\left(\frac{س^{٢}\ ص^{٤}}{ع^{-٢}}\right)^{٣} \times \left(\frac{س^{٣}\ ع^{٢}}{ص^{-١}}\right)^{٢}$$

$$\frac{س^{٦}\ ص^{١٢}}{ع^{-٦}} \times \frac{س^{٦}\ ع^{٤}}{ص^{-٢}}$$

$$= س^{١٢}\ ص^{١٤}\ ع^{١٠}$$



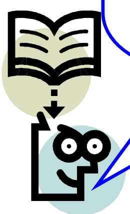
مثال رقم: ٣–٥:

$$\frac{٢٤س^{٣} + ٣٠س^{٢} - ٦}{٦س^{٢}} =$$

$$\frac{٢٤س^{٣}}{٦س^{٢}} + \frac{٣٠\cancel{س^{٢}}}{\cancel{٦س^{٢}}} - \frac{\cancel{٦}}{\cancel{٦}س^{٢}}$$

$$\frac{٢٤س^{٣}}{٦س^{٢}} + \frac{٣٠}{٦} - \frac{١}{س^{٢}}$$

$$= ٤س + ٥س - س^{-٢}$$



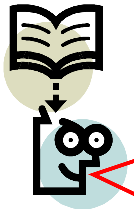
اللوغاريتمــات

تعريف: يسمى العدد م لوغاريتم للعدد س للأساس ص إذا كان ص$^{\text{م}}$=س ونكتب لو$_{\text{ص}}$س=م

أي أن ص$^{\text{م}}$ = س $\longleftrightarrow$ لو$_{\text{ص}}$س = م

مثال: لو$_{١٠}$ ١٠٠٠ = ٣

مثال: لو$_{٣}$ ٩ = ٢



ملاحظة: هناك أساسان لهما أهمية خاصة

① الأساس ١٠ ويسمى اللوغاريتم العادي ونكتب لو$_{١٠}$ = لو

② الأساس e = ٢,٧١٨٢٨ ويسمى اللوغاريتم الطبيعي ونكتب لو$_{e}$ = لط

مثال: لو ١٠٠ = ٢

مثال: لو ١ = صفر

خواص اللوغاريتمات:

① لو$_{\text{م}}$١ = صفر

② لو$_{\text{م}}$م = ١

③ لو$_{\text{م}}$ م$^{\text{س}}$ = س

④ لو$_{\text{م}}$(س ص) = لو$_{\text{م}}$س + لو$_{\text{م}}$ص

⑤ لو$_{\text{م}}$ $\left(\frac{\text{س}}{\text{ص}}\right)$ = لو$_{\text{م}}$س − لو$_{\text{م}}$ص

⑥ لو$_{\text{م}}$ $\frac{١}{\text{س}}$ = −لو$_{\text{م}}$س

⑦ لو$_{\text{م}}$س$^{\text{ن}}$ = ن لو$_{\text{م}}$س

⑧ لو$_{\text{م}}$ $\sqrt[\text{ن}]{\text{س}}$ = $\frac{١}{\text{ن}}$ لو$_{\text{م}}$س

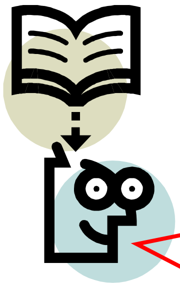
مثال: بسط المقدار لو$_{٣}$ ٢ − لو$_{٣}$ ٦ + لو$_{٣}$ ٥ − لو$_{٣}$ ١٥

الحل: لو$_{٣}$ ٢ − لو$_{٣}$(٢×٣) + لو$_{٣}$ ٥ − لو$_{٣}$ (٥×٣)

= لو$_{٣}$ ٢ − لو$_{٣}$ ٢ − لو$_{٣}$ ٣ + لو$_{٣}$ ٥ − لو$_{٣}$ ٥ − لو$_{٣}$ ٣

= لو$_{٣}$ ٢ − لو$_{٣}$ ٢ −١ + لو$_{٣}$ ٥ − لو$_{٣}$ ٥ −١

= −٢



أحفظ هذه القواعد:

- لو أ + لو ب = لو أ × ب
- لو أ − لو ب = لو $\frac{أ}{ب}$
- لو أ^{ن} = لون أ
- لوم أ = ١
- لوم ١ = صفر

تمرين رقم (٧):

مثال رقم ١−٦ : أوجد قيمة لو ٥٠ − لو ٢

= لو $\frac{٥٠}{٢}$ = لو ٢٥ = لو ٥^{٢} = ٢ لو ٥ = ٢ × ١ = ٢

مثال رقم ٢− ٦ : أوجد قيمة لو$_{٢}$ ٨ + لو$_{٢}$ ٤

= لو$_{٢}$ ٨ × ٤ = لو$_{٢}$ ٣٢ = لو$_{٢}$ ٢^{٥} = ٥ لو$_{٢}$ ٢ = ٥ × ١ = ٥

مثال رقم ٣−٦ : أوجد قيمة لو$_{٣}$ ٨١ − لو$_{٣}$ ٢٧ + لو$_{٣}$ ٣

= لو$_{٣}$ $\frac{٨١×٣}{٢٧}$ = لو$_{٣}$ ٩ = لو$_{٣}$ ٣^{٢} = ٢ لو$_{٣}$ ٣ = ٢ × ١ = ٢

مثال رقم ٤−٦ : أوجد قيمة لو$_{٢}$ ٣٢ − لو$_{٢}$ ١٦ + لو$_{٢}$ ٨

= لو$_{٢}$ $\frac{٣٢×٨}{١٦}$ = لو$_{٢}$ ١٦ = لو$_{٢}$ ٢^{٤} = ٤ لو$_{٢}$ ٢ = ٤ × ١ = ٤

مثال رقم ٥– ٦ : أوجد قيمة لو$_{٥}$ ٦٢٥ – لو$_{٥}$ ١٢٥ – لو$_{٥}$ ٥

لو$_{٥}$ $\frac{٦٢٥}{٦٢٥}$ = لو$_{٥}$ ١ = صفر

أحفظ هذه القاعدة:

لو$_{م}$ ب = جـ ⟸ يعني ⟸ ب = م^{جـ}

مثال:

لو$_{٢}$ س = ٣ ⟸ س = ٢^{٣} ⟸ س = ٨

مثال رقم ٦– ٦ : بسط المقدار :

لو$_{٣}$ (٢س – ١) = ٢

٢س – ١ = ٣^{٢}

٢س – ١ = ٩

٢س = ٩ + ١

٢ س = ١٠

س = $\frac{١٠}{٢}$

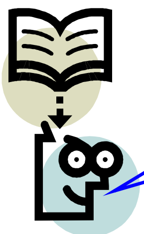
س = ٥

فهمت.... !
الشغلة بسيطة بس ... لازم تحفظ هذه القواعد جيداً ....

تسألني ... كيف أحفظها ....

أقلك ... مرن يدك على حل مسائل كثيرة ..

وسلامتك .... نتمنى لك سلامتك ... ☺



التحليل والكسور

تعريف: التحليل هو تحليل المقدار الجبري إلى عوامل أولية بحيث أن حاصل ضرب العوامل الأولية يعطي نفس المقدار الجبري الأصلي.

طرق التحليل :

١) معادلة من الدرجة الثانية (تحليل المقدار الثلاثي):

س^{٢} + ٥س + ٤ = (س + ٤) (س + ١)

٢) فرق بين مربعين:

س^{٢} ـ ٤ = (س ـ ٢) (س + ٢)

س^{٢} ـ ٩ = (س ـ ٣) (س + ٣)

س^{٢} ـ ٢٥ = (س ـ ٥) (س +٥)

س^{٢} ـ ١ = (س ـ ١) (س + ١)

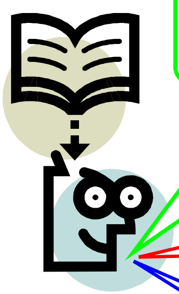
٣) فرق بين مكعبين:

س^{٣} ـ ٨ = (س ـ ٢) (س^{٢} + ٢س + ٤)

س^{٣} ـ ٢٧ = (س ـ ٣) (س^{٢} + ٣س + ٩)

س^{٣} ـ ١٢٥ = (س ـ ٥) (س^{٢} +٥س + ٢٥)

س^{٣} ـ ١ = (س ـ ١) (س^{٢} + س + ١)



٤) مجموع مكعبين:

س^{٣} + ١ = (س + ١) (س^{٢} ـ س + ١)

س^{٣} + ٨ = (س + ٢) (س^{٢} ـ ٢س + ٤)

س^{٣} + ٢٧ = (س + ٣) (س^{٢} ـ ٣س + ٩)

٥) العامل المشترك:

أي طرفين يحتويان على س نأخذ الأصغر عامل مشترك:

س^{٢} ـ ٣س	س^{٣} + ٥س^{٢}	٢س + ٨
س (س ـ ٣)	س^{٢} (س + ٥)	٢ (س + ٤)

٦) المربع الكامل (س ± ص)^{٢} = س^{٢} ± ٢ س ص + ص^{٢}

(س−١)^{٢} = س^{٢}−٢س+١

(س−٣)^{٢} = س^{٢}−٦س+٩

(س−ص)^{٢} = س^{٢}−٢س ص + ص^{٢}

(س+٢)^{٢} = س^{٢}+٤س+٤

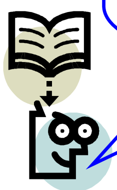
(س+٥)^{٢} = س^{٢}+١٠س+٢٥

س^{٢}+٢ م س+م^{٢} = (س+ م)^{٢}

الحكاية ... بكل بساطة ....

نربع الأول ، ونضرب ٢×الأول×الثاني ، ونربع الثاني ...

وسلامتك ....



تمرين رقم (٧):

مثال قم ١−٧ بسط المقدار:

$$\frac{\text{س}^{٢} - ٢\text{س} - ١٥}{\text{س}^{٣} + ٢٧} \div \frac{\text{س}^{٢} - ٢٥}{\text{س}^{٢} - ٣\text{س} + ٩}$$

$$\frac{(\text{س} - ٥)\,\cancel{(\text{س} + ٣)}}{\cancel{(\text{س} + ٣)}\,(\text{س}^{٢} - ٣\text{س} + ٩)} \div \frac{(\text{س} - ٥)\,(\text{س} + ٥)}{\text{س}^{٢} - ٣\text{س} + ٩}$$

$$\frac{\cancel{\text{س} - ٥}}{\cancel{\text{س}^{٢} - ٣\text{س} + ٩}} \times \frac{\cancel{\text{س}^{٢} - ٣\text{س} + ٩}}{\cancel{(\text{س} - ٥)}\,(\text{س} + ٥)}$$

$$= \frac{١}{\text{س} + ٥}$$

مثال رقم ٢ – ٧ بسط المقدار:

$$\frac{\text{س}^{٣} - ٨}{\text{س}^{٢} + \text{س} - ٦} \div \frac{\text{س} - ٣}{\text{س}^{٢} - ٩}$$

$$\frac{\cancel{(\text{س} - ٢)}\,(\text{س}^{٢} + ٢\text{س} + ٤)}{(\text{س} + ٣)\,\cancel{(\text{س} - ٢)}} \div \frac{\cancel{\text{س} - ٣}}{(\text{س} + ٣)\,\cancel{(\text{س} - ٣)}}$$

$$\frac{\text{س}^{٢} - ٢\text{س} + ٤}{\cancel{\text{س} + ٣}} \times \frac{\cancel{\text{س} + ٣}}{١}$$

$$= \text{س}^{٢} + ٢\text{س} + ٤$$

مثال رقم ٣ – ٧ بسط المقدار:

$$\frac{\text{س}^{٣} + ٨}{\text{س}^{٢} - ٤} \times \frac{١}{\text{س}^{٢} - ٢\text{س} + ٤}$$

$$\frac{\cancel{(\text{س} + ٢)}\,\cancel{(\text{س}^{٢} - ٢\text{س} + ٤)}}{\cancel{(\text{س} + ٢)}\,(\text{س} - ٢)} \times \frac{١}{\cancel{\text{س}^{٢} - ٢\text{س} + ٤}}$$

$$= \frac{١}{\text{س} - ٢}$$

مثال رقم ٤ – ٧ بسط المقدار:

$$\frac{\text{س}^{٢} - ٢٥}{\text{س}^{٢} - ٣\text{س} - ١٠} \times \frac{\text{س}^{٣} + ٨}{\text{س} + ٥}$$

$$\frac{\cancel{(\text{س} - ٥)}\,\cancel{(\text{س} + ٥)}}{\cancel{(\text{س} - ٥)}\,\cancel{(\text{س} + ٢)}} \times \frac{\cancel{(\text{س} + ٢)}\,(\text{س}^{٢} - ٢\text{س} + ٤)}{\cancel{(\text{س} + ٥)}}$$

$$= \text{س}^{٢} - ٢\text{س} + ٤$$

مثال رقم ٥ – ٧ بسط المقدار:

$$\frac{\text{س}^{٢} + \text{س}}{\text{س}} \div \frac{\text{س}^{٢} - ١}{\text{س} - ١}$$

$$\frac{\cancel{\text{س}}(\text{س} + ١)}{\cancel{\text{س}}} \div \frac{\cancel{(\text{س} - ١)}(\text{س} + ١)}{\cancel{\text{س} - ١}}$$

$$\frac{\cancel{\text{س} + ١}}{١} \times \frac{١}{\cancel{\text{س} + ١}}$$

$$= ١$$

مثال رقم ٦–٧ بسط المقدار:

$$٩\text{س}^{٢} - ١٦\text{ص}^{٢}$$

الحل:

$$= (٣\text{س})^{٢} - (٤\text{ص})^{٢}$$

$$= (٣\text{س} - ٤\text{ص})\,(٣\text{س} + ٤\text{ص})$$

مثال رقم ٧–٧ بسط المقدار:

$$\text{س}^{٣} - \text{ص}^{٣}$$

الحل:

$$= (\text{س} - \text{ص})\,(\text{س}^{٢} + \text{س ص} + \text{ص}^{٢})$$

مثال رقم ٨–٧ بسط المقدار:

$$٢٧\text{س}^{٣} - ٨\text{ص}^{٣}$$

الحل:

$$= (٣\text{س})^{٣} - (٢\text{ص})^{٢}$$

$$= (٣\text{س} - ٢\text{ص})\,\left((٣\text{س})^{٢} + (٣\text{س})\,(٢\text{ص}) + (٢\text{ص})^{٢}\right)$$

$$= (٣\text{س} - ٢\text{ص})\,(٩\text{س}^{٢} + ٦\text{س ص} + ٤\text{ص}^{٢})$$

مثال رقم ٩-٧ بسط المقدار:

$\text{س}^{٣} + \text{ص}^{٣}$

الحل:

$(\text{س} + \text{ص})\ (\text{س}^{٢} - \text{س ص} + \text{ص}^{٢})$

مثال رقم ١٠-٧ بسط المقدار:

$\text{٦٤س}^{٣} + \text{٢٧}$

الحل:

$= (\text{٤س})^{٣} + (\text{٣})^{٣}$

$= (\text{٤س} + \text{٣})\ \left((\text{٤س})^{٢} - (\text{٤س})\ (\text{٣}) + (\text{٣})^{٢}\right)$

$= (\text{٤س} + \text{٣})\ (\text{١٦س}^{٢} - \text{١٢س} + \text{٩})$

جمع وطرح الكسور

① إذا كانت المقادير الكسرية لها نفس المقام فيكون المجموع الجبري لها له نفس المقام وبسطه يتكون من المجموع الجبري للأبسط:

أي أن $\frac{\text{س}}{\text{ص}} + \frac{\text{ع}}{\text{ص}} = \frac{\text{س} + \text{ع}}{\text{ص}}$

مثال: $\frac{\text{س} + \text{٤}}{\text{س} - \text{٣}} + \frac{\text{س} - \text{٢}}{\text{س} - \text{٣}} = \frac{\text{٢س} + \text{٢}}{\text{س} - \text{٣}}$

مثال: $\frac{\text{٣س} + \text{٢}}{\text{٢س} + \text{١}} - \frac{\text{٢س} - \text{٥}}{\text{٢س} + \text{١}} = \frac{\text{٣س} + \text{٢} - (\text{٢س} - \text{٥})}{\text{٢س} + \text{١}}$

$= \frac{\text{٣س} + \text{٢} - \text{٢س} + \text{٥}}{\text{٢س} + \text{١}}$

$= \frac{\text{س} + \text{٧}}{\text{٢س} + \text{١}}$

(٢) إذا كانت المقادير الكسرية لها مقامات مختلفة نوجد المقامات ثم نجمع:

أي أن $\frac{س}{ص} + \frac{ع}{هـ} = \frac{س}{ص}\frac{هـ}{هـ} + \frac{ع}{هـ}\frac{ص}{ص}$

$= \frac{س هـ + ع ص}{ص هـ}$

مثال: $\frac{٣ س}{س - ٢} + \frac{٤س + ٤}{٣س +٢}$

$= \frac{٣س(٣س+٢)}{(س-٢)(٣س+٢)} + \frac{(س-٢)(٤س+٤)}{(س-٢)(٣س+٢)}$

$= \frac{٩س^{٢}+٦س+(س-٢)(٤س+٤)}{(س-٢)(٣س+٢)}$

ضرب وقسمة المقادير الكسرية

(١) لضرب كسرين $\frac{س}{ص} \times \frac{ع}{هـ}$ نستخدم القاعدة:

$\frac{س}{ص} \times \frac{ع}{هـ} = \frac{س ع}{ص هـ}$

مثال: $\frac{٦س-١٢}{٤س ص+٤س} \times \frac{س^{٢}-٣س+٢}{س^{٢}-١}$

$= \frac{(٦س-١٢)(س^{٢}-٣س+٢)}{(٤س ص+٤س)(س^{٢}-١)}$

(٢) لقسمة كسرين نستخدم القاعدة التالية $\frac{س}{ص} \div \frac{هـ}{ع} = \frac{س}{ص} \times \frac{ع}{هـ}$

مثال: $\frac{س^{٤}-٦٢٥}{س^{٢}-٦س+٥} \div \frac{س^{٢}+٢٥}{س-١}$

$= \frac{س^{٤}-٦٢٥}{س^{٢}-٦س+٥} \times \frac{س-١}{س^{٢}+٢٥}$

المعادلات

١) المعادلات الخطية من الدرجة الأولى لمجهول واحد:

مثال:

٣س + ١٦ = − ٥ س

٣س + ٥س = − ١٦

٨س = − ١٦

$$\text{س} = \frac{-١٦}{٨}$$

س = −٢

مثال :

٢س − ٣ (٥ + س) = ٣

٢س − ١٥ − ٣س = ٣

٢س − ٣س = ١٥ + ٣

− س = ١٨

س = − ١٨

مثال :

$$\frac{\text{س} + ٣}{٣} = \frac{\text{س} - ٢}{٢}$$

٣ (س − ٢) = ٢ (س + ٣)

٣س −٦ = ٢س + ٦

٣س − ٢س = ٦ + ٦

س = ١٢

٣) معادلات الدرجة الثانية في مجهول واحد:

أمثلة :

س^{٢} ـ ٩ = ٠

س^{٢} = ٩

س = ± ٣

س^{٢} ـ ٣٦ = ٠

س^{٢} = ٣٦

س = ± ٦

٢س^{٢} ـ ٥٠ = ٠

٢س^{٢} = ٥٠

س^{٢} = $\frac{٥٠}{٢}$

س^{٢} = ٢٥

س = ± ٥

س^{٢} ـ ٧س = ٠

أي طرفين يحتويان على **س** نأخذ الأس الأصغر عامل مشترك ونقسم الطرفين على العامل المشترك

س (س ـ ٧) = ٠

س = ٠ س ـ ٧ = ٠

س = ٧

س^{٢} + ٥س = ٠

س (س+٥) = ٠

س = ٠ س + ٥ = ٠

س = ـ ٥

٢س^{٢} ـ ٩س = ٠

س (٢س ـ ٩) = ٠

س = ٠ ٢س ـ ٩ = ٠

٢س = ٩

س = $\frac{٩}{٢}$

س^{٢} ـ ٥س + ٦ = ٠

نفك قوسين، نضع أول أشارة في القوس الأول، وحاصل ضرب الإشارتان في القوس الثاني.

(س ـ ٣) (س ـ ٢) = ٠

س ـ ٣ = ٠ س ـ ٢ = ٠

س = ٣ س = ٢

س^{٢} ـ ٧ ـ ٨ = ٠

(س – ٨) (س + ١) = ٠

س ـ ٨ = ٠ س + ١ = ٠

س = ٨ س = ـ ١

تمرين رقم (٨):

مثال رقم ١ ـ ٨: أوجد قيمة س من المعادلة:

س^{٢} + ٣س ـ ٤ = ٠

(س + ٤) (س ـ ١) = ٠

س + ٤ = ٠   س ـ ١ = ٠
س = ـ ٤   س = ١

مثال رقم ٢ ـ ٨: أوجد قيمة س من المعادلة:

س^{٢} + ٥س + ٦ = ٠

(س + ٣) (س + ٢) = ٠

س + ٣ = ٠   س + ٢ = ٠
س = ـ ٣   س = ـ ٢

مثال رقم ٣ ـ ٨: أوجد قيمة س من المعادلة:

س^{٢} ـ ٥س = ٠

س = ٠   س ـ ٥ = ٠
س = ٥

مثال رقم ٤ ـ ٨: أوجد قيمة س من المعادلة:

٧س + ١٠ = ٢س

٧س ـ ٢س = ـ ١٠

٥س = ـ ١٠

س = $\frac{ـ ١٠}{٥}$

س = ـ ٢

مثال رقم ٥ ـ ٨: أوجد قيمة س من المعادلة:

$\frac{س^{٢}}{٦}$ = س

س^{٢} = ٦س

س^{٢} ـ ٦ س = ٠

س (س ـ ٦) = ٠

س = ٠   س ـ ٦ = ٠
س = ٦

مثال رقم ٦- ٨: أوجد قيمة س من المعادلة:

$$س^{٢} + ٥س + ٤ = ٠$$

$$(س + ٤)\ (س + ١) = ٠$$

$$س + ٤ = ٠ \qquad س + ١ = ٠$$

$$س = -٤ \qquad س = -١$$

مثال رقم ٧- ٨: أوجد قيمة س من المعادلة:

$$س^{٢} - س - ١٢ = ٠$$

$$(س - ٤)\ (س + ٣) = ٠$$

$$س - ٤ = ٠ \qquad س + ٣ = ٠$$

$$س = ٤ \qquad س = -٣$$

مثال رقم ٨- ٨: أوجد قيمة س من المعادلة:

$$٢س^{٢} - س - ٣ = ٠$$

$$(٢س - ٣)\ (س + ١) = ٠$$

$$٢س - ٣ = ٠ \quad \text{أو} \quad س + ١ = ٠$$

$$٢س = ٣ \quad \text{أو} \quad س = -١$$

$$س = \frac{٣}{٢} \quad \text{أو} \quad س = -١$$

المصفوفـــــات

تعريف: المصفوفة هي عبارة عن تنظيم بشكل مستطيل لبعض الأعداد والمتغيرات موضـــوعة داخـــل قوسين، ويرمز لها بأحد الرموز التالية ٩ ، ب ، ج ، ....

مثال:

٩ = $\begin{bmatrix} ٣ & ١ & ٢ \\ ٢ & ٥ & ٤ \end{bmatrix}$ رتبة المصفوفة = عدد الصفوف × عدد الأعمدة

٢ × ٣

تعريف: يقال أن المصفوفتان ٩ ، ب متساويتان إذا كان:

١- لها نفس الرتبة.

٢- العناصر المتقابلة متساوية.

مثال: $\begin{bmatrix} ٤ & ١ \\ ٧ & ٦ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ص & س \\ ٧ & ٦ \end{bmatrix}$ أوجد س ، ص

الحل: س = ١ ، ص = ٤

تعريف: إذا كان لدينا المصفوفة ٩ من الرتبة م× ن فإن منقول المصفوفة ٩ يرمز له بالرمز ٩َ وهـــو عبارة عن مصفوفة صفوفها هي عبارة عن أعمدة المصفوفة ٩ ، وأعمدتها هي عبـــارة عـــن صـــفوف المصفوفة ٩ ، وتكون من الرتبة ن×م

مثال:

٩ = $\begin{bmatrix} ٣ & ١ & ٢ \\ ٢ & ٥ & ٤ \end{bmatrix}$

فإن ٩َ = $\begin{bmatrix} ٤ & ٢ \\ ٥ & ١ \\ ٢ & ٣ \end{bmatrix}$ (٩َ) تقلب الصفوف إلى أعمدة

العمليات الجبرية على المصفوفات:

① جمع وطرح المصفوفات:

نجمع أو نطرح العناصر المتقابلة ، ملاحظة: لا يتم إلا لمصفوفتين من نفس النوع

مثال رقم ١–٩ :

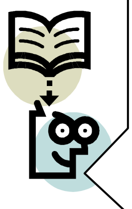
$أ = \begin{bmatrix} ٢ & -١ \\ ٤ & ٥ \end{bmatrix}$ ، $ب = \begin{bmatrix} ٢ & ٣ \\ -٢ & ٤ \end{bmatrix}$ أوجد الأتي:

- $٢أ = ٢ \begin{bmatrix} ٢ & -١ \\ ٤ & ٥ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ٤ & -٢ \\ ٨ & ١٠ \end{bmatrix}$

- $أ + ٣ب = \begin{bmatrix} ٢ & -١ \\ ٤ & ٥ \end{bmatrix} + ٣\begin{bmatrix} ٢ & ٣ \\ -٢ & ٤ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ٢ & -١ \\ ٤ & ٥ \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} ٦ & ٩ \\ -٦ & ١٢ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ٨ & ٨ \\ -٢ & ١٧ \end{bmatrix}$

- $٢أ - بَ = ٢\begin{bmatrix} ٢ & -١ \\ ٤ & ٥ \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} ٢ & -٢ \\ ٣ & ٤ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ٤ & -٢ \\ ٨ & ١٠ \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -٢ & ٢ \\ -٣ & -٤ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ٢ & ٠ \\ ٥ & ٦ \end{bmatrix}$

لاحظ هنا غيرنا
الإشارات لتسهيل
العملية ...
مع ملاحظة تغير
إشارات المصفوفة
أيضاً.



مثال رقم ٢–٩:

$أ = \begin{bmatrix} ٢ & ٤ \\ -٥ & ٣ \end{bmatrix}$ ، $ب = \begin{bmatrix} ١ \\ ٢ \end{bmatrix}$ أوجد:

- أ + ب = لا تجمع

- $أَ = \begin{bmatrix} ٢ & -٥ \\ ٤ & ٣ \end{bmatrix}$

② ضرب المصفوفات:

إذا كان لدينا المصفوفة أ من الرتبة م×ك والمصفوفة ب من الرتبة ك× ن فإن حاصل ضرب المصفوفتين أ ، ب يرمز له بالرمز أ ×ب وهو عبارة عن مصفوفة من الرتبة م× ن

مثال: إذا كانت $أ = \begin{bmatrix} ١ \\ ٢ \end{bmatrix}$ ، $ب = \begin{bmatrix} ٣ & -٢ \end{bmatrix}$

فإن $أ \times ب = \begin{bmatrix} ١ \\ ٢ \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} ٣ & -٢ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ١\times ٣ & ١\times -٢ \\ ٢\times ٣ & ٢\times -٢ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ٣ & -٢ \\ ٦ & -٤ \end{bmatrix}$

ملاحظة: لا يتم الضرب إلا إذا عدد أعمدة الأولى = عدد صفوف الثانية

٢ × ٣   ٣ × ١   = ٢ × ١

٣ × ١   ٢ × ١   = لا تضرب

الصف × الأعمدة

توضيح : إذا كانت أ = ٢ × ٣ ، ب = ٣ × ١ ، فإن أ × ب = ٢ × ١

مثال رقم ٣–٩: أوجد حاصل ضرب المصفوفتين:

$$\begin{bmatrix} ١ & ٢ \\ ٣ & -٤ \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} ٥ & ٧ \\ ٦ & ٨ \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} ١×٥ + ٢×٦ & ١×٧ + ٢×٨ \\ ٣×٥ - ٤×٦ & ٣×٧ - ٤×٨ \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} ٥ + ١٢ & ٧ + ١٦ \\ ١٥ - ٢٤ & ٢١ - ٣٢ \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} ١٧ & ٢٣ \\ -٩ & -١١ \end{bmatrix}$$

مثال رقم ٤–٩ : أوجد حاصل ضرب المصفوفتين:

$$\begin{bmatrix} ٣ & -٢ & ٤ \\ ١ & ٥ & ٦ \\ ٣ & ٤ & ٢ \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} -١ & ١ \\ ٢ & ٦ \\ ٥ & ٧ \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} ٣×-١ - ٢×٢ + ٤×٥ & ٣×١ - ٢×٦ + ٤×٧ \\ ١×-١ + ٥×٢ + ٦×٥ & ١×١ + ٥×٦ + ٦×٧ \\ ٣×-١ + ٤×٢ + ٢×٥ & ٣×١ + ٤×٦ + ٢×٧ \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} -٣ - ٤ + ٢٠ & ٣ - ١٢ + ٢٨ \\ -١ + ١٠ + ٣٠ & ١ + ٣٠ + ٤٢ \\ -٣ + ٨ + ١٠ & ٣ + ٢٤ + ١٤ \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} ١٣ & ١٩ \\ ٣٩ & ٧٣ \\ ١٥ & ٤١ \end{bmatrix}$$

مثال رقم ٥–٩: أوجد حاصل ضرب المصفوفتين:

$$\begin{bmatrix} ٧ & ٥ \\ -٤ & ٠ \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} ٥ \\ ٦ \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} ٧\times٥+٥\times٦ \\ -٤\times٥+٠\times٦ \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} ٣٥+٣٠ \\ -٢٠+٠ \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} ٦٥ \\ -٢٠ \end{bmatrix}$$

مثال رقم ٦–٩: أوجد حاصل ضرب المصفوفتين:

$$\begin{bmatrix} ٢ & ٣ \\ -١ & ٥ \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} ٢ \\ ٣ \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} ٢\times٢+٣\times٣ \\ -١\times٢+٥\times٣ \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} ٤+٩ \\ -٢+١٥ \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} ١٣ \\ ١٣ \end{bmatrix}$$

مثال رقم ٧–٩: أوجد حاصل ضرب المصفوفتين :

$$\begin{bmatrix} -١ & ٣ \\ ٢ & ١ \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} ١ & ٢ \\ ٣ & ٤ \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} (-١\times١)+(٣\times٣) & (-١\times٢)+(٣\times٤) \\ (٢\times١)+(١\times٣) & (٢\times٢)+(١\times٤) \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} -١+٩ & -٢+١٢ \\ ٢+٣ & ٤+٤ \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} ٨ & ١٠ \\ ٥ & ٨ \end{bmatrix}$$

③ معكوس أو نظير:

تعريف:

إذا كانت ٲ ، ب مصفوفتين مربعتين بحيث يكون ٲب = ب ٲ مصفوفة للوحدة فإن ب تدعى معكوس المصفوفة ٲ وتكتب ب = $ٲ^{-١}$

مثال رقم ٨-٩:

$$ٲ = \begin{bmatrix} ١ & ٢ & ٣ \\ ١ & ٣ & ٣ \\ ١ & ٢ & ٤ \end{bmatrix} \quad ، \quad ب = \begin{bmatrix} ٦ & -٢ & -٣ \\ -١ & ١ & ٠ \\ -١ & ٠ & ١ \end{bmatrix}$$

الحل:

$$ٲب = \begin{bmatrix} ١ & ٢ & ٣ \\ ١ & ٣ & ٣ \\ ١ & ٢ & ٤ \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} ٦ & -٢ & -٣ \\ -١ & ١ & ٠ \\ -١ & ٠ & ١ \end{bmatrix}$$

$$ٲ ب = \begin{bmatrix} ٦-٢-٣ & -٢+٢+٠ & -٣+٠+٣ \\ ٦-٣-٣ & -٢+٣+٠ & -٣+٠+٣ \\ ٦-٢-٤ & -٢+٢+٠ & -٣+٠+٤ \end{bmatrix}$$

$$ٲ ب = \begin{bmatrix} ١ & ٠ & ٠ \\ ٠ & ١ & ٠ \\ ٠ & ٠ & ١ \end{bmatrix}$$

$$ب ٲ = \begin{bmatrix} ٦ & -٢ & -٣ \\ -١ & ١ & ٠ \\ -١ & ٠ & ١ \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} ١ & ٢ & ٣ \\ ١ & ٣ & ٣ \\ ١ & ٢ & ٤ \end{bmatrix}$$

$$ب ٲ = \begin{bmatrix} ١ & ٠ & ٠ \\ ٠ & ١ & ٠ \\ ٠ & ٠ & ١ \end{bmatrix}$$

يعني ب معكوس ٲ

المحـــددات

إذا كانت أ مصفوفة فإن محدد أ يرمز له بالرمز |أ| حيث أن |أ| = (أ×د) − (ب×ج)

القطر الرئيسي

$$\begin{vmatrix} أ & ب \\ ج & د \end{vmatrix} = أ \times د - ج \times ب$$

نضرب القطر الرئيسي بإشارته والفرعي بعكس الإشارة

مثال رقم ١−١٠:

$$\begin{vmatrix} 3 & -1 \\ 4 & 5 \end{vmatrix} = 15 + 4 = 19$$

$$\begin{vmatrix} -2 & 4 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} = -4 - 4 = -8$$

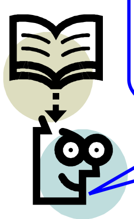
تعريف: إذا كانت أ مصفوفة مربعة من الدرجة ن فإنه يرافقها عدد حقيقي يسمى محدد المصفوفة أ ويرمز له بالرمز |أ|

مثال رقم ٢−١٠:

إذا كانت $أ = \begin{bmatrix} 3 & 2 & -2 \\ 6 & -5 & 1 \\ 0 & 3 & 4 \end{bmatrix}$

نبدأ بالصف الأول ثم نضرب أرقام الصف الأول في كل رقم ليس تحته ويكون على الشكل التالي

+ − + − + − ....



فإن:

$$|أ| = 3\begin{vmatrix} -5 & 1 \\ 3 & 4 \end{vmatrix} - 2\begin{vmatrix} 6 & 1 \\ 0 & 4 \end{vmatrix} + (-2)\begin{vmatrix} 6 & -5 \\ 0 & 3 \end{vmatrix}$$

$$= 3(-5\times 4 - 1\times 3) - 2(6\times 4 - 1\times 0) + (-2)(6\times 3 - 5\times 0)$$

$$= 3(-20 - 3) - 2(24 - 0) - 2(18 - 0)$$

$$= -69 - 48 - 36$$

$$= -153$$

مثال رقم ٣–١٠:

أوجد قيمة المحدد للتالي:

$$أ = \begin{vmatrix} ١ & -٢ & ٢ \\ ٠ & ٣ & ٢ \\ ١ & ٠ & ١ \end{vmatrix}$$

الحل:

$$= ١\,(٣\times١ - ٠\times٢) + ٢\,(٠\times١ - ١\times٢) + ٢\,(٠\times٠ - ١\times٣)$$

$$= ٣ - ٤ - ٦ = -٧$$

حل معادلة الدرجة الأولى في مجهولين (طريقة كرايمر) :

إذا كان :

$$أ_١\,س + ب_١\,ص = جـ_١$$

$$أ_٢\,س + ب_٢\,ص = جـ_٢$$

فإن :

$$\Delta = \begin{vmatrix} أ & ب \\ أ & ب \end{vmatrix} ،\quad \Delta_{س} = \begin{vmatrix} جـ & ب \\ جـ & ب \end{vmatrix} ،\quad \Delta_{ص} = \begin{vmatrix} أ & جـ \\ أ & جـ \end{vmatrix}$$

$$س = \frac{\Delta_{س}}{\Delta} ،\qquad ص = \frac{\Delta_{ص}}{\Delta}$$

مثال رقم ٤–١٠:

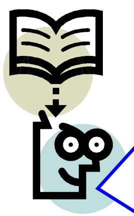
١ – حل المعادلتين $٣س + ٢ص = ٨$ ، $٢س - ص = ٣$

$$\Delta = \begin{vmatrix} ٣ & ٢ \\ ٢ & -١ \end{vmatrix} = -٣ - ٤ = -٧$$

$$\Delta_{س} = \begin{vmatrix} ٨ & ٢ \\ ٣ & -١ \end{vmatrix} = -٨ - ٦ = -١٤$$

$$\Delta_{ص} = \begin{vmatrix} ٣ & ٨ \\ ٢ & ٣ \end{vmatrix} = ٩ - ١٦ = -٧$$

مهم ... جداً ...
ركز على هذه المسألة ...
في خانة السينات نعوض
عن معامل السينات
وفي خانة الصادات نعوض
عن معامل الصادات
☺



$$س = \frac{\Delta_{س}}{\Delta} = \frac{-١٤}{-٧} = ٢ ،\qquad ص = \frac{\Delta_{ص}}{\Delta} = \frac{-٧}{-٧} = ١$$

مثال رقم ٥-١٠:

حل نظام المعادلات بطريقة كرايمر س − ٣ص = −٢٤ ، ١٠س + ٣ص = ٩٠

$$\Delta = \begin{vmatrix} ١ & -٣ \\ ١٠ & ٣ \end{vmatrix} = ٣ + ٣٠ = ٣٣$$

$$\Delta_{\text{س}} = \begin{vmatrix} -٢٤ & -٣ \\ ٩٠ & ٣ \end{vmatrix} = -٧٢ + ٢٧٠ = ١٩٨$$

$$\Delta_{\text{ص}} = \begin{vmatrix} ١ & -٢٤ \\ ١٠ & ٩٠ \end{vmatrix} = ٩٠ + ٢٤٠ = ٣٣٠$$

$$\text{س} = \frac{\Delta_{\text{س}}}{\Delta} = \frac{١٩٨}{٣٣} = ٦$$

$$\text{ص} = \frac{\Delta_{\text{ص}}}{\Delta} = \frac{٣٣٠}{٣٣} = ١٠$$

مثال رقم ٦-١٠:

حل نظام المعادلات س − ٣ص = −٤ ، ٢س + ٢ص = ٤

$$\Delta = \begin{vmatrix} ١ & -٣ \\ ٢ & ٢ \end{vmatrix} = ٢ + ٦ = ٨$$

$$\Delta_{\text{س}} = \begin{vmatrix} -٤ & -٣ \\ ٤ & ٢ \end{vmatrix} = -٨ + ١٢ = ٤$$

$$\Delta_{\text{ص}} = \begin{vmatrix} ١ & -٤ \\ ٢ & ٤ \end{vmatrix} = ٤ + ٨ = ١٢$$

$$\text{س} = \frac{\Delta_{\text{س}}}{\Delta} = \frac{٤}{٨}$$

$$\text{ص} = \frac{\Delta_{\text{ص}}}{\Delta} = \frac{١٢}{٨}$$

المتواليات

(١) المتوالية الحسابية

هي عبارة عن متتالية من الأعداد كل حد من حدودها يزيد أو ينقص بمقدار ثابت (يسمى أساس المتوالية الحسابية) عن الحد الذي يسبقه.

٣ ، ٥ ، ٧

الحد الأول ٢ = ٣

الأساس ٤ = الحد − الحد السابق له

= ٧ − ٥ = ٢

الحد رقم ن:

ح~ن~ = ٢ + (ن−١) ٤

ح~٥~ = ٢ + ٤ ٤

ح~٦~ = ٢ + ٥ ٤

ح~٧~ = ٢ + ٦ ٤

مجموع أول ن حد في المتوالية الحسابية:

جـ~ن~ = $\frac{ن}{٢}$ [٢ ٢ + (ن−١) ٤]

(٢) المتوالية الهندسية

هي عبارة عن متتالية من الأعداد بحيث أن خارج قسمة أي حد على الحد الذي يسبقه يساوي مقدار ثابت يسمى أساس المتوالية الهندسية.

٣ ، ٦ ، ١٢

الحد الأول ٢ = ٣

الأساس هـ = $\frac{\text{الحد}}{\text{الحد السابق له}}$

= $\frac{١٢}{٦}$ = ٢

الحد رقم ن:

ح~ن~ = ٢ هـ^ن−١^

ح~٥~ = ٢ هـ^٤^

ح~٦~ = ٢ هـ^٥^

ح~٧~ = ٢ هـ^٦^

مجموع أول ن حد في المتوالية الهندسية:

جـ~ن~ = $\frac{٢ (هـ^{ن} - ١)}{هـ - ١}$

مجموع المتوالية الهندسية اللانهائية:

جـ~∞~ = $\frac{٢}{١ - هـ}$

تمرين رقم (١١):

$\boxed{١}$ المتوالية الحسابية $\frac{٩}{٢}$ ، $\frac{٧}{٢}$ ، $\frac{٥}{٢}$ أساسها هو

$$\text{ء} = \frac{٥}{٢} - \frac{٧}{٢} = \frac{-٢}{٢} = -١$$

$\boxed{٢}$ المتوالية الهندسية $\frac{٢}{٥}$ ، $\frac{٤}{٥}$ ، $\frac{٨}{٥}$ أساسها هو

$$\text{ء} = \frac{٨}{٥} \div \frac{٤}{٥} = \frac{٨}{٥} \times \frac{٥}{٤} = \frac{٤٠}{٢٠} = ٢$$

$\boxed{٣}$ المتوالية الهندسية ٢ ، ١ ، $\frac{١}{٢}$ فيها جـ_{∞}

$\text{أ} = ٢ \qquad \text{هـ} = \frac{١}{٢}$

$$\text{جـ}_{\infty} = \frac{\text{أ}}{١ - \text{هـ}} = \frac{٢}{١ - \frac{١}{٢}} = \frac{٢}{\frac{١}{٢}} = \frac{٤}{١} = ٤$$

$\boxed{٤}$ في المتوالية ٢ ، ٤ ، ٨ $\qquad \text{ح}_٥ =$

$\text{أ} = ٢ \qquad \text{هـ} = ٢$

$$\text{ح}_{\text{ن}} = \text{أ}\,\text{هـ}^{\text{ن}-١}$$

$$\text{ح}_٥ = ٢ \times ٢^٤ = ٢^٥$$

$\boxed{٥}$ المتوالية ٤ ، ٢ ، ١ الحد العاشر $\text{ح}_٧$ يساوي و جـ_{∞}

$\text{أ} = ٤ \qquad \text{هـ} = \frac{١}{٢}$

$$\text{ح}_٧ = \text{أ}\,\text{هـ}^٦ = ٤ \left(\frac{١}{٢}\right)^٦ = ٤ \times \frac{١}{٦٤} = \frac{٤}{٦٤} = \frac{١}{١٦}$$

$$\text{جـ}_{\infty} = \frac{\text{أ}}{١ - \text{هـ}} = \frac{٤}{١ - \frac{١}{٢}} = \frac{٤}{\frac{١}{٢}} = \frac{٨}{١} = ٨$$

٦ في المتوالية ٣ ، ١ ، $\frac{١}{٣}$ جـ$_\infty$ =

$أ = ٣$ $هـ = \frac{١}{٣}$

$$جـ_\infty = \frac{أ}{١ - هـ} = \frac{٣}{١ - \frac{١}{٣}} = \frac{٣}{\frac{٢}{٣}} = \frac{٩}{٢}$$

---

٧ المتوالية ٢٠ ، ١٩ ، ١٨   جـ$_{٤٢}$ =

$أ = ٢٠$ $ء = -١$

$$جـ_ن = \frac{ن}{٢} \left[٢أ + (ن-١)\, ء \right]$$

$$جـ_{٤٢} = \frac{٤٤}{٢} \left[٢ \times ٢٠ + (٤٢ - ١) - ١ \right]$$

$$= ٢١ \left[٤٠ - ٤١ \right] = ٢١ \left[-١ \right] = -٢١$$

---

٨ في المتوالية ١ ، ٣ ، ٥   ح$_{١٥}$ =

$أ = ١$ $ء = ٢$

$$ح_{١٥} = أ + ١٤ء$$

$$= ١ + ١٤ \times ٢ = ١ + ٢٨ = ٢٩$$

---

٩ في المتوالية ٢ ، ٥ ، ٨   جـ$_{١٠}$ =

$أ = ٢$ $ء = ٣$

$$جـ_ن = \frac{ن}{٢} \left[٢أ + (ن-١)\, ء \right]$$

$$جـ_{١٠} = \frac{١٠}{٢} \left[٢ \times ٢ + ٩ \times ٣ \right]$$

$$= ٥ \left[٤ + ٢٧ \right]$$

$$= ٥ \left[٣١ \right]$$

$$= ١٥٥$$

١٠- المتوالية −٢ ، ٠ ، ٢ أوجد ح١١ ، جـ٢٠

أ = −٢ ء = ٢

ح١١ = أ+١٠ ء

= −٢ + ١٠×٢

= −٢ + ٢٠ = ١٨

جـن = ن/٢ [٢ أ+ (ن−١) ء]

جـ٢٠ = ٢٠/٢ [٢×−٢ + ١٩×٢]

= ١٠ [−٤ + ٣٨]

= ١٠ [٣٤]

= ٣٤٠

---

١١ – في المتوالية ٩ ، ٣ ، ١ أوجد ح٦ ، جـ∞

أ= ٩ هـ = ١/٣

ح٦ = أ هـ٥

= ٩ (١/٣)٥

= ٩ × ١/٢٤٣ = ٩/٢٤٣ = ١/٢٧

جـ∞ = أ/(١ - هـ) = ٩/(١ − ١/٣) = ٩/(٢/٣) = ٢٧/٢

١٢- أوجد الحد العاشر في المتوالية ١٥،١١،٧،٣،....... ثم أوجد مجموع الــ ١٥ حداً الأولى منها؟

الحل:

أ= ٣ ء = ٤

ح١٠ = أ+٩ ء

= ٣+٩×٤ = ٣٩

جـن = ن/٢ [٢ أ+ (ن−١) ء]

جـ١٥ = ١٥/٢ [٢×٣ + (١٥−١) ٤] = ١٥/٢ [٦ + ١٤×٤] = ١٥/٢ × ٦٢ = ٤٦٥

١٣- متوالية حسابية مجموع حديها الثالث والسابع ١٨ ومجموع حديها الرابع والثامن ٢٢ أوجد هذه المتوالية ثم أوجد الحد الثاني عشر ومجموع السبعة عشر حداً الأولى منها ؟

الحل:

نفترض أن المتوالية الحسابية هي

أ ، أ+ ء ، أ+٢ ء ، ....

$ح_{٣} + ح_{٧} = ١٨$

أ+ ٢ ء + أ+٦ ء = ١٨

$\boxed{٢ أ+٨ ء = ١٨}$ معادلة ١

$ح_{٤} + ح_{٨} = ٢٢$

أ+ ٣ ء + أ+٧ ء = ٢٢

$\boxed{٢ أ+١٠ ء = ٢٢}$ معادلة ٢

$\cancel{٢ أ}+٨ ء = ١٨$

$\cancel{٢ أ}+١٠ ء = ٢٢$ بالطرح

−٢ ء = −٤

ء = $\frac{-٤}{-٢}$ = ٢

بالتعويض في المعادلة ١ عن ء

٢ أ+٨ ء = ١٨

٢ أ+٨×٢ = ١٨

٢ أ+١٦ = ١٨

٢ أ = ١٨ − ١٦

٢ أ = ٢

أ = $\frac{٢}{٢}$

أ = ١

الحد الثاني عشر =

$ح_{١٢} = ٩ + ١١ ء$

$= ١ + ١١ \times ٢$

$= ١ + ٢٢$

$= ٢٣$

المتوالية هي

٩ ، ٩ + ء ، ٩ + ٢ ء ، ....

١ ، ٣ ، ٥ ، ٧ ، ....

مجموع السبعة عشر حداً =

$جـ_ن = \frac{ن}{٢}\left[٢ ٩ + (ن - ١) ء\right]$

$جـ_{١٧} = \frac{١٧}{٢}\left[٢ \times ١ + (١٧ - ١) ٢\right]$

$= \frac{١٧}{٢}\left[٢ + ٣٢\right]$

$= \frac{١٧}{٢} \times ٣٤ = ٢٨٩$

---

١٤ – إذا كان الحد الثالث من متوالية حسابية هو ١٨ والسابع هو ٣٠ ، أوجد الحد ١٥ ثم أوجد مجموع ١٥ حد؟

الحل:

$ح_٣ = \boxed{٩ + ٢ ء = ١٨}$ معادلة (١)

$ح_٧ = \boxed{٩ + ٦ ء = ٣٠}$ معادلة (٢)

$٩ + ٢ ء = ١٨$

$٩ + ٦ ء = ٣٠$ بالطرح

$- ٤ ء = - ١٢$

$ء = \frac{-١٢}{-٤} = ٣$

بالتعويض في المعادلة ① عن ء

$$\text{أ} + ٢\text{ء} = ١٨$$

$$\text{أ} + ٢ \times ٣ = ١٨$$

$$\text{أ} + ٦ = ١٨$$

$$\text{أ} = ١٨ - ٦$$

$$\text{أ} = ١٢$$

الحد الخامس عشر يساوي

$$\text{ح}_{١٥} = \text{أ} + ١٤\text{ء}$$

$$= ١٢ + ١٤ \times ٣$$

$$= ١٢ + ٤٢$$

$$= ٥٤$$

$$\text{جـ}_{\text{ن}} = \frac{\text{ن}}{٢}\left[٢\text{أ} + (\text{ن}-١)\text{ء}\right]$$

$$\text{جـ}_{١٥} = \frac{١٥}{٢}\left[٢ \times ١٢ + ١٤ \times ٣\right]$$

$$= \frac{١٥}{٢}\left[٢٤ + ٤٢\right]$$

$$= \frac{١٥}{٢} \times ٦٦$$

$$= ٤٩٥$$

١٥– كم عدد الحدود في المتوالية الحسابية ٣ ، ٧ ، ١١ ، .... ١٢٧٥ ؟

الحل:

$ح_{ن}$ = ١٢٧٥

١٢٧٥ = أ + (ن–١) ء

١٢٧٥ = ٣ + (ن–١) ء

١٢٧٥ = ٣ + (ن–١) ٤

١٢٧٥ = ٣ + ٤ ن – ٤

١٢٧٥ = –١ +٤ ن

١+١٢٧٥ = ٤ ن

ن = $\frac{١٢٧٦}{٤}$ = ٣١٩

١٦– أوجد الحد السادس من المتوالية الهندسية ٤ ، ٢ ، ١ ، ....

الحل:

نفرض أن المتوالية الهندسية هي أ ، أ هـ ، أ $هـ^{٢}$ ، ......

$ح_{١}$ = أ = ٤

$ح_{٢}$ = أ هـ = ٢

$ح_{٣}$ = أ $هـ^{٢}$ = ١

هـ = $\frac{ح_{٢}}{ح_{١}}$ = $\frac{٢}{٤}$ = $\frac{١}{٢}$

$ح_{٦}$ = أ $هـ^{٥}$

= ٤ × $\left(\frac{١}{٢}\right)^{٥}$

= $\frac{١}{٨}$

١٧- إذا كان الحد الثاني من المتوالية الهندسية هو ٢٤ والحد الخامس هو ٨١ ، أوجد حدود الأولى منها والحد العاشر ؟

الحل:

نفرض أن المتوالية الهندسية هي $أ ، أ هـ ، أ هـ^{٢} ، أ هـ^{٣} ، ......$

$\boxed{ح_{٢} = أ هـ = ٢٤}$ المعادلة (١)

$\boxed{ح_{٥} = أ هـ^{٤} = ٨١}$ المعادلة (٢)

بقسمة المعادلة الأولى على الثاني

$$\frac{أ}{أ}\frac{هـ}{هـ^{٤}} = \frac{٢٤}{٨١}$$

$$= ٨ هـ^{٣} = ٢٧$$

$$هـ^{٣} = \frac{٢٧}{٨}$$

$$هـ = \sqrt[٣]{\frac{٢٧}{٨}}$$

$$هـ = \frac{٣}{٢}$$

نعوض عن هـ في المعادلة الأولى

$$أ هـ = ٢٤$$

$$أ \frac{٣}{٢} = ٢٤$$

$$أ = \frac{٤٨}{٣} = ١٦$$

$$ح_{١} = أ = ١٦$$

$$ح_{٢} = أ هـ = ١٦ \times \frac{٣}{٢} = ٢٤$$

$$ح_{٣} = أ هـ^{٢} = ١٦ \times \left(\frac{٣}{٢}\right)^{٢} = ٣٦$$

$$ح_{١٠} = أ هـ^{٢}$$

$$= ١٦ \times \left(\frac{٣}{٢}\right)^{٩}$$

$$= \frac{٣}{٣٢}$$

١٨_ أوجد الحد السادس ومجموع الستة حدود الأولى من المتوالية الهندسية ٣ ، −١ ، $\frac{١}{٣}$ ، .....

ثم أوجد $ج_\infty$

الحل:

نفرض أن المتوالية الهندسية هي ٩ ، ٩ هـ ، ٩ هـ^٢ ، ......

$ح_١ = ٩ = ٣$

$ح_٢ = ٩ هـ = −١$

$هـ = \frac{ح_٢}{ح_١} = \frac{-١}{٣}$

$ح_٦ = ٩ هـ^٥$

$= ٣ \left(-\frac{١}{٣}\right)^٥$

$= \frac{١}{٨١}$

مجموع الست حدود الأولى

$$ج_ن = \frac{٩ (هـ^ن - ١)}{هـ - ١}$$

$$ج_٦ = \frac{٣ \left(\left(-\frac{١}{٣}\right)^٥ - ١\right)}{-\frac{١}{٣} - ١}$$

$$= \frac{٣ \left(-\frac{١}{٢٤٣} - ١\right)}{-\frac{٤}{٣}}$$

$$= \frac{١٢١}{٥٤}$$

$$ج_\infty = \frac{٩}{١ - هـ} = \frac{٣}{١ + \frac{١}{٣}} = \frac{٩}{٤}$$

الــدوال

تعريف: الدالة هي عبارة عن علاقة بين مجموعتين سـ ، صـ بحيث تحدد لكل عنصر س في المجموعــة سـ عنصراً وحيداً د(س) في المجموعة صـ ، ونكتب د:سـ ⟵ صـ

∴ د(س) = ص هي قيمة الدالة د عند س لكل س ∈ سـ

مثال: إذا كانت د(س) = ٣س+٥

فإن : د(صفر) = ٣(صفر) + ٥ = ٥

د (–٢) = ٣(–٢) + ٥ = –١

د (٣) = ٣(٣) + ٥ = ١٤

بعض أنواع الدوال:

(١) الدالة الزوجية: تسمى الدالة ص = د(س) دالة زوجية إذا كان د(– س) = د(س)

(٢) الدالة الفردية: تسمى الدالة ص = د(س) دالة فردية إذا كان د(– س) = – د(س)

مثال: إذا كان د(س) = $س^{٢}$–٥

فإن د(– س) = $(–س)^{٢}$ –٥

= $س^{٢}$–٥

= د(س) ∴ الدالة زوجية.

مثال: إذا كان د(س) = ٣$س^{٣}$– س

فإن: د(– س) = ٣$(–س)^{٣}$– (– س)

= –٣$س^{٣}$+ س

= – [٣$س^{٣}$– س]

= – د(س) ∴ الدالة فردية.

(٣) دالة القيمة المطلقة: يرمز لهذه الدالة بالرمز | س | وهي معرفة كالتالي:

$$|س| = \begin{cases} س & \text{إذا كان س عدد أكبر من أو يساوي الصفر} \\ -س & \text{إذا كان س عدد سالب.} \end{cases}$$

④ الدالة الأسية الطبيعية: الدالة ص = د(س) = $e^{س}$ تسمى الدالة الأسية الطبيعية حيث e = ٢,٧

⑤ الدالة اللوغاريتمية الطبيعية: الدالة ص = د(س) = لو$_e$ س = لط س حيث س > صفر تسمى الدالة اللوغاريتمية الطبيعية.

الخلاصة للدالة الزوجية والدالة الفردية

١ د (− س) = د (س)	الدالة زوجية
٢ − د (س) = د (− س)	الدالة فردية

١ الدالة الزوجية إذا كان الأس كله زوجي مع أو بدون حد مطلق.

أمثلة على الدالة الزوجية:

د(س) = س^{٤}+٥س^{٢}+١ ، د(س) = $\frac{٣}{س^{٢}}$ ، د(س) = س^{٢}+٥

٢ الدالة فردية إذا كان الأس كله فردي بدون حد مطلق.

أمثلة على الدالة الفردية:

د(س)= س^{٣}+٤س ، د(س) = $\frac{١}{س}$ ، د(س)= س^{٥}+س^{٣}

٣ الدالة لا زوجية ولا فردية:

أ) الأس كله فردي مع حد مطلق د(س)= س^{٣}+٤س+٢

ب) أس فردي + أس زوجي د(س)= س^{٢}+٥س+١

مثال رقم ١-١٢:

$$\text{د(س)}= \frac{\text{س}^{٣}}{\text{س}^{٢}+١}$$ الدالة فردية

مثال رقم ٢-١٢:

$$\text{د(س)}= \frac{\text{س}^{٢}}{\text{س}^{٢}+٥}$$ الدالة زوجية

مثال رقم ٣-١٢:

$$\text{د(س)}= \frac{\text{س}^{٣}}{\text{س}^{٢}+١}$$ أوجد د(١) ، د(−١) ، د(٢) ، د(−٢)

$$\text{د(١)}= \frac{١^{٣}}{١^{٢}+١} = \frac{١}{١+١} = \frac{١}{٢}$$

$$\text{د(−١)}= \frac{(−١)^{٣}}{(−١)^{٢}+١} = \frac{−١}{١+١} = \frac{−١}{٢}$$

$$\text{د(٢)}= \frac{٢^{٣}}{٢^{٢}+١} = \frac{٨}{٤+١} = \frac{٨}{٥}$$

$$\text{د(−٢)}= \frac{(−٢)^{٣}}{(−٢)^{٢}+١} = \frac{−٨}{٤+١} = \frac{−٨}{٥}$$

معادلة الخط المستقيم

الصورة العامة لمعادلة الخط المستقيم

معادلة الخط المستقيم $\text{ص} = \text{م}\ \text{س} + \text{د}$

حيث م هي ميل الخط المستقيم ، و د الجزء المقطوع من محور ص

والميل يساوي فرق الصادات على فرق السينات:

الميل $\text{م} = \dfrac{\text{ص}_{١} - \text{ص}_{٢}}{\text{س}_{١} - \text{س}_{٢}}$ لنقطتين $(\text{س}_{١} ، \text{ص}_{١})$ $(\text{س}_{٢} ، \text{ص}_{٢})$

الميل $\text{م} = \dfrac{-\ \text{معامل س}}{\text{معامل ص}}$ **للمعادلة**

مثال رقم ١–١٣: أوجد ميل الخط الواصل بين النقطتين (٢،−٤) (١،٥)

$$\text{م} = \frac{\text{ص}_{١} - \text{ص}_{٢}}{\text{س}_{١} - \text{س}_{٢}} = \frac{-٤-٥}{٢-١} = \frac{-٩}{١} = -٩$$

مثال رقم ٢–١٣: أوجد ميل الخط المار بالنقطتين (٣،٢) (−١،−٦) :

$$\text{م} = \frac{٢+٦}{٣+١} = \frac{٨}{٤} = ٢$$

مثال رقم ٣–١٣: أوجد ميل المستقيم الذي معادلته ٥س − ٣ص = ٧

$$\text{م} = \frac{-٥}{-٣} = \frac{٥}{٣}$$

مثال رقم ٤–١٣: أوجد ميل الخط الذي معادلته ٢ص=٣س+٩

−٣س+٢ص=٩

$$\text{م} = \frac{٣}{٢}$$

مثال رقم ٥–١٣ : أوجد معادلة الخط المستقيم الذي ميله ٥ و يمر بالنقطة (٣،–١) ؟

ص = م س + د

–١ = ٥×٣ + د

–١ –١٥ = د

= = –١٦

ص= ٥س–١٦

مثال رقم ٦–١٣: أوجد معادلة المستقيم المار بالنقطة (٣، ٤) وميله = $\frac{١}{٢}$

ص= م س + د

٤ = $\frac{١}{٢}$ × ٣ + د

٤ = $\frac{٣}{٢}$ + د

د = $\frac{٥}{٢}$

ص= $\frac{١}{٢}$ س + $\frac{٥}{٢}$

مثال رقم ٧–١٣: أوجد معادلة الخط الذي يمر بالنقطتين (٢، ٤) (١،–١)

م = $\frac{٤ + ١}{٢ - ١}$ = $\frac{٥}{١}$ = ٥

ص= م س + د

٤ = ٥×٢ + د

٤ = ١٠+د

٤ –١٠ = د

د = –٦

ص= ٥س–٦

مثال رقم ٨–١٣: أوجد معادلة الخط الذي يمر بالنقطتين (٥،–١) (٠، ٩) ؟

م = $\frac{-١ - ٩}{٥ - ٠}$ = $\frac{-١٠}{٥}$ = –٢

ص = م س + د

–١ = –٢ × ٥ + د

–١ = –١٠ + د

–١ + ١٠ = د

د= ٩

ص=–٢س+٩

التوازي والتعامد:

(١) المستقيمان $ل_١$ ، $ل_٢$ يكونا متوازيين إذا كان $م_١$ = $م_٢$ حيث $م_١$ ، $م_٢$ هما ميلي المستقيمين $ل_١$،$ل_٢$ على الترتيب.

(٢) المستقيمان $ل_١$ ، $ل_٢$ يكونا متعامدين إذا كان $م_١$ = $-\frac{١}{م_٢}$

م المستقيم = م المستقيم الموازي

م العمودي = $\frac{-١}{\text{م المستقيم}}$

مثال رقم ٩–١٣: أوجد ميل المستقيم المار بالنقطتين (١ ، ٢) (٤ ، ٨) ؟

م = $\frac{٢ - ٨}{١ - ٤}$ = $\frac{-٦}{-٣}$ = ٢

مثال رقم ١٠–١٣: أوجد ميل المستقيم الموازي للمستقيم ٢ص=٣س+٢ ؟

–٣س + ٢ص = ٢

م المستقيم = $\frac{٣}{٢}$ هو نفسه م المستقيم الموازي.

مثال رقم ١١-١٣: أوجد ميل المستقيم العمودي على المستقيم س+٤ص=٦ ؟

م المستقيم = $\frac{-١}{٤}$

م = $\frac{-١}{\frac{-١}{٤}}$ = $\frac{-٤}{-١}$ = ٤

مثال رقم ١٢-١٣: أوجد معادلة المستقيم الذي ميله = ٥ ويمر بالنقطة (٤،-٣) ؟

ص= م س + د

-٣ = ٥×٤ + د

-٣ = ٥×٤ + د

-٣ - ٢٠ = د

د = -٢٣

ص=٥س -٢٣

مثال رقم ١٣-١٣: أوجد معادلة المستقيم الواصل بين النقطتين (٣ ، ٠) (٠ ، -٣) ؟

م = $\frac{٠ + ٣}{٣ - ٠}$ = $\frac{٣}{٣}$ = ١

ص=م س + د

٠=١×٣+د

-٣+د

ص=١س-٣

مثال رقم ١٤-١٣:

أوجد معادلة المستقيم الذي ميلــه -٤ وطول الجزء المقطوع من محور الصادات = ٣

ص= م س + د

ص= -٤س+٣

مثال رقم ١٥-١٣:

أوجد معادلة المستقيم الذي يمر بالنقطة (٢،-٥) ويوازي الخط ٢س + ص = ٤

م الموازي = $-\frac{٢}{١}$ = -٢ ∴ م المستقيم = -٢

ص= م س + د

-٥= -٢×٢+د

-٥+٤=د

د=-١

ص= -٢س-١

مثال رقم ١٦-١٣:

أوجد معادلة المستقيم المار بالنقطة (٢،-١) وعمودي على المستقيم ٢ص=٥س-٤

-٥س+٢ص=-٤

م= $\frac{٥}{٢}$ ∴ م المستقيم = $-\frac{٢}{٥}$

ص = م س + د

-١ = - $\frac{٢}{٥}$×٢ + د

-١ = - $\frac{٤}{٥}$ + د

د = - $\frac{١}{٥}$

ص= - $\frac{٢}{٥}$ س - $\frac{١}{٥}$ * هذا الحل النهائي ويمكن تضرب المعادلة في الرقم ٥ للتخلص من المقام

ص= - $\frac{٢}{٥}$س - $\frac{١}{٥}$ ×٥

٥ص= -٢ -١

النهــــايـــــات

المعامل $٣س^{٥}$ الدرجة

١) في حالة $\underset{س \leftarrow \infty}{\text{نهـــا}}$

أ) درجة البسط = درجة المقام $\underset{س \leftarrow \infty}{\text{نهـــا}} = \frac{\text{معامل البسط}}{\text{معامل المقام}}$

$$\underset{س \leftarrow \infty}{\text{نهـــا}} = \frac{٣س^{٢} + ٥س + ٤}{٥س^{٢} + ٧س + ١} = \frac{٣}{٥}$$

$$\underset{س \leftarrow \infty}{\text{نهـــا}} = \frac{٢س + ٤}{س + ٣} = \frac{٢}{١} = ٢$$

ب) درجة البسط < درجة المقام $\underset{س \leftarrow \infty}{\text{نهـــا}} = \text{صفر}$

$$\underset{س \leftarrow \infty}{\text{نهـــا}} = \frac{٣س^{٢} + ٥س + ١}{س^{٣} + ٣} = \text{صفر}$$

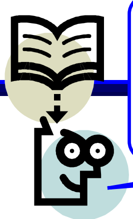
$$\underset{س \leftarrow \infty}{\text{نهـــا}} = \frac{٥س + ٣}{٢س^{٢} + ٤س + ١} = \text{صفر}$$

ج) درجة البسط > درجة المقام $\underset{س \leftarrow \infty}{\text{نهـــا}} = \infty$

$$\underset{س \leftarrow \infty}{\text{نهـــا}} = \frac{٥س^{٢} + ٧س + ١}{٢س + ٤} = \infty$$

$$\underset{س \leftarrow \infty}{\text{نهـــا}} = \frac{س^{٣} + ١٢٥}{٢س^{٢} + ٤} = \infty$$

٢) في حالة $\underset{\text{س} \leftarrow \text{رقم}}{\text{نهـــا}}$



أ) في حالة كان الناتج رقم

$$\underset{\text{س} \leftarrow ٢}{\text{نهـا}} = \frac{\text{س}^{٢} + ٣\text{س} + ١}{٢\text{س} + ٤} = \frac{٢^{٢} + ٣ \times ٢ + ١}{٢ \times ٢ + ٤}$$

$$= \frac{٤ + ٦ + ١}{٤ + ٤} = \frac{١١}{٨}$$

$$\underset{\text{س} \leftarrow ٣}{\text{نهـا}} = \frac{\sqrt{\text{س} + ٦} - ١}{\text{س} = ١} = \frac{\sqrt{٣ + ٦} - ١}{٣ + ١}$$

$$= \frac{\sqrt{٩} - ١}{٤} = \frac{٢}{٤}$$

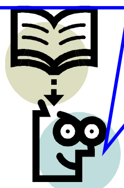
ب) في حالات عدم التعيين $\frac{\text{صفر}}{\text{صفر}}$ نحلل ، نحذف ، نعوض مرة أخرى

$$\underset{\text{س} \leftarrow ٢}{\text{نهـا}} = \frac{\text{س}^{٢} - ٤}{\text{س} - ٢} = \frac{٤ - ٤}{٢ - ٢} = \frac{٠}{٠}$$

$$\underset{\text{س} \leftarrow ٢}{\text{نهـا}} = \frac{\cancel{(\text{س} - ٢)}\,(\text{س} + ٢)}{\cancel{\text{س} - ٢}} = ٢ + ٢ = ٤$$

$$\underset{\text{س} \leftarrow ٣}{\text{نهـا}} = \frac{\text{س}^{٢} - ٩}{\text{س} - ٣} = \frac{٩ - ٩}{٣ - ٣} = \frac{٠}{٠}$$

$$\underset{\text{س} \leftarrow ٣}{\text{نهـا}} = \frac{\cancel{(\text{س} - ٣)}\,(\text{س} + ٣)}{\cancel{\text{س} - ٣}} = ٣ + ٣ = ٦$$



تمرين رقم ١-١٤:

$$\underset{\text{س}\to ٢}{\text{نهـا}} = \frac{\text{س}^{٢} - ٥\text{س} + ٦}{\text{س} - ٢} = \frac{٤ - ١٠ + ٦}{٢ - ٢} = \frac{٠}{٠}$$

$$\underset{\text{س}\to ٢}{\text{نهـا}} = \frac{\cancel{(\text{س} - ٢)}\,(\text{س} - ٣)}{\cancel{\text{س} - ٢}} = ٢ - ٣ = -١$$

$$\underset{\text{س}\to ٣}{\text{نهـا}} = \frac{\text{س}^{٣} - ٢٧}{\text{س}^{٢} - ٩} = \frac{٢٧ - ٢٧}{٩ - ٩} = \frac{٠}{٠}$$

$$\underset{\text{س}\to ٣}{\text{نهـا}} = \frac{\cancel{(\text{س} - ٣)}\,(\text{س}^{٢} + ٣\text{س} + ٩)}{\cancel{(\text{س} - ٣)}\,(\text{س} + ٣)} = \frac{٩ + ٩ + ٩}{٣ + ٣} = \frac{٢٧}{٦}$$

$$\underset{\text{س}\to ٢}{\text{نهـا}} = \frac{\text{س}^{٢} - ٨}{\text{س} - ٢} = \frac{٨ - ٨}{٢ - ٢} = \frac{٠}{٠}$$

$$\underset{\text{س}\to ٢}{\text{نهـا}} = \frac{\cancel{(\text{س} - ٢)}\,(\text{س}^{٢} + ٢\text{س} + ٤)}{\cancel{\text{س} - ٢}} = ٤ + ٤ + ٤ = ١٢$$

$$\underset{\text{س}\to -١}{\text{نهـا}} = \frac{\text{س}^{٣} + ١}{\text{س}^{٢} - ١} = \frac{-١ + ١}{١ - ١} = \frac{٠}{٠}$$

$$\underset{\text{س}\to -١}{\text{نهـا}} = \frac{\cancel{(\text{س} + ١)}\,(\text{س}^{٢} - \text{س} + ١)}{\cancel{(\text{س} + ١)}\,(\text{س} - ١)} = \frac{١ + ١ + ١}{-١ - ١} = \frac{٣}{-٢}$$

$$\underset{\text{س}\to ٢}{\text{نهـا}} = \frac{\text{س}^{٢} - ٢\text{س}}{\text{س} - ٢} = \frac{٤ - ٤}{٢ - ٢} = \frac{٠}{٠}$$

$$\underset{\text{س}\to ٢}{\text{نهـا}} = \frac{\text{س}\,\cancel{(\text{س} - ٢)}}{\cancel{\text{س} - ٢}} = \text{س} = ٢$$

$$\underset{\text{س} \leftarrow ١}{\text{نهـا}} = \frac{\sqrt{\text{س} + ٣} - ٢}{\text{س} - ١} = \frac{\sqrt{١ + ٣} - ٢}{١ - ١} = \frac{٠}{٠}$$

$$\underset{\text{س} \leftarrow ١}{\text{نهـا}} = \frac{\sqrt{\text{س} + ٣} - ٢}{\text{س} - ١} \times \frac{\sqrt{\text{س} + ٣} + ٢}{\sqrt{\text{س} + ٣} + ٢}$$

$$\underset{\text{س} \leftarrow ١}{\text{نهـا}} = \frac{\text{س} + ٣ - ٤}{(\text{س} - ١)\,(\sqrt{\text{س}+٣} + ٢)}$$

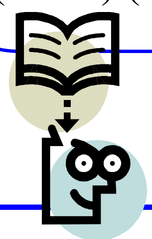
$$\underset{\text{س} \leftarrow ١}{\text{نهـا}} = \frac{\cancel{\text{س} - ١}}{\cancel{(\text{س} - ١)}\,(\sqrt{\text{س}+٣} + ٢)}$$

$$\underset{\text{س} \leftarrow ١}{\text{نهـا}} = \frac{١}{\sqrt{\text{س}+٣} + ٢}$$

$$\underset{\text{س} \leftarrow ١}{\text{نهـا}} = \frac{١}{٢ + ٢} = \frac{١}{٤}$$

تبغ تفهم ... !

١) ننزل الجزر كما هو.
٢) ثم نضرب في مرافق الجزر.
٣) المتشابهان نضرب:
$\sqrt{\ } \times \sqrt{\ }$
٤) الغير متشابه نضعهم داخل أقواس ( ) ( )



$$\underset{\text{س} \leftarrow ٥}{\text{نهـا}} = \frac{\sqrt{\text{س} + ٤} - ٣}{\text{س} - ٥} = \frac{\sqrt{٥ + ٤} - ٣}{٥ - ٥} = \frac{٠}{٠}$$

$$\underset{\text{س} \leftarrow ٥}{\text{نهـا}} = \frac{\sqrt{\text{س} + ٤} - ٣}{\text{س} - ٥} \times \frac{\sqrt{\text{س} + ٤} + ٣}{\sqrt{\text{س} + ٤} + ٣}$$

$$\underset{\text{س} \leftarrow ٥}{\text{نهـا}} = \frac{\text{س} + ٤ - ٩}{(\text{س} - ٥)\,(\sqrt{\text{س}+٤} + ٢)}$$

$$\underset{\text{س} \leftarrow ٥}{\text{نهـا}} = \frac{\cancel{\text{س} - ٥}}{\cancel{(\text{س} - ٥)}\,(\sqrt{\text{س}+٤} + ٣)} = \frac{١}{\sqrt{٥+٤} + ٣}$$

$$\underset{\text{س} \leftarrow ٥}{\text{نهـا}} = \frac{١}{٣ + ٣} = \frac{١}{٦}$$

الاتصال

تعريف:

نقول أن الدالة د(س) متصلة عند النقطة س = أ إذا تحقق الشروط التالية:

1) د(أ) معرفة.

2) $\lim_{س \to أ}$ د(س) معرفة.

3) $\lim_{س \to أ}$ د(س) = د(أ)

مثال رقم 1_15:

أبحث في اتصال الدالة:

$$د(س) = \begin{cases} \dfrac{س^2 - 81}{س - 9} & \text{عندما } س \neq 9 \\ 12 & \text{عندما } س = 9 \end{cases}$$

الحل:

عندما س=9 فإن د(س) = د(9) = 12

أي أن الدالة معرفة عند س = 9

$$\lim_{س \to 9} \frac{س^2 - 81}{س - 9}$$

$$\lim_{س \to 9} \frac{(س - 9)(س + 9)}{س - 9}$$

= س+9

=9+9=18

إذاً النهاية موجودة

د(س) = 12 ، $\lim_{س \to 9}$ د(س) = 18

إذاً الدالة غير متصلة عندما س = 9

مثال رقم ٢-١٥:

أبحث في اتصال الدالة:

$$د(س) = \begin{cases} \dfrac{س^{٢} - ١٦}{س - ٤} & \text{عندما } س \neq ٤ \\ ٨ & \text{عندما } س = ٤ \end{cases}$$

الحل:

عندما س=٤ فإن د(س) = د(٤) = ٨

أي أن الدالة معرفة عند س = ٨

$$\lim_{س \to ٤} \frac{س^{٢} - ١٦}{س - ٤}$$

$$\lim_{س \to ٤} \frac{(س - ٤)(س + ٤)}{س - ٤}$$

= س+٤

=٤+٤=٨

إذاً النهاية موجودة

د(س) = ٨ ، $\lim_{س \to ٤}$ د(س) = ٨

إذاً الدالة متصلة عندما س = ٤

التفاضل

١	ص = م	صَ = صفر
٢	ص = م س	صَ = م
٣	ص = س^{ن}	صَ = ن س$^{ن-١}$

مثال رقم ١-١٦:

- ص = س^{٥} + ٤س^{٣} +٢س^{٢} +٧س +١١

  صَ = ٥س^{٤} +١٢س^{٢} +٤س +٧

- ص = س$^{-٤}$ +٥س^{٤} +٦س^{٣} +٧س^{٢} +٥س +٨

  صَ = −٤س$^{-٥}$ +٢٠س^{٣} +١٨س^{٢} +١٤س +٥

٤	ص = $\sqrt{\quad}$	صَ = $\dfrac{\text{مشتقة ما بداخل الجذر}}{٢\sqrt{\quad}}$

مثال رقم ٢-١٦ :

- ص = $\sqrt{\text{٣س} + ٥}$

  صَ = $\dfrac{٣}{٢\sqrt{\text{٣ س} + ٥}}$

- صَ = $\sqrt{\text{س}^{٢} + \text{٥ س} + ١}$

  صَ = $\dfrac{\text{٢ س} + ٥}{٢\sqrt{\text{س}^{٢} + \text{٥ س} + ١}}$

٥ ص = (   )^{ن} ص َ= ن (   )$^{ن-١}$ × مشتقة مابداخل القوس

مثال رقم ٣-١٦:

- ص = (٣س+١)^{٩}

ص َ= ٩ (٣س+١)^{٨} × ٣

= ٢٧ (٣س+١)^{٨}

- ص = (٢س^{٢}+٥)^{٧}

ص َ= ٧ (٢س^{٢}+٥)^{٦} × ٤س

= ٢٨س (٢س^{٢}+٥)^{٦}

٦ ص = د(س) × د(س) ص َ= مشتقة الأول × الثاني + مشتقة الثاني × الأول

مثال رقم ٤-١٦:

- ص = س^{٣} × $\sqrt{٥س+٤}$

ص َ= ٣س^{٢} × $\sqrt{٥س+٤}$ + $\frac{٥}{٢\sqrt{٥س+٤}}$ × س^{٣}

- ص = ٢س^{٤} × (٥س+١)^{٣}

ص َ= ٨س^{٣} × (٥س+١)^{٣} + ٣(٥س+١)^{٢} × ٥ × ٢س^{٤}

٧ ص = $\frac{م}{د(س)}$ ص َ= $\frac{م \times - \text{مشتقة الدالة}}{(\text{الدالة})^{٢}}$

مثال رقم ٥-١٦:

- ص = $\frac{٣}{س^{٢}+١}$

ص َ= $\frac{٣ \times -٢س}{(س^{٢}+١)^{٢}}$

= $\frac{-٦س}{(س^{٢}+١)^{٢}}$

مثال رقم ٦–١٦:

- $\text{ص} = \frac{\text{١}}{\text{س}}$

$$\text{ص}' = \frac{\text{١} \times -\text{١}}{\text{س}^{\text{٢}}} = \frac{-\text{١}}{\text{س}^{\text{٢}}}$$

$$\boxed{\text{٨}} \quad \text{ص} = \frac{\text{د}(\text{س})}{\text{د}(\text{س})} \qquad \text{ص}' = \frac{\text{مشتقة البسط} \times \text{المقام} - \text{مشتقة المقام} \times \text{البسط}}{(\text{المقام})^{\text{٢}}}$$

مثال رقم ٧–١٦:

- $\text{ص} = \frac{\text{٣ س} + \text{١}}{\text{٢ س} - \text{٤}}$

$$\text{ص}' = \frac{\text{٣}(\text{٢ س} - \text{٤}) - \text{٢}(\text{٣ س} + \text{١})}{(\text{٢ س} - \text{٤})^{\text{٢}}}$$

$$= \frac{\cancel{\text{٦ س}} - \text{١٢} - \cancel{\text{٦ س}} - \text{٢}}{(\text{٢ س} - \text{٤})^{\text{٢}}}$$

$$= \frac{-\text{١٤}}{(\text{٢ س} - \text{٤})^{\text{٢}}}$$

- $\text{ص} = \left(\frac{\text{٥ س} + \text{٣}}{\text{س} - \text{١}}\right)$

$$\text{ص}' = \frac{\text{٥}(\text{س} - \text{١}) - \text{١}(\text{٥ س} + \text{٣})}{(\text{س} - \text{١})^{\text{٢}}}$$

$$= \frac{\cancel{\text{٥ س}} - \text{٥} - \cancel{\text{٥ س}} - \text{٣}}{(\text{س} - \text{١})^{\text{٢}}}$$

$$= \frac{-\text{٨}}{(\text{س} - \text{١})^{\text{٢}}}$$

٩	ص = $e^{د(س)}$	ص َ = دَ(س) $e^{د(س)}$

مثال رقم ٨-١٦:

- ص = $e^{٥س}$

ص َ = ٥ $e^{٥س}$

- ص = $e^{س^٢+١}$

ص َ = ٢س $e^{س^٢+١}$

١٠	ص = لط د(س)	ص َ = $\frac{دَ(س)}{د(س)}$

مثال رقم ٩-١٦:

- ص = لط (٥س+١)

ص َ = $\frac{٥}{٥س + ١}$

- ص = لط س^٣

ص َ = $\frac{٣ س^٢}{س^٣}$

- ص = لط (٣س^٢+١)

ص َ = $\frac{٦ س}{٣ س^٢ + ١}$

تمرين رقم ١-١٦:

ص = لط (س^{٤}+٣) فأن صَ =

صَ = $\frac{٤س^{٣}}{س^{٤} + ٣}$

ص = س$^{-٣}$+١ فأن صَ =

صَ = −٣س$^{-٤}$

ص = (س^{٣}+٢)^{٧} فأن صَ =

صَ = ٧(س^{٣}+٢)^{٦} × ٣س^{٢}

= ٢١س^{٢} (س^{٣}+٢)^{٦}

ص = (س^{٢}+١)^{٥} فأن صَ =

صَ = ٥(س^{٢}+١)^{٤} × ٢س

= ١٠س (س^{٢}+١)^{٤}

ص = س × لط س فأن صَ =

صَ = ١×لط س + $\frac{١}{س}$ × س

= لط س + ١

ص = $\frac{e^{٥س}}{س + ١}$ فأن صَ =

صَ = $\frac{٥ e^{٥س} (س+١) - ١× e^{٥س}}{(س+١)^{٢}}$

ص = (٣س+٥) (٣س−٥) فأن صَ =

صَ = ٣(٣س−٥) + ٣(٣س+٥)

= ٩س −١٥ + ٩س + ١٥ = ١٨س

أوجد التفاضل الرابع للدالة $ص = س^{٤} + ٣س^{٣} - ٢س^{٢} - ٩س - ٢$

الحل:

$ص' = ٤س^{٣} + ٩س^{٢} - ٤س - ٩$

$ص'' = ١٢س^{٢} + ١٨س - ٤$

$ص''' = ٢٤س + ١٨$

$ص'''' = ٢٤$

$ص = \frac{س^{٣} + ٢س^{٢}}{س^{٢} + ١}$ فإن $ص' =$

$$ص' = \frac{٣س^{٢} + ٤س \times س^{٢} + ١ - ٢س \times س^{٣} + ٢س^{٢}}{(س^{٢} + ١)^{٢}}$$

$ص = ٩س^{٢}(٢س - ١)$ فإن $ص' =$

$ص' = ١٨س \times (٢س - ١) + ٢(٩س^{٢})$

$= ٣٦س^{٢} - ١٨س + ١٨س^{٢}$

$= ٥٤س^{٢} - ١٨س$

$ص = (٢س^{٢} + ٣س - ١)^{٥}$ فإن $ص' =$

$ص' = ٥(٢س^{٢} + ٣س - ١)^{٤} \times ٤س + ٣$

$ص = ص^{٤} + ٣ص^{٢} - س^{٣} = ١$ فإن $ص' =$

$ص' = ٤ص^{٣} + ٦ص - ٣س^{٢} = ٠$

$= ٤ص^{٣} + ٦ص = ٣س^{٢}$

$ص = س^{٤} + ٣س^{٣} - ٢س^{٢} - ٩س - ٢$ فإن $ص' =$

$ص' = ٤س^{٣} + ٩س^{٢} - ٤س - ٩$

$ص = لط(١ - ٢س)$ فإن $ص' =$

$$ص' = \frac{-٢}{١ - ٢س}$$

ص= $e^{\text{س}^{٣}-٢\text{س}+١}$ فإن ص َ =

ص َ = $(٣\text{س}^{٢}-٢)\, e^{\text{س}^{٣}-٢\text{س}+١}$

ص= لط $(٥\text{س}^{٢}-٣\text{س}+٢)$ فإن ص َ =

ص َ = $\dfrac{١٠\,\text{س}-٣}{٥\,\text{س}^{٢}-٣\,\text{س}+٢}$

ص= $\dfrac{\text{س}+١}{\text{س}}$ فإن ص َ =

ص َ = $\dfrac{١\times\text{س}-١\times\text{س}+١}{\text{س}^{٢}}$

$= \dfrac{\text{س}-\text{س}+١}{\text{س}^{٢}}$

$= \dfrac{١}{\text{س}^{٢}}$

ص= $\sqrt{\text{س}+٥}$ فإن ص َ =

ص َ = $\dfrac{١}{٢\sqrt{\text{س}+٥}}$

ص= لط $(\text{س}^{٢}+٣\text{س}) \times e^{٢\text{س}+١}$ فإن ص َ =

ص َ = $\dfrac{٢\,\text{س}+٣}{\text{س}^{٢}+٣\,\text{س}} \times e^{٢\text{س}+١} + ٢\, e^{٢\text{س}+١} \times \text{س}^{٢} + ٣\text{س}$

ص= $\dfrac{\text{س}^{٢}-١}{\text{س}^{٣}+١}$ فإن ص َ =

ص َ = $\dfrac{(٢\,\text{س}) \times (\text{س}^{٣}+١) - (٣\,\text{س}^{٢}) \times (\text{س}^{٢}-١)}{(\text{س}^{٣}+١)^{٢}}$

$= \dfrac{٢\,\text{س}^{٤}+٢\,\text{س}-٣\,\text{س}^{٤}+٣\,\text{س}^{٢}}{(\text{س}^{٣}+١)^{٢}}$

$= \dfrac{-\text{س}^{٤}+٢\,\text{س}+٣\,\text{س}^{٢}}{(\text{س}^{٣}+١)^{٢}}$

المشتقات العليا:

تعريف: إذا كانت دَ(س) قابلة للاشتقاق عند س ، فإننا نسمي مشتقتها بالمشتقة الثانية للدالــة د(س) ونرمز لها بالرمز دً(س) ، وهكذا بالطريقة نفسها نحصل على المشتقة الثالثة ونرمز لها دًّ(س) ، وهكــذا إلى أن نصل إلى المشتقة رقم ن.

مثال:

أوجد المشتقة الرابعة للدالة د(س) = س^{٣} – ٥س^{٢}+٣

الحل:

د(س) = س^{٣}–٥س^{٢}+٣

دَ(س) = ٣س^{٢}–١٠س

دً(س) = ٦س–١٠

دًّ(س) = ٦

دًّّ(س) = صفر

مثال:

أوجد المشتقة الثانية للدالة ص = $e^{س^٢}$

الحل:

ص= $e^{س^٢}$

صَ= ٢س $e^{س^٢}$

صً= ٢ $e^{س^٢}$ + ٤س^{٢} $e^{س^٢}$

∴ صً= ٢ $e^{س^٢}$ (١+٢س^{٢})

تطبيقات التفاضل:

تعريف: يقال أن العدد ﻫ س مجال الدالة ص=د(س) عدد حرج لهذه الدالة إذا كانت دَ(ﻫ) = صفر أو دَ(ﻫ) غير موجودة.

مثال:

أوجد الأعداد الحرجة للدالة د(س) = س^{٤}−٢س^{٢}

الحل:

د(س) = س^{٤}−٢س^{٢}

دَ(س) = ٤س^{٣}−٤س

دَ(س) = صفر ⟵ ٤س^{٣}−٤س = صفر

⟵ ٤س(س^{٢}−١) = صفر

⟵ ٤س = صفر ⟵ س = صفر

أو س^{٢}−١ = صفر ⟵ س^{٢}−١ ⟵ س = ± ١

∴ مجال الدالة د(س) = س^{٤}−٢س^{٢} هو ح

∴ الأعداد الحرجة للدالة هي صفر ، −١ ، ١

مثال:

أوجد الأعداد الحرجة للدالة د(س) = س^{٣}+٣س^{٢}+٨

الحل:

د(س) =س^{٣}+٣س^{٢}+٨

دَ(س) = ٣س^{٢}+٦س

دَ(س) = صفر ⟵ ٣س^{٢}+٦س= صفر

⟵ ٣س(س+٢) = صفر

∴ إما ٣س = صفر ⟵ س = صفر

أو س +٢ = صفر ⟵ س=−٢

∴ الأعداد الحرجة للدالة د(س) = س^{٣}+٣س^{٢}+٨ هي صفر ، −٢

التكامل

١ $\int \text{أ}\ \text{ءس} = \text{أ}\,\text{س} + \text{ث}$

٢ $\int \text{س}^{\text{ن}}\ \text{ءس} = \dfrac{\text{س}^{\text{ن}+١}}{\text{ن}+١} + \text{ث}$

٣ $\int e^{\text{د(س)}}\ \text{ءس} = \dfrac{e^{\text{د(س)}}}{\text{دَ(س)}} + \text{ث}$

٤ $\int \dfrac{\text{أ}}{\text{ء}\,(\text{س}+١)} \ \text{ءس} = \text{أ}\ \text{لط}\ \text{ء(س)} + \text{ث}$

٥ $\int \dfrac{\text{دَ}\,(\text{س})}{\text{ء}\,(\text{س})} \ \text{ءس} = \text{لط}\ \text{ء(س)} + \text{ث}$

تمرين رقم ١–١٧:

أوجد $\int (\text{س}^٢ + e^{\text{س}} + \dfrac{٣}{\text{س}} + ١)\ \text{ء س} =$

$\dfrac{\text{س}^٣}{٣} + \dfrac{e^{\text{س}}}{٥} + ٣\text{لط}\,(\text{س}) + \text{س} + \text{ث}$

أوجد $\int \sqrt{\text{س}}\ \text{ء س} =$

$= \text{س}^{\frac{١}{٢}}$

$= \dfrac{٢}{٣}\text{س}^{\frac{٣}{٢}} + \text{ث}$

تمرين رقم ٢-١٧:

أوجد $\int \sqrt{\text{س}^{٣}}\ \text{ء س} =$

$= \int \text{س}^{\frac{٣}{٢}}$

$= \frac{٢}{٥}\ \text{س}^{\frac{٥}{٢}} + \text{ث}$

أوجد $\int (\text{س}^{٢} - ٣\text{س} + ٧)\ \text{ء س} =$

$\frac{\text{س}^{٣}}{٣} - \frac{٣\text{س}^{٢}}{٢} + ٧\text{س} + \text{ث}$

$\frac{١}{٣}\text{س}^{٣} - \frac{٣}{٢}\text{س}^{٢} + ٧\text{س} + \text{ث}$

أوجد $\int (\text{س}^{٢} + \frac{١}{\text{س}} + ١)\ \text{ء س} =$

$\frac{\text{س}^{٣}}{٣} + \text{لط س} + \text{س} + \text{ث}$

أوجد $\int (e^{٢\text{س}} + \frac{٣}{\text{س} + ١} + ٥)\ \text{ء س} =$

$\frac{e^{٢\text{س}}}{٢} + ٣\text{لط}(\text{س}+١) + ٥\text{س} + \text{ث}$

$\frac{١}{٢} + ٣\text{لط}(\text{س}+١) + ٥\text{س} + \text{ث}$

أوجد $\int \sqrt[٥]{\text{س}^{٤}}\ \text{ء س} =$

$= \int \text{س}^{\frac{٤}{٥}}$

$= \frac{٥}{٩}\ \text{س}^{\frac{٩}{٥}} + \text{ث}$

التكامل المحدود:

تعريف: $\int_{\text{أ}}^{\text{ب}} \text{د(س)}\ \text{ءس} = \left[\text{د(س)}\right]_{\text{أ}}^{\text{ب}} = \text{د(ب)} - \text{د(أ)}$

مثال:

$\int_{\text{١}}^{\text{٢}} \text{س}^{\text{٢}}\ \text{ءس} =$

$= \left[\frac{\text{س}^{\text{٣}}}{\text{٣}}\right]_{\text{١}}^{\text{٢}} = \frac{\text{٢}^{\text{٣}} - \text{١}^{\text{٣}}}{\text{٣}} = \frac{\text{٨} - \text{١}}{\text{٣}} = \frac{\text{٧}}{\text{٣}}$

مثال:

$\int_{\text{٠}}^{\text{٣}} -\text{٣س}^{\text{٢}}\ \text{ءس} =$

$= -\text{٣} \int_{\text{٠}}^{\text{٣}} \text{س}^{\text{٢}}\ \text{ءس}$

$= -\cancel{\text{٣}} \left[\frac{\text{س}^{\text{٣}}}{\cancel{\text{٣}}}\right]_{\text{٠}}^{\text{٣}}$

$= -\left[\text{س}^{\text{٣}}\right]_{\text{٠}}^{\text{٣}} = -\left[\text{٢٧} - \text{صفر}\right] = -\text{٢٧}$

مثال:

$\int_{\text{١-}}^{\text{٢}} (\text{٥س} + \text{٣})\ \text{ءس} =$

$= \left[\frac{\text{٥س}^{\text{٢}}}{\text{٢}} + \text{٣س}\right]_{\text{١-}}^{\text{٢}}$

$= \left[\frac{\text{٢٠}}{\text{٢}} + \text{٦}\right] - \left[\frac{\text{٥}}{\text{٢}} - \text{٣}\right]$

$= \text{١٦} - \frac{\text{٥}}{\text{٢}} + \text{٣}$

$= \text{١٩} - \frac{\text{٥}}{\text{٢}} = \text{١٦}\frac{\text{١}}{\text{٢}}$

تمارين عامة

فضلاً أجب على جميع الأسئلة التالية بتظليل رمز الإجابة الصحيحة فقط في ورقة الإجابة المرفقة:

س١ : ميل الخط المستقيم الموازي للمستقيم ٣ص= س+٣ هو

أ) ١ ب) $\frac{١}{٣}$ ج) −٣ د) − $\frac{١}{٣}$

س٢ : ميل الخط المستقيم المار بالنقطتين (١،٢) ، (٣،٤) هو

أ) ١ ب) $\frac{١}{٣}$ ج) −٣ د) − $\frac{١}{٣}$

س٣ : معادلة الخط المستقيم الذي ميله = ٢ ويمر بالنقطة (١،٣) هي

أ) ص = ٢س + ١ ب) ص = −٢س − ١

ج) ص = ٢س − ١ د) ص = −٢س + ١

س٤ : قيم س التي تحقق المعادلة س^{٢} − س−٦= صفر هي

أ) −٢ ، ٣ ب) −٢ ، −٣ ج) ٢ ، ٣ د) −١ ، ٦

س٥ : قيم س ، ص التي تحقق المعادلتين ٣س − ص = ٩ ، س + ٣ص = −٧ هي

أ) س=−٣ ، ص=٢ ب) س=٢ ، ص=−٣

ج) س=٢ ، ص=٣ د) س=−٢ ، ص=−٣

س٦ : قيمة المحدد $\begin{vmatrix} ١- & ٤ \\ ٢ & ٧ \end{vmatrix}$ =

أ) −١٥ ب) ١٥ ج) −٣٠ د) −١٨

س٧ : إذا كانت ص=٢س^{٣}−٤س فإن صَ=

أ) ٥س−٤ ب) ٦س^{٢}−٤ ج) ٦س−٤ د) ٩س−٤

س٨ : إذا كانت ص=لط (س^{٣}+٨) فإن صَ=

أ) لط٣س^{٢} ب) $\frac{س^{٣}+٨}{٣س^{٢}}$ ج) $\frac{١}{٣س^{٢}}$ د) $\frac{٣س^{٢}}{س^{٣}+٨}$

س٩ : إذا كانت ص=(س^{٤}+٤)^{٩} فإن صَ =

أ) ٩(٤س^{٣})^{٨} ب) ٩(س^{٤}+٤)^{٩}

ج) ٩(س^{٤}+٤)^{٨} د) ٣٦س^{٣}(س^{٤}+٤)^{٨}

س١٠ : إذا كانت ص= ٣س^{٢}−٤س + ٣ فإن صً =

أ) ٦ ب) ٦س − ٤ ج) صفر د) س^{٣}−٢س^{٢}+٣س+ث

س١١ : ∫ (٤س^{٣}+٣س^{٢}) ء س =

أ) ١٢س^{٢}+٦س ب) س^{٤}+س^{٣}+ث

ج) $\frac{\text{س}^{٤}}{٤}$ + $\frac{\text{س}^{٣}}{٣}$ + ث د) ٤س^{٤}+٣س^{٣}+ث

س١٢ : ∫ $\sqrt[٣]{\text{س}}$ ء س=

أ) $\frac{٣}{٢\sqrt{\text{س}}}$ + ث ب) $\frac{٦}{٣}$س$^{\frac{٣}{٢}}$− س +ث ج) ٢ س$^{\frac{٣}{٢}}$+ث د) −٢ س$^{\frac{٣}{٢}}$+ث

س١٣ : ∫ $e^{\text{س}}$ ء س =

أ) ١٦ $e^{\text{س}}$ + ث ب) ٤ $e^{\text{س}}$ + ث ج) $\frac{١}{\text{س}}$ $e^{\text{س}}$ + ث د) $e^{\text{س}}$ + ث

س١٤ : إذا كانت ص= س$^{-٤}$ + ٧ فإن صَ =

أ) −٣س$^{-٣}$ ب) −٤س ج) −٤س$^{-٥}$ د) −٤س$^{-٥}$+٧

س١٥ : ميل الخط المستقيم العمودي على المستقيم ٣ص−٤س = ٣٠ هو

أ) $\frac{٤}{٣}$ ب) − $\frac{٣}{٤}$ ج) − $\frac{٤}{٣}$ د) $\frac{٣}{٤}$

س١٦ : إذا كانت ص= س^{٢}× $e^{\text{س}}$ فإن صَ =

أ) ٢س $e^{\text{س}}$ ب) $e^{\text{س}}$(٢س+س^{٢}) ج) س^{٢} $e^{\text{س}}$ د) ٢س $e^{\text{س}}$+ $e^{\text{س}}$

س١٧ : المقدار $\frac{٤\text{ص}^{٢}}{٣\text{ س}}$ ÷ $\frac{١٦\text{ص}^{٦}}{٦\text{ س}^{٣}}$ =

أ) $\frac{٢\text{ص}^{٨}}{٤\text{س}^{٤}}$ ب) $\frac{٤\text{ص}^{٢}}{١٨}$ ج) $\frac{٢\text{س}^{٢}}{٤\text{ص}^{٢}}$ د) $\frac{٤\text{ص}^{٨}}{٤\text{س}^{٤}}$

س١٨ : قيمة a التي تحقق المعادلة لو$_a$ ١٦ = ٢ هي

أ) ٤ ب) ٣ جـ) ١٦ د) ٨

س١٩ : تبسيط المقدار لو$_3$ ٢٧ − لو$_3$ ١٢ + لو$_3$ ٤ =

أ) ١ ب) ٢ جـ) لو$_2$ ١١ د) صفر

س٢٠ : إذا كانت ص=٢س^3−٤س فإن صَ=

أ) ٥س−٤ ب) ٦س^2−٤ جـ) ٦س−٤ د) ٩س−٤

س٢١ : الحد السابع عشر ح$_{17}$ من المتوالية الحسابية ١ ، −١ ، −٣ ، −٥ ، .... هو

أ) $(-2)^{16}$ ب) ١ جـ) −٣١ د) ٣١

س٢٢ : مجموع أول خمسون حداً جـ$_{50}$ من المتوالية الحسابية ١،٢،٣،٤،............ هو

أ) ٢٤٥٠ ب) ٤٩ جـ) ٩٨ د) ١٢٧٥

س٢٣ : الحد السادس ح$_6$ من المتوالية الهندسية ٣,٩,٢٧،............... هو

أ) ٢١ ب) ٣^5 جـ) ٣^6 د) ٢٤

س٢٤ : المجموع اللانهائي جـ$_\infty$ للمتوالية الهندسية ٣، ١ ، $\frac{1}{3}$ ، .... هو

أ) $\frac{9}{2}$ ب) $\frac{2}{9}$ جـ) $\frac{8}{2}$ د) $\frac{2}{8}$

س٢٥ : $\lim_{س \to 2}$ (س^2−٣س+٤) =

أ) −٢ ب) صفر جـ) ٢ د) ٦

س٢٦ : $\lim_{س \to 3} \frac{س^2 - 9}{س - 3}$ =

أ) صفر ب) ٢ جـ) ١ د) ٦

س٢٧ : تحليل المقدار س^2 + س − ٦ =

أ) (س−٢) (س+٣) ب) (س−٦) (س+١)

جـ) (س+٦) (س−١) د) (س+٢) (س−٣)

س٢٨ : مفكوك المقدار $(س-١)^٢$ =

أ) $س^٢-٢س+١$ ب) $س^٢+٢س+١$

ج) $س^٢-١$ د) $٢س-٢$

س٢٩ : تبسيط المقدار $\frac{س^٣+س^٢}{س^٢} \div \frac{س^٢-١}{س-١}$ =

أ) س+١ ب) س−١ ج) −١ د) ١

س٣٠ : تبسيط المقدار $\sqrt{٣^٨ س^٦}$ =

أ) $٣^٢ س^٣$ ب) ٣ س ج) $٣^٤ س^٣$ د) $٣^٨ س^٣$

س٣١ : تبسيط المقدار $(٤س^٤ ص^{-٣})^٢$ =

أ) $١٦س^٨ ص^{-٦}$ ب) $٢س^٦ ص^{-١}$

ج) $٢س^٨ ص^{-٦}$ د) $١٦س^٦ ص^{-١}$

س٣٢ : قيمة س التي تحقق المعادلة $لو_٣ س = ٣$ هي

أ) ٩ ب) ١ ج) ٣ د) ٢٧

س٣٣ : $\lim_{س \to \infty} \frac{٣س^٧+٨س^٢}{٤س^٧+٢}$ =

أ) غير موجودة ب) $\frac{٣}{٤}$ ج) $\frac{٤}{٣}$ د) $\frac{١}{٢}$

س٣٤ : $\{٣،٤،٥\} \cup \{٧،٣،٤،٥،٦\}$ =

أ) $\{٣،٤،٥،٦،٧\}$ ب) $\{٣،٤،٥\}$ ج) $\{٦،٧\}$ د) $\varnothing$

س٣٥ : $\{٣،٤،٥\} \cap \{٣،٤،٥،٦،٧\}$ =

أ) $\{٣،٤،٥،٦،٧\}$ ب) $\{٦،٧\}$ ج) $\{٣،٤،٥\}$ د) $\varnothing$

س٣٦ : $\{٣،٤،٥،٦،٧\} - \{٣،٤،٥\}$ =

أ) $\{٦،٧\}$ ب) $\{٣،٤،٥\}$ ج) $\varnothing$ د) $\{٣،٤،٥،٦،٧\}$

س٣٧ : تبسيط المقدار (س−٣) × (س+٣) =

أ) س^{٢}+٦س+٩ ب) س^{٢}−٦س+٩

ج) س^{٢}−٩ د) س^{٢}+٩

س٣٨ : تبسيط المقدار س^{٤} − ٣س^{٢}=

أ) س^{٢}(س^{٢}−٣) ب) س^{٤}(١−٣س)

ج) س^{٤}(١−٣س^{٢}) د) −٢س^{٢}

س٣٩ : تحليل المقدار س^{٣}−٢٧ =

أ) (س−٣) (س^{٢}−٩) ب) (س−٣) (س^{٢}−٣س+٩)

ج) (س−٣) (س^{٢}+٣س+٩) د) (س−٣) (س^{٢}−٣س−٩)

س٤٠ : قيمة س التي تحقق المعادلة ٤س−١١ = −٧س هي

أ) −١ ب) ١ ج) −٢ د) ٢

س٤١ : أوجد قيمة س في المعدلة التالية ٣س+١٦ = −٥س هي

أ) ٤ ب) −٤ ج) ٤,٥ د) لا شيء من ذلك

س٤٢ : تبسيط $\sqrt[٣]{٨\ س^{٣}\ ص^{-٩}}$ يكون

أ) ٢ س^{١} ص$^{-٣}$ ب) ٣ س^{١} ص$^{-٢}$ ج) −٢ س^{١} ص$^{-٣}$ د) ٢ س ص^{٣}

س٤٣ : تبسيط $\left[\sqrt[٣]{٨}\right]^{س+١}$ = ٣٢ يكون

أ) س = ٤ ب) س = −٤ ج) س = ١٦ د) س = −٨

س٤٤ : تحليل المعادلة س^{٢}+٢ م س+ م^{٢} = هو

أ) (س+ م)^{٢} ب) (س^{٢}+ م)^{٢} ج) (−س+ م)^{٢} د) (س− م)^{٢}

س٤٥ : المعادلة س^{٢}−٢س+١ هي نفسها

أ) (س−١)^{٢} ب) (س^{٢}−١)^{٢} ج) (س−٢)^{٢} د) (س+١)^{٢}

س٤٦ : تبسيط المقدار ٩س^{٢}–١٦ص^{٢} يكون

أ) (٣س–٤ص) (٣س+٤ص) ب) (٤س–٣ص) (٤س+٣ص)

ج) (٣س+٤ص) (٤س+٣ص) د) (٣س+٤ص) (٣س–٤ص)

س٤٧ : تبسيط المقدار ٢٧س^{٣}–٨ص^{٣} يكون

أ) (٣س–٢ص) (٩س^{٢}+٦س ص + ٤ص^{٢}) ب) (٩س^{٢}+٦س ص + ٤ص^{٢}) (٢س–٣ص)

ج) (٩س+٦س ص + ٤ص) (٢س^{٢}–٣ص^{٢}) د) (٤س^{٢}+٦س ص + ٦ص^{٢}) (٢س–٣ص)

س٤٨ : ناتج المعادلة $\frac{\text{٣س+٢}}{\text{٢س+١}} - \frac{\text{٢س-٥}}{\text{٢س+١}} =$ يكون

أ) $\frac{\text{س+٧}}{\text{٢س+١}}$ ب) $\frac{\text{س+٧}}{\text{٢س}}$

ج) $\frac{\text{س-٧}}{\text{٢س+١}}$ د) $\frac{\text{س+٧}}{\text{٢س+٢}}$

س٤٩ : ناتج المعادلة $\frac{\text{٣س}}{\text{س-٢}} + \frac{\text{٤س+٤}}{\text{٣س+}} =$ يكون

أ) $\frac{\text{٩س}^{٢}\text{+٦س+(س–٢)(٤س+٤)}}{\text{(س–٢)(٣س+٢)}}$ ب) $\frac{\text{٩س}^{٢}\text{+٦س+(س–٢)(٤س+٤)}}{\text{(س+٢)(٣س–٢)}}$

ج) $\frac{\text{٩س}^{٢}\text{+٦س+(س–٤)(٢س+٤)}}{\text{(س–٢)(٣س+٢)}}$ د) $\frac{\text{٩س}^{٢}\text{+٩س+(س–٥)(٦س+٤)}}{\text{(س–٢)(٣س+٢)}}$

س٥٠ : تبسيط المقدار $\frac{\text{س+٣}}{\text{٣}} = \frac{\text{س-٢}}{\text{٢}}$ يكون

أ) س = ٢ ب) س = –٢

ج) س = ١٢ د) س = –١٢

س٥١ : تبسيط المقدار ٢س^{٢} – ٥٠ = ٠ يكون

أ) س = ± ٥ ب) س = ١٠

ج) س = ± ٢ د) س = – ٢

س٥٢ : تبسيط المقدار ٢س^{٢} – ٩س = ٠ يكون

أ) س = ± ٩ ب) س = ٢

ج) س = – $\frac{٩}{٢}$ د) س = $\frac{٩}{٢}$

س٥٣ : أوجد قسمة س فيما يلي $\frac{س^{٢}}{٦} = س$ يكون

أ) س = ٢ ب) س = - ٦

ج) س = ٦ د) س = - ٢

س٥٤ : أوجد حاصل ضرب $\begin{bmatrix} ١ & ٢ \\ ٣ & ٤- \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} ٥ & ٧ \\ ٦ & ٨ \end{bmatrix}$ يكون

أ) $= \begin{bmatrix} ١٧ & ٢٣ \\ -٩ & ١١- \end{bmatrix}$ ب) $= - \begin{bmatrix} ١٧ & ٢٣ \\ -٩ & ١١- \end{bmatrix}$

ج) $= \begin{bmatrix} ١١ & ٢٣ \\ -٩ & ١١- \end{bmatrix}$ د) $= \begin{bmatrix} ١٧ & ٣ \\ -٩ & ١١ \end{bmatrix}$

س٥٥ : أوجد حاصل ضرب $\begin{bmatrix} ٣ & -٢ & ٤ \\ ١ & ٥ & ٦ \\ ٣ & ٤ & ٢ \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} -١ & ١ \\ ٢ & ٦ \\ ٥ & ٧ \end{bmatrix}$ يكون

أ) $= \begin{bmatrix} ١٣ & ١٩ \\ ٣٩ & ٧٣ \\ ١٥ & ٤١ \end{bmatrix}$ ب) $= \begin{bmatrix} ٣٣ & ١٩ \\ ٣٩ & ٧٣ \\ ١٥ & ٤١ \end{bmatrix}$

ج) $= \begin{bmatrix} ١٣ & ٢٩ \\ ٣٩ & ٧٣ \\ ١٥ & ٤١ \end{bmatrix}$ د) $= \begin{bmatrix} ١٣ & ١٩ \\ ٣٩ & ٧٣ \\ ١٠ & ٤١ \end{bmatrix}$

س٥٦ : أوجد حل نظام المعادلات س – ٣ص = –٤ ، ٢س + ٢ص = ٤

أ) س = $\frac{٤}{٨}$ ، ص = $\frac{١٢}{٨}$ ب) س = $\frac{١٢}{٨}$ ، ص = $\frac{٤}{٨}$

ج) س = $\frac{٢}{٨}$ ، ص = $\frac{٤}{٨}$ د) س = $\frac{٤}{٨}$ ، ص = $\frac{٢١}{٨}$

مع تمنياتي لكم بدوام التوفيق والنجاح ، ، ،

أسأل الله التوفيق والسداد فإن أصبت فذلك بفضل الله ومِنّة وإن أخطأت

فالرجاء مراسلتي على البريد الإلكتروني

haniharab@hotmail.com

إعداد / هاني عرب

المحتويـــــات