

ملخص مبادئ رياضيات الطبعة الاولى
الفصل الدراسي الثاني من عام 1433 هـ
المدرس / د أسامة حنفي محمود

alkon

قانون

يرمز القيمة المطلقة للعد x بـ $|x|$

ملاحظة :

وجود اشارة سالبة قبل أي قوس تغير جميع الاشارات الي جوى القوس يعني اذا كانت سالبة
تغيرها موجبة والعكس صحيح

مثال ($5x + 4y$) - ($2x + 9y$) تغير الموجب سالب والسالب موجب

ملاحظة

اذا اتحدت الاساسات فأنة عند الضرب تجمع الاسسس.

ملاحظة

أي مقدار $x^0 = 1$

القانون هذا مهم للغاية :

مربع المقدار الاول + 2 * الاول * الثاني + مربع الثاني متى تستخدم هذا القانون

اذا جاك مثل هذا المثال

$$(N + 4M)^2 = (N + 4M)(N + 4M)$$

ملاحظة

إذا اتحدت الإشارات تكون دائما + موجبة

وإذا اختلفت تكون دائما - سالبة

ملاحظة

تذكر دائما ان

$$\frac{\text{صفر}}{\text{إي مقدار}} = \frac{\text{صفر}}{\text{إي مقدار}} = \frac{\text{صفر}}{\text{إي مقدار}} = \text{كمية غير محدودة}$$

ملاحظة :

ويشترط لإجراء أي عملية قسمة إن المقام لا يساوي صفر

قانون :

يمكن تحليل الفرق المربعين كما يلي

(الجذر التربيعي الاول - الجذر التربيعي الثاني) (الجذر التربيعي الاول + الجذر التربيعي الثاني)

مثال :

$$(y + x) (y - x) = (y^2 - x^2)$$

قانون مهم

(جذر الاول - جذر الثاني) (مربع الاول + الثاني * جذر الثاني + مربع الثاني)

مثال

$$(y^2 + yx + x^2) (y - x) = y^3 - x^3$$

ملاحظة هامة :

إذا اتحدت الاساسات فأنة عند الضرب تجمع الاسس

إذا اتحدت الاساسا عند القسمة تطرح الاسس

اللوغاريتمات :

ملاحظة

اللوغاريتمات : هي قوة الأس المرفوع لأساس معين

مثال

$1000 = 10^3$ ليش اس ثلاثة حسب لا اصفار عندك وهكذا

لذلك يكون $\log_{10} 1000 = 3$

قوانين اللوغاريتمات :

$$\text{Log } x^n = n \log x \quad \bullet$$

مثال

$$\text{Log } 4^5 = 5 \log 4$$

$$\text{Log } (x * y) = \log x + \log y \quad \bullet$$

مثال

$$\text{Log } 20 = \log (4*5) = \log 4 + \log 5$$

$$\text{Log } (x/y) = \log x - \log y \quad \bullet$$

مثال

$$\text{Log } (35/2) = \log 35 - \log 2 = \log (7*5) - \log 2$$

$$\text{Log}_a a = 1 \quad \bullet$$

مثال

$$\text{Log}_5 5 = 1, \log_7 7 = 1, \dots$$

يعني اذا كان العدد نفس الاساس مهما كانت قيمته ومهما كان عدد كبير الكل = 1

ملحوظة

$\log 10 = 10$ إذا لم يكتب الأساس تحت اللوغاريتمات يكون $= 10$

التباديل

يرمز للتباديل بالرمز p فإذا كان لدينا n من الأشياء نريد ترتيبها r من الترتيبات
فإن عدد طرق الترتيب هي nPr ،

$$nPr = \frac{n!}{(n-r)!} \bullet$$

$$nPr = n(n-1)(n-2)\dots(n-r+1) \bullet$$

$$nPr = n! \bullet$$

مثال:

$${}_3P_3 = 3! = 3 \cdot 2 \cdot 1 = 6$$

$${}_6P_6 = 6! = 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 720$$

التوافيق

يرمز لها بالحرف C

$$nC_r = \frac{nPr}{r!} = \frac{n(n-1)(n-2)\dots(n-r+1)}{r(r-1)(r-2)\dots 3 \cdot 2 \cdot 1} \quad \text{حيث أن}$$

مثال :

$${}_7C_4 = \frac{7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4}{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} = \frac{840}{24} = 35$$

نلاحظ معاني انه بدء من الرقم 7 ثم 6 ثم 5 ثم 4 يعني اربع خانات زي الاساسا بالضبط وانتم افهموها

هام جدا

$$nC_n = 1$$

مثال : $12C_{12} = 1$, $8C_8 = 1$, $6C_6 = 1$

دائما اذا تفق الاساس والاس في التوافق الناتج = 1

$$nC_0 = 1$$

مثال : $4C_0 = 1$, $7C_0 = 1$, $10C_0 = 1$

$$nC_1 = n$$

مثال : $5C_1 = 5$, $11C_1 = 11$, $7C_1 = 7$

وش يعني ذا الكلام يعني في التوافق اذا جاء اساس التوافق 1 يعطينا الاس مباشرة دون أي جدل

نظرية ذات الحدين

الأس

(x+a)ⁿ =

الحد الأول

الحد الثاني

n C 0 a⁰ xⁿ + n C 1 a¹ xⁿ⁻¹ + n C 2 a² xⁿ⁻² + + n C n aⁿ x⁰

مثال : أوجد مفكوك $(x+3)^3$:

$$(x+3)^3 (x+3)^1 =$$
$$=(x^2+6x+9)(x+3) = x^3+6x^2+9x$$

من المثال واضح أنه بسيط
اللي أتضح أنه نأخذ أول معامل
اللي هو x الموجود في القوس
الثاني ونضربه في القوس الأول
بالكامل
ما عليكم من القانون كله خرابيط

الحد العام لنظرية ذات الحدين

$$H_{r+1} = nCr (\text{second term})^r (\text{first term})^{n-r}$$

(r) رتبها أقل من رتبة الحد بمقدار واحد .

تعريب للقانون :

$$H_{r+1} = nCr (\text{الحد الثاني})^r (\text{الحد الاول})^{n-r}$$

عدد الحدود = الأس + 1

للي ما فهم هذا مثال :

أوجد الحد الخامس في مفكوك $(x+3)^9$ ؟

الحل : H_5 , $r=4$, $n=9$

قلنا قبل أن رتبها أقل من رتبة
الحد بمقدار واحد .. ورتبة
الحد هي الخامس زي مو
مذكور بالسؤال

$$H_{r+1} = nCr (\text{الحد الثاني})^r (\text{الحد الاول})^{n-r}$$

$$H_5 = 9C4 (3)^4 (X)^{9-4}$$

$$= 126 * 81 * X^5 = 10206X^5$$

الحد الاوسط

له فرعين: لأستخراج الحد الأوسط :

الاول الاس زوجي وانه نعوض بالمعادلة الاتية :

$$H = \frac{n + 2}{2}$$

والثاني الاس فردي وأنه نعوض بالمعادلة الأتية :

$$H = \frac{n + 1}{2} , \frac{n + 3}{2}$$

نأخذ مثال عشان نفهم أكثر:

أوجد الحد الاوسط في مفكوك $(X-2)^{10}$

الحل : كيف نعرف أن الاس زوجي أو فردي عشان نطلع رتبة الحد ,, لازم نعوض بالمعادله الزوجية ونشوف

$$H = \frac{10 + 2}{2} = 6$$

أذاً رتبت الحد الاوسط هي زوجيه اللي هي H_6 ,

إذاً $r = 5$ ليش لانها اقل من رتبة الحد السادس

إذاً $n = 10$ عاد مايغالها اللي هو الاس

$$H_6 = {}_{10}C_5 (-2)^2 (X)^{10-5} = 252 * -32 * X^5 = -8064X^5$$

الحد الخالي من X :

كل هالحاجات تعويض فقط تابع معاي :

بناخذ مثال :

أوجد الحد الخالي من X في مفكوك $\left[X - \frac{4}{x}\right]^{12}$

الحل :

$$H_{r+1} = 12Cr \left(\frac{-4}{x}\right)^r (X)^{12-r}$$

$$H_{r+1} = 12Cr(-4)^r (X)^r (X)^{12-r}$$

$$H_{r+1} = 12Cr(-4)^r x^{12-2r}$$

بما أننا نريد الحد الخالي من X لذلك نضع $12-2r=0$

نعوض بالمعادلة :

$$12-2r=0 > 12 = 2r > r = \frac{12}{2} = 6$$

إذا ننتج أن :

$$H_{r+1} = 6+1 = H_7$$

الحد الذي يحتوي على x^4 :

نأخذ مثال :

أوجد الحد الذي يحتوي على x^4 في مفكوك $\left[X - \frac{4}{x}\right]^{12}$:

الحل :

$$H_{r+1} = 12Cr \left(\frac{-4}{X}\right)^r (X)^{12-r}$$

$$H_{r+1} = 12Cr(-4)^r (X)^r (X)^{12-r}$$

$$H_{r+1} = 12Cr(-4)^r x^{12-2r}$$

بما أننا نريد الحد الذي يحتوي على x^4 لذلك نضع المعادلة هكذا :

$$12-2r=4 > 12-4=2r > 8 = 2r > r = \frac{8}{2} = 4$$

إذاً ننتج أن :

$$H_{r+1} = H_{4+1} = H_5$$

المتواليات :

نوعان :

- 1- المتواليات العددية (الحسابية) .
- 2- المتواليات الهندسية .

3- أولاً : المتواليه العدديه :

يطلق على متسلسلة الأعداد التي يكون الفرق فيها بين أى حد والحد السابق له مباشرة مقدار ثابت المتواليه العددية.

فمثلاً : 2,5,8,..... يطلق عليها المتواليه العدديه حيث أن :

الحد الأول $A = 2$

الحد الأخير $L = 8$

أساس المتواليه $d = 3$

$$8 - 5 = 3$$

$$5 - 2 = 3$$

الفرق الثابت يسمى أساس المتواليه ويرمز له بالرمز d .

4- الرموز المستخدمه :

• $A =$ الحد الاول

• $D =$ اساس المتواليه (الفرق الثابت) .

• $L =$ الحد الأخير .

• $H_n =$ الحد العام .

• $S_n =$ مجموع المتواليه .

القوانين :

مثال :

الحد الثامن $H_8 = a + 7d$

الحد الرابع $H_4 = a + 3d$

الحد العام : $H_n = a + (n-1)d$

• مجموع المتواليه يمكن إيجاده بطريقتين:

1- بمعلوميه الحد الأخير :

$$S_n = \frac{n}{2} (a + L)$$

2- بمعلوميه أساس المتواليه :

$$S_n = \frac{n}{2} (2a + (n-1)d)$$

• نأخذ مثال عشان نفهم :

A

في المتواليه التاليه : 3,7,11,.....

أوجد :

1- نوع المتواليه ؟

عدديه لماذا ؟ لان الفرق بين 3,7,11,..... متساوي وهو 4

2- أساس المتواليه ؟

D= 4 .. كيف عرفنا ما هو قلنا ان الفرق بينهم هو 4 هذا اساس المتواليه

3- الحد الخامس ؟

$$H_5 = a + 4d$$

$$= 3 + 4 \times 4 = 19$$

طبعا الـ a طلعتها من المتواليه وهو الحد الاول 3,7,11,...

4- الحد التاسع ؟

$$H_9 = a + 8d$$

$$= 3 + 8 \times 4 = 35$$

5- مجموع العشر حدود الاولى من المتواليه ؟

$$sn = \frac{n}{2} (2a + (n - 1)d)$$

$$sn = \frac{10}{2} (2 \times 3 + (10 - 1)4)$$

$$sn = 5(6 + (9 \times 4))$$

$$sn = 5(6 + 36)$$

$$sn = 5 \times 42 = 210$$

المتواليه الهندسيه :

يطلق علي متسلسلة الأعداد التي يكون خارج قسمة أى حد فيها على الحد السابق له مباشرة مقدار ثابت بالمتوالية الهندسية.

الرموز :

• $A =$ الحد الاول

• $R =$ اساس المتواليه

• $S_n =$ مجموع n من الحدود

• $S_{\infty} =$ مجموع المتواليه الى مالانهايه

القوانين:

الحد العام $h_n = a r^{n-1}$

مجموع عدد معين من الحدود $S_n = \frac{a(r^n - 1)}{r - 1}$

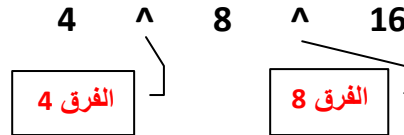
مجموع المتوالية إلى ما لا نهاية $S_{\infty} = \frac{a}{1 - r}$

مثال : في المتواليه 4,8,16,..... أوجد الحد العاشر , ومجموع العشر حدود الاولى من المتواليه ؟

الحل :

المطلوب (الحد العاشر) إذا محدد عندي بالسؤال ,, طيب كيف نعرف هلا هي متواليه هندسية أو عدديه : خلونا نحلها ونشوف :

- نجرب الفرق بين الارقام إذا كانت عدديه



على كذا ما طلعت عدديه لان الفروق ما تساوت مثل بعض (طيب نجرب المتواليه الهندسية)

$$\frac{8}{4} = 2 \quad , \quad \frac{16}{8} = 2$$

الحين عرفنا أنها متواليه هندسية بعد التطبيق لانه تساوت الاطراف

نبدأ الحل ماهو مطلوب (أوجد الحد العاشر)

إذا متواليه هندسية أساسها $r=2$ و $a=4$

$$H_{10} = a r^{n-1} = a \times r^9 = 4 \times 2^9 = 2048$$

المطلوب الثاني (مجموع العشر حدود)

$$\begin{aligned} S_{\infty} &= \frac{a}{1 - r} \\ &= \frac{4(2^{10} - 1)}{2 - 1} = \frac{4092}{1} = 4092 \end{aligned}$$

مثال : متواليه هندسيه حدها الاول 5 واساسها 3- اوجد الحد السادس ومجموع ثمان الحدود الاولى منها ؟

الحل :

من وين جت هذي شوف السؤال يقول حدها الاول $A = 5$ <<

حيرني هذي من وين أنا أقولك هذا الاساس في السؤال موجود << $R = -3$

المطلوب (اوجد الحد السادس) طيب نحل :

$$H_6 = a r^{n-1} = 5X(-3)^{6-1} = 5X(-3)^5 = -1215$$

المطلوب (اوجد مجموع ثمان الحدود الاولى) نحلها :

$$sn = \frac{a(r^n - 1)}{r - 1}$$

$$S_8 = \frac{5((-3)^8 - 1)}{-3 - 1} = \frac{32800}{-4} = -8200$$

مثال : اوجد مجموع المتواليه 199,-99.5,49.75,..... الى مالانهايه ؟

الحل :

طيب كيف نعرف أساس المتواليه R ناخذ الرقم الاصغر من المتواليه ونقسمها على اللي أكبر منه : (نجرب طيب)

$$\frac{-99.5}{199} = -\frac{1}{2} \quad , \quad \frac{49}{-99.5} = -\frac{1}{2} \quad \therefore R = -\frac{1}{2} \quad , \quad \therefore A = 199$$

الحين جميع المعطيات عندنا باقي نختار القانون يا ترى وش نختار قانون (أكيد قانون المتواليات الهندسية ما لا نهاية وهذا بالسؤال موجود)

$$S_{\infty} = \frac{a}{1 - r}$$

$$= \frac{199}{1 - (-\frac{1}{2})} = \frac{199}{1 + \frac{1}{2}} = \frac{199}{1.5} = 123.66$$

المحددات:

المحدد من الرتبة الثانية يكون على الصورة التالية

يتم عمل عملية

المقص

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix}$$

ويمكن الحصول على قيمة المحدد

$$= (a_{11} \times a_{22}) - (a_{12} \times a_{21})$$

$$\begin{vmatrix} 5 & 3 \\ 7 & 8 \end{vmatrix}$$

مثال : أوجد قيمة المحدد

الحل :

$$= (5 \times 8) - (3 \times 7)$$

$$= 40 - 21 = 19$$

$$\begin{vmatrix} -3 & -1 \\ 6 & 4 \end{vmatrix}$$

مثال : أوجد قيمة المحدد

الحل :

$$= (-3 \times 4) - (-1 \times 6)$$

$$= -12 + 6 = -6$$

$$\begin{vmatrix} -12 & 4 \\ -3 & -2 \end{vmatrix}$$

مثال : أوجد قيمة المحدد

الحل :

$$= (-12 \times -2) - (4 \times -3)$$

$$= 24 + 12 = 36$$

إستخدام المحددات في حل المعادلات :

مثال : باستخدام المحددات حل المعادلات التاليه :

$5x + 2y = 19$
 $4x - y = 10$

الحل :

مجموع المعادلتين

$\triangle x \triangle y$

$\triangle \begin{vmatrix} 5 & 2 \\ 4 & -1 \end{vmatrix}, \triangle x \begin{vmatrix} 19 & 2 \\ 10 & -1 \end{vmatrix}, \triangle y \begin{vmatrix} 5 & 19 \\ 4 & 10 \end{vmatrix}$

إذا الحلول هي :

$$\triangle \begin{vmatrix} 5 & 2 \\ 4 & -1 \end{vmatrix} = (5 \times -1) - (2 \times 4) = -5 - 8 = -13 \quad \bullet$$

$$\triangle x \begin{vmatrix} 19 & 2 \\ 10 & -1 \end{vmatrix} = (19 \times -1) - (2 \times 10) = -19 - 20 = -39 \quad \bullet$$

$$\triangle y \begin{vmatrix} 5 & 19 \\ 4 & 10 \end{vmatrix} = (5 \times 10) - (19 \times 4) = 50 - 76 = -26 \quad \bullet$$

إذا : حتى يمكن إيجاد قيمتي كلاً من X و Y يتم حساب $x \triangle y$ و $\triangle$ كما يلي

$$Y = \frac{\triangle y}{\triangle} = \frac{-26}{-13} = 2, \quad X = \frac{\triangle x}{\triangle} = \frac{-39}{-13} = 3$$

وبهذا أنتهي والحمد لله

أخوكم alkon