

## اسم المقرر

مبادئ الرياضيات (١)

د. أسامة حنفي محمود

الأستاذ المشارك بقسم الأساليب الكمية



جامعة الملك فيصل

عمادة التعلم الإلكتروني والتعليم عن بعد

# محاضرة ١١

## نظرية ذات الحدين



مثال:

أوجد مفكوك  $(x + 3)^2$  ؟

الحل:

سبق وأن درسنا أنه يمكن فك هذا المقدار باستخدام قاعدة الضرب

$$(x + 3)^2 = x^2 + 6x + 9$$



مثال: أوجد مفكوك  $(x + 3)^3$  ؟

نلاحظ هنا أن الأس ليس 2 وإنما هو 3 لذلك لا تصلح القاعدة السابقة و يتم إجراء الضرب للقوس في نفسه ثلاث مرات أو نطبق القاعدة ثم نضرب الناتج في القوس نفسه مرة أخرى وفي حالة الأس أكبر من هذا يكون الأمر أطول وأصعب لذا جاءت نظرية ذات الحدين لتحل لنا هذه المشكلة كما يتضح مما يلي:



# نظرية ذات الحدين

$$(x + a)^n = nC_0 a^0 x^n + nC_1 a^1 x^{n-1} + nC_2 a^2 x^{n-2} + \dots + nC_n a^n x^0$$



مثال: اوجد مفكوك  $(x + 3)^3$  ؟

$$\begin{aligned}(x + 3)^3 &= {}^3C_0(3)^0x^3 \\ &+ {}^3C_1(3)^1x^2 \\ &+ {}^3C_2(3)^2x^1 \\ &+ {}^3C_3(3)^3x^0 \\ (x + 3)^3 &= x^3 + 9x^2 + 27x + 27\end{aligned}$$



# نظرية ذات الحدين

الحد العام لنظرية ذات الحدين هو

$$H_{r+1} = ncr(\text{second term})^r (\text{first term})^{n-r}$$

دائماً  $r$  أقل من رتبة الحد بمقدار واحد



# مثال

أوجد الحد الخامس في مفكوك  $(x + 3)^9$  ؟  
الحل

$$H_{r+1} = ncr(\text{second term})^r (\text{first term})^{n-r}$$

نجد أننا نريد  $H_5$  لذلك  $r = 4$   $n = 9$

$$H_5 = 9c4(3)^4 (x)^5 = 126 \times 81x^5 = 10206x^5$$



# مثال

أوجد الحد الرابع في مفكوك  $(2x - 5y)^7$  ؟  
الحل

$$H_{r+1} = ncr(\text{second term})^r (\text{first term})^{n-r}$$

نجد أننا نريد  $H_4$  لذلك  $r = 3$   $n = 7$

$$\begin{aligned} H_4 &= 7c3(-5y)^3(2x)^4 = 35 \times -125y^3 \times 16x^4 \\ &= -70000x^4y^3 \end{aligned}$$



# الحد الأوسط

يتوقف الحد الأوسط على الأس إذا كان فردي أو زوجي:

$$\frac{n+2}{2} = \text{الحد الأوسط} \text{ يكون رتبة الأس زوجي}$$

أما إذا كان لدينا الأس فردي يوجد حدان أوسطان رتبتهما هي

$$\frac{n+1}{2} \text{ و } \frac{n+3}{2}$$



مثال: أوجد الحد الأوسط في مفكوك  $(x - 2)^{10}$  ؟

الحل

رتبة الحد الوسط هي  $\frac{10 + 2}{2} = 6$

نجد أننا نريد  $H_6$  لذلك  $r = 5$   $n = 10$

$$\begin{aligned} H_6 &= 10C5(-2)^5(x)^5 = 252 \times -32 \times x^5 \\ &= -8064x^5 \end{aligned}$$



# الحد الخالي من س

أوجد الحد الخالي من  $x$  في مفكوك  $\left(x - \frac{4}{x}\right)^{12}$  ؟

الحل

$$\begin{aligned}H_{r+1} &= 12Cr \left(\frac{-4}{x}\right)^r (x)^{12-r} \\ &= 12Cr (-4)^r (x)^{-r} (x)^{12-r} \\ &= 12Cr (-4)^r x^{12-2r}\end{aligned}$$

بما أننا نريد الحد الخالي من  $x$  لذلك نضع  $12 - 2r = 0$



$$12 - 2r = 0$$

$$12 = 2r$$

$$r = \frac{12}{2} = 6$$

أى هو الحد السابع



# الحد الذي يحتوى على س ٤

أوجد الحد الذي يحتوى على  $x^4$  فى مفكوك  $\left(x - \frac{4}{x}\right)^{12}$  ؟

$$H_{r+1} = 12Cr \left(\frac{-4}{x}\right)^r (x)^{12-r} \quad \text{الحل}$$

$$= 12Cr (-4)^r (x)^{-r} (x)^{12-r}$$

$$= 12Cr (-4)^r x^{12-2r}$$

بما أننا نريد الحد الذي يحتوى على من  $x^4$

$$12 - 2r = 4 \quad \text{لذلك نضع}$$



$$12 - 2r = 4$$

$$12 - 4 = 2r$$

$$8 = 2r$$

$$r = \frac{8}{2} = 4$$

أى هو الحد الخامس



# تمارين

١- أوجد الحد السادس فى مفكوك  $(x + 4)^{12}$  ؟

٢- أوجد الحد الأوسط فى مفكوك  $(5x + y)^8$  ؟

٣- أوجد الحد الخالي من  $x$  فى مفكوك  $\left(x^2 - \frac{1}{x}\right)^9$  ؟

٤- أوجد الحد الذى يحتوى على  $x^3$  فى مفكوك  $\left(x^2 - \frac{1}{x}\right)^9$  ؟

٥- أوجد مفكوك المقدار  $(5x - 2y)^4$  ؟





مَشَقَّةٌ  
بِحَمْدِ اللَّهِ

