مبادىء الرياضيات (2)
الفصل الدراسي الثاني
العام الدراسي 1431 – 1432هـ
أ. الطاهر إبراهيم

المحاضره الأولـى

المجموعات

تعريف المجموعه :
المجموعة ببساطة هي تجمع من الأشياء أو العناصر المحددة تماماً. وقد تكون هذه الأشياء أعداداً أو أشخاصاً أو أحداثاً أو أي شئ آخر.

* ترمز للمجموعات بواسطة حروف كبيرة مثل :

$$A \quad , \quad B \quad , \quad C \quad , \quad \cdots$$

* الأشياء التي تتكون منها المجموعة تسمى عناصر المجموعة و ترمز للعناصر بواسطة حروف صغيرة مثل:

$$a \quad , \quad b \quad , \quad c \quad , \quad \cdots$$

* يستخدم الرمز $\in$ (ينتمي إلى) ليبين عناصر المجموعة ، فمثلاً إذا كان العنصر a من ضمن عناصر المجموعة A فإننا نقول أن a ينتمي إلى المجموعة A ويكتب بالصورة $a \in A$

* أما إذا كان a ليس عنصراً من عناصر المجموعة A فإننا نقول أن a لا ينتمي إلى المجموعة A ويكتب بالصورة $a \notin A$

ملاحظة : تعد دراسة المجموعات ذات أهمية كبيرة في دراسة العلاقات والدوال .

طرق كتابة المجموعات:

*** طريقة العد (سرد العناصر):**

يتم فيها وضع جميع عناصر المجموعة ، أو جزء منها ، بين قوسي المجموعة { } بحيث يفصل بين كل عنصرين بعلامة فاصلة "،" مثل :

$$A = \{1,3,5,7\}$$
$$B = \{a,b,c,d\}$$
$$C = \{1,2,3,\cdots\}$$

بحيث لا يتم تكرار العناصر .

*** طريقة القاعدة (الصفة المميزة):**

ويتم فيها وصف المجموعة بذكر صفة يمكن بواسطتها تحديد عناصرها ، أي الصفة التي تحدد إرتباط عناصر المجموعة ، فمثلاً :

$A = \{ x : x$ كلية بجامعة الملك فيصل $\}$

$B = \{ x : x$ طالب يدرس هذا المقرر حاليا $\}$

$C = \{ x : x$ عدد طبيعي زوجي $\}$

$D = \{ x : -3 \leq x \leq 1 , x$ عدد حقيقي $\}$

$X = \{ x : 0 \leq x \leq 12 , x$ عدد صحيح $\}$

أنواع المجموعات:

*** المجموعة الخالية:**

هي المجموعة التي لا تحوي أي عنصر ويرمز لها بالرمز Φ أو $\{\ \}$.

مثلا: $A = \{x : x^2+1=0 , x$ عدد حقيقي $\}$

- عندنا نربّع أي عدد سواء كان موجب أو سالب فإنه بالتربيع تختفي الإشاره .
- وعندما أجمع موجب + موجب سوف تكون أكبر من الصفر ولايمكن أن تساوي صفر

لذلك فإن المجموعه ليس لها أي عنصر وبالتالي هي مجموعه خاليه .

أمثله أخرى :

$B = \{x:$ x عدد طبيعي زوجي وفردي $\} = \Phi$

$C = \{x:$ x دوله عربيه تقع في أوربا $\} = \Phi$

*** المجموعة المنتهية:**

المجموعة التي تكون عناصرها محدودة

مثال: المجموعات التالية مجموعات منتهية :

$$A = \{2, 4, 6, 8\}$$

$$B = \{1, 2, 3, \cdots, 100\}$$

$$C = \{x, y, z, w, u\}$$

*** المجموعة غير المنتهية:**

المجموعة التي تكون عناصرها غير محدودة.

مثال: المجموعات التالية مجموعات غير منتهية :

$A=\{x:$ عدد طبيعي فردي $x\}$

$$B = \{10, 20, 30, \cdots\}$$

$$C = \{x \in R : 0 \le x \le 10\}$$

*** المجموعة الكلية:**

هي المجموعة التي تدرس جميع المجموعات باعتبارها مجموعات جزئية منها، ويرمز لها بالرمز U.

أمثلة :

1- إذا كان $A=\{2,4,6\}$ و $B=\{1,2,3,4,5,6,7,8\}$

فإن $A \subset B$

2- مجموعة جميع طلاب التعليم الالكتروني بجامعة الملك فيصل مجموعة جزئية من مجموعة طلاب هذه الجامعة.

*** تساوي المجموعات:**

تكون المجموعتان A ، B متساويتان إذا كانت

$$A \subseteq B, B \subseteq A \Rightarrow A = B$$

أما المجموعتان المتكافئتان فهما المجموعتان اللتان تتساويان في عدد عناصرهما وتكتب على الصورة $A \equiv B$

مثال:

أي المجموعات التالية متكافئة وأيها متساوية ؟

1) $A = \{1, 3, 5, 7\}$, $B = \{3, 1, 5, 7\}$

2) $A = \{0, 1, 2\}$, $B = \{a, b, c\}$

الحـل :

1) تساوي $A = B$

2) تكافـىء $A \equiv B$

العمليات على المجموعات:

*** الاتـحـاد :**

إتحاد المجموعتين A، B ($A \cup B$) هو مجموعة كل العناصر الموجودة في A أو في B أو في كليهما ، أي أن :

$$A \cup B = \{x : x \in A \vee x \in B\}$$

*** الـتقـاطع :**

تقاطع المجموعتين A، B ($A \cap B$) هو مجموعة كل العناصر الموجودة في A و في B معاً. أي العناصر المشتركة بين A و B . أي أن :

$$A \cap B = \{x : x \in A \ \wedge x \in B\}$$

*** المـكـمله : (المتممه)**

يقال أن $\overline{A}$ مكملة المجموعة A إذا كانت تحتوي على جميع عناصر المجموعة الكلية U باستثناء عناصر A. أي أن :

$$\overline{A} = \{x : x \in U \wedge x \notin A\}$$

*** الـفـرق :**

إذا كانت مجموعتان A ، B فان A - B يسمى بالفرق وهو مجموعة كل العناصر الموجودة A وليست في B ، أي أن : $A - B = \{x : x \in A \ \wedge x \notin B\}$

مثـال :

إذا كانت A = { 1,2,3,x,y } و B = { 3,4,5,x,w }

وكانت المجموعه الكليه U = { 1,2,3,4,5,w,x,y,z }

فـأوجد التالي :

1) $A \cup B = \{1,2,3,4,5,x,y,w\}$

2) $A \cap B = \{3,x\}$

3) $A - B = \{1,2,y\}$

4) $\overline{A} = \{4,5,w,z\}$

5) $\overline{B} = \{1,2,y,z\}$