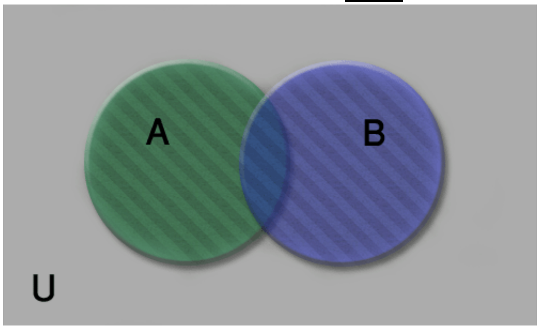
المحاضره الثانيه

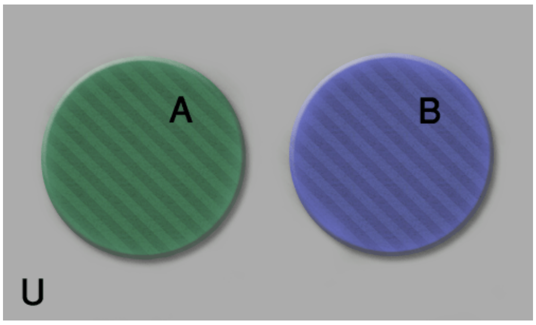
تابع المجموعات

أشـكـال فين :
يمكن إستخدام الأشكال الهندسية لتمثيل المجموعات والعمليات عليها ، حيث يتم تمثيل المجموعة الكلية U بمستطيل ومن ثم أي مجموعة جزئية منها بشكل هندسي كالدائرة مثلاً ، يرسم داخل المستطيل ، وتستخدم هذه الأشكال لتوضيح العمليات التي نجريها على المجموعات مثل الاتحاد و التقاطع والمكملة و الفرق وغيرها. كما في الأمثلة التالية :

*** الجزء المظلل في الشكل أدناه يمثل إتحاد مجموعتين A و B**



A U B



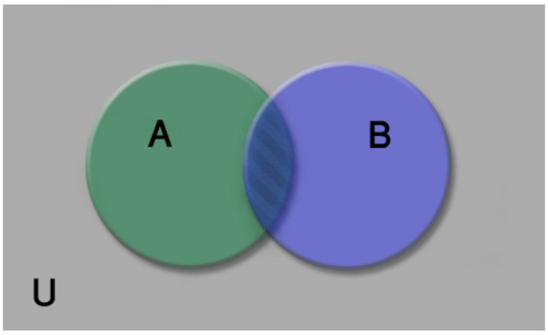
A U B

*** ملاحظات :**

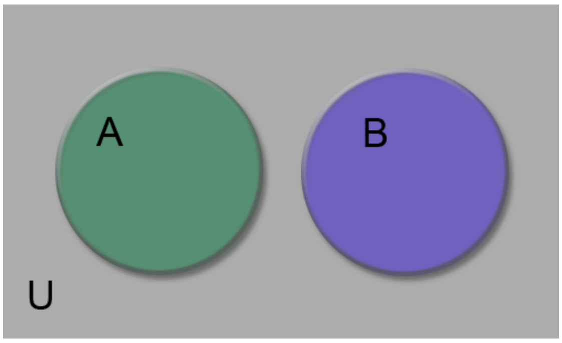
- إذا كان هناك تقاطع بين الدائرتين A و B سوف يكون الإتحاد هو الجزء المظلل (أي تظليل الدائرتين بالكامل)

- إذا لم يكن هناك عناصر مشتركه بين A و B في هذه الحاله تُرسم دائرتين منفصلتين واحده تمثل A والأخرى تمثل B
والمطلوب A U B (عباره عن العناصر الموجوده في A والعناصر الموجوده في B) ، أي تظلل الدائرتين بالكامل .

* الجزء المظلل في الشكل أدناه يمثل تقاطع مجموعتين A و B



$A \cap B$



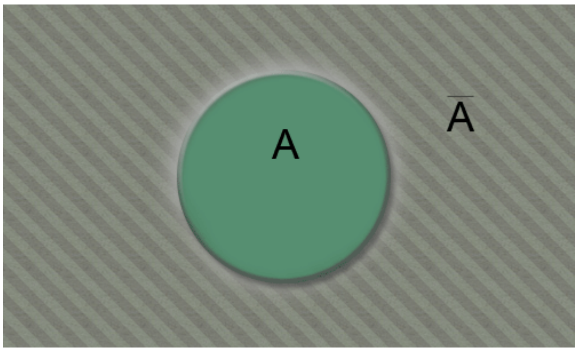
$A \cap B = \Phi$

* ملاحظات :

- هي فقط العناصر المشتركه بين A و B ، ويكون شكل الدائرتين كما في الشكل السابق .

- أحياناً يكون تقاطع $A \cap B$ مجموعه خاليه ، إذا كان هناك دائرتين منفصلتين الأولى A والأخرى B (بحيث لايكون هناك تقاطع بين الدائرتين تكون النتيجه في هذه الحالة فاي Φ ، أي لايوجد بينهما عناصر مشتركه) .

* الجزء المظلل في الشكل أدناه يمثل $\bar{A}$



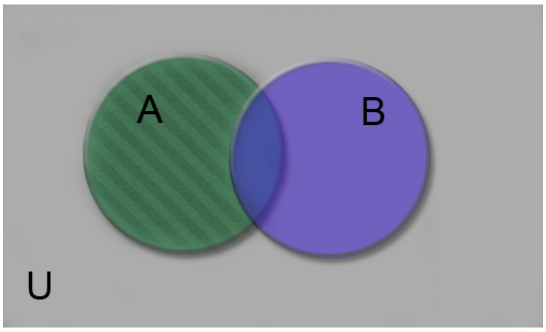
*** ملاحظات :**

- يجب أن يكون مجموعه جزئيه و مجموعه كليه .

- المستطيل عباره عن المجموعه الكليه U ، وداخل U يوجد لدينا مجموعه جزئيه A (الدائره) عناصر A يجب أن تكون في داخل الدائره
و $\overline{A}$ هي كل العناصر الموجوده في U ماعدا العناصر داخل الدائره .

- إذا أردنا أن نرسم متممه أو مكمله يجب أن يكون هناك مجموعه كليه ومجموعه جزئيه ، ويكون التحديد أو التظليل خارج المجموعه الجزئيه .
مثلاً : تظليل المجموعه التي عناصر ها موجوده في U وليست موجوده في A
(A مجموعه جزئيه ، U مجموعه كليه) .

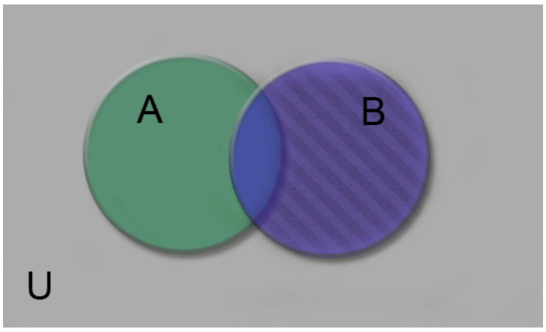
*** الجزء المظلل في الشكل أدناه يمثل A-B**



*** ملاحظات :**

- لم نظلل العناصر الموجوده في منطقة التقاطع بين A و B لأنها منتميه للمجموعه A وبنفس الوقت منتميه للمجموعه B .

- يمكن أن يكون الفرق B-A ، في هذه الحاله نظلل الدائره B من دون التقاطع كمال في الشكل التالي :



الضرب الديكارتي: (الكارتيزي)

يعرف الضرب الديكارتي للمجموعتين A ، B ($A \times B$) بأنه مجموعة كل الأزواج المرتبة (x,y) التي ينتمي مسقطها الأول (x) إلى المجموعة الأولى A ، بينما ينتمي مسقطها الثاني (y) إلى المجموعة الثانية B ، بالرموز : $A \times B = \{(x, y) | x \in A \wedge y \in B\}$

مثال 1 :

إذا كانت $A = \{-2,1\}$ **و** $B = \{-3,1,4\}$

فأوجد : $A \times B$ **و** $B \times A$

الحـل :

$$A \times B = \{(-2,-3), (-2,1), (-2,4), (1,-3), (1,1), (1,4)\}$$

$$B \times A = \{(-3,-2), (-3,1), (1,-2), (1,1), (4,-2), (4,1)\}$$

ملاحظات :

$$A \times B \neq B \times A$$

مثال 2 :

أنشىء $A \times B$ **علماً بأن** $A = \{1,2\}$ **و** $B = \{w, x, y\}$

الحـل :

$$A \times B = \{(1, w), (1, x), (1, y), (2, w), (2, x), (2, y)\}$$

ملاحظات :

أن عدد عناصر A عنصران وعدد عناصر B ثلاثة عناصر ، وأن عدد عناصر $A \times B$ يساوي عدد عناصر $B \times A$ ويساوي 6 عناصر (أزواج مرتبة) = 2×3 = عدد عناصر A × عدد عناصر B .

---

* يتساوى الزوجان المرتبان (x_1, y_1) و (x_2, y_2) إذا وفقط إذا تساوت مساقطهما المتناظرة، أي إذا كان المسقط الأول في الزوج الأول يساوي المسقط الأول في الزوج الثاني $(x_1 = x_2)$ ، وكان المسقط الثاني في الزوج الأول يساوي المسقط الثاني في الزوج الثاني $(y_1 = y_2)$.

مثال 3 :

أوجد قيم x و y التي تحقق المعادلة $\left(x+1, y-\frac{1}{2}\right) = \left(4, \frac{3}{2}\right)$

الحـل : $x + 1 = 4 \quad \Rightarrow x = 4 - 1 = 3$

$$y - \frac{1}{2} = \frac{3}{2} \Rightarrow y = \frac{3}{2} + \frac{1}{2} = 2$$

مجموعة المجموعات :(مجموعة القوى)

مجموعة المجموعات لأية مجموعة S هي المجموعة المكونة من كل المجموعات الجزئية للمجموعة S ومن بينها المجموعة الخالية Φ والمجموعة S نفسها ويرمز لها بالرمز P(S).

مثال 4 :

أنشئ مجموعة المجموعات للمجموعة $S=\{a,b,c\}$

الحل :

$P(S)=\{\{a\},\{b\},\{c\},\{a,b\},\{a,c\},\{b,c\},\{a,b,c\},\phi\}$

ملاحظه :

إذا احتوت S على n من العناصر، فإن عدد عناصر P(S) يساوي 2^n

مثال 5 : (ملاحظه / إستاذ الماده لم يحّل هذا التمرين)

أنشئ مجموعة المجموعات للمجموعة $S=\{1,2\}$

الحل :

$S=\{\{1\},\{2\},\{1,2\},\phi\}$

مجموعة الأعداد:

1- **مجموعة الأعداد الطبيعية :** $N=\{1,2,3,\cdots\}$

2- **مجموعة الأعداد الصحيحة :** $Z=\{0,\pm1,\pm2,\pm3,\cdots\}$

3- **مجموعة الأعداد النسبية (القياسية) :** $Q=\left\{\frac{a}{b},a,b\in Z;b\neq 0\right\}$

4- **مجموعة الأعداد غير النسبية :(غير القياسيه)** : وهي الأعداد التي لا يمكن كتابتها على صورة الأعداد النسبية مثل $\sqrt{2}$ والنسبة التقريبية π والعدد النايبيري e وغيرها .

5- **مجموعة الأعداد الحقيقية :** وهي المجموعة التي تحتوي على كافة الأنواع السابقة ويرمز لها بالرمز R وتمثل هندسياً بخط الأعداد .

ملاحظه :

$N\subset Z\subset Q\subset R$