المحاضرة الحادية عشر

مقاييس التشتت النسبي والدرجة المعيارية

هناك مقاييس أخرى لابد من دراستها غير تلك التي تم التعرض لها في المحاضرات السابقة لمساعدة الباحث فى الحكم على البيانات محل التحليل والدراسة من حيث درجة التشتت والمقارنة فيما بينها وكذلك مقاييس التوزيع والتى تتمثل فى دراسة الإلتواء والتفلطح للمنحنيات التكرارية لتوزيعات المتغيرات المختلفة

حيث سيتم فى هذه المحاضرة استعراض كلا من:

- مقاييس التشتت النسبى
- القيمة المعيارية

اولا – مقاييس التشتت النسبى Coefficient of Variation

يستخدم هذا النوع من المقاييس لمقارنة تشتت مجموعتين من البيانات او ظاهرتين او توزيعين حيث يتم الاعتماد فى عملية المقارنة على مقاييس التشتت النسبى Coefficient of variations (c.v.) والتى يعبر عنها من خلال معامل الاختلاف المعيارى والذي يحسب من خلال المعادلات التالية:

$$c.v. = \frac{s}{\bar{x}} \times 100$$

أو

$$c.v. = \frac{Q_3 - Q_1}{Q_3 + Q_1} \times 100$$

معادلة حساب الربيع الأول Q1 (للتذكير فقط)

الربيع الأول Q_1:

$$Q_1 = L_{Q_1} + \frac{\frac{n}{4} - F_a}{F_b - F_a} \times I_{Q_1}$$

Q_1	قيمة الربيع الأدنى أو الأول
L_{Q_1}	الحد الادنى لبداية الفئة الربيعية الأولى
k_{Q_1}	ترتيب الربيع الأول
F_a	التكرار المتجمع السابق للفئة الربيعية الأولى
F_b	التكرار المتجمع اللاحق للفئة الربيعية الأولى
I_{Q_1}	طول الفئة الربيعية الأولى

معادلة حساب الربيع الثالث Q3 (للتذكير فقط)

الربيع الثالث Q_3:

$$Q_3 = L_{Q_3} + \frac{\frac{3(n)}{4} - F_a}{F_b - F_a} \times I_{Q_3}$$

Q_3	قيمة الربيع الأدنى أو الثالث
L_{Q_3}	الحد الادنى لبداية الفئة الربيعية الثالثة
k_{Q_3}	ترتيب الربيع الثالث
F_a	التكرار المتجمع السابق للفئة الربيعية الثالثة
F_b	التكرار المتجمع اللاحق للفئة الربيعية الثالثة
I_{Q_3}	طول الفئة الربيعية الثالثة

سمر المغربي

مثال: البيانات التالية تعبر عن توزيع الوحدات السكنية حسب الإيجار السنوى بأحد الاحياء:

الايجار بالألف ريال	٦-	١٠ -	١٢-	١٤-١٨
عدد الوحدات السكنية	١٥	٢٠	١٢	١٣

المطلوب:

حساب :

- **معامل الاختلاف للإيجار السنوى**
- **معامل الاختلاف الربيعي للإيجار السنوى**

الحل/ أ- حساب معامل الإختلاف للإيجار السنوي:

بإستخدام معادلة مقاييس التشتت النسبي للعينة : $C.V = \frac{S}{\bar{x}} \times \text{١٠٠}$

فلحسابه : ١- لابد من إيجاد جدول كما يلي:

فئات العمر	التكرار f	مركز الفئة x	x f	x^2	$x^2 f$
٦	١٥	٨=٢÷(١٠+٦)	١٢٠	٦٤	٩٦٠
١٠	٢٠	١١=٢÷(١٢+١٠)	٢٢٠	١٢١	٢٤٢٠
١٢	١٢	١٣=٢÷(١٤+١٢)	١٥٦	١٦٩	٢٠٢٨
١٤-١٨	١٣	١٦=٢÷(١٨+١٤)	٢٠٨	٢٥٦	٣٣٢٨
المجموع	٦٠		٧٠٤		٨٧٣٦

٢- حساب (الوسط الحسابي ، التباين ، الانحراف المعياري)

١- **الوسط الحسابي:**

$$\bar{x} = \frac{\sum xf}{\sum f} = \frac{\text{٧٠٤}}{\text{٦٠}} = \text{١١,٧٣٣}$$

٢- **التباين:**

$$\sigma^2 = \frac{\sum x^2 f}{\sum f} - \bar{x}^2 = \frac{\text{٨٧٣٦}}{\text{٦٠}} - (\text{١١,٧٣٣})^{\text{٢}}$$

١٤٥,٦ – ١٣٧,٦٦٣٢ = ٧,٩٢٨٨

٣- **الانحراف المعياري:**

$$\sigma = \sqrt{\sigma^2} = \sqrt{7.9288} = \text{٢,٨١٥٨}$$

ثم حساب معامل الإختلاف (C.V) كمايلي:

$$C.V = \frac{S}{\bar{x}} \times \text{١٠٠} = \frac{\text{٢,٨١٥٨}}{\text{١١,٧٣٣}} \times \text{١٠٠} = \%\text{٢٤}$$

أي أن معامل الاختلاف للإيجارالسنوي للوحدات السكنية بلغ ٢٤%

ب- معامل الإختلاف الربيعي للإيجار السنوي:

باستخدام معادلة مقاييس التشتت النسبي : $\boxed{c.v.=\frac{Q_3-Q_1}{Q_3+Q_1}\times 100}$

فحتى يمكن حسابه لابد من حساب كلاً من الربيع الأعلى والربيع الأدنى كما يمكن أيضاً حساب الوسيط:

١- إيجاد الجدول التكراري المتجمع الصاعد:

الحدود العليا للفئات	التكرار	التكرار المتجمع الصاعد	
أقل من ٦	٠	٠	
أقل من ١٠	١٥	١٥=١٥+٠	Kmed
أقل من ١٢	٢٠	٣٥=٢٠+١٥	
أقل من ١٤	١٢	٤٧=١٢+٣٥	Q3
أقل من ١٨	١٣	٦٠=١٣+٤٧	

٢- إيجاد الرتبة:

	الرتبه
Med	K_{med}= n/٢ = ٦٠/٢ = ٣٠
Q1	K_{Q1}= n/٤ = ٦٠/٤ = ١٥
Q3	K_{Q3}=٣n/٤=١٨٠/٤ = ٤٥

٣- إيجاد القيمة:

أ - **الوسيط:** $\boxed{Med=L_{Med}+\frac{k_{Med}-F_a}{F_b-F_a}\times I}$

فالحد الأدنى لبداية الفئة: Lmed = ١٠

وطول الفئة: ١٢-١٠=٢ إذن I=٢

إذن على ذلك يمكن حساب قيمة الوسيط كما يلي: med=١٠ + $\frac{٣٠-١٥}{٣٥-١٥}$ ×٢=١١,٥

ب -الربيع الأدنى(الأول): Q1=١٠ نلاحظ أن مرتبة الربيع الأول ١٥ ويوجد تكرار متجمع صاعد نفسه ١٥ أمام الحد الأعلى للفئة ١٠ لذالك لايتم تطبيق القانون وإنما نحصل على قيمة الربيع الأول مباشرة.

ت -الربيع الأعلى (الثالث): $\boxed{Q_3=L_{Q_3}+\frac{\frac{3(n)}{4}-F_a}{F_b-F_a}\times I_{Q_3}}$

فالحد الأدنى لبداية الفئة: L_{Q3} =١٢

وطول الفئة: ١٤ – ١٢ = ٢ إذن I =٢

ثم حساب قيمة الربيع الاعلى(الثالث) كما يلي: Q_3 =١٢+ $\frac{٤٥-٣٥}{٤٧-٣٥}$ ×٢ =١٣,٦٦٦٧

وبذالك يمكن حساب معامل الإختلاف الربيعي كما يلي:

$c.v.=\frac{Q_3-Q_1}{Q_3+Q_1}\times 100$ = $\frac{١٣,٦٦٦٧ - ١٠}{١٣,٦٦٦٧ + ١٠}$ × ١٠٠ = %١٥,٤٩٤

ويتضح لنا من الحل السابق أن:

- **معامل الاختلاف للإيجار السنوي للوحدات السكنية بلغ ٢٤%**
- **معامل الاختلاف الربيعي للإيجار السنوى للوحدات السكنية بلغ ١٥,٤٩٤ %**

ونلاحظ وجود أختلاف بين قيمتى معامل الاختلاف بأستخدام كلا من المعادلة الأولى والثانية وذلك لأختلاف الأساس الرياضى فى كل من التعريفين المعادلتين. الا أنة يفضل استخدام المعادلة الثانية فى حالة االجداول التكرارية المفتوحة أما غير ذلك فيفضل استخدام المعادلة الأولى.

ثانيا: القيمة المعيارية Standardized values

وهي تلك القيمة التي تقيس مدى انحراف قيمة مفردة ما من مفردات الدراسة عن الوسط الحسابى لها وذلك بوحدات من الانحراف المعيارى، ويرمز للقيمة المعيارية بالرمز Z حيث أن:

$$z = \frac{x - \bar{x}}{S}$$

مثال: حصل أحد الطلاب في مقرر المحاسبة على (٨٠) درجة حيث بلغ متوسط درجات الطلاب فى أختبار المحاسبة (٨٣) درجة بإنحراف معيارى (٥). بينما حصل فى اختبار مقرر الرياضيات على (٧٠) درجة حيث بلغ متوسط درجة الطلاب فى اختبار الرياضيات (٦٥) درجة بأنحراف معيارى قدرة (٥) درجات .

المطلوب:

هل يمكن القول بأن درجات الطالب فى مقرر المحاسبة أفضل من درجته فى مقرر الرياضيات ؟

للحكم على مدى أفضلية الدرجة التي حصل عليها الطالب في أي من المقررين يجب حساب القيمة المعيارية لكل منهما كما يلي:

القيمة المعيارية لدرجة الطالب في مقرر المحاسبة هي

$$z1 = \frac{x - \bar{x}}{S} = \frac{٨٠ - ٨٣}{٥} = -٠,٦$$

القيمة المعيارية لدرجة الطالب في مقرر الرياضيات هي

$$z2 = \frac{x - \bar{x}}{S} = \frac{٧٠ - ٦٥}{٥} = ١$$

يتضح لنا من الحل أن القيمة المعيارية لدرجة الطالب فى مقرر الرياضيات هى (+1) مما يعنى أن الدرجة التى حصل عليها الطالب أكبر من متوسط درجات الطالب بينما بلغت القيمة المعيارية للدرجة التى حصل عليها الطالب فى مقرر المحاسبة (-0.6) مما يدل على أن الدرجة التى حصل عليها الطلب أقل من متوسط الدرجات التى حصل عليها الطلاب .

يدل ذلك على أنه من الظاهرية قد تبدو درجة الطالب في مقرر المحاسبة أفضلإلا أنه في حقيقة الأمر أن مستوى الطالب في مقرر الرياضيات هو الأفضل.