المحاضرة الرابعة عشر
تحليل الارتباط – ٢

سيتم فى هذه المحاضرة استعراض المواضيع التالية:

أولا: معامل إرتباط سبيرمان
ثانيا: معامل الإقتران
ثالثا: معامل التوافق

معامل أرتباط الرتب لسبيرمان Spearman's Rank Correlation Coefficient

معامل الارتباط لبيرسون r_p لا يمكن أستخدامة فى حساب قوة العلاقة بين متغيرين الا اذا كانت البيانات المتوافره عنهما فى صورة كمية فقط، أما اذا كانت البيانات فى صورة وصفية فلا يمكن تطبيق معامل ارتباط بيرسون وحساب الارتباط بين المتغيرين محل الدراسة.
أما في حالة المتغيرات الوصفية فنستخدم معامل ارتباط الرتب لـ سبيرمان، والذى يتم أستخدامة فى قياس الارتباط خاصة فى حالة البيانات الوصفية الترتيبية مثل تقديرات الطلاب (ممتاز – جيدجدآ – جيد – مقبول – ضعيف) وكذلك قوة المركز المالى (جيد - متوسط - ضعيف) ودرجة الموافقة على الرأى فى اسئلة الاستبانة (موافق تماماً – موافق – محايد – غير موافق – غير موافق على الاطلاق).

ويتم حساب معامل الارتباط الرتب لسبيرمان r_S بأستخدام المعادلة التالية:

$$r_s = 1 - \frac{6\sum d^2}{n(n^2-1)}$$

حيث أن:
d الفرق بين رتبة المتغيرين
n عدد المشاهدات

ملاحظات يجب مراعاتها عند ترتيب المتغيرا ت:

- يتم ترتيب قيم مشاهدات المتغير x وتسمى القيم الترتيبية للمتغير x "رتب x" وكذلك الامر للمتغير y تسمى بـ "رتب y" . والترتيب يكون تصاعديا أو تنازليا ولكن أهم شىء هو اذا كان ترتيب x تصاعدى لابد ان يكون ترتيب y تصاعدى ايضا والعكس صحيح.
- فى حالةالترتيب التصاعدى مثلا يتم اعطاءأقل قيمة الرتبة ١والقيمة التى هى أكبرمنها الرتبة٢ وهكذا.
- فى حالة تكرار أو تساوى بعض القيم لأي متغير تعطى كل منهم رتبة كما لو كانت القيم غير متساوية ثم نحسب الوسط الحسابى (مجموع الرتب ÷ عددها) لتلك الرتب ويعطى الوسط الحسابى كرتبة تلك القيم المتساوية.

مثال: فيما يلي بيان بالمنفق على الاعلان والمبيعات لأحد المنتجات فكانت بالمليون ريال كمايلي:

المنفق على الاعلان	2	3	2	7	9	5	10	15	4	11	9	8
المبيعات	10	12	9	22	18	19	26	33	18	22	15	17

المطلوب:
أحسب معامل الارتباط لسبيرمان بين المنفق على الاعلان و المبيعات ؟

الحل/

x	X تصاعدياً	الترقيم	رتب x	y	y تصاعدياً	الترقيم	رتب y	d	d^2
٢	٢	١	(١+٢)÷٢=١,٥	١٠	٩	١	٢	١,٥-٢=٠,٥	٠,٢٥
٣	٢	٢	٣	١٢	١٠	٢	٣	٣-٣=٠	٠
٢	٣	٣	(١+٢)÷٢=١,٥	٩	١٢	٣	١	١,٥-١=٠,٥	٠,٢٥
٧	٤	٤	٦	٢٢	١٥	٤	(٩+١٠)÷٢=٩,٥	٩,٥-٦=٣,٥	١٢,٢٥
٩	٥	٥	(٨+٩)÷٢=٨,٥	١٨	١٧	٥	(٦+٧)÷٢=٦,٥	٨,٥-٦,٥=٢	٤
٥	٧	٦	٥	١٩	١٨	٦	٨	٥-٨=٣-	٩
١٠	٨	٧	١٠	٢٦	١٨	٧	١١	١٠-١١=١-	١
١٥	٩	٨	١٢	٣٣	١٩	٨	١٢	١٢-١٢=٠	٠
٤	٩	٩	٤	١٨	٢٢	٩	(٦+٧)÷٢=٦,٥	٤-٦,٥=٢,٥-	٦,٢٥
١١	١٠	١٠	١١	٢٢	٢٢	١٠	(٩+١٠)÷٢=٩,٥	١١-٩,٥=١,٥	٢,٢٥
٩	١١	١١	(٨+٩)÷٢=٨,٥	١٥	٢٦	١١	٤	٨,٥-٤=٤,٥	٢٠,٢٥
٨	١٥	١٢	٧	١٧	٣٣	١٢	٥	٧-٥=٢	٤
								٠	٥٩,٥

نلاحظ في الجدول أن/ ١- تم ترتيب القيم تصاعدياً؟

٢- عند ترتيب المتغيرx نجد أن القيمة ٢ تكررت مرتان لتأخذ الترقيم ١وَ٢ لذالك نحسب المتوسط لهما (١+٢)÷٢=١,٥ <<المقصود ب١+٢ ترتيب القيمتين في الترقيم>>لذلك وضعنا امام القيمة ٢ الموجوده فيx الرتبة ١,٥ وكذالك الامر بالنسبة للقيمة ٩تكررت مرتان لتأخذ الترقيم ٨وَ٩ لذلك نحسب المتوسط الحسابي لهما(٨+٩)÷٢=٨,٥<<المقصود ب٨+٩ ترتيب القيمتين في الترقيم>>لذلك وضعنا أمام القيمه ٩الموجودة فيxالرتبة ٨,٥ .

٣- عند ترتيب المتغيرy نجد أن القيمة ١٨ تكررت مرتان لتأخذ الترقيم ٦وَ٧ لذالك نحسب المتوسط لهما (٦+٧)÷٢=٦,٥ <<المقصود ب٦+٧ ترتيب القيمتين في الترقيم>> لذلك وضعنا امام القيمة ١٨ الموجوده فيy الرتبة ٦,٥ وكذالك الامر بالنسبة للقيمة ٢٢تكررت مرتان لتأخذ الترقيم ٩وَ١٠ لذلك نحسب المتوسط الحسابي لهما(٩+١٠)÷٢=٩,٥<<المقصود ب٩+١٠ ترتيب القيمتين في الترقيم>>لذلك وضعنا أمام القيمه ٢٢الموجودة فيyالرتبة ٩,٥ .

اما بقية المتغيرات الغير متكرره فقط نرى ترقيم القيم للترتيب التصاعدي ونضعه في رتب المتغير كمثلا ال٧ كان ترقيمها ال٦في التصاعدي فتيصبح ترتيب المتغير ٦ وهكذا.

يتبع الحل في الصفحة التاليه

سمر المغربي

٤- ثم نحسب الفرق بين رتب المتغيرxورتب المتغيرy والتي نعطي لها الرمز d ونلاحظ من الجدول السابق أن مجموع الفروق d لابد أن يكون صفر والا يكون هناك خطأ في ترتيب كلا المتغيرين ولابد مراجعة الترتيب مرة أخرى.

ومن ثم نقوم بحساب معامل ارتباط الرتب لسبيرمان كما يلي:

$$r_s = 1 - \frac{6\sum d^2}{n(n^2-1)} = ١- \frac{٦\ (٥٩,٥)}{١٢(١٤٤-١)} = ١- \frac{٣٥٧}{١٧١٦} = ٠,٧٩١٩$$

بلغ معامل ارتباط الرتب لسبيرمان ٠,٧٩١٩ مما يدل على وجود ارتباط طردي قوي بين المنفق على الاعلان والمبيعات.

وهي قيمة قريبة من التي تم حسابها بأستخدام معامل الارتباط لبيرسون حيث بلغ ٠,٨٧٥٦

مثال: البيانات التالية تمثل التقديرات التى حصل عليها عشر طلاب فى مقرري المحاسبة والقانون:

المحاسبة	ممتاز	جيدجدا	جيد	مقبول	ضعيف	جيد	مقبول	جيدجدا	جيد	مقبول
القانون	جيد	جيد	مقبول	جيد	جيدجدا	جيدجدا	جيد	ممتاز	مقبول	جيد	جيدجدا

المطلوب:

أحسب معامل الارتباط المناسب.

الحل/ نسمي مادة المحاسبة بالمتغيرxومادة القانون بالمتغيرy:

x	X تصاعدياً	الترقيم	رتب x	y	y تصاعدياً	الترقيم	رتب y	d	d^2
ممتاز	ضعيف	١	١٠	جيد	مقبول	١	(٣+٤+٦+٥)÷٤=٤,٥	٥,٥	٣٠,٢٥
جيدجداً	مقبول	٢	(٨+٩)÷٢=٨,٥	جيد	مقبول	٢	(٣+٤+٦+٥)÷٤=٤,٥	٤	١٦
جيد	مقبول	٣	(٥+٦+٧)÷٣=٦	مقبول	جيد	٣	(١+٢)÷٢=١,٥	٤,٥	٢٠,٢٥
مقبول	مقبول	٤	(٢+٣+٤)÷٣=٣	جيد	جيد	٤	(٣+٤+٦+٥)÷٤=٤,٥	١,٥-	٢,٢٥
ضعيف	جيد	٥	١	جيدجداً	جيد	٥	(٧+٨+٩)÷٣=٨	٧-	٤٩
جيد	جيد	٦	(٥+٦+٧)÷٣=٦	جيدجداً	جيد	٦	(٧+٨+٩)÷٣=٨	٢-	٤
مقبول	جيد	٧	(٢+٣+٤)÷٣=٣	ممتاز	جيدجداً	٧	١٠	٧-	٤٩
جيدجداً	جيدجداً	٨	(٨+٩)÷٢=٨,٥	مقبول	جيدجداً	٨	(١+٢)÷٢=١,٥	٧	٤٩
جيد	جيدجداً	٩	(٥+٦+٧)÷٣=٦	جيد	جيدجداً	٩	(٣+٤+٦+٥)÷٤=٤,٥	١,٥	٢,٢٥
مقبول	ممتاز	١٠	(٢+٣+٤)÷٣=٣	جيدجداً	ممتاز	١٠	(٧+٨+٩)÷٣=٨	٥-	٢٥
								٠	٢٤٧

حساب معامل ارتباط الرتب لسبيرمان كمايلي:

$$r_s = 1 - \frac{6\sum d^2}{n(n^2-1)} = ١- \frac{٦\ (٢٤٧)}{١٠(١٠٠-١)} = ١- \frac{١٤٨٢}{٩٩٠} = ٠,٤٩٦٩-$$

نلاحظ أن معامل ارتباط الرتب لسبيرمان بلغ ٠,٤٩٦٩- مما يدل على وجود ارتباط عكسي متوسط بين تقدير مقرر المحاسبة وتقدير مقرر القانون.

معامل الإقتران Conjunction Coefficient

ويستخدم معامل الإقتران فى حساب العلاقة الارتباطية بين المتغيرات الوصفية التى ليس فى طبيعتها صفة الترتيب أى الوصفية الأسمية التى يكون لها زوج من الصفات مثل:
النوع (ذكر – انثى)، والحالة التعليمية (متعلم - غير متعلم)
وعلى ذلك إذا كان لدينا متغيران لدي كلاً منهما زوج من الصفات فيكون جدول تكرارات الصفات المشتركة بينهما على الصورة التالية:

X \ Y	الصفة الأولى لـ y	الصفة الثانية لـ y
الصفة الأولى لـ x	A	B
الصفة الثانية لـ x	C	D

حيث أن A , B , C , D تشير إلى التكرارات المشتركة بين صفات المتغيرين، ويمكن حساب معامل الاقتران فى هذه الحالة كما يلي:

$$r_C = \frac{AD - BC}{AD + BC}$$

مثال: **فى دراسة اجريت لمعرفة هل هناك علاقة بين العمل والتعليم تم سؤال ٢٠٠ شخص سؤالين هما:**

هل انت متعلم ؟ نعم لا

هل انت ملتحق بأى عمل ؟ نعم لا

وبتجميع الاجابات تم عمل جدول الاقتران التالي:

العمل \ التعليم	متعلم	أمى
يعمل	113	23
لايعمل	49	15

المطلوب:

أحسب معامل الاقتران ؟

الحل/ يمكن حساب معامل الاقتران في هذه الحالة كمايلي:

العمل \ التعليم	متعلم	غير متعلم
يعمل	A=١١٣	B=٢٣
لايعمل	C=٤٩	D=١٥

$$r_C = \frac{AD - BC}{AD + BC} = \frac{١١٣\times١٥ - ٢٣\times٤٩}{١١٣\times١٥ + ٢٣\times٤٩} = \frac{١٦٩٥ - ١١٢٧}{١٦٩٥ + ١١٢٧} = \frac{٥٦٨}{٢٨٢٢} = ٠,٢٠١٢$$

أي يوجد ارتباط ضعيف بين العمل والتعليم.

معامل التوافق Concordance coefficient

ويستخدم معامل التوافق لحساب الارتباط بين المتغيرات الوصفية الاسمية والتى يكون لصفاتها قيم أكثر من ٢، مثل الحالة الاجتماعية (اعزب - متزوج – متزوج ويعول – أرمل – مطلق)

وحتى يمكن حسابه يتم إعداد الجدول المزدوج بين صفات المتغيريين ومنه يتضح لنا التكرارات المشتركة بين الصفات التى نعتمد عليها فى حساب مقدار يطلق علية " M "

ويتم حساب معامل التوافق من خلال المعادلة التالية:

$$M = \sum \frac{(f_{ij})^2}{f_{i.} f_{.j}}$$

حيث أن:

f_{ij}	التكرار المشترك بين الصفة i والصفة j
$f_{i.}$	مجموع صف الصفة i
$f_{.j}$	مجموع عمود الصفة j

أى يتم إيجاد: مربع تكرار كل خلية مشتركة × مجموع الصف × مجموع العمود ثم نجمعهم كلهم

وعلى ذلك يتم حساب معامل التوافق كما يلى:

$$r_T = \sqrt{\frac{M-1}{M}}$$

مثال: أوجد معامل التوافق بين تخصص الطالب ودرجة الرضا عن الدراسة بالكلية الملتحق بها إذا كانت البيانات كما يلى:

التخصص / الرضا	لغة عربية	جغرافيا	تربية خاصة	المجموع
عالى	30	15	45	90
متوسط	20	30	20	70
منخفض	10	5	5	20
المجموع	60	50	70	180

الحل:يتم أولاً ايجاد قيمة Mكما يلي:

$$M = \sum \frac{(f_{ij})^2}{f_{i.} f_{.j}}$$

$$M = \frac{٣٠^٢}{٦٠\times٩٠} + \frac{١٥^٢}{٥٠\times٩٠} + \frac{٤٥^٢}{٧٠\times٩٠}$$
$$+ \frac{٢٠^٢}{٦٠\times٧٠} + \frac{٣٠^٢}{٥٠\times٧٠} + \frac{٢٠^٢}{٧٠\times٧٠}$$
$$+ \frac{١٠^٢}{٦٠\times٢٠} + \frac{٥^٢}{٥٠\times٢٠} + \frac{٥^٢}{٧٠\times٢٠}$$

$$M = \frac{٩٠٠}{٥٤٠٠} + \frac{٢٢٥}{٤٥٠٠} + \frac{٢٠٢٥}{٦٣٠٠} + \frac{٤٠٠}{٤٢٠٠} + \frac{٩٠٠}{٣٥٠٠} + \frac{٤٠٠}{٤٩٠٠} + \frac{١٠٠}{١٢٠٠} + \frac{٢٥}{١٠٠٠} + \frac{٢٥}{١٤٠٠}$$

M= ٠,١٦٦+٠,٠٥+٠,٣٢+٠,٠٩٥+٠,٢٥٧+٠,٠٨١+٠,٠٨٣+٠,٠٢٥+٠,٠١٧=١,٠٩٤

وعلى ذلك يتم حساب معامل التوافق كما يلي:

$$r_T = \frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad} = 0.293$$

دل على أن الارتباط ضعيف بين تخصص الطالب ودرجة الرضاعن الدراسة.

إن أصبت فمن الله وإن أخطأت فمن نفسي والشيطان

أتمنى لكم التوفيق والنجاح..

أختكم/ سمر المغربي

من ورشة مبادى الشوكولاته(الاحصاء)

www.ckfu.org