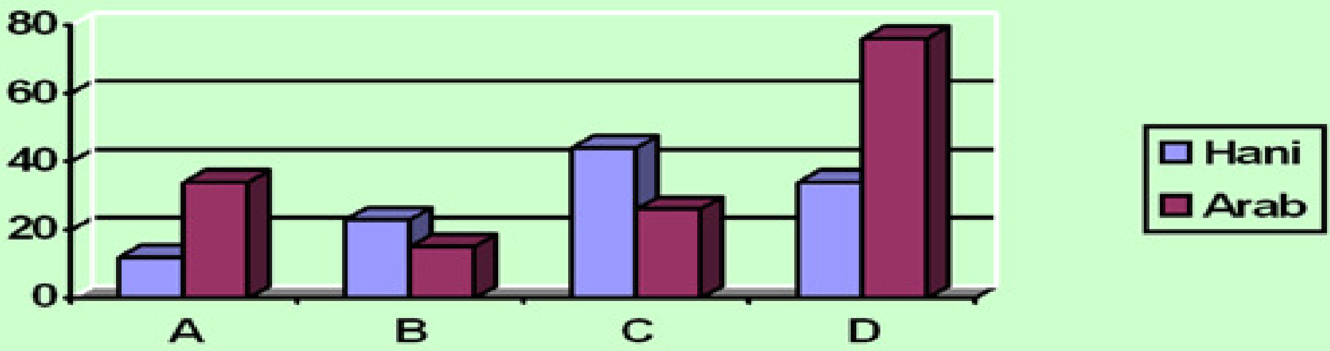
محاضرات في مادة مبادئ الإحصاء

stat115



هاني عرب
haniharab@hotmail.com

1430هـ

بسم الله الرحمن الرحيم

تنويه هام

عزيزي الطالب / عليك الرجوع إلى الخطة الدراسية لمادة مبادئ الإحصاء، لمعرفة ما إذا كانت هناك بعض الفصول محذوفة من هذه المذكرة مع التنويه أنه هناك بعض مواضيع هذه المذكرة محذوفة بالنسبة لطلاب وطالبات الانتساب.

١٤٣٠هـ

(الطبعة الرابعة)

stat 115

ملاحظة: أخي الطالب / عليك قراءة الكتاب بتمعن، ثم الاستعانة بالمذكرة بعد الله سبحانه وتعالى، فالمذكرة عبارة عن تبسيط للمادة وتشرح أهم النقاط المراد فهمها من المنهج المقرر فقط.

عدد الصفحات ١٢٢ صفحة

هذا العمل للجميع ولا يباع بل ينسخ فقط
وقيمته دعوة بالهداية لك ولي

أسأل الله التوفيق والسداد فإن أصبت فذلك بفضل الله ومِنّة

وإن أخطأت فالرجاء مراسلتي على البريد الإلكتروني

haniharab@hotmail.com

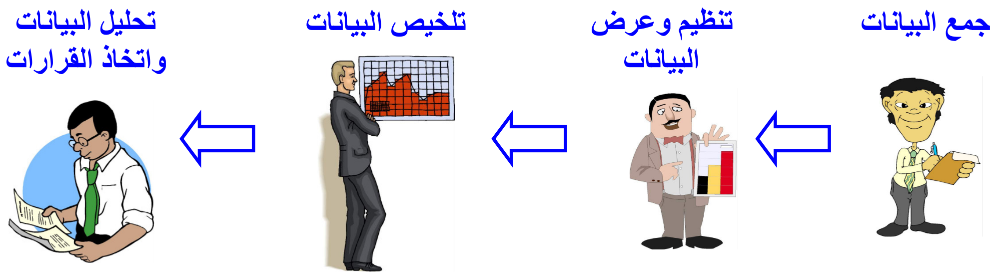
هاني عرب

المحتويات

الباب الأول

مدخل لمادة الإحصاء

الإحصاء هو أحد أدوات البحث العلمي، حيث إنه يستخدم لمعالجة البيانات في معظم الدراسات العلمية الحديثة والتي تحتاج إلى تنقيح وتنظيم وتلخيص، لاستخلاص النتائج والقرارات منها.



تم اقتباس المسمى الإنجليزي لعلم الإحصاء Statistics من اللفظ اللاتيني (Status) أي بمعنى الدولة، أي كل ما يخص الوصف الرقمي للأوضاع الاقتصادية والسكانية والاجتماعية للدولة. وقد تطور مفهوم علم الإحصاء ليدخل في معظم مجالات المعرفة الطبيعية والعلمية والإنسانية.

علم الإحصاء هو العلم الذي يبحث في تصميم أساليب جمع البيانات والتقنيات المختلفة لتنظيم وتصنيف وعرض هذه البيانات، وتلخيصها في صورة مؤشرات رقمية لوصف وقياس خصائصها الأساسية، وتحليلها بغرض اتخاذ قرارات مناسبة.

وعادة عند الرغبة في دراسة ظاهرة ما، ولصعوبة دراسات جميع أعضاء مجتمع هذه الدراسة، يلجأ الباحث إلى دراسة عينة من هذا المجتمع وتعميم النتائج على باقي المجتمع.

- **المجتمع** Population: هو المجموعة الكلية لمفردات الدراسة سواء كانت أفراد أو أشياء، واستخلاص خصائص هذا المجتمع هو الهدف النهائي للدراسة الإحصائية.
- **العينة** Sample: هي مجموعة جزئية من مفردات المجتمع محل الدراسة يتم اختيارها بحيث تكون ممثلة للمجتمع تمثيل صحيح.

أهمية الإحصاء في مجال الاقتصاد والإدارة

الأسلوب الإحصائي هو الوسيلة الأساسية في دراسة الظواهر الاقتصادية وقياس العلاقات بينها، وهو وسيلة للتنبؤ بالقيم المستقبلية لهذه الظواهر. ويعتمد الاقتصاد القياسي والكمي على النماذج الإحصائية الاحتمالية، مثل نموذج الانحدار (العلاقة) بين الكمية المطلوبة والسعر الذي يمكن من خلاله تقدير مرونة الطلب السعرية. وغيرها من العلاقات بين متغيرات مختلفة مثل دخل الأفراد وإنفاقهم على السلع،

والعلاقة بين كميات الطلب على السلع وأسعارها وأسعار السلع البديلة والمكملة ودخل الفرد وغيرها.

تستخدم أيضاً الأساليب الإحصائية في إدارة جودة الإنتاج والمقارنة بين السياسات التسويقية والإدارية. وأيضاً يستخدم علم الإحصاء في قياس تغيرات الظواهر الاقتصادية المختلفة وذلك باستخدام الأرقام القياسية، مثل الرقم القياسي للأسعار وغيره.

البيانات

البيانات Data: هي مجموعة القيم التي يتم جمعها من مفردات المجتمع أو العينة لخاصية (متغير) معينة.

ويمكن تقسيم البيانات إلى نوعين رئيسيين:

١- **البيانات النوعية (الوصفية)**: هي البيانات التي يمكن حصرها في عدة أوجه وصفية ولا يمكن إجراء عمليات حسابية عليها. مثال ذلك: نوع الشخص (ذكر/أنثى)...الخ.

٢- **البيانات الكمية**: هي البيانات التي يتم الحصول عليها في شكل أعداد ويمكن ترتيبها. مثال ذلك: الرواتب، درجات الحرارة، درجات الاختبار...الخ.

ويمكن تقسيم البيانات الكمية إلى:

١- **بيانات كمية منفصلة**: هي البيانات التي يمكن عدها حتى ولو لم تأخذ قيماً صحيحة.مثال ذلك: عدد الأسهم، عدد أفراد الأسرة.

٢- **بيانات كمية متصلة**: هي البيانات التي لا يتم عدها إنما يتم الحصول عليها عن طريق القياس وتأخذ أي قيمة داخل مدى معين سواء كانت صحيحة أو كسرية. مثال ذلك: الدخل الشهري، أسعار الأسهم، المعدل الدراسي للطالب...الخ.

قياس البيانات

تقاس البيانات بأحد أربع قياسات، هي:

١- **المقياس الاسمي:** مجموعة من الأوجه أو الصفات التي يأخذها المتغير الوصفي مع عدم إمكانية ترتيبها. مثل فصيلة الدم والجنسية.

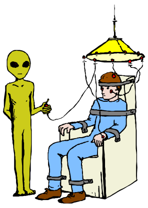
٢- **المقياس الترتيبي:** مجموعة من الأوجه التي يأخذها المتغير الوصفي مع إمكانية ترتيبها. مثل المستوى التعليمي.

٣- **مقياس الفترة:** مجموعة من الأعداد أو القيم التي يأخذها المتغير الكمي، وليس للصفر معنى حقيقي، أي لا يعني انعدام الخاصية محل الدراسة. مثل درجة الحرارة ودرجة امتحان الذكاء.

٤- **مقياس النسبة:** مجموعة من الأعداد أو القيم التي يأخذها المتغير الكمي، والصفر له معنى حقيقي، أي يعني انعدام الخاصية محل الدراسة. مثل الوزن والطول.

يلاحظ أن المقياس الاسمي والمقياس الترتيبي (التفصيلي) تستخدم لقياس البيانات النوعية، أما مقياس الفترة ومقياس النسبة تستخدم البيانات الكمية.

جمع البيانات



١ـ الأسلوب التجريبي:

يتم الحصول على البيانات عن طريق تصميم تجربة، يتم فيها قياس تأثير العامل محل الاهتمام مع ثبات العوامل الأخرى، حيث نحصل على البيانات في هذه الحالة عن طريق المشاهدة. مثال ذلك الحصول على بيانات عن طريق تطبيق عدة سياسات تسويقية بهدف اختيار السياسة الأفضل.

٢ـ أسلوب المسح:

نحصل على البيانات في هذه الحالة من السجلات والتقارير وقواعد البيانات والإنترنت، أو عن طريق الاستبيانات والمقابلات الشخصية.
وينقسم أسلوب المسح إلى نوعين:

أ- **أسلوب المسح الشامل:** يتم جمع البيانات من كل مفردات المجتمع محل الدراسة. مثل دراسة آراء كل طلاب جامعة الملك عبدالعزيز عن أسلوب الاختبارات.

ب-**أسلوب المسح العينة العشوائية:** حيث تجمع البيانات من بعض مفردات المجتمع محل الدراسة. مثل دراسة آراء بعض طلاب كلية الاقتصاد فقط عن أسلوب الاختبارات وتعميم النتائج على باقي طلاب الجامعة في جميع الكليات.

ومن أنواع العينات العشوائية:

- **العينة العشوائية البسيطة:** وهي التي تعطي كل مفردة من مفردات المجتمع نفس الفرصة في الاختيار.
- **العينة العشوائية الطبقية:** يتم تقسيم المجتمع محل الدراسة إلى مجموعات متجانسة وغير متداخلة تسمى (طبقات) مثل كليات أو محافظات أو النوع. ثم نقوم بسحب عينة عشوائية بسيطة من كل طبقة. مثال ذلك دراسة مستوى الذكاء لطلاب جامعة الملك عبدالعزيز، هنا يقوم الباحث بتقسيم الطلاب إلى طبقتين أو مجموعتين (كليات علمية، وكليات أدبية) ويتم اختيار عينة عشوائية من كل طبقة تتناسب مع حجم الطلاب داخل كل مجموعة.
- **العينة العشوائية المنتظمة:** يتم تقسيم مفردات المجتمع إلى مجموعات عددها مساو لعدد مفردات العينة التي نريد اختيارها، ثم نختار مفردة من المجموعة الأولى بشكل عشوائي. فإذا كان الاختيار مثلاً وقع على المفردة الثالثة، فإننا نختار المفردة الثالثة من كل مجموعة حتى يكتمل حجم العينة التي نريدها.
- **العينة العشوائية العنقودية:** ويستخدم هذا النوع من العينات في حالة المجتمعات التي تتكون من عدة مجموعات تشكل كل مجموعة عنقوداً يتفرع منه أيضاً العديد من المجموعات. مثال ذلك لتقدير حجم الدخل في المملكة العربية السعودية، يستلزم ذلك تقسيم المملكة إلى مجموعات من المحافظات، وتنقسم المحافظات إلى مجموعات من المدن، ثم إلى مجموعات من الأحياء. ثم يتم اختيار عينة عشوائية من المحافظات كمرحلة أولى، ثم في المرحلة الثانية يتم اختيار عينة عشوائية من المدن داخل كل محافظة تم اختيارها في المرحلة

الأولى، ثم يتم في المرحلة الثالثة اختيار عينة عشوائية من الأحياء داخل كل مدينة تم اختيارها في المرحلة الثانية.

٣ـ أسلوب السلاسل الزمنية:

يتم الحصول على البيانات عن طريق رصد البيانات التي تعبر عن ظاهرة ما عند نقاط زمنية متتالية. مثل كمية الصادرات السنوية، حجم التعاملات الربع سنوية في البورصة، عدد المرضى الشهري في عيادات القلب...الخ.

يمكن أن تتعرض البيانات لنوعين من الأخطاء عند جمعها:

١ـ **خطأ التحيز**: هو الخطأ الذي يحدث عند جمع البيانات سواء من الباحث أو من مفردات المجتمع محل الدراسة.

٢ـ **خطأ المعاينة العشوائية**: هو الخطأ الذي يحدث عند إجراء الدراسة الإحصائية بأسلوب العينة العشوائية ويرجع فقط إلى الصدفة وليس لأخطاء من الباحث أو من العينة.

تنظيم وعرض البيانات

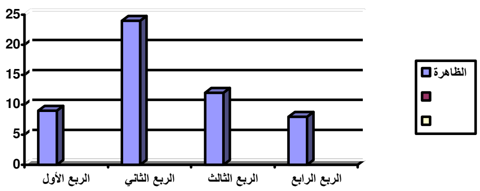
مهما كانت طبيعة الدراسة فيجب تنظيم وعرض البيانات بأسلوب يستطيع غير المتخصصين فهم معنى هذه البيانات.

الرسومات البيانية

تعتبر الرسوم البيانية وسيلة مفيدة لشرح وتوضيح الحقائق الرقمية وإبراز العلاقة بين المتغيرات. ومنها الرسوم التالية:

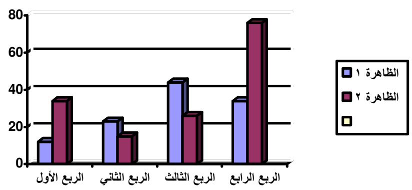
١ـ الأعمدة البسيطة:

وهي عبارة عن أعمدة رأسية أو مستطيلات متساوية القاعدة تتناسب ارتفاعاتها مع البيانات التي تمثلها.



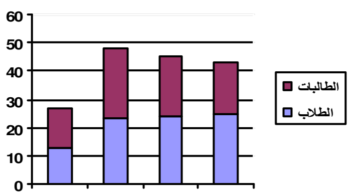
٢ـ الأعمدة المزدوجة:

وتستخدم لمقارنة ظاهرتين أو أكثر لعدة سنوات أو في حالة بيانات مختلفة مزدوجة لخواص مختلفة.



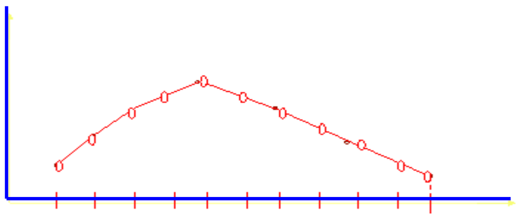
٣ـالأعمدة المجزأة:

وتستخدم في حالة مقارنة ظاهرتين بدلاً من الأعمدة المزدوجة ويتم رسمها بعمل عامود واحد يمثل كلا الظاهرتين محل الدراسة في كل سنة.

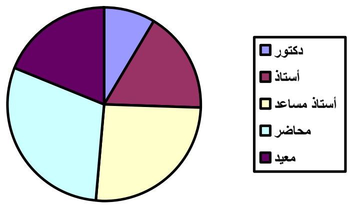


٤ـ المنحنى:

ويستخدم لتوضيح الاتجاه العام للظاهرة خلال فترة من الزمن، ويمكن رسم المنحنى برسم نقط تمثل السنوات كمحور أفقي مقابل قيم الظاهرة كمحور رأسي – ثم توصل هذه النقط.



٥ـ الرسم الدائري:



ويستخدم الرسم الدائري عندما يكون المجموع الكلي العام لبيانات الظاهرة مقسم إلى عدة أقسام مختلفة، بحيث يُمثل كل قسم بقطاع من الدائرة يتناسب مع حجمه بالنسبة لمجوع الأقسام.

طريقة إجراء الرسم الدائري:

١) نرسم أي دائرة لها نصف قطر نختاره.

٢) نحسب زاوية القطاع من القاعدة:

$$\text{زاوية القطاع} = \frac{\text{قيمة جزء الظاهرة}}{\text{المجموع الكلي}} \times 300$$

مثال (١ـ١):

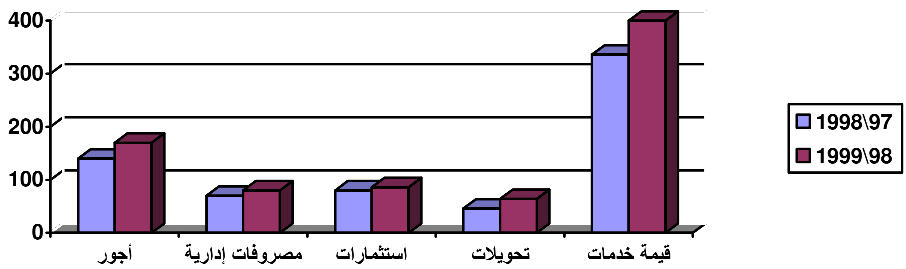
المطلوب عرض البيانات التالية:

البيـان	أجور	مصروفات إدارية	استثمارات	تحويلات	قيمة خدمات
١٩٩٨/٩٧	140	70	80	46	336
١٩٩٩/٩٨	170	80	86	64	400

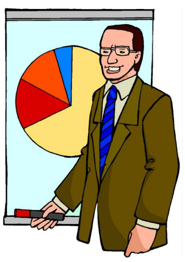
١) بالأعمدة. ٢) بالمنحنى.

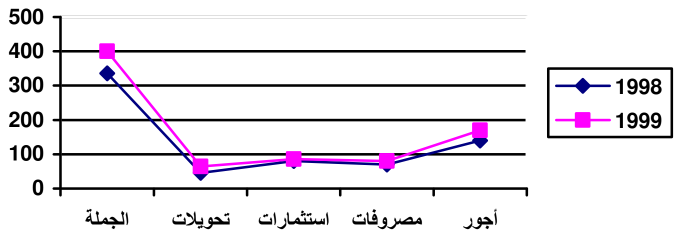
حل مثال رقم ١ – ١:

١ـ بالأعمدة:



٢ـ المنحنى:





تلخيص البيانات

إن تلخيص البيانات يساهم في معالجتها واستخلاص النتائج بشكل أفضل.ولكن في بعض الأبحاث يسعى الباحثون لدراسة العلاقة بين عدة ظواهر، ويستخدم في هذه الحالة معاملات الارتباط وتحليل الانحدار. وتندرج جميع الطرق التنظيمية والتلخيصية الاستكشافية تحت مسمى الإحصاء الوصفي، وهو أحد فروع الإحصاء.

الإحصاء الوصفي هو مجموعة الطرق والأساليب التي تستخدم في تنظيم وعرض وتلخيص البيانات واستكشاف خصائصها الأساسية وتلخيصها في صورة مؤشرات رقمية.

تحليل البيانات واستخلاص القرارات

عندما نحلل بيانات المجتمع بأكمله فإننا نتخذ القرارات المناسبة من المؤشرات التي حصلنا عليها.

الإحصاء الاستدلالي هو مجموعة الطرق والأساليب التي تستخدم في تعميم نتائج العينة على خصائص المجتمع الذي سحبت منه العينة. وقياس العلاقات بين الخصائص المختلفة للمجتمع والتنبؤ بالقيم المستقبلية لهذه الخصائص.

الباب الثاني

التوزيعات التكرارية وتمثيلها بيانياً

التوزيعات التكرارية

عند حصولنا على بيانات فإننا نطلق عليها مسمى بيانات خام Raw Data، وبعد تلخيص البيانات وتنظيمها في توزيعات تكرارية يطلق عليها بيانات مبوبة.

التوزيعات التكرارية هي عبارة عن جداول لجميع الأوجه أو القيم التي يمكن أن يأخذها المتغير موضوع الدراسة وعدد المفردات التي تمثل تكرارات مناظرة لكل وجه أو قيمة.

مثال رقم (١ – ٢) على البيانات النوعية:

الجدول التالي يبين حالة المرتبة الأكاديمية لعينة من 30 عضو هيئة تدريس بإحدى الجامعات:

أ. مشارك	أ. مساعد	محاضر	أ. مشارك	أ. مساعد
محاضر	أستاذ	أ. مساعد	محاضر	أ. مشارك
أ. مشارك	أ. مساعد	أ. مشارك	أستاذ	أ. مساعد
أ. مساعد	محاضر	أ. مشارك	أ. مساعد	أستاذ
أ. مشارك	أ. مساعد	محاضر	أ. مشارك	أ. مشارك
محاضر	أ. مساعد	أ. مشارك	محاضر	أستاذ

والمطلوب وضع البيانات في جدول تكراري.

حل مثال رقم (١ – ٢):

حيث إن البيانات وصفية فيمكننا تبويبها حسب الأوصاف التي تمثل الظاهرة، وهي: أستاذ، أ.مشارك، أ.مساعد، محاضر. $p=\frac{f}{\sum f}\times 100$ ← التكرار النسبي

المرتبة الأكاديمية	العلامات	العدد، التكرار f	النسبة
أستاذ	IIII	4	%13.33
أ. مشارك	IIIII IIIII	10	%33.33
أ. مساعد	IIIII IIII	9	%30
محاضر	IIIII II	7	%23.33
المجموع Σ		30	%100

مثال رقم (٢ – ٢) على البيانات الكمية المنفصلة:

البيانات التالية توضح تقدير 40 طالبا في امتحان الإحصاء، والمطلوب وضع البيانات في جدول تكراري وتوصيفها بيانياً.

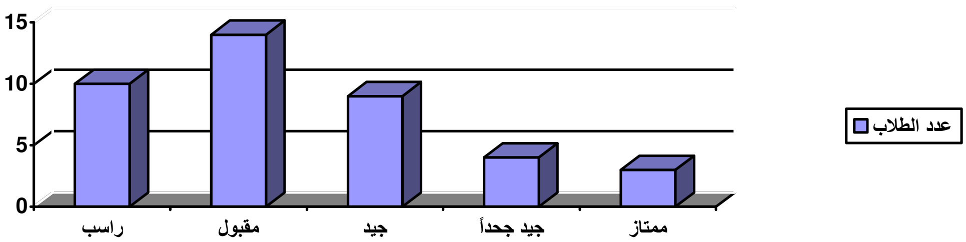
جيد	راسب	مقبول	راسب	مقبول	ممتاز	مقبول	راسب
جيد جداً	مقبول	جيد	مقبول	جيد جداً	مقبول	راسب	جيد
راسب	ممتاز	مقبول	راسب	مقبول	راسب	جيد	ممتاز
مقبول	جيد	جيد جداً	مقبول	جيد	راسب	جيد جداً	جيد
جيد	راسب	مقبول	مقبول	مقبول	مقبول	جيد	راسب

حل مثال رقم (٢ – ٢):

حيث إن البيانات وصفية (نوعية) فيمكن تبويبها حسب التقديرات.

التقدير	العلامات	عدد الطلاب، التكرار f	النسبة
راسب	IIIII IIIII	10	%25
مقبول	IIIII IIIII IIII	14	%35
جيد	IIIII IIII	9	%22.5
جيد جداً	IIII	4	%10
ممتاز	III	3	%7.5
المجموع Σ		40	%100

ولتمثيل هذه البيانات بيانيا نستخدم الأعمدة البسيطة:



مثال رقم (٣ – ٢) على البيانات الكمية المتصلة

الجدول الآتي يوضح أجر 100 عامل في إحدى المصانع بالريالات:

81	100	80	93	70	110	62	116	78	96
83	94	70	94	95	95	93	96	97	128
98	84	66	107	82	97	72	118	98	101
83	110	99	98	92	125	117	93	73	119
99	85	84	65	106	77	108	113	94	71
80	90	72	120	111	92	102	74	99	114
91	92	85	101	81	67	91	112	122	109
86	90	86	88	77	95	72	105	89	75
29	102	87	91	103	103	88	69	76	104
75	90	87	109	96	79	82	89	105	97

والمطلوب تلخيص أجور العمال في جدول تكراري ؟

حل مثال رقم (٣ – ٢):
عليك تتبع الخطوات التالية:
١- نحسب المدى (R) وهي الفرق بين أكبر قيمة (max) وأصغر قيمة (min).

$$R = \max - \min = 129 - 62 = 67$$

٢- نوجد عدد الفئات (k):
$k = 1 + (3.3 \times \log n) \leftarrow$ هذا قانون لإيجاد عدد الفئات بالآلة الحاسبة
عدد العمال (التكرار)= n

$$k = 1 + (3.3 \times \log 100)$$

$k = 1 + (3.3 \times 1.69897) = 6.7 \rightarrow 7$ يجب أن نقرب إلى عدد صحيح

ويمكن أيضاً إيجاد عدد الفئات (k) بالقانون التالي: $k = \dfrac{R}{h}$

٣- نحدد طول الفئة (h) =

$$h = \frac{R}{k} = \frac{67}{7} = 9.57 \rightarrow 10$$

ويمكن في طول الفئة (h) اختيار أي رقم يكون مناسب.

نبدأ الفئة الأولى بالرقم (60) وهو أصغر قيمة، ونستمر حتى آخر فئة والتي تبدأ بـ 120 وتنتهي بـ 130 أكبر قيمة.

ويسمى هذا بالجدول التكراري البسيط

فئة الأجور الفئات (c)	العلامات	عدد العمال التكرار f	نسبة العمال التكرار النسبي p
60 -	IIIII	5	%5
70 -	IIIII IIIII IIIII	15	%15
80 -	IIIII IIIII IIIII IIIII	20	%20
90 -	IIIII IIIII IIIII IIIII IIIII IIIII	30	%30
100 -	IIIII IIIII IIIII	15	%15
110 -	IIIII IIIII	10	%15
120 - 130	IIIII	5	%5
	Σ	100	%100

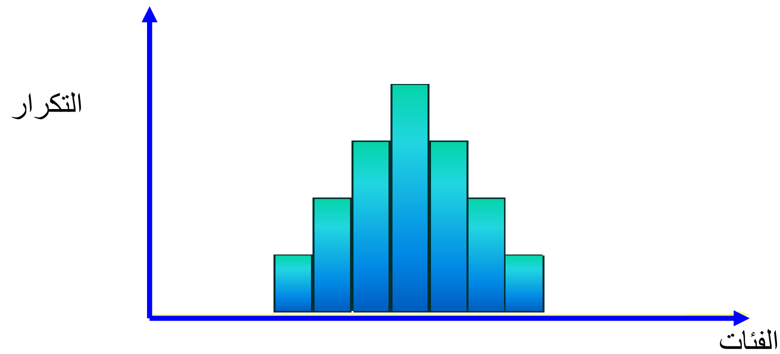
فئة الأجور الفئات (c)	عدد العمال التكرار f	الجدول التكراري البسيط لأجور العمال:
60 -	5	ملاحظة:
70 -	15	١- يسمى هذا الجدول التكراري بسيطاً لأنه يمثل ظاهرة واحدة فقط و هي أجور العمال.
80 -	20	
90 -	30	٢- تظهر في الجدول بداية الفئة فقط أما نهايتها فهي بداية الفئة التي تليها، ومعنى ذلك أن الفئة الأولى مثلاً تحتوي على جميع الأجور ابتداءً من 60 ريالاً وحتى ما قبل الـ 70 ريالاً .
100 -	15	
110 -	10	
120 - 130	5	
Σ	100	

التمثيل البياني للبيانات

يمكن وصف البيانات النوعية بشكل القطاعات الدائري، بالإضافة إلى شكل الأعمدة والذي يستخدم أيضاً لوصف البيانات الكمية المنفصلة، أما البيانات الكمية المتصلة يمكن تمثيلها بالمدرج التكراري، أو بالمضلع التكراري، أو بالمحنى التكراري.

١- المدرج التكراري:

نرسم مستطيلات طول قاعدتها هو طول الفئة وارتفاعها هو التكرارات المناظرة لكل فئة.

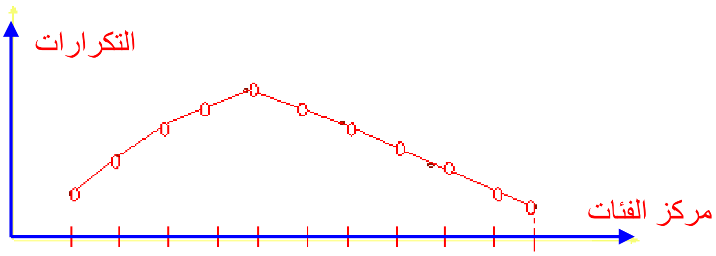


٢- المضلع التكراري:

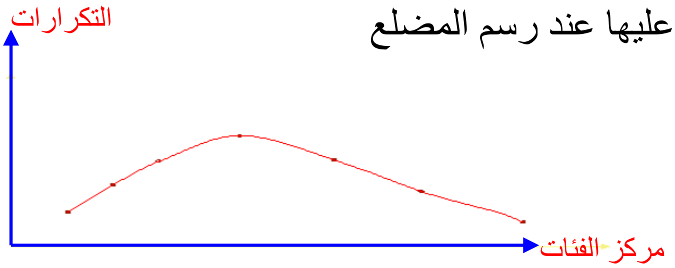
١) نحسب مراكز الفئات من القاعدة :

$$\text{مركز الفئة} = \text{بداية الفئة} + \frac{1}{2}\ \text{طول الفئة}$$

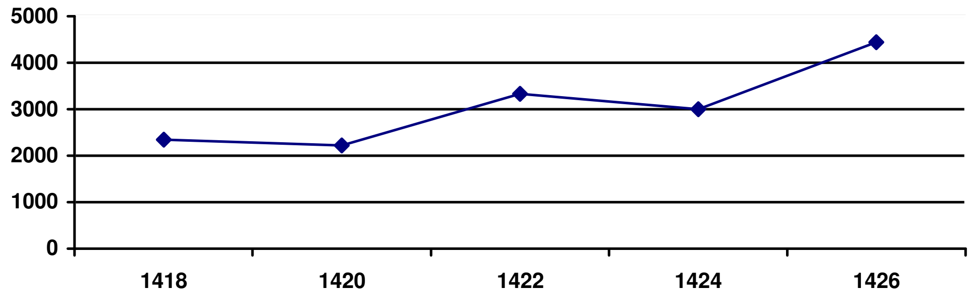
٢) نرسم فقط مراكز الفئات في مقابل التكرارات ونصل بينهم بالمسطرة



٣- المنحنى التكراري:
نصل بين النقط التي حصلنا عليها عند رسم المضلع التكراري بمنحنى باليد.



٤- شكل السلسلة الزمنية:
تتميز بعض الظواهر بالتطور خلال الزمن، مثل أسواق البورصة والأسهم، وسعر النفط. وأفضل تمثيل بياني لهذه المعلومات هو السلسلة الزمنية.



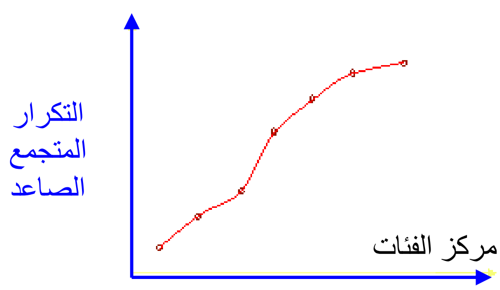
الجداول التكرارية المتجمعة

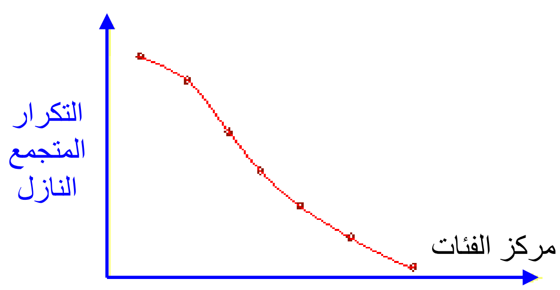
الجداول التكرارية المتجمعة نوعان:

١) الجدول المتجمع الصاعد: حيث نجمع التكرارات المناظرة لكل فئة من بداية حتى نصل إلى المجموع الكلي للبيانات، ويكون عنوان العامود الأول في الجدول هو: "أقل من الحد الأعلى للفئة".

٢)) الجدول المتجمع النازل (الهابط): حيث نبدأ بالمجموع الكلي للبيانات ونطرح من التكرارات المناظرة لكل فئة من بداية الجدول حتى نصل إلى الصفر، ويكون عنوان العامود الأول في الجدول هو: "الحد الأدنى للفئة فأكثر" .

ويمكن تمثيل الجدول المتجمع الصاعد و النازل بيانياً بما يُعرف بالمنحنى المتجمع الصاعد والمنحنى المتجمع النازل واللذان يأخذان الشكلين التاليين:





مثال رقم (٤ – ٢):

البيانات الآتية تمثل الأجر اليومي بالريال لـ (100) عامل في إحدى المنشآت.

50	37	38	44	32	56	44	43	44	18
46	33	45	26	46	40	23	37	21	60
52	43	49	56	59	51	45	38	42	24
53	38	28	47	29	64	63	49	61	54
34	51	57	31	35	28	27	42	43	30
39	50	32	36	41	58	45	44	25	36
45	57	43	48	39	34	57	22	55	39
53	33	37	56	53	40	46	62	43	48
58	38	58	31	47	52	33	44	31	50
52	37	47	38	41	64	49	26	99	42

والمطلوب هو تكوين الجدول التكراري للعمال حسب فئات الأجر ثم:

أ- تمثيل هذه البيانات باستخدام :

١) المدرج التكراري ٢) المضلع التكراري ٣) المنحنى التكراري

ب - رسم المنحنى المتجمع الصاعد ثم حساب:

(١) عدد العمال الذين يقل أجرهم عن 45 ريالاً.

(٢) الحد الأعلى للأجر الذي حصل عليه 70 عاملاً.

ج- رسم المنحنى المتجمع النازل ثم حساب:

(١) عدد العمال الذين كانت أجورهم 33 فأكثر.

(٢) الحد الأدنى للأجر الذي حصل عليه 50 عاملاً.

حل مثال رقم (٤ – ٢):

عليك تتبع الخطوات التالية:

١- نحسب المدى (R) وهي الفرق بين أكبر قيمة (max) وأصغر قيمة (min).

$$R = \max - \min = 64 - 18 = 46$$

٢- نحدد طول الفئة (h) =

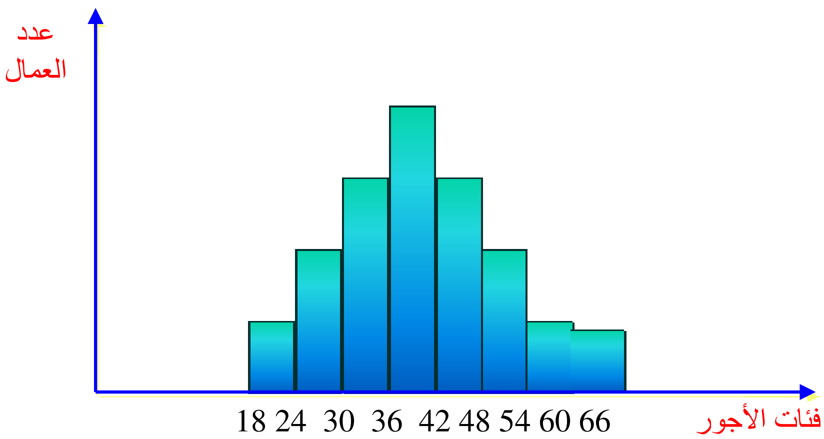
نختار أن تكون طول الفئة = 6

٣- نوجد عدد الفئات (k):

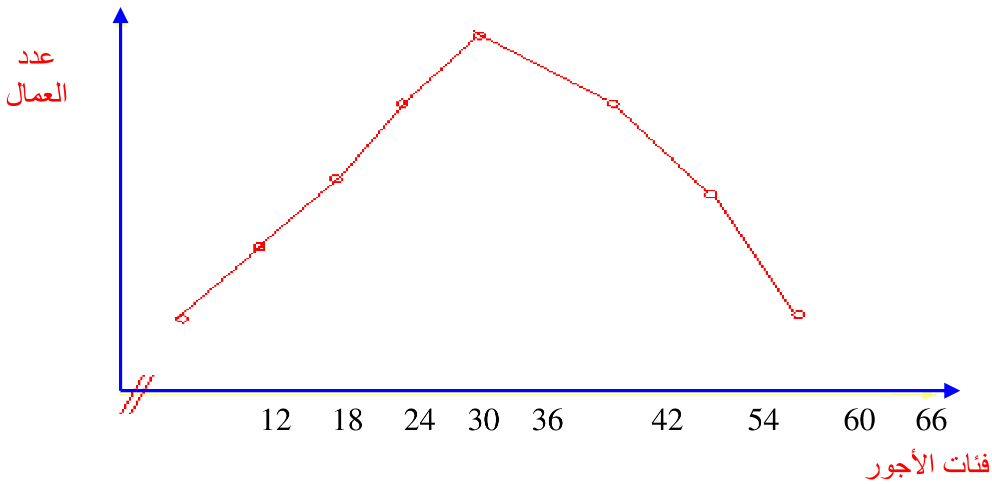
$$k = \frac{R}{h} = \frac{46}{6} = 7.66 \rightarrow 8$$

فئة الأجور الفئات (c)	العلامات	عدد العمال التكرار f	نسبة العمال التكرار النسبي p
18 -	IIII	4	
24 -	IIIII III	8	
30 -	IIIII IIIII II	12	
36 -	IIIII IIIII IIIII III	18	
37 -	IIIII IIIII IIIII IIIII IIII	24	
38 -	IIIII IIIII IIIII I	16	
54-	IIIII IIIII II	12	
60 - 66	IIIII I	6	
Σ		100	%100

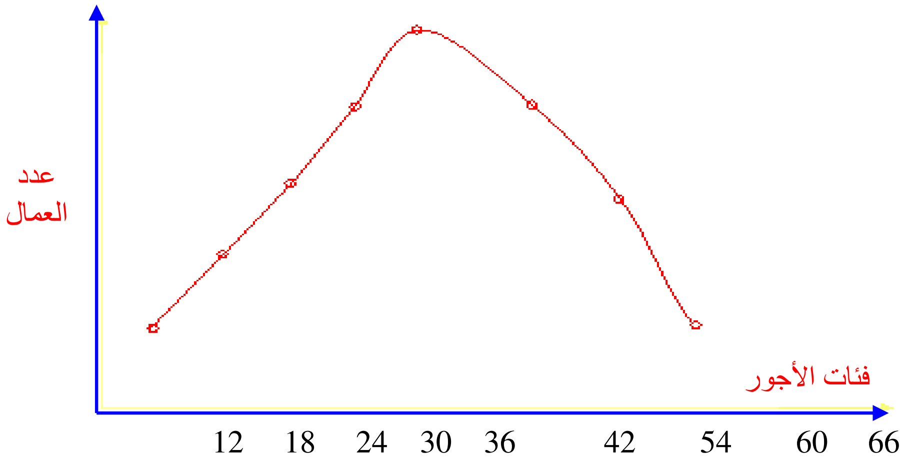
(أ – ١): رسم المدرج التكراري لفئات الأجور:



(أ – ٢): رسم المضلع التكراري لفئات الأجور:

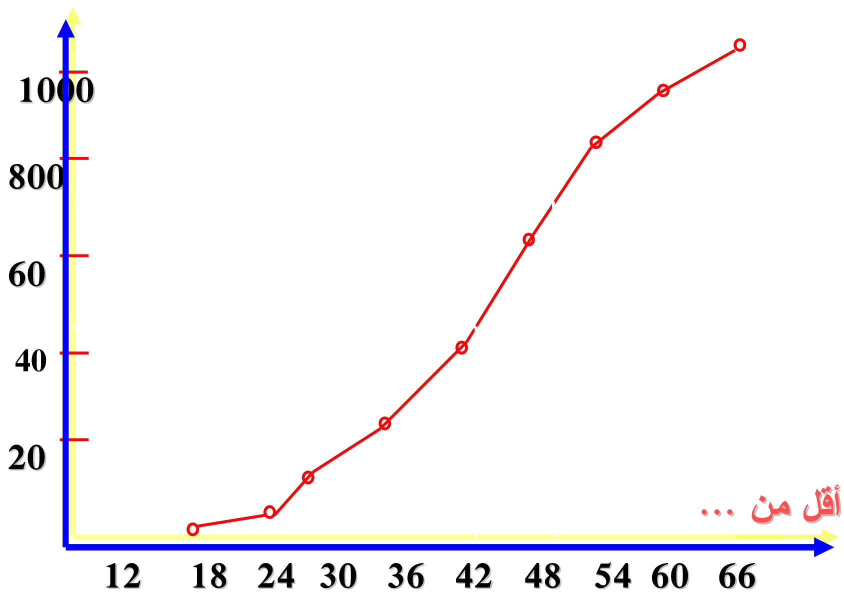


(أ – ٣): رسم المنحنى التكراري لفئات الأجور:



الجدول المتجمع الصاعد لأجور العمال		الجدول التكراري البسيط لأجور العمال	
التكرار المتجمع الصاعد	أقل من الحد الأعلى للفئة	عدد العمال التكرار f	فئة الأجور الفئات (c)
4	أقل من 24	4	18 -
12	أقل من 30	8	24 -
24	أقل من 36	12	30 -
42	أقل من 42	18	36 -
66	أقل من 48	24	37 -
82	أقل من 54	16	38 -
94	أقل من 60	12	54-
	أقل من 66	6	60 - 66
		100	Σ

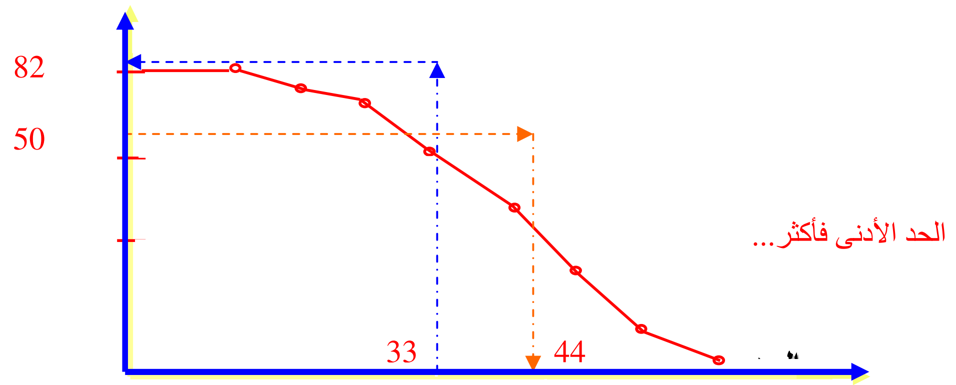
ب- ١ : المنحنى المتجمع الصاعد لأجور العمال:



١) عدد العمال الذين يقل أجرهم عن 45 ريالاً = 48 عاملاً

٢) الحد الأعلى للأجر الذي حصل عليه 70 عاملاً = 51 ريالاً

الجدول التكراري البسيط لأجور العمال		الجدول المتجمع النازل لأجور العمال	
فئة الأجور الفئات (c)	عدد العمال التكرار f	أقل من الحد الأدنى للفئة فأكثر	التكرار المتجمع النازل
18 -	4	18 فأكثر	100
24 -	8	24 فأكثر	96
30 -	12	30 فأكثر	88
36 -	18	36 فأكثر	76
37 -	24	42 فأكثر	58
38 -	16	48 فأكثر	34
54-	12	54 فأكثر	18
60 - 66	6	60 فأكثر	6
Σ	100		



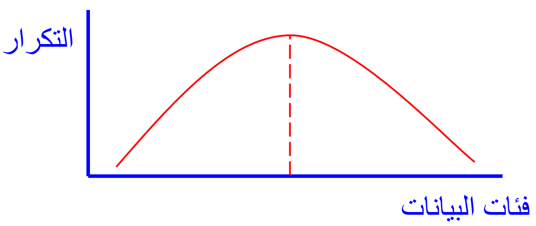
(١) عدد العمال الذين حصلوا على 33 ريالاً فأكثر = 82 عاملاً

(٢) الحد الأدنى للأجر الذي حصل عليه 50 عاملاً = 44 ريالاً

بعض أشكال المنحنيات التكرارية

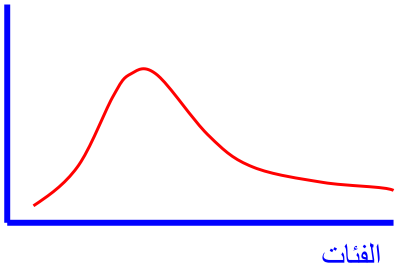
(١) المنحنى المتماثل:

وهو يمثل كثيراً من الظواهر الطبيعية مثل الأوزان والأطوال. ويسمى متماثلا لأن الخط النازل من قمته إلى قاعدته يقسمه إلى قسمين متماثلين.

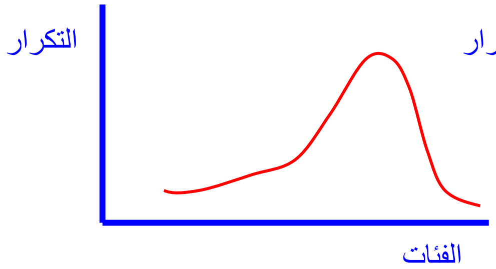


(٢) المنحنى الغير متماثل:

وله قمة واحدة ولكن فرعية غير متماثلين.
فإذا كان الفرع الأطول جهة اليمين سمي ملتوياً لليمين.
وإذا كان الفرع الأطول جهة اليسار سمي ملتوياً لليسار.
ويمثل مرتبات، أو دخول الأفراد في بعض الدول.



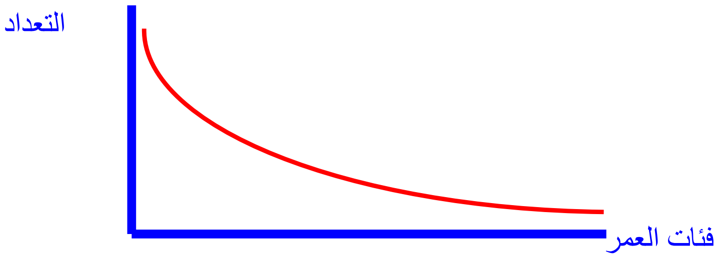
منحنى ملتوي لليمين



منحنى ملتوي لليمين

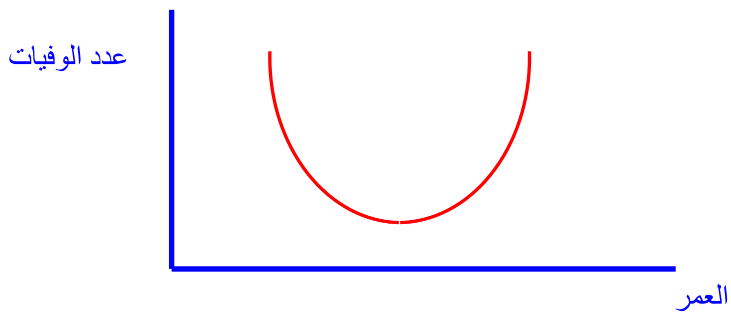
(٣) المنحنى ذو الفرع الواحد:

ويتكون من فرع واحد ومن استخداماته تمثيله لتوزيع السكان حسب فئات العمر.



(٤) المنحنى التكراري ذو النهاية الصغرى:

ويسمى "بالمنحنى النوني"، ويمثل ظاهرة تكون فيها القيم الصغيرة والكبيرة أكثر شيوعاً. ويستخدم في دراسة الوفيات حسب العمر.



الباب الثالث
مقاييس النزعة المركزية

مقاييس النزعة المركزية:

يقصد بمقاييس النزعة المركزية ميل البيانات للتراكم حول قيمة ما تسمى بالمتوسط – و هناك عدد من المقاييس لقياس هذا الميل منها:

١) الوسط الحسابي. **٢) الوسيط.** **٣) المنوال.**

١) الوسط الحسابي:

يُعدُّ الوسط الحسابي أهم مقاييس النزعة المركزية ويُعرَّف بأنه القيمة التي إذا أعطيت لجميع مفردات الظاهرة كان مجموع قيم المفردات مساوياً لمجموع القيم الأصلية لها.

أ- البيانات الغير مبوبة:

يمكن حساب الوسط الحسابي للبيانات الغير مبوبة بالعلاقة التالية:

$$\bar{X} = \frac{\Sigma x}{n}$$

مثال رقم (١ – ٣):

أوجد الوسط الحسابي للبيانات :

15 ، 10 ، 10 ، 15 ، 30

حل مثال رقم (١ – ٣):

$$\bar{X} = \frac{\Sigma x}{n} = \frac{80}{5} = 16$$

ب- البيانات المبوبة:

يمكن حساب الوسط الحسابي للبيانات المبوبة بالعلاقة التالية:

$$\bar{X} = \frac{\Sigma xf}{\Sigma f}$$

حيث أن $\bar{X}$ ترمز إلى الوسط الحسابي

و Σ ترمز عن مجموع قيم الظاهرة، أي التي تأتي بعد Σ مثل (X)

و X ترمز إلى قيمة المفردة، أو الفئات.

و f ترمز إلى التكرار.

وفي حالة كون البيانات متصلة (أي مصنفة على شكل فئات) فإننا نعتبر مركز الفئة هو X، حيث:

مركز الفئات X = (بداية الفئة + نهاية الفئة) / 2

مثال رقم (٢ – ٣) :
من مثال أجور 100 عامل السابق أحسب المتوسط الحسابي لهذه الأجور؟

حل مثال رقم (٢ – ٣):

فئة الأجور الفئات (c)	عدد العمال التكرار f	مركز الفئة X	$X \times f$
60 -	5	$\frac{70+60}{2}=65$	325
70 -	15	75	1125
80 -	20	85	1700
90 -	30	95	2850
100 -	15	105	1575
110 -	10	115	1150
120 - 130	5	125	625
Σ	100	——	9350

$$\bar{X} = \frac{\Sigma xf}{\Sigma f} = \frac{9350}{100} = 93.5$$

المتوسط الحسابي = 93.5 ريالاً.

ميزات الوسط الحسابي:

يمتاز الوسط الحسابي باعتباره أحد مقاييس النزعة المركزية بميزتين:
١- سهولة حسابه.
٢- مشاركة جميع قيم مفردات الظاهرة في حسابه.

عيوب الوسط الحسابي:

ومما يعيب الوسط الحسابي مقارنة مع غيره من مقاييس النزعة المركزية:
١- تأثره بالقيم الشاذة.
٢- عدم إمكانية حسابه في حالة البيانات الوصفية.

٢) الوسيط:

هو القيمة التي تتوسط قيم البيانات بعد ترتيبها تصاعدياً أو تنازلياً، بحيث يكون عدد المفردات التي قبلها مساوياً لعدد المفردات التي بعدها.

أ- البيانات الغير المبوبة:

لحساب قسمة الوسيط نرتب البيانات تصاعدياً أو تنازلياً:

- فإذا كان عدد المفردات (n) فردياً فيكون:

الوسيط = بعد ترتيب المفردات أو القيم هو القيمة التي تقع في النصف.

- وإذا كان عدد المفردات (n) زوجياً فيكون:

$$\text{الوسيط } M = \frac{\text{مجموع المفردتان الوسطيان}}{2}$$

مثال رقم (٣ – ٣):

أوجد وسيط القيم لـ (أ) ، ثم لـ (ب):

(أ)	50 ، 60 ، 80 ، 70 ، 40 ، 100 ، 90
(ب)	40 ، 50 ، 60 ، 70 ، 100 ، 80

حل مثال رقم (٣ – ٣):

٣ مفردات ٣ مفردات

(أ) نرتب البيانات تصاعدياً: 40، 50، 60، 70، 80، 90، 100

القيمة الوسطى M

الوسيط M = 70

القيمتان الوسيطان

مفردتان مفردتان

(ب) نرتب البيانات تصاعدياً: 40 ، 50 ، 70 ، 80 ، 90 ، 100

$$M = \frac{70+80}{2} = 75$$

الوسيط M = 75

ب- البيانات المبوبة:

يمكن حساب الوسيط في حالة البيانات المبوبة على النحو التالي:

$$M = L + \frac{\frac{n}{2} - fm}{fl} \times h$$

حيث M هو الوسيط.

و L هي الفئة المقابلة لأعلى تكرار.

و n مجموع التكرارات.

و $f\,m$ القيمة السابقة للتكرار المتجمع الصاعد لترتيب الوسيط.

و $f\,L$ تكرار فئة الوسيط.

و h طول الفئة. وترتيب الوسيط $= \frac{n}{2}$

مثال رقم (٤ – ٣):

فئات الأجور	3-	5-	7-	9-	11-
عدد العمال	10	20	40	20	10

أوجد الوسيط:

حل مثال رقم (٤ – ٣):

الفئة	عدد العمال التكرار f	الحد الأعلى للفئة فأقل	تكرار متجمع صاعد $f\,m$
3-	10	5 فأقل	10
5-	20	7 فأقل	30
7-	40	9 فأقل	70
9-	20	11 فأقل	90
11-	10	13 فأقل	100
Σ	100	—	

50

ترتيب الوسيط

ترتيب الوسيط $= \frac{100}{2} = 50$

$$M = 7 + \frac{50 - 30}{40} \times 2 = 8$$

كما يمكن أيضاً حساب الوسيط للبيانات المبوبة بالعلاقة التالية، وهي لا تختلف كثيراً في فكرتها عن القانون السابق:

$$M = L + \frac{C_1 - C_2}{C_3} \times h$$

حيث أن:
L : الحد الأدنى لفئة الوسيط.
C_1 : ترتيب الوسيط.
C_2 : (ت.م.ص) التكرار المتجمع الصاعد السابق لفئة الوسيط.
C_3 : التكرار الأصلي لفئة الوسيط.
h : طول الفئة.

مثال رقم (٥ – ٣):
تم اختبار طلاب الشعبة A1 في مادة الإحصاء (100 درجة) وكانت درجاتهم موزعة على النحو التالي:

الدرجات	4 –	20 –	36 –	52 –	68 –	84 – 100
عدد الطلاب	1	2	6	10	7	2

والمطلوب: حساب الوسيط لدرجات الطلاب في مادة اللغة الإنجليزية.

حل مثال رقم (٥ – ٣):
ترتيب الوسيط $= C_1 = \frac{28}{2} = 14$ ، وطول الفئة $h = 16$.

الفئة	عدد العمال التكرار f	الحد الأعلى للفئة فأقل	تكرار متجمع صاعد fm
4-	1	أقل من 20	1
20-	2	أقل من 36	3
36-	6	أقل من 52	$C_2=9$
L= 52-	$C_3 = 10$	أقل من 68	19
68-	7	أقل من 84	26
84 - 100	2	أقل من 100	28
Σ	$\Sigma f = 28$		

$C_1 = 14$

$$M = L + \frac{C_1 - C_2}{C_3} \times h = 52 + \frac{14 - 9}{10} \times 16 = 60$$

ميزات الوسيط:

يمتاز الوسيط باعتباره أحد مقاييس النزعة المركزية بميزتين:

١- عدم تأثره بالقيم الشاذة.

٢- ربما أمكن استخدامه في البيانات الوصفية.

عيوب الوسيط:

١- يسهم في تحديده سوى مفردة أو مفردتين من البيانات.

٣) المنوال:

هو القيمة الأكثر شيوعاً (تكراراً) في البيانات.

أيضاً هو (الرقم الشائع) أو (الأكثر تكراراً) أو (الأكثر شيوعاً).

أ- البيانات الغير المبوبة:

مثال رقم (٦ – ٣):

أوجد المنوال للبيانات:

4 ، 5 ، 6 ، 7 ، 5 ، 8 ، 5 ، 6

المنوال $D = 5$

ب- البيانات المبوبة:

يحسب المنوال بالعلاقة التالية:

$$D = L + \frac{d1}{d2+d2} \times h$$

حيث D ترمز للمنوال.

و L هي الفئة المنوالية المقابلة لأعلى تكرار.

و $d1$ الفرق، حاصل طرح أعلى تكرار ــ التكرار السابق له.

و $d2$ الفرق، حاصل طرح أعلى تكرار ــ التكرار اللاحق له.

و h طول الفئة أي مقدار الزيادة من فئة إلى أخرى.

مثال رقم (٧ – ٣): أوجد المنوال:

فئات الأجور	3-	5-	7	9-	11-
عدد العمال	10	20	40	20	10

$$D = L + \frac{d1}{d2+d2} \times h = 7 + \frac{20}{20+20} \times 2 = 8$$

مميزات المنوال:

يمتاز المنوال باعتباره أحد مقاييس النزعة المركزية بميزتين:

١- عدم تأثره بالقيم الشاذة.

٢- صلاحية استخدامه في البيانات الوصفية.

عيوب المنوال:

١- غير دقيق ويمكن وجود أكثر من منوال لنفس المجموعة من البيانات.

٤) المتوسط المرجح

المتوسط المرجح Weighted Mean لمجموعة من القيم، هو مجموع حواصل ضرب قيم مفردات العينة في أوزان مخصصة لكل منها، مقسوماً على مجموع هذه الأوزان، ويرمز له بالرمز ($\bar{X}_w$).

ونستخدم القانون التالي لحسابه:

$$\bar{X}_w = \frac{\sum wx}{\sum w}$$

مثال رقم (٨ – ٣):

أوجد المتوسط المرجح لدرجات أحد الطلاب في ثلاث مقررات بأحد الفصول الدراسية حيث كانت درجاته هي 50، 70، 40 وكانت الساعات الدراسية المعتمدة هي 4، 3، 2 على التوالي.

حل مثال رقم (٨ – ٣):

$$\bar{X}_w = \frac{\sum wx}{\sum w} = \frac{(2)(40)+(3)(70)+(4)(50)}{2+3+4} = 54.4 \text{ درجة}$$

مثال رقم (٩ – ٣):

أوجد المتوسط العام لأعمار المعتمرين خلال شهر رمضان في إحدى السنوات حسب البيانات الآتية:

منطقة القدوم	أعداد المعتمرين	متوسط العمر
جنوب آسيا	12000	50
الدول العربية	10000	60
الدول الغربية	1000	40

حل مثال رقم (٩ – ٣):

المتوسط العام لعمر المعتمرين يعتبر متوسطاً مرجحاً للأوساط المعطاة وذلك على اعتبار أن عدد المعتمرين يمثل الوزن المناظر. وبالتالي:

$$\bar{X}_w = \frac{\sum wx}{\sum w} = \frac{(50)(12000)+(60)(10000)+(40)(1000)}{23000} = 53.9 \text{ سنة}$$

مثال رقم (١٠ – ٣):

مثال عام

الجدول التالي يوضح التوزيع التكراري لعينة من أرصدة الحسابات في أحد البنوك بآلاف الريالات.

الرصيد	4 -	8 -	12 -	16 -	20 -
عدد الحسابات	10	15	20	10	5

١ـ أحسب الوسط الحسابي.
٢ـ أحسب الوسيط.
٣ـ المنوال (رقم الرصيد الشائع).

حل مثال رقم (١٠ – ٣):

فئة الأجور الفئات (c)	عدد العمال التكرار f	مركز الفئة X	$X \times f$
4 -	10	$\frac{4+8}{2}=6$	60
8 -	15	10	150
12 -	20	14	280
16 -	10	18	180
20 -	5	22	110
Σ	60	——	780

$$\bar{X} = \frac{\Sigma xf}{\Sigma f} = \frac{780}{60} = 13$$

١) المتوسط الحسابي $\bar{x}$ = 13 ريالاً.

الفئة	عدد العمال التكرار f	الحد الأعلى للفئة فأقل	تكرار متجمع صاعد $f\,m$
4 -	10	8 فأقل	10
8 -	15	12 فأقل	25
12 -	20	16 فأقل	45
16 -	10	20 فأقل	55
20 -	5	24 فأقل	60
Σ	60	——	

$\boxed{30}$

أولاً نعين ترتيب الوسيط:

$$\text{ترتيب الوسيط} = \frac{60}{2} = 30$$

$$M = L + \frac{\frac{n}{2} - fm}{fl} \times h = 12 + \frac{30-25}{20} \times 4 = 13$$

٢) الوسيط $M = 13$

$$D = L + \frac{d1}{d2 + d2} \times h = 12 + \frac{5}{5+10} \times 4 = 13.33$$

٣) المنوال $D = 13.33$

الباب الرابع

مقاييس التشتت

تعريف التشتت:

يمثل التشتت مدى انحراف (تقارب أو تباعد) البيانات بعضها عن بعض.

وهناك مقاييس عدة للتشتت منها :

١- دليل التشتت للبيانات الوصفية.
٢- المدى.
٣- التباين والانحراف المعياري.

(١) دليل التشتت للبيانات الوصفية

دليل التشتت للبيانات النوعية هو مقياس نسبي يقيس نسبة تشتت البيانات الوصفية سواءً الاسمية منها أو التفصيلية ويرمز له بالرمز (DI).

ويمكن حسابه بالصيغة التالية:

$$DI = \frac{c(n^2 - \sum n^2)}{n^2(c-1)} \times 100\%$$

c : هي عدد الأصناف لكل متغير وصفي.
n : هي عدد مشاهدات الصنف.
Σn : مجموع مشاهدات أصناف المتغير الوصفي.

ملاحظة هامة

دليل التشتت تتراوح قيمته بين صفر (تجانس كامل) ومائة (تشتت كامل).

مثال رقم (١ – ٤):

الجدول التالي يوضح عدد الطلاب في بعض أقسام كلية الاقتصاد بجامعة الملك عبدالعزيز:

القسم	أعمال دولية	تسويق	موارد بشرية	مالية	محاسبة	قانون	سياسة	إدارة عامة	المجموع
عدد الطلاب	125	111	77	53	45	34	33	26	504

والمطلوب قياس مدى التباين بين أعداد طلاب كلية الاقتصاد حسب أقسام الكلية.

حل مثال رقم (١ – ٤):

$$DI=\frac{c(n^2-\sum n^2)}{n^2(c-1)}\times 100\%$$

$$DI=\frac{8(504^2-\left[125^2+111^2+77^2+53^2+45^2+34^2+33^2+26^2\right])}{504^2(8-1)}\times 100\%$$

$$=\frac{1699088}{1778112}\times 100=95.56\%$$

مثال رقم (٢ – ٤):

الجدول الآتي يمثل المستوى التعليمي بإحدى القطاعات الحكومية. قارن تشتت المستوى التعليمي بين الذكور والإناث:

	المستوى التعليمي				
	ثانوي	بكالوريوس	ماجستير	دكتوراه	**المجموع**
الذكور (١)	5	10	6	2	**23**
الإناث (٢)	3	7	4	1	**15**

حل مثال رقم (٢ – ٤):

$$DI_1=\frac{4(23^2-\left[5^2+10^2+6^2+2^2\right])}{23^2(4-1)}\times 100=91.75\%$$

$$DI_2=\frac{4(15^2-\left[3^2+7^2+4^2+1^2\right])}{15^2(4-1)}\times 100=88.89\%$$

مما سبق نلاحظ أن المستوى التعليمي للإناث أقل تشتتاً من المستوى التعليمي للذكور.

(٢) المدى:

في حالة البيانات غير المبوبة، المدى هو الفرق بين أكبر قيمة وأقل قيمة من البيانات، أو الفرق بين الحد الأعلى للفئة الأخيرة والحد الأدنى للفئة الأولى في حالة البيانات المبوبة، ويرمز له بالرمز (R).

المدى R = أكبر قيمة في البيانات – أصغر قيمة فيها

مثال رقم (٣ – ٤):

البيانات الآتية تمثل أسعار سهم شركة معينة خلال خمسة أيام بالريال السعودي:

50 70 80 90 60

أحسب المدى؟

حل مثال رقم (٣ – ٤):

$R = 90 - 50 = 40$ ريال

مثال رقم (٤ – ٤):

إذا كان الجدول التالي يوضح مراقبة التقلبات في سعر شركتين (A وB) بالريال، فأوجد قيمة المدى لسعري السهمين في الشركتين:

الشركة (A)	59 ، 65 ، 58 ، 55 ، 60 ، 62
الشركة (B)	65 ، 59 ، 61 ، 60 ، 59 ، 55

حل مثال رقم (٤ – ٤):

الشركة (A)	$R = 65 - 55 = 10$
الشركة (B)	$R = 65 - 55 = 10$

وهذا لا يعني أن التقلبات في سعر سهمي الشركتين متشابهين، وذلك بالنظر للأسعار في الجدول السابق يتضح خلاف ذلك. لذا لا يعتمد على المدى كثيراً ويفضل استخدام الانحراف المعياري لأن جميع القيم تدخل في حسابه.

حساب المدى في حالة البيانات المبوبة

ملاحظة هامة

هناك تعريف آخر للمدى حيث يعبر عنه بالفرق بين مركز الفئة الأخيرة ومركز الفئة الأولى.

مثال رقم (٥ – ٤):

الجدول التالي يوضح توزيع (100) شخص حسب أوزانهم بالكيلوجرام، والمطلوب حساب مدى الوزن لهؤلاء الأشخاص:

فئات الوزن	50-	58-	66-	74-	82-	90 – 98
عدد الأشخاص	3	10	24	40	15	8

حل مثال رقم (٥ – ٤):

يتضح أن هناك تفاوتاً بين أوزان الأشخاص لأن مدى الأوزان يساوي (48) كجم.

$R = 98 - 50 = 48$ كيلوجرام

مميزات المدى:

١- سهولة حسابه.

٢- مقياس يعطي فكرة سريعة عن تفاوت البيانات.

عيوب المدى:

١- لا يدخل في حسابه إلا قراءتين (العظمى والصغرى) ولربما تكون إحداهما أو كلاهما قيم متطرفة، لذا لا يعتمد عليه كثيراً.

٢- يصعب حسابه في البيانات الوصفية أو الجداول التكرارية المفتوحة.

(٣) التباين والانحراف المعياري:

هو أهم مقاييس التشتت على الإطلاق، ويقيس مدى تشتت البيانات عن متوسطها.

تعريفه:

حيث إن الانحراف المعياري هو الجذر التربيعي لما يسمى بالتباين، يحسن بنا أن نعرف التباين أولاً ثم نُعرِّج على تعريف الانحراف المعياري.

التباين هو: الوسط الحسابي لمجموع مربع انحراف المفردات عن متوسطها، ويعطى بالعلاقة:

أ- في حالة البيانات الغير مبوبة:

$$S = \sqrt{\frac{\sum X^2}{n} - (\bar{X})^2}$$

ب- في حالة البيانات المبوبة:

$$S = \sqrt{\frac{\sum X^2 f}{\sum f} - (\bar{X})^2}$$

مميزات الانحراف المعياري:

١- سهولة حسابه والتعامل معه جبرياً.

٢- تدخل جميع القيم في حسابه ولذلك يعتبر من أدق مقاييس التشتت.

٣- له نفس وحدة القياس للظاهرة محل الدراسة.

عيوب الانحراف المعياري:

١- تأثره بالقيم الشاذة.

٢- لا يمكن حسابه للبيانات الوصفية.

٣- يصعب حسابه للجداول التكرارية المفتوحة.

مثال رقم (٦ – ٤):

مثال عام

لديك البيانات التالية: 15 – 20 – 10 – 15 – 30

- أحسب الوسط الحسابي ؟
- الانحراف المعياري ؟
- المنوال الرقم الشائع ؟
- الوسيط ؟
- والمجال (المدى) ؟

حل مثال رقم (٦ – ٤):

أولاً: نرتب البيانات:

10 – 15 – 15 – 20 – 30

١- الوسط الحسابي

$$\bar{X} = \frac{\sum x}{n} = \frac{90}{5} = 18$$

٢- الانحراف المعياري

يجب أن نربع البيانات:

$X^2 = 100 – 225 – 225 – 400 – 900$

$\sum x^2 = 1850$

$n = 5$

$$S = \sqrt{\frac{\sum X^2}{n} - (\bar{X})^2} = \sqrt{\frac{1850}{5} - (18)^2} = 6.68$$

٣- المنوال (الرقم الشائع) = 15

٤- الوسيط = 15

٥- المجال أو المدى = أكبر قيمة – أصغر قيمة

30 – 10 = 20

مثال رقم (٧ – ٤):

مثال عام

لديك البيانات التالية:

فئة	10 -	20 -	30 -	40 -	50 -
تكرار	10	20	40	20	10

- أوجد الوسط الحسابي، والانحراف المعياري، والمنوال (الرقم الشائع).
- والوسيط.

حل مثال رقم (٧ – ٤):

الفئة	التكرار f	X	$x\,f$	$X^2 f$
10 -	10	15	150	2250
20 -	20	25	500	12500
30 -	40	35	1400	49000
40 -	20	45	900	40500
50 -	10	55	550	30250
المجموع Σ	100	——	3500	134500

١- الوسط الحسابي

$$\bar{X} = \frac{\Sigma xf}{\Sigma f} = \frac{3500}{100} = 35$$

٢- الانحراف المعياري

$$S = \sqrt{\frac{\sum X^2 f}{\Sigma f} - (\bar{X})^2} = \sqrt{\frac{134500}{100} - (35)^2} = 10.95$$

٣- المنوال أو الرقم الشائع

$$D = L + \frac{d1}{d2 + d2} \times h = 30 + \frac{20}{20 + 20} \times 10 = 35$$

٤ـ الوسيط

الفئة	التكرار f	الحد الأعلى للفئة فأقل	تكرار متجمع صاعد fm
10 -	10	20 فأقل	10
20 -	20	30 فأقل	30
30 -	40	40 فأقل	70
40 -	20	50 فأقل	90
50 -	10	60 فأقل	100
المجموع Σ	100	--------	-----------

50

أولاً نعين ترتيب الوسيط:

$$\frac{100}{2}=50$$

$$M=L+\frac{\frac{n}{2}-fm}{fl}\times h=30+\frac{50-30}{40}\times 10=72.5$$

معامل الاختلاف (مقياس التشتت النسبي)

يستخدم معامل الاختلاف في المقارنة بين تشتت مجموعتين أو أكثر من البيانات، حيث لا يمكننا استخدام أحد مقاييس التشتت لعمل هذه المقارنة مباشرة في جميع الأحول وذلك لسببين:

١ـ اختلاف وحدات القياس المستخدمة في المجموعتين كما لو كنا نقارن بين تشتت درجات مجموعة من الطلاب وتشتت أوزانهم أو أطوالهم.

٢ـ وجود فرق كبير بين المتوسطين الحسابيين للمجموعتين المراد المقارنة بين تشتتيهما.

$$c.v=\frac{s}{\overline{X}}\times 100\%$$

معامل الالتواء: (أحد مقاييس عدم التماثل)

الالتواء هو بعد المنحنى التكراري للظاهرة عن التماثل ويقاس بمعامل يسمى بـ: معامل الالتواء، فإما أن يكون المنحنى التكراري :

١ـ متماثلاً وعندها تكون قيمة معامل الالتواء صفراً،

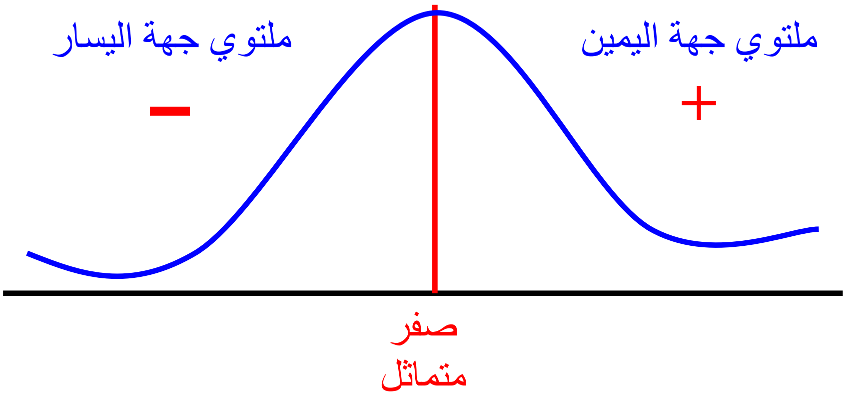
عندها يكون الوسط الحسابي $\bar{X}$ = المنوال D

٢- أو ملتويا إلى جهة اليمين وتكون قيمة معامل الالتواء موجبة،

عندها يكون الوسط الحسابي $\bar{x} > D$ المنوال

٣- أو ملتويا إلى جهة اليسار وتكون قيمة معامل الالتواء سالبة.

عندما يكون الوسط الحسابي $\bar{x} < D$ المنوال



ويمكن إيجاد معامل الالتواء بأحد القانونين التاليين:

معامل الالتواء الأول:

$$SK_1 = \frac{\bar{X} - D}{S}$$

معامل الالتواء الثاني:

$$SK_2 = \frac{3(\bar{X} - M)}{S}$$

يجب أن تعلم:

- إذا كان ناتج SK (معامل الالتواء) يساوي صفراً يكون الوسط الحسابي $\bar{x}$ يساوي المنوال D ، وعندما يكون الناتج موجب أي ملتوي جهة اليمين ، فيجب أن يكون $\bar{x}$ (الوسط الحسابي) أكبر من D (المنوال)، وأيضاً يكون $\bar{x}$ (الوسط الحسابي) أكبر من M (الوسيط).
- إذا كان ناتج SK (معامل الالتواء) سالب أي ملتوي جهة اليسار ، يجب أن يكون $\bar{x}$ (الوسط الحسابي) أقل من D (المنوال) ، وأيضاً يكون $\bar{x}$ أقل من M (الوسيط).
- **كما أن معامل الالتواء يعتبر أحد مقاييس عدم التماثل.**

مثال رقم (٨ – ٤):

مثال عام

الجدول التالي يوضح التوزيع التكراري لعينة من الشركات بملايين الريالات:

الفئات	3 -	5 -	7 -	9 -	11 -
عدد الشركات	10	20	40	20	10

- احسب معامل الاختلاف (مقياس التشتت النسبي).
- أدرس تماثل التوزيع (أوجد معامل الالتواء).

حل مثال رقم (٨ – ٤):

فئة	تكرار f	X	xf	$X^2 f$
3 -	10	4	40	160
5 -	20	6	120	720
7 -	40	8	320	2560
9 -	20	10	200	2000
11 -	10	12	120	1440
المجموع Σ	100	—	800	6880

أولاً: نوجد الوسط الحسابي:

$$\bar{X} = \frac{\Sigma xf}{\Sigma f} = \frac{800}{100} = 8$$

ثم نوجد الانحراف المعياري:

$$S = \sqrt{\frac{\sum X^2 f}{\Sigma f} - (\bar{X})^2} = \sqrt{\frac{6880}{100} - (8)^2} = 2.19$$

ونوجد معامل الاختلاف (مقياس التشتت النسبي):

$$c.v = \frac{s}{\bar{X}} \times 100\% = \frac{2.19}{8} \times 100 = 27.37\%$$

ولدراسة تماثل التوزيع (أي معامل الالتواء):

أولاً : نوجد المنوال:

$$D = L + \frac{d1}{d2 + d2} \times h = 7 + \frac{20}{20 + 20} \times 2 = 8$$

ثم نوجد معامل الالتواء:

$$SK_1 = \frac{\bar{X} - D}{S} = \frac{8 - 8}{2.19} = 0$$

∵ بما أن الالتواء يساوي صفر

∴ إذاً التوزيع متماثل

مثال رقم (٩ – ٤):

مثال عام

البيانات التالية توضح درجات عينة من 10 طلاب في الاختبار الدوري لمادة الإحصاء:

10 - 8 - 6 - 6 - 7 - 5 - 6 - 9 - 6 - 7

المطلوب :

١- الوسط الحسابي. ٢- الانحراف المعياري. ٣- المنوال.
٤- الوسيط. ٥- معامل الاختلاف. ٦- معامل الالتواء الأول.
٧- معامل الالتواء الثاني.

حل مثال رقم (٩ – ٤):

أولاً : نرتب البيانات ونعطيها الرمز X

X = 5 - 6 - 6 - 6 - 6 - 7 - 7 - 8 - 9 - 10

$n = 10$

١) الوسط الحسابي:

$$\bar{X} = \frac{\Sigma x}{n} = \frac{70}{10} = 7$$

٢) الانحراف المعياري:

X^2 = 25 - 36 - 36 - 36 - 36 - 49 - 49 - 64 - 81 - 100

$\sum x^2 = 512$

$$S = \sqrt{\frac{\sum X^2}{n} - (\bar{X})^2} = \sqrt{\frac{512}{10} - (7)^2} = 1.48$$

٣) المنوال (الرقم الأكثر شيوعاً):

$D = 6$

٤) الوسيط M :

5 - 6 - 6 - 6 - 6 - 7 - 7 - 8 - 9 - 10

$$m = \frac{6+7}{2} = 6.5$$

٥) معامل الاختلاف:

$$c.v = \frac{s}{\bar{X}} \times 100\% = \frac{1.48}{7} \times 100 = 21.14\%$$

٦) معامل الالتواء الأول (باستخدام المنوال):

$$SK_1 = \frac{\bar{X} - D}{S} = \frac{7-6}{1.48} = 0.67$$

∴ ملتوي جهة اليمين.

٧) معامل الالتواء الثاني (باستخدام الوسيط):

$$SK_2 = \frac{3(\bar{X} - M)}{S} = \frac{3(7-6.5)}{1.48} = 1.01$$

∴ ملتوي جهة اليمين.

مثال رقم (١٠ – ٤):

مثال عام

الجدول التالي يوضح التوزيع التكراري لعينة من أجور الموظفين بآلاف الريالات.

الأجور	4 -	8 -	12 -	16 -	20 -	المجموع
عدد الموظفين	10	15	20	10	5	60

١) احسب معامل الاختلاف (مقياس التشتت النسبي) ؟

٢) إذا علمت أن المصروفات لنفس الموظفين تتبع توزيع تكراري متماثل، منوال يساوي 5 ، وانحراف معياري يساوي 2 ، فأدرس أي الظاهرتين أكثر تشتت، الأجور أم المصروفات ؟

٣) أدرس تماثل التوزيع أو (أوجد معامل الالتواء) ؟

حل مثال رقم (١٠ – ٤):

فئة	تكرار f	مركز الفئة X	X f	X^2 f
4 -	10	6	60	360
8 -	15	10	150	1500
12 -	20	14	280	3920
16 -	10	18	180	3240
20 -	5	22	110	2420
المجموع	60	--------	780	11440

أولاً نوجد الوسط الحسابي:

$$\bar{X} = \frac{\Sigma xf}{\Sigma f} = \frac{780}{60} = 13$$

ثم الانحراف المعياري:

$$S = \sqrt{\frac{\sum X^2 f}{\sum f} - (\bar{X})^2} = \sqrt{\frac{11440}{60} - (13)^2} = 4.65$$

ثم نوجد معامل الاختلاف (مقياس التشتت النسبي):

$$c.v = \frac{s}{\bar{X}} \times 100 = \frac{4.65}{13} \times 100 = 35.77\%$$

لمقارنة تشتت، نقارن معامل الاختلاف للأجور، ومعامل الاختلاف للمصروفات، ويكون صاحب الناتج أو الرقم الأكبر، هو الأكثر تشتت:

الأجور	المصروفات
$\bar{X} = 13$	$\bar{X} = 5$
$S = 4.65$	$S = 2$
$c.v = \frac{s}{\bar{X}} \times 100\%$	$c.v = \frac{s}{\bar{X}} \times 100\%$
$c.v = \frac{4.65}{13} \times 100 = 35.77\%$	$c.v = \frac{2}{5} \times 100 = 40\%$

∵ بما أن معامل اختلاف المصروفات أكبر من معامل اختلاف الأجور.

∴ إذاً المصروفات أكثر تشتت.

معامل الالتواء (دراسة التماثل):

أولاً: نوجد المنوال:

$$D = L + \frac{d1}{d2 + d2} \times h = 12 + \frac{5}{5 + 10} \times 4 = 13.33$$

ثم نوجد معامل الالتواء (باستخدام المنوال):

$$SK_1 = \frac{\bar{X} - D}{S} = \frac{13 - 14.4}{4.65} = 9.9$$

∴ ملتوي جهة اليمين.

مثال رقم (١١ – ٤):

في عينة من 60 أسرة، متوسط استهلاكها من المياه، يتبع توزيع تكراري، حيث:

$\sum Xf = 900$

$\sum X^2 f = 13840$

- احسب الوسط الحسابي؟ الانحراف المعياري؟
- معامل الاختلاف (مقياس التشتت النسبي)؟

حل مثال رقم (١١ – ٤):

أولاً نوجد الوسط الحسابي:

$$\bar{X} = \frac{\Sigma xf}{\Sigma f} = \frac{900}{60} = 15$$

ثم الانحراف المعياري :

$$S = \sqrt{\frac{\sum X^2 f}{\sum f} - (\bar{X})^2} = \sqrt{\frac{13840}{60} - (15)^2} = 2.25$$

ثم نوجد معامل الاختلاف:

$$c.v = \frac{s}{\bar{X}} \times 100 = \frac{2.25}{15} \times 100 = 15\%$$

مثال رقم (١٢ – ٤):

إذا علمت أن دخل الأسر يتبع توزيع تكراري حيث الوسط الحسابي يساوي 12 وانحراف معياري يساوي 3 ، وكذلك الإنفاق لنفس الأسر يتبع توزيع تكراري حيث الوسط الحسابي يساوي 8 ، وانحراف معياري يساوي 2 ، فأدرس أي الطرفين أكثر تشتتاً ؟

حل مثال رقم (١٢ – ٤):

الأجور

$\bar{X} = 12$

$S = 3$

$$c.v = \frac{s}{\bar{X}} \times 100\%$$

$$c.v = \frac{12}{3} \times 100 = 25\%$$

المصروفات

$\bar{X} = 8$

$S = 2$

$$c.v = \frac{s}{\bar{X}} \times 100\%$$

$$c.v = \frac{8}{2} \times 100 = 25\%$$

$\therefore$ تشتت الدخل مساوي لتشتت الإنفاق.

مثال رقم (١٣ – ٤):

مثال عام

فئات الأجور	3-	5-	7	9-	11-
عدد العمال	10	20	40	20	10

أوجد: ١) الوسط الحسابي ؟ ٢) الانحراف المعياري ؟ ٣) المنوال ؟
٤) الوسيط ؟ ٥) أدرس تماثل التوزيع ، باستخدام المنوال ؟
٦) أدرس تماثل التوزيع (أوجد معامل الالتواء)، باستخدام الوسيط ؟
٧) أوجد معامل الاختلاف ؟

حل مثال رقم (١٣ – ٤):

فئة	التكرار f	X	xf	x^2f
3 -	10	4	40	160
5 -	20	6	120	720
7 -	40	8	320	2560
9 -	20	10	200	2000
11 -	10	12	120	1440
المجموع	100	——	800	6880

١) الوسط الحسابي:

$$\bar{X} = \frac{\Sigma xf}{\Sigma f} = \frac{800}{100} = 8$$

٢) الانحراف المعياري:

$$S = \sqrt{\frac{\sum X^2 f}{\Sigma f} - (\bar{X})^2} = \sqrt{\frac{6880}{100} - (8)^2} = 2.19$$

٣) المنوال:

$$D = L + \frac{d1}{d2 + d2} \times h = 12 + \frac{20}{20 + 20} \times 2 = 8$$

٤) الوسيط :

الفئة	التكرار f	الحد الأعلى للفئة فأقل	تكرار متجمع صاعد fm
3 -	10	5 فأقل	10
5 -	20	7 فأقل	30
7 -	40	9 فأقل	70
9 -	20	11 فأقل	90
11 -	10	13 فأقل	100
المجموع	100	--------	------------

$\boxed{50}$

أولاً نعين ترتيب الوسيط:

$$\frac{100}{2} = 50$$

$$M = L + \frac{\frac{n}{2} - fm}{fl} \times h = 7 + \frac{50-30}{40} \times 2 = 8$$

٥) دراسة تماثل التوزيع (معامل الالتواء الأول) باستخدام المنوال :

$$SK_1 = \frac{\bar{X} - D}{S} = \frac{8-8}{2.19} = 0$$

∴ التوزيع متماثل.

٦) دراسة تماثل التوزيع (معامل الالتواء الثاني) باستخدام الوسيط:

$$SK_2 = \frac{3(\bar{X} - M)}{S} = \frac{3(8-8)}{2.19} = 0$$

∴ التوزيع متماثل.

٧) معامل الاختلاف:

$$cv = \frac{s}{\bar{X}} \times 100 = \frac{2.19}{8} \times 100 = 27.37\%$$

مثال رقم (١٤ – ٤):

أسئلة نظري

١) أحد مقاييس النزعة المركزية ؟

لا شيء	D	الوسيط	**<u>C</u>**	معامل الاختلاف	B	الانحراف المعياري	A

٢) مركز الفئة هو ؟

لا شيء	D	منتصف الفئة	**<u>C</u>**	طول الفئة	B	عرض الفئة	A

٣) القيمة الأكثر تكرار (شيوعاً) ؟

الانحراف المعياري	D	الوسط الحسابي	C	الوسيط	B	المنوال	**<u>A</u>**

٤) معامل الاختلاف هو ؟

مقياس التشتت النسبي	**<u>D</u>**	مقياس التماثل	C	مقياس التشتت	B	مقياس الالتواء	A

٥) معامل الاختلاف هو ؟

مقياس التماثل D	مقياس التشتت **C**	لا شيء B	مقياس الالتواء A

٦) أحد المقاييس التالية هي مقياس التشتت ؟

الانحراف المعياري **D**	مقياس التماثل C	مقياس الوسيط B	مقياس الالتواء A

٧) مجموعة القيم وسطها الحسابي (4) وعدد بياناتها (10) ، هو ؟

لا شيء D	40 **C**	0.4 B	25 A

٨) الانحراف المعياري هو ؟

لا شيء D	الجزر التربيعي للتباين **C**	مربع التباين B	التباين A

٩) التباين هو ؟

لا شيء D	الانحراف المعياري C	مربع الانحراف المعياري **B**	جزر الانحراف المعياري A

١٠) إذا كان التوزيع متماثل ، والمنوال يساوي 7 فإن الوسط الحسابي يساوي ؟

9 D	0.7 C	9.9 B	7 **A**

١١) إذا كان التوزيع متماثل فإن قيمة الوسط الحسابي ؟

أكبر من الوسيط D	أقل من المنوال C	تساوي المنوال **B**	أكبر من المنوال A

١٢) إذا كانت قيمة الوسط الحسابي أكبر من المنوال أو الوسيط ، فإن التوزيع يكون

لا شيء D	متماثل C	ملتوي جهة اليمين **B**	ملتوي جهة اليسار A

١٣) إذا كان قيمة المنوال أقل من الوسط الحسابي فإن التوزيع يكون ؟

لا شيء D	متماثل C	ملتوي جهة اليمين **B**	ملتوي جهة اليسار A

١٤) القيمة السالبة لمعامل الاختلاف تعني أن التوزيع ؟

لا شيء D	متماثل C	ملتوي جهة اليسار **B**	ملتوي جهة اليمين A

١٥) المدى للبيانات 40 – 60 – 90 – 50 – 40 يساوي ؟

290 D	90 C	40 B	50 **A**

١٦) المنوال للبيانات 50 – 60 – 90 – 50 – 40 يساوي ؟

290 D	90 C	40 B	50 **A**

١٧) أحد المقاييس التالية هو مقياس التشتت ؟

A	مقياس الوسيط	**B**	معامل الالتواء	C	معامل الوسيط	D	لا شيء

١٨) أحد مقاييس التشتت هو ؟

A	مقياس التماثل	B	مقياس الوسط الحسابي	**C**	معامل الاختلاف	D	لا شيء

١٩) أحد مقاييس النزعة المركزية هو ؟

A	الانحراف المعياري	**B**	الوسط الحسابي	C	مقياس التماثل	D	معامل الاختلاف

٢٠) أحد مقاييس النزعة المركزية هو ؟

A	الانحراف المعياري	**B**	المدى	C	مقياس التماثل	D	معامل الاختلاف

٢١) القيمة الموجبة لمعامل الاختلاف تعني أن التوزيع ؟

A	ملتوي جهة اليمين	B	ملتوي جهة اليسار	C	متماثل	D	لا شيء

٢٢) إذا كان الوسط الحسابي أقل من المنوال ، يعني أن التوزيع ؟

A	ملتوي جهة اليمين	**B**	ملتوي جهة اليسار	C	متماثل	D	لا شيء

٢٣) إذا كان الوسط الحسابي أقل من الوسيط ، يعني أن التوزيع ؟

A	ملتوي جهة اليمين	**B**	ملتوي جهة اليسار	C	متماثل	D	لا شيء

٢٤) معامل الالتواء يعتبر أحد مقاييس ؟

A	النزعة المركزية	**B**	عدم التماثل	C	التشتت	D	لا شيء

٢٥) للمقارنة بين تشتت مجموعتين مختلفتين من القيم نستخدم ؟

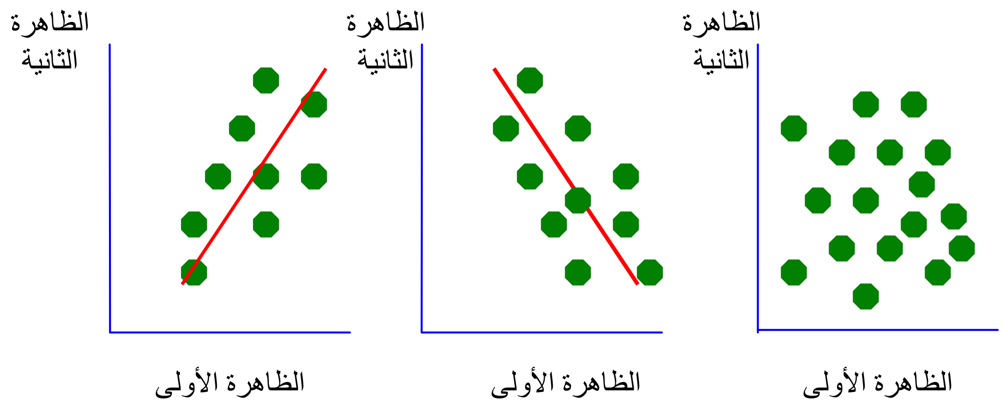
A	التباين	B	مربع التباين	**C**	معامل الاختلاف	D	لا شيء

الباب الخامس
الارتباط والانحدار

درسنا فيما سبق من الأبواب كيفية وصف مجموعة من القيم التي تمثل ظاهرة واحدة حيث قمنا بحساب بعض المقاييس الإحصائية مثل مقاييس النزعة المركزية ومقاييس التشتت ومعامل الاختلاف والالتواء .

وسندرس في هذا الباب كيفية وصف مفردات ظاهرتين مختلفتين من حيث العلاقة بينهما، مثل ظاهرتي الدخل والإنفاق الشهري لمجموعة من الأفراد.

ولنأخذ الأشكال الثلاثة التالية والتي توضح العلاقة بين ظاهرتين:



(١) (٢) (٣)

في الشكل (١) نلاحظ عدم وجود ترابط بين قيم الظاهرتين .
في الشكلين (٢&٣) نلاحظ وجود ترابط ويسمى هذا بالترابط الخطي .

(١) معامل ارتباط بيرسون (الخطي)

وهو مقياس يكشف لنا عن مدى وجود علاقة بين ظاهرتين ما ويمكننا إيجاد قيمته على النحو التالي:

لنفرض أن لدينا الظاهرة **X** والظاهرة **Y** بحيث توجد المفردات التالية (n مفردة) لتمثيل كل من الظاهرتين

$$X_1 \text{ ، } X_2 \text{ ، ..... ، } X_n$$

$$Y_1 \text{ ، } Y_2 \text{ ، ..... ، } Y_n$$

فتكون قيمة معامل الارتباط هي:
معامل ارتباط بيرسون (الخطي)، في حالة البيانات المبوبة و الغير مبوبة:

$$r = \frac{\frac{\sum xy}{n} - \bar{X}\,\bar{Y}}{S_x \cdot S_y}$$

حيث S_x ، S_y = الانحراف المعياري للظاهرتين X ، Y

$$S_x = \sqrt{\frac{\Sigma x^2}{n} - (\bar{X})^2} \qquad S_y = \sqrt{\frac{\Sigma y^2}{n} - (\bar{Y})^2}$$

ملاحظة : ويكون **التباين** ، **الناتج** ما قبل الجزر.

ويسمى هذا المقياس بمعامل ارتباط بيرسون

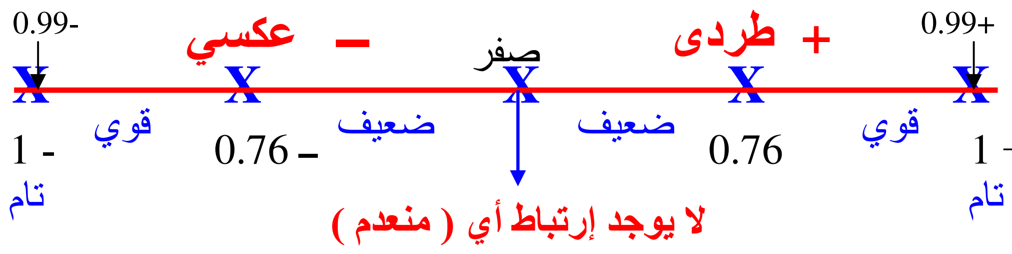
خصائص معامل الارتباط الخطي:

تنحصر قيمة معامل الارتبط (r) دائماً بين 1- و 1+ وتكون العلاقة بين الظاهرتين **طردية** إذا كانت قيمة (r) موجبة بينما تكون العلاقة **عكسية** إذا كانت قيمة (r) سالبة، كما يعنى اقتراب القيمة من 1- أو 1+ أن قوية بينما يعني اقتراب قيمة (r) من **الصفر** أن الارتباط (أو العلاقة) **ضعيفة**، وعموماً فإن:

$$-1 \leq r \leq 1$$

r = 1 أو r = 1- ⟸ ارتباط تام

r = صفر ⟸ ارتباط منعدم



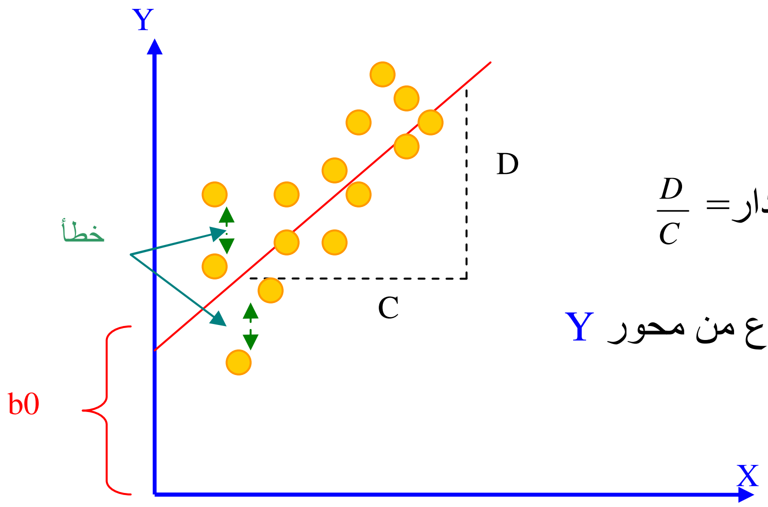
(٢) معادلة خط الانحدار:

تعرضنا فيما سبق لدراسة العلاقة بين ظاهرتين من حيث ترابط مفرداتهما مع بعضهما لبعض ، ونتعرض الآن إلى دراسة شكل هذه العلاقة بين الظاهرتين بافتراض أن أحداهما (**X**) تمثل متغير **مستقل** بينما تمثل الظاهرة (**Y**) متغير **تابع**.

يهدف موضوع الانحدار إلى تقدير الخط الذي يمثل العلاقة بين **X** و **Y** وذلك عن طريق جعل مجموع مربع الأخطاء (المتمثلة في بعد نقاط الانتشار عن ذلك الخط) أقل ما يمكن، ويحدد خط الانحدار بالميل والذي يرمز له بـ **b1** وبالجزء المقطوع من محور **Y** والذي يرمز له بالرمز b0، وتعطى معادلة هذا الخط بالتالي:

$$Y = b0 + b1\ X$$

وتسمى هذه المعادلة بخط انحدار Y على X



b1 = ميل خط الانحدار = $\frac{D}{C}$

b0 = الجزء المقطوع من محور Y

ويمكننا حساب b1 و b0 بالمعادلتين التاليتين:

$$b1 = \frac{\frac{\Sigma xy}{n} - \bar{X}\bar{Y}}{s^2x}$$

$$b0 = \bar{Y} - b1\bar{X}$$

حيث:

التباين S^2X
مربع الانحراف المعياري ما قبل الجزر.

الانحراف المعياري Sx
الجزر التربيعي للتباين.

وبالتعويض عن الميل **b1** والمقطع **b0** ، وقيمة **X** المعطاة في المعادلة نحصل على قيمة **Y**

مثال رقم (١ – ٥):

في عينة من 10 أسرة كانت (X) تمثل عدد أطفال الأسرة، و Y تمثل عدد غرف المسكن للأسرة، وحصلنا على النتائج التالية:

$\sum x = 50$ $\sum y = 80$ $\sum x^2 = 446$

$\sum y^2 = 1040$ $\sum xy = 180$ $n = 10$

١- أحسب قيمة معامل الارتباط الخطي (بيرسون) وعلل على النتيجة ؟

٢- احسب معادلة خط الانحدار، ثم قدر عدد الغرف عندما يكون عدد أطفال الأسرة يساوي ستة أطفال ؟

حل مثال رقم (١ – ٥):

١) معامل ارتباط بيرسون الخطي:

$$r = \frac{\frac{\sum xy}{n} - \bar{X}\bar{Y}}{Sx \cdot Sy}$$

أولاً نوجد الوسط الحسابي X :

$$\bar{X} = \frac{\Sigma x}{n} = \frac{50}{10} = 5$$

ثم الانحراف المعياري X :

$$Sx = \sqrt{\frac{\sum X^2}{n} - (\bar{X})^2} = \sqrt{\frac{446}{10} - (5)^2} = 4.43$$

$S^2x = 19.6$ ← التباين ، ما قبل الجزر

ثانياً نوجد الوسط الحسابي Y :

$$\bar{Y} = \frac{\Sigma y}{n} = \frac{80}{10} = 8$$

ثم الانحراف المعياري Y :

$$Sy = \sqrt{\frac{\sum y^2}{n} - (\bar{Y})^2} = \sqrt{\frac{1040}{10} - (8)^2} = 6.32$$

وهنا لا نحتاج لتباين Sy

ثم نعوض في معادلة "معامل ارتباط بيرسون":

$$r = \frac{\frac{\sum xy}{n} - \bar{X}\bar{Y}}{Sx.Sy} = \frac{\frac{180}{10} - 5 \times 8}{(4.43)(6.32)} = -0.79$$

عكسي قوي.

٢) معادلة خط الانحدار

$$b0 = \bar{Y} - b1\bar{X}$$

$$b1 = \frac{\frac{\Sigma xy}{n} - \bar{X}\bar{Y}}{s^2 x}$$

$$b1 = \frac{\frac{\Sigma xy}{n} - \bar{X}\bar{Y}}{s^2 x} = \frac{\frac{180}{10} - 5 \times 8}{19.6} = -1.12$$

فتكون معادلة خط الانحدار على النحو التالي:

$$b0 = \bar{Y} - b1\bar{X}$$
$$= 8 + 1.12(5) = 13.6$$

ثم نقدر عدد الغرف، عندما يكون عدد الأطفال 6 :

$$\mathbf{Y = b0 + b1\ X}$$

$\hat{Y} = 13.6 - 1.12\ (6) = 6.88 = 7$ غرف

ملاحظة : يجب أن نقرب الناتج إلى اقرب قيمة.

مثال رقم (٢ – ٥):

الجدول التالي يبين دخل ثمانية أسر وما تنفقه (بعشرات الريالات):

الدخل	64	52	84	64	76	56	68	64
الإنفاق	52	40	60	52	60	42	50	52

المطلوب :

١) معامل ارتباط بيرسون، خط انحدار الإنفاق على الدخل؟

٢) قدر إنفاق الأسرة التي يبلغ دخلها 700 ريال؟

حل مثال رقم (٢ – ٥):

الدخل X	الإنفاق Y	X Y	X^2	Y^2
64	52	3328	4096	2704
52	40	2080	2704	1600
84	60	5040	7056	3600
64	52	3328	4096	2704
76	60	4560	5776	3600
56	42	2352	3136	1764
68	50	3400	4624	2500
64	52	3328	4096	2704
528	**408**	**27416**	**35584**	**21176**

١) معامل ارتباط بيرسون الخطي :

$$r = \frac{\frac{\sum xy}{n} - \bar{X}\bar{Y}}{Sx \cdot Sy}$$

أولاً نوجد الوسط الحسابي X :

$$\bar{X} = \frac{\Sigma x}{n} = \frac{528}{8} = 66$$

ثم الانحراف المعياري X :

$$Sx = \sqrt{\frac{\sum X^2}{n} - (\bar{X})^2} = \sqrt{\frac{35584}{8} - (66)^2} = 9.59$$

$S^2x = 92$ ← التباين ، ما قبل الجزر

ثانياً نوجد الوسط الحسابي Y :

$$\bar{Y} = \frac{\Sigma y}{n} = \frac{408}{8} = 51$$

ثم الانحراف المعياري Y :

$$Sy = \sqrt{\frac{\sum y^2}{n} - (\bar{Y})^2} = \sqrt{\frac{21176}{8} - (51)^2} = 6.78$$

وهنا لا نحتاج لتباين Sy

ثم نعوض في معادلة "معامل أرتباط بيرسون":

$$r = \frac{\frac{\sum xy}{n} - \bar{X}\bar{Y}}{Sx.Sy} = \frac{\frac{27416}{8} - 66 \times 51}{(9.59)(6.78)} = 0.94$$ طردي قوي

٢) معادلة خط الانحدار

$$b0 = \bar{Y} - b1\bar{X}$$

$$b1 = \frac{\frac{\Sigma xy}{n} - \bar{X}\bar{Y}}{s^2x}$$

$$b1 = \frac{\frac{\Sigma xy}{n} - \bar{X}\bar{Y}}{s^2x} = \frac{\frac{27416}{8} - 66 \times 51}{92} = 0.66$$

فتكون معادلة خط الانحدار على النحو التالي:

$$b0 = \bar{Y} - b1\bar{X}$$
$$= 51 - 0.66\ (66) = 7.44$$

تقدير إنفاق الأسرة التي يبلغ دخلها 700 ريال:

700 = 70 (بعشرات الريالات).

Y = b0 + b1 X

$\hat{Y} = 7.44 + 0.66\ (70) = 53.64 = 53.6$ (عشرات الريالات)

❖ إذاً يقدر إنفاق الأسرة 536 ريال.

٣) معامل أرتباط سبيرمان (الرتب)

أحيانا تكون بيانات الظاهرتين أو إحداهما بيانات غير كمية لكنها ذات طبيعة ترتيبية مثل تقديرات الطلاب في مادة من المواد (A, B, C..) أو تكون البيانات كمية لكن لا تتوفر فيها بعض الخصائص المطلوبة، فنلجأ حينئذ لاستبدال قيم البيانات بترتيبها ونستخدم ما يسمى بمعامل ارتباط الرتب لسبيرمان. ويمكن حسابه من خلال الخطوات التالية:

١) نرقم بيانات الظاهرتين في موقعيهما حسب الترتيب التصاعدي ونسمي هذه رتب القيم.

٢) نحسب فروق الرتب ومجموع مربعاتها فيكون معامل ارتباط الرتب:

$$r = 1 - \frac{6 \times \Sigma d^2}{n(n^2 - 1)}$$

ملاحظة.

- إذا وجد مفردتان أو أكثر لهم نفس القيمة فإن رتبهم ستكون متوسط الرتب التي كانوا سيأخذونها لو لم تكن لهم نفس القيمة.
- لمعامل سبيرمان نفس الخواص السابقة لمعامل بيرسون للارتباط.

مثال رقم (٣ – ٥):

البيانات التالية توضح تقدير عينة من ثمانية طلاب في مادتي الإحصاء والمحاسبة

تقدير الإحصاء	A	F	B	B	C	C	A	B
تقدير المحاسبة	80	90	60	60	80	70	90	60

- أوجد معامل الأرتباط ، معامل أرتباط سبيرمان (الرتب) ؟

حل مثال رقم (٣ – ٥):

X	Y	رتبة X	رتبة Y	d	d^2
A	80	7.5	5.5	2	4
F	90	1	7.5	-6.5	42.25
B	60	5	2	3	9
B	60	5	2	3	9
C	80	2.5	5.5	-3	9
C	70	2.5	4	1.5	2.25
A	90	7.5	7.5	0	0
B	60	5	2	3	9
n = 8				**0**	**84.5**

$$r = 1 - \frac{6 \times \Sigma d^2}{n(n^2-1)} = 1 - \frac{6 \times 84.5}{8(64-1)} = 1 - \frac{507}{504}$$

$= 1 - 1.006 = - 0.006$

الارتباط عكسي ضعيف.

لإيجاد الرتب:

- رتب الأرقام من الأكبر إلى الأصغر x: F ،C ،C ،B ،B ،B ،A ،A
- رتب الأرقام من الأكبر إلى الأصغر y: 60 ،60 ،60 ،70 ،80 ،80 ،90 ،90

الرتب d: ١ ٢ ٣ ٤ ٥ ٦ ٧ ٨

ثم نضعها في عامود يسمى رتبة x والثانية في عامود يسمى رتبة y.

- في حالة تشابه رقمين أو أكثر:

نجمع قيم الرتب ونقسمها على عددها، كما يوضح الجدول أعلاه.

١ + ٢ + ٣ = ٦ ÷ ٢ = ٢

ثم نضع ناتج القسمة في كل خانة من خانات الرتب المتساوي أعدادها.

ولإيجاد d = رتب x − رتب y

الباب السادس
السلاسل الزمنية

١. تعريف السلسلة الزمنية:

هي مجموعة القراءات التي تأخذها ظاهرة ما عند فترات زمنية غالباً تكون متساوية وتختلف هذه الفترات حسب طبيعة الظاهرة.

٢. مكونات السلسلة الزمنية:

تتكون السلسلة الزمنية للظاهرة من العناصر الآتية:

أ. الاتجاه العام :

وهو الاتجاه الذي تأخذه السلسلة الزمنية خلال فترة طويلة من الزمن بالرغم من التذبذبات الموجودة بها.

ب. التغيرات الموسمية:

وهي التغيرات التي تتكرر بانتظام خلال فترة زمنية أقل من السنة.

ج. التغيرات الدورية :

وهي التغيرات التي تحدث في فترات زمنية أكثر من سنة.

د. التغيرات العرضية :

وهي التغيرات التي تحدث نتيجة حوادث فجائية لا تكون في الحسبان مثل الحروب والأوبئة ... الخ.

(وسنكتفي في دراستنا بحالة الخط المستقيم " الاتجاه العام ")

٣. معادلة خط الاتجاه العام:

$$Y = b0 + b1 \; X$$

حيث:

$$b0 = \bar{Y} - b1\bar{X}$$

$$b1 = \frac{\frac{\Sigma xy}{n} - \bar{X}\bar{Y}}{s^2 x}$$

مثال رقم (١ – ٦):

الجدول التالي يبين قيمة الصادرات لأحد الدول بالمليون ريال ، في الفترة من عام 1411 إلى عام 1416 هـ.

السنة	1411	1412	1413	1414	1415	1416
قيمة الصادرات	5	4	7	6	9	10

- احسب معادلة خط الاتجاه العام ، ثم قدر قيمة الصادرات في سنة 1418 هـ ؟
- احسب القيمة النسبية (لاستبعاد أثر الاتجاه العام) عام 1414 هـ ؟

حل مثال رقم (١ – ٦):

السنوات	Y الصادرات	X الرتب	X Y	X^2 تربيع الرتب
1411	5	0	0	0
1412	4	1	4	1
1413	7	2	14	4
1414	6	3	18	9
1415	9	4	36	16
1416	10	5	50	25
$n = 6$	$\sum Y = 41$	$\sum X = 15$	$\sum XY = 122$	$\sum X^2 = 55$

معادلة خط الاتجاه العام :

$$\mathbf{Y = b0 + b1\ X}$$

X تمثل السنة المطلوبة ، رتبتها = السنة المطلوبة ـ سنة البداية

= 1418 - 1411 = 7 سنوات

الميل b1:

$$b1 = \frac{\frac{\Sigma xy}{n} - \bar{X}\bar{Y}}{s^2 x}$$

$$\bar{X} = \frac{\Sigma x}{n} = \frac{15}{6} = 2.5$$

$$\bar{Y} = \frac{\Sigma y}{n} = \frac{41}{6} = 6.83$$

$$S^2x = \frac{\Sigma x^2}{n} - (\bar{X})^2 = \frac{55}{6} - (2.5)^2 = 2.92$$

وبالتعويض في الميل b1 :

$$b1 = \frac{\frac{\Sigma xy}{n} - \bar{X}\bar{Y}}{s^2x} b = \frac{\frac{122}{6} - 2.5 \times 6.83}{2.92} = 1.12$$

المقطع b0:

$$b0 = \bar{Y} - b1\bar{X}$$

$= 6.83 - 1.12\ (2.5)$

$b0 = 4.03$

- قيمة الصادرات في 1418 هـ :

b0 = 4.03	**b1 = 1.12**	**x = 7 سنوات**

Y = b0 + b1 X

Ŷ = 4.03 + 1.12 X

Ŷ = 4.03 + 1.12 (7) = 11.87 مليون ريال

استبعاد أثر الاتجاه العام للظاهرة:

القيمة النسبية y ، نطبق العلاقة الآتية :

قيمة y الاتجاهية عام ١٤١٤هـ:
(من المعادلة المحسوبة)

Ŷ = 4.03 + 1.12 X

$$\frac{y}{\Upsilon} \times 100 = \frac{6}{7.39} \times 100 = 81.10\%$$

<u>حيث:</u>

y : القيمة الفعلية للظاهرة عام 1414

Ŷ : القيمة الاتجاهية للظاهرة عام 1414

الباب السابع
الأرقام القياسية

الأرقام القياسية:

سنكتفي هنا بالرقم القياسي للأسعار، ويعرف بأنه رقم نسبي يقيس التغير الذي يطرأ على ظاهرة أو أكثر من زمن لآخر وتعرف الفترة التي تنسب إليها فترة الأساس، والفترة التي ننسبها فترة المقارنة.

ونحصل عليه:

بقسمة أسعار السلع في فترة المقارنة على أسعار السلع في فترة الأساس ونضرب الناتج في 100

الرموز المستخدمة في إيجاد الرقم القياسي:

السعر يرمز له بالرمز	P
الكمية يرمز لها بالرمز	Q
فترة الأساس يرمز لها بالرمز	0
فترة المقارنة يرمز لها	1

وسندرس الأرقام القياسية الأربعة الآتية:

١ـ الرقم القياسي البسيط للأسعار:

$$I_S = \frac{\Sigma P1}{\Sigma P0} \times 100$$

٢ـ الرقم القياسي للأسعار المرجح بكميات الأساس (لاسبير):

$$I_L = \frac{\Sigma P1.Q0}{\Sigma P0.Q0} \times 100$$

٣ـ الرقم القياسي للأسعار المرجح بكميات المقارنة (باتش):

$$I_P \frac{\Sigma P1.Q1}{\Sigma P0.Q1} \times 100$$

٤ ـ الرقم القياسي الأمثل للأسعار (فيشر):

$$I_F = \sqrt{I_L + I_P}$$

$$\text{فيشر} = \sqrt{\text{باتش} \times \text{لاسبير}}$$

مثال رقم (١ – ٧):

الجدول التالي يوضح الكميات لعدد من السلع في سنة 1420 ، 1422

السلعة	P0	P1	Q0	Q1
	السعر		الكمية	
	1420	1422	1420	1422
السكر	2	4	25	30
الأرز	3	5	20	25

١) احسب الرقم القياسي البسيط؟
٢) احسب رقم لاسبير؟
٣) احسب رقم باتش؟
٤) احسب رقم فيشر (الأمثل)؟

حل مثال رقم (١ – ٧):

١) الرقم القياسي البسيط:

$$I_S = \frac{\Sigma P1}{\Sigma P0} \times 100 = \frac{9}{5} \times 100 = 180\%$$

٢) الرقم القياسي المرجح بكميات الأساس (لاسبير):

$$I_L = \frac{\Sigma P1.Q0}{\Sigma P0.Q0} \times 100 = \frac{200}{110} \times 100 = 181.81\%$$

P1. Q0	P0 . Q0
4 × 25 = 100	2 × 25 = 50
5 × 20 = 100	3 × 20 = 60
200	110

٣) الرقم القياسي للاسعار المرجح بكميات سنة المقارنة (باتش):

$$I_P \frac{\Sigma P1.Q1}{\Sigma P0.Q1} \times 100 = \frac{245}{135} \times 100 = 181.48\%$$

P1. Q1	P0 . Q1
4 × 30 = 120	2 × 30 = 60
5 × 25 = 125	3 × 25 = 75
245	135

٤) الرقم القياسي الأمثل للأسعار (فيشر):

$$I_F = \sqrt{I_L + I_P} = \sqrt{181.81 \times 181.48} = 181.64\%$$

مثال رقم (٢ – ٧):

	P0	Q0	P1	Q1
السلعة	السعر 1400	الكمية 1400	السعر 1410	الكمية 1410
A	6	50	7	60
B	8	40	10	50
C	7	30	7	40

المطلوب:

١- مجموعة أسعار سنة الأساس؟
٢- مجموع أسعار سنة المقارنة؟
٣- الرقم القياسي للأسعار البسيط؟
٤- مجموع حاصل ضرب أسعار سنة المقارنة في كميات سنة الأساس؟
٥- مجموع حاصل ضرب أسعار سنة الأساس في كميات سنة الأساس؟
٦- رقم لاسبير (القياس للأسعار المرجح بكميات سنة الأساس)؟
٧- مجموع حاصل ضرب أسعار سنة المقارنة في كميات سنة المقارنة؟
٨- مجموع حاصل ضرب أسعار سنة الأساس في كميات سنة المقارنة؟
٩- رقم باتشي؟
١٠- الرقم الأمثل للأسعار (فيشر)؟

حل مثال رقم (٢ – ٧):

١) أسعار سنة الأساس تساوي: $6 + 8 + 7 = 21$

٢) أسعار سنة المقارنة تساوي: $7 + 10 + 7 = 24$

٣) الرقم القياسي للأسعار البسيط يساوي:

$$I_S = \frac{\Sigma P1}{\Sigma P0} \times 100 = \frac{24}{21} \times 100 = 114\%$$

٤) مجموع حاصل ضرب أسعار سنة المقارنة في كميات سنة الأساس يساوي:

$$\begin{array}{llll} P1 \,. & Q0 & & \\ 7 & \times\ 50 & = & 350 \\ 10 & \times\ 40 & = & 400 \\ 7 & \times\ 30 & = & 210 \\ & & & 960 \end{array}$$

٥) مجموع حاصل ضرب أسعار سنة الأساس في كميات سنة الأساس يساوي:

$$\begin{array}{llll} P0\,. & Q0 & & \\ 6 \times & 50 & = & 350 \\ 8 \times & 40 & = & 400 \\ 7 \times & 30 & = & 210 \\ & & & 830 \end{array}$$

٦) رقم لاسبير (القياسي للأسعار المرجح بكميات سنة الأساس) يساوي:

$$I_L = \frac{\Sigma P1.Q0}{\Sigma P0.Q0} \times 100 = \frac{960}{830} \times 100 = 115.66\%$$

٧) مجموع حاصل ضرب أسعار سنة المقارنة في كميات سنة المقارنة يساوي:

$$\begin{array}{llll} P1\,. & Q1 & & \\ 7 \times & 60 & = & 420 \\ 10 \times & 50 & = & 500 \\ 7 \times & 40 & = & 280 \\ & & & 1200 \end{array}$$

٨) مجموع حاصل ضرب أسعار سنة الأساس في كميات سنة المقارنة يساوي :

$$\begin{array}{llll} P0\,. & Q1 & & \\ 6 \times & 60 & = & 360 \\ 8 \times & 50 & = & 400 \\ 7 \times & 40 & = & 280 \\ & & & 1040 \end{array}$$

٩) الرقم القياسي للأسعار المرجح بكميات سنة المقارنة (باتش) يساوي:

$$I_P \frac{\Sigma P1.Q1}{\Sigma P0.Q1} \times 100 = \frac{1200}{1040} \times 100 = 115.38\%$$

١٠) الرقم الأمثل للأسعار (فيشر) يساوي :

$$I_F = \sqrt{I_L + I_P} = \sqrt{115.38 \times 115.66} = 115.52\%$$

الباب الثامن

التحليل الإحصائي للبيانات السكانية

تعداد السكان:

يعرف تعداد السكان بأنه تسجيل لعدد الأشخاص الموجودين على قيد الحياة عند نقطة زمنية محددة، وكذلك تسجيل خصائصهم الحيوية والاقتصادية والاجتماعية في تلك النقطة.

ويتم تعداد السكان بطريقة الحصر الشامل لجميع أفراد المجتمع. وغالباً ما يتم على فترات زمنية منتظمة (كل عشرة سنوات)، لتكوين سلسلة منتظمة من البيانات تقيم الماضي وتصف الحاضر وتستخدم لتقدير المستقبل.

وأول من قام بعمل تعداد للسكان هم قدماء المصريين. وفي العصور الإسلامية الأولى برزت فكرة حصر عدد السكان لتقدير الزكاة والجهاد...الخ.

المسوحات السكانية البيئية:

ويقصد بها المسوح المتخصصة في جانب معين بالخصوبة أو الجوانب الاقتصادية أو السكانية أو التعليمية أو الصحية. أو مسوح عامة تشتمل جوانب عديدة مثل: مستوى الدخل ومستوى المعيشة، والجوانب الإسكانية والتعليمية والصحية...الخ.

الإحصاءات الحيوية:

تعتبر الإحصاءات الحيوية أهم مصدر من مصادر الإحصاءات السكانية حيث تستخدم الأساليب الإحصائية لدراسة حركة ونمو وشكل وكثافة السكان في العالم داخل حدود جغرافية معينة وتُعتبر حجر الأساس في جميع مراحل التخطيط الاجتماعي والاقتصادي والزراعي والصناعي والصحي...الخ.

تعرف الإحصاءات الحيوية بأنها تلك الإحصاءات التي تتناول الوقائع المتعلقة بحياة الفرد منذ ولادته وحتى وفاته. فهي بذلك تشمل كافة ما يتعلق بحالة السكان وتكوينهم وحركتهم والحوادث الهامة التي تقع لهم، وهذا يتمثل في تعدادات السكان وإحصاءات المواليد والوفيات والزواج والطلاق والهجرة وإحصاءات الأمراض وأسبابها.

وتخدم الإحصاءات الحيوية عدة أغراض أهمها:

١- التخطيط في جميع المجالات التعليمية والصحية والاقتصادية والاجتماعية.
٢- تنظيم وتحسين الخدمات العامة والخاصة.
٣- قياس المستوى العلمي والحضري والثقافي للمجتمع.
٤- البحث العلمي بجميع فروعه خاصة في ميادين البيئة، والطب، والاجتماع، والتعليم...الخ.
٥- المقارنات المحلية والدولية.

بعض القوانين المستخدمة في الإحصاءات الحيوية:

حساب مقياس درجة ازدحام الدولة بالسكان:

$$\text{كثافة السكان} = \frac{\text{عدد السكان في الدولة}}{\text{مساحة الدولة بالكيلومتر المربع}}$$

حساب مقياس درجة الازدحام داخل المسكن:

$$\text{كثافة السكن} = \frac{\text{عدد السكان في الدولة}}{\text{عدد حجرات المساكن}}$$

حساب مقياس يساعد على تقدير عدد السكان في غير سنوات التعداد:

$$\text{معدل الزيادة السنوية في عدد السكان} = \frac{\text{عدد السكان في سنة المقارنة} - \text{عدد السكان في سنة الأساس}}{\text{عدد السنوات}}$$

حساب معدل المواليد الخام:

$$\text{معدل المواليد الخام} = \frac{\text{عدد المواليد الأحياء خلال عام}}{\text{عدد السكان منتصف العام}} \times 100$$

حساب معدل الخصوبة العام:

$$\text{معدل الخصوبة العام} = \frac{\text{عدد المواليد الأحياء خلال عام}}{\text{عدد النساء في سن الحمل}} \times 100$$

حساب معدل المواليد:

$$\text{معدل المواليد} = \frac{\text{عدد المواليد الأحياء خلال عام}}{\text{عدد النساء المتزوجات في سن الحمل}} \times 100$$

حساب معدل الوفاة الخام:

$$\text{معدل الوفاة الخام} = \frac{\text{عدد الوفيات خلال العام}}{\text{عدد السكان منتصف العام}} \times 100$$

معدل الزيادة الطبيعية الخام:

معدل الزيادة الطبيعية الخام = معدل المواليد الخام – معدل الوفيات الخام

معدل وفيات الأطفال الرضع:

$$\frac{\text{عدد الوفيات في الأطفال الذين تقل أعمارهم عن سنة واحدة}}{\text{عدد الأطفال المولودين أحياء في نفس العام}} \times 100$$

معدل الوفيات لفئة عمرية معينة:

$$\frac{\text{عدد الوفيات خلال السنة من تلك الفئة العمرية في الدولة}}{\text{عدد السكان في منتصف السنة من تلك الفئة العمرية}} \times 100$$

المعدل الخام للمسجلين في المراحل التعليمية المختلفة:

$$\frac{\text{عدد المسجلين في المراحل التعليمية المختلفة}}{\text{عدد السكان الكلي}} \times 100$$

المعدل العمري للتسجيل:

$$\frac{\text{عدد المسجلين في المؤسسات التعليمية من فئة عمرية معينة}}{\text{عدد السكان في تلك الفئة العمرية}} \times 100$$

معدل الأمية الخام:

$$\text{معدل الأمية الخام} = \frac{\text{عدد الأميين من السكان من تلك الفئة}}{\text{عدد السكان من فئة معينة}} \times 100$$

معدل الأمية العمري:

$$\text{معدل الأمية العمري} = \frac{\text{عدد الأميين من السكان في فئة عمرية معينة}}{\text{عدد السكان في تلك الفئة العمرية المعينة}} \times 100$$

معدل النشاط الاقتصادي الخام:

$$\text{معدل النشاط الاقتصادي الخام} = \frac{\text{عدد الأفراد الناشطين اقتصادياً}}{\text{عدد السكان الكلي}} \times 100$$

معدل النشاط الاقتصادي العام:

$$\text{معدل النشاط الاقتصادي العام} = \frac{\text{عدد الأفراد الناشطين اقتصادياً}}{\text{عدد السكان في سن العمل}} \times 100$$

معدل الإعالة:

$$\text{معدل الإعالة} = \frac{\text{عدد السكان غير الناشطين اقتصادياً}}{\text{عدد السكان الناشطين اقتصادياً}} \times 100$$

معدل الهجرة الوافدة لمنطقة معينة:

$$\text{معدل الوفاة الخام} = \frac{\text{عدد المهاجرين الوافدين في منطقة معينة}}{\text{عدد السكان الكلي}} \times 100$$

معدل الهجرة الصافية:

$$\frac{\text{عدد المهاجرين الوافدين في منطقة معينة} - \text{عدد المهاجرين المغادرين لمنطقة معينة}}{\text{عدد السكان الكلي}} \times 100$$

الاختبار الدوري الأول

أولاً: اختر جواباً واحد فقط مما يلي باستخدام القلم الرصاص:

رقم السؤال	أ	ب	ج	د

البيانات 4 ,5 ,7 ,3 ,8 ,5				
١- الوسط الحسابي يساوي	6	5.33	4	6.5
٢- الوسيط يساوي	5	5.5	6	4.5
٣- المنوال يساوي	7	6	5	4
٤- المدى يساوي	8	5	7	4

التوزيع التكراري للإنفاق لعدد 50 أسرة هو

الفئات	5 -	15 -	25 -	35 -	45 – 55
التكرارات	5	10	11	14	10

٥- الوسط الحسابي للإنفاق يساوي	33.10	39.29	32.80	30.49
٦- المنوال للإنفاق يساوي	39.29	32.80	30.71	35.59
٧- الانحراف المعياري للإنفاق يساوي	13.15	12.66	11.09	14.01
٨- معامل الالتواء للإنفاق يساوي	-0.51	0.43	-0.43	-0.60
٩- التوزيع التكراري للإنفاق	متماثل	ملتو لليمين	ملتو لليسار	لا شيء
١٠- معامل الإنفاق يساوي	38.58%	40.25%	42.90%	37.10 %
وجد أن الوسط الحسابي لدخل هذه الأسرة يساوي 75 والانحراف المعياري للدخل يساوي 30				
١١- معامل الاختلاف للدخل يساوي	41.98%	38.33%	33.33%	40.00 %
١٢- من حيث التشتت النسبي للدخل والإنفاق	الدخل أكثر تشتت	الإنفاق أكثر تشتت	لهما نفس التشتت	لا شيء مما سبق

١٣- مقياس الموضع (النزعة المركزية) الذي يتأثر بالقيم الشاذة هو	الوسيط	الوسط الحسابي	المنوال	التباين
١٤- عدد حوادث المرور على إحدى الطرق السريعة متغير عشوائي	متصل	وصفي	منفصل	لاشيء مما سبق
١٥- لاختبار تماثل التوزيع نستخدم	معامل الالتواء	معامل الارتباط	معامل الاختلاف	المدى
١٦- أدى مجموعة من الطلاب امتحاناً في مادة الإحصاء ووجد أن قيم الوسط الحسابي والوسيط والمنوال هي 12 ، 11، 9، على الترتيب.فإن التوزيع التكراري للدراجات يكون	ملتوى لليسار	متماثل	ملتوى لليمين	لا يمكن تحديده

تكاليف الدعاية (x) لنوع من السلع وقيمة المبيعات (y) معطاة كما يلي:

x	11	5	12	4	9
y	16	12	10	12	12

الوسط الحسابي للدعاية يساوي 8.2 والوسط الحسابي للمبيعات 12.4 والانحراف المعياري للدعاية يساوي 3.19 والانحراف المعياري للمبيعات يساوي 1.96

-1	0.51	0.89	0.12	١٧- معامل ارتباط بيرسون يساوي
عكسي تام	طردي تام	عكسي	طردي	١٨- الارتباط بين x و y

إذا كان (y) تمثل قيمة صادرات المملكة العربية السعودية لدولة تونس (بعشرات الملايين) خلال الفترة 1999-2003 معطاة بالجدول

السنة	1999	2000	2001	2002	2003
الصادرات	11	16	15	18	14

إذا كان $\bar{Y} = 14.80$ ، $Sx = \sqrt{2}$ ، وأخذنا معادلة خط الاتجاه العام لهذه السلسلة الزمنية في الصورة $\hat{y} = b0 + b1\ X$

5	1	2	4	١٩- الوسط الحسابي يساوي
146	160	150	156	٢٠- قيمة $\sum xy$ تساوي
-2.01	0.80	1.90	-0.80	٢١- قيمة b1 تساوي
12.80	15.29	13.20	14.01	٢٢- قيمة b0 تساوي
18.00	21.20	17.56	16.00	٢٣- قيمة الصادرات المتوقعة عام 2005 يساوي
16.96	14.90	17.10	15.60	٢٤- قيمة y الاتجاهية عام 2002 تساوي
115.38	98.79	110.15	116.90	٢٥- قيمة y النسبية (لاستبعاد أثر الاتجاه العام) عام 2002 تساوي

الجدول التالي يوضح أسعار ثلاثة سلع والكميات المستهلك منها عامي 1407 ، 1410

1410		1407		السلع
الكمية	السعر	الكمية	السعر	
40	8	30	5	أ
20	12	10	8	ب
30	10	20	7	ج

160 %	130 %	120 %	150 %	٢٦- الرقم التجميعي البسيط للأسعار
150 %	151.4%	122.4%	124.44 %	٢٧- الرقم القياسي للأسعار المرجح بكميات الأساس (لاسبير)
160 %	150 %	150.9%	151.9%	٢٨- الرقم القياسي للأسعار المرجح بكميات المقارنة (باش)
150 %	151.1%	120 %	148.44 %	٢٩- الرقم القياسي الأمثل للأسعار (فيشر)
لم تتغير	زادت	تضاعفت	انخفضت	٣٠- الرقم القياسي الأمثل يشير أن الأسعار

ثانياً: أختر جواباً واحداً فقط:

١) مركز الفئة هو ؟

لا شيء	D	منتصف الفئة	<u>**C**</u>	عرض الفئة	B	طول الفئة	A

٢) يسمى الرقم الأكثر تكراراً أو شيوعاً ؟

الانحراف المعياري	D	الوسط الحسابي	C	المنوال	<u>**B**</u>	الوسيط	A

٣) معامل الاختلاف هو ؟

مقياس التشتت النسبي	<u>**D**</u>	مقياس التشتت	C	معامل الاختلاف	B	الوسط الحسابي	A

٤) معامل الاختلاف هو ؟

الانحراف المعياري	D	مقياس التشتت	<u>**C**</u>	معمل الالتواء	B	تماثل التوزيع	A

٥) الآتي أحد مقاييس المركز؟

الوسط الحسابي	<u>**D**</u>	معامل الاختلاف	C	معامل الالتواء	B	الانحراف المعياري	A

٦) الآتي أحد مقاييس النزعة المركزية؟

معامل الاختلاف	D	التباين	C	الانحراف المعياري	B	المنوال	<u>**A**</u>

٧) الآتي أحد مقاييس المركز ؟

معامل الالتواء	D	معامل الاختلاف	C	الوسيط	<u>**B**</u>	الانحراف المعياري	A

٨) التي لا يعتبر من مقاييس المركز ؟

الانحراف المعياري	<u>**D**</u>	منوال	C	وسيط	B	وسط حسابي	A

٩) الآتي هو أحد مقاييس التشتت؟

المنوال	D	الوسيط	C	الوسط الحسابي	B	الانحراف المعياري	<u>**A**</u>

١٠) الآتي هو أحد مقاييس التشتت ؟

المنوال	D	الوسيط	C	المدى	<u>**B**</u>	الوسط	A

١١) الآتي هو أحد مقاييس التشتت النسبي ؟

المنوال	D	معامل الالتواء	C	الوسيط	B	معامل الاختلاف	<u>**A**</u>

١٢) الآتي لا يعتبر من مقاييس التشتت ؟

الوسط الحسابي	<u>**D**</u>	معامل الاختلاف	C	المدى	B	الانحراف	A

١٣) تدخل جميع قيم المجموعة في حساب ؟

A المنوال	B الوسيط	**C** الوسط الحسابي	D الانحراف

١٤) لا يتأثر بالقيم الشاذة ؟

A المنوال والوسيط	B المنوال	C الانحراف المعياري	D الوسط الحسابي

١٥) يتأثر بالقيم الشاذة ؟

A الوسيط	B المنوال	C الانحراف المعياري	**D** الوسط الحسابي

١٦) لا يدخل في حسابه سوى قراءة واحدة أو قراءتين من المجموعة كلها ؟

A الوسط الحسابي	**B** الوسيط	C الانحراف	D المنوال

١٧) لا يتأثر بالقراءة الشاذة ؟

A المنوال	B الانحراف	C الوسط	D معامل الاختلاف

١٨) القيمة الموجبة لمعامل الالتواء تعني أن التوزيع ؟

A متماثل	**B** ملتوي جهة اليمين	C ملتوي جهة اليسار	D لا شيء

١٩) إذا كان الوسط الحسابي أكبر من المنوال فإن التوزيع ؟

A ملتوي جهة اليمين	B ملتوي جهة اليسار	C متماثل	D لا شيء

٢٠) إذا كان المنوال أقل من الوسط الحسابي يعني التوزيع ؟

A متماثل	B ملتوي جهة اليسار	**C** ملتوي جهة اليمين	D لا شيء

٢١) إذا كان ناتج الالتواء = صفر ، فإن التوزيع ؟

A متماثل	B ملتوي جهة اليمين	C ملتوي جهة اليسار	D لا شيء

٢٢) إذا كان التوزيع متماثل والمنوال يساوي 100 فإن الوسط الحسابي ؟

A 12	**B** 10	C 9	D 8

٢٣) إذا كان التوزيع متماثل والوسط الحسابي = 8 ، فإن الوسيط ؟

A 10	**B** 8	C 9	D 7

٢٤) إذا كان ناتج الالتواء سالب فإن التوزيع ؟

A ملتوي جهة اليمين	B متماثل	**C** ملتوي جهة اليسار	D لا شيء

٢٦) إذا كان التوزيع ملتوي جهة اليسار فإن الوسط الحسابي ؟

A أقل من الوسيط	B أكبر من الوسيط	C مساوي للتوسيط	D لا شيء

٢٧) مجموع قيم وسطها الحسابي 8 وعددها 7 هو ؟

A 40	B 60	**C** 56	D 80

٢٨) تنحصر قيمة الارتباط دائماً بين ؟

A	0 , 1	B	-1 , 0	**C**	-1 , +1	D	لا شيئ

٢٩) القيمة السالبة للالتواء تعني أن الارتباط ؟

A	طردي	**B**	عكسي	C	تام	D	لا شيء

٣٠) القيمة الموجبة لمعامل الالتواء تعني أن الارتباط ؟

A	طردي	B	عكسي	C	تام	D	لا شيء

٣١) إذا كانت قيمة معامل الارتباط 1.2 هذا يعني ؟

A	الارتباط طردي	B	الارتباط عكسي	C	طردي تام	**D**	هناك خطأ

٣٢) التباين هو ؟

A	الانحراف المعياري	**B**	مربع الانحراف	C	الجزر الانحراف	D	لا شيء

٣٣) الانحراف هو ؟

A	مربع التباين	B	التباين	**C**	جزر التباين	D	جزر الانحراف

٣٤) يسمى المتغير المطلوب تقديره في معادلة خط الانحدار دائماً ؟

A	المستقبل	B	النائب	**C**	التابع	D	لا شيء

٣٥) إذا كانت قيمة الانحراف المعياري $S=\sqrt{6}$ ، فإن التباين يساوي ؟

A	36	B	1	**C**	6	D	3

٣٦) إذا كان التباين = (3) فإن الانحراف المعياري يساوي ؟

A	3	**B**	$\sqrt{3}$	C	9	D	3

٣٧) يسمى الرقم القياسي للأسعار الخاص بنسبة الأساس ؟

A	باتش	B	لاسبير	**C**	البسيط	D	الامثل فشر

٣٨) رقم لاسبير هو الرقم الخاص بكميات ؟

A	سنة المقارنة	**B**	سنة الأساس	C	البسيط	D	لا شيء

٣٩) يسمى الرقم القياسي للأسعار الخاص بسنة المقارنة ؟

A	لاسبير	**B**	باتش	C	البسيط	D	لا شيء

٤٠) يسمى الرقم الأمثل للأسعار ؟

A	باتش	B	لاسبير	**C**	فيشر	D	لا شيء

مع تمنياتي للجميع بدوام التوفيق والنجاح ،،، H.A