

اسم المقرر

مبادئ الرياضيات (١)

د. أسامة حنفي محمود

الأستاذ المشارك بقسم الأساليب الكمية



جامعة الملك فيصل

عمادة التعلم الإلكتروني والتعليم عن بعد

محاضرة ٨

حل المعادلات من الدرجة الثانية فى مجهول واحد



حل المعادلات من الدرجة الثانية فى مجهول واحد

تكون صورة المعادلة من الدرجة الثانية فى مجهول واحد هى

$$ax^2 + bx + c = 0$$

ويمكن حلها باستخدام التحليل أو باستخدام القانون كما يلى

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$



مثال: حل المعادلة التالية

$$x^2 - 7x + 10 = 0$$

الحل: يتم تحليل المقدار الثلاثي كما يلي

$$x^2 - 7x + 10 = 0$$

$$(x - 2)(x - 5) = 0$$

$$\therefore x - 2 = 0 \quad \rightarrow x = 2$$

$$x - 5 = 0 \quad \rightarrow x = 5$$



حل آخر باستخدام القانون

$$x^2 - 7x + 10 = 0$$

$$a = 1$$

$$b = -7$$

$$c = 10$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x = \frac{7 \pm \sqrt{49 - 4(1)(10)}}{2(1)} = \frac{7 \pm 3}{2}$$

$$x = \frac{7 + 3}{2} = 5$$

$$x = \frac{7 - 3}{2} = 2$$



مثال : حل المعادلة التالية

$$x^2 - 2x = 24$$

الحل: لابد أن نجعل المعادلة تساوى صفر

$$x^2 - 2x - 24 = 0$$

وبالتحليل

$$(x + 4)(x - 6) = 0$$

$$x + 4 = 0 \quad \rightarrow x = -4$$

$$x - 6 = 0 \quad \rightarrow x = 6$$



حل آخر باستخدام القانون

$$x^2 - 2x - 24 = 0$$

$$a = 1 \qquad b = -2 \qquad c = -24$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x = \frac{2 \pm \sqrt{4 - 4(1)(-24)}}{2(1)} = \frac{2 \pm 10}{2}$$

$$x = \frac{2+10}{2} = 6 \qquad x = \frac{2-10}{2} = -4$$



مثال:

$$12x^2 + 4x = 33$$

حل المعادلة

$$\text{الحل: } 12x^2 + 4x - 33 = 0$$

الحل باستخدام القانون

$$12x^2 + 4x - 33 = 0$$

$$a = 12$$

$$b = 4$$

$$c = -33$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x = \frac{-4 \pm \sqrt{16 - 4(12)(-33)}}{2(12)} = \frac{-4 \pm 40}{24}$$

$$x = \frac{-4 + 40}{24} = 1.5$$

$$x = \frac{-4 - 40}{24} = -1.833$$



حل المعادلات التالية:

$$1- \quad x^2 - 10x + 24 = 0$$

$$2- \quad x^2 + 4x = 32$$

$$3- \quad 2x^2 - 17x + 8 = 0$$



تطبيقات تجارية واقتصادية

مثال:

إذا كانت دالة العرض لأحد المنتجات هي $p = S(x) = x^2 + 14$

وكانت دالة الطلب هي $p = D(x) = 174 - 6x$

المطلوب: حدد كمية وسعر التوازن؟

الحل:

عند التوازن دالة الطلب = دالة العرض

$$p = D(x) = S(x)$$



$$174 - 6x = x^2 + 14$$

$$x^2 + 6x + 14 - 174 = 0$$

$$x^2 + 6x - 160 = 0$$

$$(x - 10)(x + 16) = 0$$

$$x + 16 = 0 \quad \rightarrow x = -16 \quad \text{مرفوض}$$

$$x - 10 = 0 \quad \rightarrow x = 10 \quad \text{كمية التوازن}$$



تحديد سعر التوازن بالتعويض في دالة العرض

$$p = x^2 + 14$$

$$p = (10)^2 + 14 = 114$$

او بالتعويض في دالة الطلب

$$p = 174 - 6x$$

$$p = 174 - 6(10) = 114$$



مثال:

إذا كان x تشير إلى عدد الوحدات المنتجة والتي يمكن ان تباع
بسعر $p = 100 - 0.6x$ وكانت دالة التكاليف الكلية هي

او جد: $C(x) = 5x + 2000$

عدد الوحدات التي تحقق التعادل؟

وما هو الربح او الخسارة عندما يكون عدد الوحدات المنتجة
والمباعة 100 وحدة؟

وما هو عدد الوحدات اللازم لتحقيق ربح قدرة 1000 ريال؟



الحل:

إيجاد دالة الإيراد الكلي = سعر البيع \times عدد الوحدات

$$\begin{aligned} R(x) &= x(100 - 0.6x) \\ &= 100x - 0.6x^2 \end{aligned}$$

دالة التكاليف الكلية

$$C(x) = 5x + 2000$$



الربح الكلي = الإيراد الكلي - التكاليف الكلية

$$P(x) = R(x) - C(x)$$

$$P(x) = 100x - 0.6x^2 - (5x + 2000)$$

$$P(x) = 100x - 0.6x^2 - 5x - 2000$$

$$P(x) = -0.6x^2 + 95x - 2000$$



عند التعادل

الربح الكلي = صفر

$$P(x) = -0.6x^2 + 95x - 2000 = 0$$

$$a = -0.6 \quad b = 95 \quad c = -2000$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-95 \pm \sqrt{9025 - 4(-0.6)(-2000)}}{2(-0.6)}$$

$$x = \frac{-95 \pm 65}{-1.2}$$

$$x = \frac{-95 - 65}{-1.2} = 133.33$$

وحدة

$$x = \frac{-95 + 65}{-1.2} = 25$$



الربح او الخسارة عندما يكون عدد الوحدات المنتجة والمباعة 100 وحدة

$$P(x) = -0.6x^2 + 95x - 2000$$

$$P(100) = -0.6(100)^2 + 95(100) - 2000$$

$$P(100) = 1500$$



عدد الوحدات اللازم لتحقيق ربح قدرة 1000 ريال

$$P(x) = -0.6x^2 + 95x - 2000 = 1000$$

$$P(100) = -0.6x^2 + 95x - 3000 = 0$$



$$P(x) = -0.6x^2 + 95x - 3000 = 0$$

$$a = -0.6 \quad b = 95 \quad c = -3000$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-95 \pm \sqrt{9025 - 4(-0.6)(-3000)}}{2(-0.6)}$$

$$x = \frac{-95 \pm 42.72}{-1.2}$$

$$x = \frac{-95 - 42.72}{-1.2} = 114.76$$

$$x = \frac{-95 + 42.72}{-1.2} = 43.56$$





مَشَقَّةٌ
بِحَمْدِ اللَّهِ

