

بداية محاضرة يوم الثلاثاء
من الاسبوع الثاني

معادة التعليم الإلكتروني والتعلم عن بعد
كلية الدراسات التطبيقية وخدمة المجتمع

الباب الثامن :- المتواليات

تعريف: المتوالية هي عبارة عن تسابحات لمجموعة من الأعداد مرتبة

حسب قاعدة معينة أو صيغة معينة، كل عنصر من عناصرها

يسمى حداً. فمثلاً $\{ 1, 2, 3, \dots \}$ ،

وأيضاً مجموعة الأعداد $\{ 1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \dots \}$ ،

وكذلك مجموعة الأعداد $\{ 1, 2, 3, \dots \}$.

تقسم المتواليات إلى قسمين :-

(أ) متواليات حسابية (عددية)

(ب) متواليات هندسية

أولاً :- المتواليات الحسابية :

تعريف: المتوالية الحسابية هي عبارة عن تسابحات من الأعداد كل

حد من حدودها يزيد أو ينقص بمقدار ثابت

عن الحد الذي يسبقه (اختصار الحد الأول).

فإذا كان $a, d \Rightarrow C$ فإن الحسابية :-

$a, a+d, a+2d, a+3d, \dots$ تسمى متواليات

حسابية كل حد فيك (عدداً للحد الأول) مكون من إضافة العدد

هـ (1) العدد الذي سبقه . يسبقه العدد P
بالحد الأول والعدد هـ أسبقه التواليف .
من خلال الصورة العامة للتواليف الحسابية نلاحظ أنه :-

$$\begin{aligned} \text{ح} = 1 &= \text{الحد الأول} = P \\ \text{ح} = 2 &= \text{الحد الثاني} = P + h \\ \text{ح} = 3 &= \text{الحد الثالث} = P + 2h \\ &\vdots \end{aligned}$$

وبالاستمرار بهذه الطريقة نستنتج أن الحد n الوفي $ح$ من
التواليف الحسابية التي حددها الأول P والسطح h هو :-

$$\text{ح} = n = P + h(n-1) \quad , \quad h \neq 0$$

وكذلك يمكن إيجاد مجموع n من الحدود لتواليف حسابية
حسب القانون التالي :-

$$S_n = \frac{n}{2} [P + h(n-1)]$$

ح₁ : P : الحد الأول .

هـ : الحسب التواليف

ن : الحد ^{عدد} المطلوب إيجاد مجموع

وأيضاً إذا كانت لدينا متواليات حسابية حدها الأول a
وحدها الأخير b ، فإن مجموع n من هذه الحدود يعطى
بالصيغة التالية:

$$S_n = \frac{n}{2} (a + b)$$

مثال: أوجد الحد السادس عشر من المتواليات $10, 7, 4, \dots$
م أوجد مجموع أول ستة حدود متتابعة؟

الحل: لدينا متواليات حسابية حدها الأول $a = 10$ راجع $n = 6$

$$b = 4 - 10 = -6 \text{ أو } b = 7 - 10 = -3$$

خذ قيمة $b = -3$ خلال طرح a من متالين.

$$S_n = \frac{n}{2} (a + b)$$

$$S_6 = \frac{6}{2} (10 + (-3))$$

قيمة b \leftarrow تسادس عشر

$$= 3 \times (10 - 3) = 3 \times 7 = 21$$

$$S_n = \frac{n}{2} (a + b)$$

$$S_6 = \frac{6}{2} (10 + (-3))$$

$$= 3 \times (10 - 3) = 3 \times 7 = 21$$

معاداة التعليم الإلكتروني والتعلم عن بعد
كلية الدراسات التطبيقية وخدمة المجتمع

$$[5(1-n) + 2c] \frac{n}{c} = n \quad \Delta$$

$$[3x(1-7) + 2xc] \frac{7}{c} = 7 \quad \Delta$$

$$[15 + 8] 2 =$$

$$79 = [23] 2 =$$

(التقسيم :- 19, 16, 13, 10, 7, 4

أول ستة حدود

$$79 = 19 + 16 + 13 + 10 + 7 + 4$$

مثال :- اوجد مجموع أول 10 حدوداً من المتوالى الحسابية
3, 7, 11, 15, 19, 23, 27, 31, 35, 39

الحل :- $3 = P$, $5 = 3 - 1 = D$

$$[5(1-n) + 2c] \frac{n}{c} = n \quad \Delta$$

$$[5x(1-10) + 2xc] \frac{10}{c} = 10 \quad \Delta$$

$$[5x11 + 2] 7 =$$

$$[55 + 2] 7 =$$

$$377 = [77] 7 =$$

مترالية
حسابية

3
7
11
15
19
23
27
31
35
39

مثال ٣: اوجد مجموع أول عشرة حدود متوالية حسابية مكي الحد الأول = ٥ والحد الأخير = ١٠٠ ؟

$$\text{الحل:} \quad \text{ح}_n = \frac{n}{2} [1 + 100]$$

$$\text{ح}_1 = \frac{1}{2} [1 + 100]$$

$$5 = \frac{1}{2} [1 + 100]$$

لأننا: المتوالات هندسية

تعريف: المتوالية الهندسية هي متسلسلة من الأعداد كل حد من

حدودها مكي بمقدار واحد يضرب الحد الذي قبله بعدد ثابت

(تستاء الحد الأول)، فإذا كان r ، $d \geq 1$ فإن

المتابع r, r^2, r^3, \dots ستم متوالية هندسية

حدودها الأول r وأصل d ومكي بمقدار d

نه خلال فترة حدودها مع الحد الذي سبقه مباشرة

(تستاء الحد الأول، ومكي d).

$$r = \text{الحد الأول} = 2$$

$$r^2 = \text{الحد الثاني} = 4$$

$$r^3 = \text{الحد الثالث} = 8$$

بالاستمرار لهذه الطريقة، نجد أن الحد النوني حزن لمؤاليه
لهنسية في الحد الأول P وحاصل d يعطى بالصيغة التالية:

$$\text{حزن} = P = 1 - N^d, \quad N \geq P$$

وكذلك يمكن إيجاد مجموع N من حدود مؤاليه هنسية حدها
الأول P وحاصل d بالصيغة التالية:

$$A_N = \frac{P(1 - N^d)}{1 - N}, \quad \text{حيث } d \neq 1$$

وكذلك يمكن إيجاد حد لدرجتيه من حدود مؤاليه هنسية
وتسمى المتوالية الهندسية اللوغاريتمية من خلال الصيغة التالية:

$$A_N = \frac{P}{d - 1}, \quad \text{حيث } d > 1$$

نظريه محاضرة يوم الثلاثاء
بجدة الاسبوع العاشر