[٣] قسمة مقدار جبري على مقدار جبري آخر :-

١) قسمة مقدار جبري يكون مجموع واحد على مقدار جبري آخر أيضاً يكون مجموع واحد :-

$$\frac{س^{م}}{س^{ن}} = س^{م-ن} \quad ، \quad س \neq صفر$$

٢) قسمة مقدار جبري يكون به أكثر من حد على مقدار جبري آخر يكون مجموع واحد :-

ولقسمة هذا النوع من كثيرات الحدود ، فإننا نستخدم الخاصية التالية :

$$\frac{أ_{١} + أ_{٢} + \cdots + أ_{م}}{ب} = \frac{أ_{١}}{ب} + \frac{أ_{٢}}{ب} + \cdots + \frac{أ_{م}}{ب}$$

مثال :- اوجد ناتج القسمة للمقدار التالي بابسط صورة :-

$$\frac{١٥ س^{٤} ص^{٣} + ٥ س^{٣} ص^{٥} - ٢٥ س^{٣} ص^{٤}}{٥ س^{٣} ص^{٤}}$$

$$= \frac{١٥ س^{٤} ص^{٣}}{٥ س^{٣} ص^{٤}} + \frac{٥ س^{٣} ص^{٥}}{٥ س^{٣} ص^{٤}} - \frac{٢٥ س^{٣} ص^{٤}}{٥ س^{٣} ص^{٤}}$$

$$= ٣ س + ص^{٢} - ٥ ص .$$

مثال :- أكتب ناتج قسمة المقدار الجبري التالي في أبسط صورة

$$\frac{٥ع^{٣}ل^{-٣} + ٢٥ع^{-٥}ل^{٣}}{٥ع^{-٢}ل^{-٥}}$$

الحل :-

$$= \frac{٥ع^{٣}ل^{-٣}}{٥ع^{-٢}ل^{-٥}} + \frac{٢٥ع^{-٥}ل^{٣}}{٥ع^{-٢}ل^{-٥}}$$

$$= \frac{ع^{٣}ع^{٥}ل^{٥}}{ل^{٣}} + ٥ع^{٦}ل^{٣}ل^{٥}$$

$$= ع^{٥}ل^{٣} + ٥ع^{٣}ل^{٨}$$

(٣) قسمة مقدار جبري حدوده من أكثر من حد على مقدار جبري آخر حدوده من أكثر من حد :-

في هذه الحالة، فإننا نستخدم القسمة الطويلة لإيجاد الناتج، وتتلخص الخطوات التالية :-

١- نكتب المقدار الجبري (المقسوم والمقسوم عليه) في صورة وبنية ترتيباً تنازلياً من حيث الأس لأحد المتغيرات .

ب- نقسم الحد الأول في المقدار الجبري المقسوم على الحد الأول من المقدار الجبري في المقسوم عليه .

جـ - نضرب خارج القسمة الذي حصلنا عليه في الخطوة (ب) في المقسوم عليه ثم نقوم بعملية طرح حاصل الضرب من المقسوم فنحصل على مقدار جديد.

د - نكرر الخطوتين ب، جـ حتى نحصل على باقي الطرح مساوياً للصفر أو أن تكون درجة الباقي أقل من درجة المقسوم عليه.

مثال :- اوجد خارج قسمة المقدارين

$$(س^{٥} - ٣س^{٤} + ٣س^{٣}) \div (س - ٣).$$

الحل :-

$$\begin{array}{r|l} س^{٥} - ٣س^{٤} + ٣س^{٣} & س - ٣ \\ \hline س^{٥} - ٣س^{٤} & \leftarrow \text{المقسوم عليه} \\ \hline \quad ٠ + ٣س^{٣} & \\ \quad ٣س^{٣} - ٩س^{٢} & \\ \hline \quad ٠ + ٩س^{٢} & \\ \quad ٩س^{٢} - ٢٧س & \\ \hline \quad ٠ + ٢٧س & \\ \quad ٢٧س - ٨١ & \\ \hline \quad ٠ + ٨١ & \end{array}$$

المقسوم

خارج القسمة $س^{٤} + ٣س^{٣} + ٩س^{٢} + ٢٧س + ٨١$ والباقي صفر (تتوقف عملية القسمة)

أن خارج القسمة هو مقدار $س^{٤} + ٣س^{٣} + ٩س^{٢} + ٢٧س + ٨١$ والباقي صفر.

مثال :- أوجد خارج قسمة المقدار :-

$(س^3 + 3س^2 + 5س + 15) \div (س + 3)$.

الحل :

$$\begin{array}{r|l} س^3 + 3س^2 + 5س + 15 & س + 3 \\ \hline س^3 + 3س^2 & س^2 + 5 \\ \hline 5س + 15 \\ 5س + 15 \\ \hline 0 \end{array}$$

أي خارج القسمة $(س^2 + 5)$ والباقي 0 .

نلاحظ في هذا المثال ، أنه قد استخدمنا بعض المواضيع التي سبق أن درسناها في الباب الثاني .

الباب الثالث : تحليل المقادير الجبرية

أولاً : حاصل ضرب بعض المقادير الجبرية الخاصة :

أ) $(س + ص)(ع + ن) = س ع + س ن + ص ع + ص ن$.

ب) $(س + ص)(س - ص) = س^2 - ص^2$.

ج) $(س + ص)^2 = (س + ص)(س + ص) = س^2 + 2س ص + ص^2$

د) $(س - ص)^2 = (س - ص)(س - ص) = س^2 - 2س ص + ص^2$

هـ) $(س - ص)^3 = (س - ص)(س - ص)(س - ص)$

$= (س - ص)(س^2 - 2س ص + ص^2) = س^3 - 2س^2 ص + س ص^2 - س^2 ص + 2س ص^2 - ص^3$

$= س^3 - 3س^2 ص + 3س ص^2 - ص^3$

و) $(س+ص)^3 = (س+ص)(س+ص)(س+ص)$

$= (س^2+2س ص+ص^2)(س+ص)$

$= س^3 + 2س^2 ص + س ص^2 + س^2 ص + 2س ص^2 + ص^3$

$= س^3 + 3س^2 ص + 3س ص^2 + ص^3$

أمثلة :- (حسب خاصية المقادير الجبرية بأبسط صورة):

أ) $\sqrt{5}(3س - ص) = 15س - س ص\sqrt{5}$.

ب) $(3س^2 - 4ص)^2 = (3س^2 - 4ص)(3س^2 - 4ص)$

$= 9س^4 - 24س^2 ص + 16ص^2$.

ج) $(ص - 2)^3 = (ص-2)(ص-2)(ص-2)$

$= (ص^2 - 4ص + 4)(ص-2)$

$= ص^3 - 2ص^2 - 4ص^2 + 8ص + 4ص - 8$

$= ص^3 - 6ص^2 + 12ص - 8$

ثانياً: التحليل : هي الطرق التي سنتعرف عليها في تحليل المقادير الجبرية :

1) إخراج العامل المشترك

ملاحظة : التحليل هو عملية عكسية لعملية حاصل ضرب مقادير جبرية والمقصود بتحليل المقدار الجبري إلى عوامله الأولية (أي لا يمكن تحليل عوامله إلى حاصل ضرب عوامل جبرية أخرى) .

تعريف :- اذا كان لدينا $ص = أ س^{ن} + ب س^{ن-1} + \ldots$ ، فيمكننا اخراج عامل مشترك $س^{ن}$ او $س^{ن-1}$ او اي من الحدود الاصغر التالية.

$ص = س^{ن}(أ + \frac{ب}{س} + \ldots)$.

مثال :- حلل المقادير التالية إلى عواملها الأولية

1) $٥ س^{٥} + ١٥ س^{٣} = ٥ س^{٣}(س^{٢} + ٣)$.

2) $٣ س^{٣} - ٢٧ س = ٣ س(س^{٢} - ٩)$.

3) $٢ س^{٣} ص^{٣} - ٨ س^{٢} ص^{٤} = ٢ س^{٢} ص^{٣}(س - ٤ ص)$.

4) $٥ س^{٤} ع^{٣} - ٢٥ س^{٣} ع^{٢} + ١٥ س^{٢} ع^{٢}$

$= ٥ س ع(س^{٣} ع^{٢} - ٥ س^{٢} + ٣ س ع)$.

للتأكد من صحة الحل، نقوم بضرب ناتج الخطوة الأولى

$٥ س^{٤} ع^{٣} - ٢٥ س^{٣} ع^{٢} + ١٥ س^{٢} ع^{٢}$.

* * * * * * *

نلتقي في محاضرة يوم السبت الأسبوع القادم