

اسم المقرر

مبادئ الرياضيات (١)

د. أسامة حنفي محمود

الأستاذ المشارك بقسم الأساليب الكمية



جامعة الملك فيصل

عمادة التعلم الإلكتروني والتعليم عن بعد

محاضرة ١٣

المتواليات الهندسية



المتوالية الهندسية

يطلق علي متسلسلة الأعداد التي يكون خارج قسمة أى حد فيها على الحد السابق له مباشرة مقدار ثابت بالمتوالية الهندسية.

الرموز المستخدمة

a الحد الأول

r أساس المتوالية

S_n مجموع n من الحدود

S_∞ مجموع المتوالية إلى ما لانهاية



القوانين المستخدمة

الحد العام

$$H_n = a r^{n-1}$$

مجموع عدد معين من الحدود

$$S_n = \frac{a (r^n - 1)}{r - 1}$$

مجموع المتوالية إلى ما لانهاية

$$S_\infty = \frac{a}{1 - r}$$



مثال: في المتوالية $4, 8, 16, \dots$ أوجد الحد العاشر
ومجموع العشر حدود الأولى من المتوالية؟

الحل:

$$\text{نجد أن } \frac{8}{4} = \frac{16}{8} = 2$$

أذن المتوالية هندسية وأساسها $r = 2$

$$\begin{aligned} \text{الحد العاشر} \\ H_{10} &= a \cdot r^9 \\ &= 4(2)^9 = 2048 \end{aligned}$$



مجموع العشر حدود الأولى من المتوالية هو

$$S_n = \frac{a (r^n - 1)}{r - 1}$$

$$S_{10} = \frac{4(2^{10} - 1)}{2 - 1} = 4092$$



مثال متوالية هندسية حدها الأول 5 وأساسها 3- أوجد الحد السادس
ومجموع الثمان حدود الأولى منها؟
الحل:

$$a = 5$$

$$r = -3$$

الحد السادس

$$\begin{aligned} H_6 &= ar^5 \\ &= 5(-3)^5 = -1215 \end{aligned}$$



مجموع الثمان حدود الأولى من المتوالية هو

$$S_n = \frac{a (r^n - 1)}{r - 1}$$

$$S_8 = \frac{5((-3)^8 - 1)}{-3 - 1} = -8200$$



مثال : متوالية هندسية حدها الرابع 448 وحدها السادس 7168
أوجد المتوالية ؟

الحل:

$$H_6 = ar^5 = 7168$$

$$H_4 = ar^3 = 448$$

بقسمة المعادلتين ينتج ان

$$r^2 = 16$$

$$r = \sqrt{16} = 4$$



بالتعويض فى المعادلة الأولى نجد أن

$$H_6 = ar^5 = a(4)^5 = 7168$$

$$1024a = 7168$$

$$a = \frac{7168}{1024} = 7$$

المتوالية هي $7, 28, 112, 448, \dots$



مثال: في المتوالية $729, 243, 81, \dots$

أوجد الحد الثامن و مجموع العشر حدود الأولى ومجموع المتوالية إلى ما لانهاية؟

الحل: نجد أن خارج قسمة أي حد على السابق له مقدار ثابت لذلك هي متوالية هندسية

$$r = \frac{243}{729} = \frac{81}{243} = \frac{1}{3} \quad \text{أساسها}$$



الحد الثامن

$$H_8 = ar^7 = 729\left(\frac{1}{3}\right)^7 = \frac{1}{3} = 0.333$$

مجموع العشر حدود الأولى من المتوالية.

$$\begin{aligned} S_{10} &= \frac{729\left(\left(\frac{1}{3}\right)^{10} - 1\right)}{\frac{1}{3} - 1} \\ &= \frac{-728.9876}{-0.6666} = 1093.5 \end{aligned}$$



مجموع المتوالية إلى ما لانهاية

$$S_{\infty} = \frac{a}{1-r} = \frac{729}{1-\frac{1}{3}} = 1093.5$$



أوجد مجموع المتوالية $199, -99.5, 49.75, \dots$ إلى ما لانهاية؟

الحل $a = 199$

$$r = \frac{49.75}{-99.5} = \frac{-99.5}{199} = \frac{-1}{2}$$

$$S_{\infty} = \frac{a}{1-r} = \frac{199}{1 + \frac{1}{2}} = 132.66$$





مَشَقَّةٌ
بِحَمْدِ اللَّهِ

