الأساليب الكمية في الإدارة

العام الدراسي 1431 – 1432هـ

د. ملفي الرشيـدي

المحاضرة الأولى

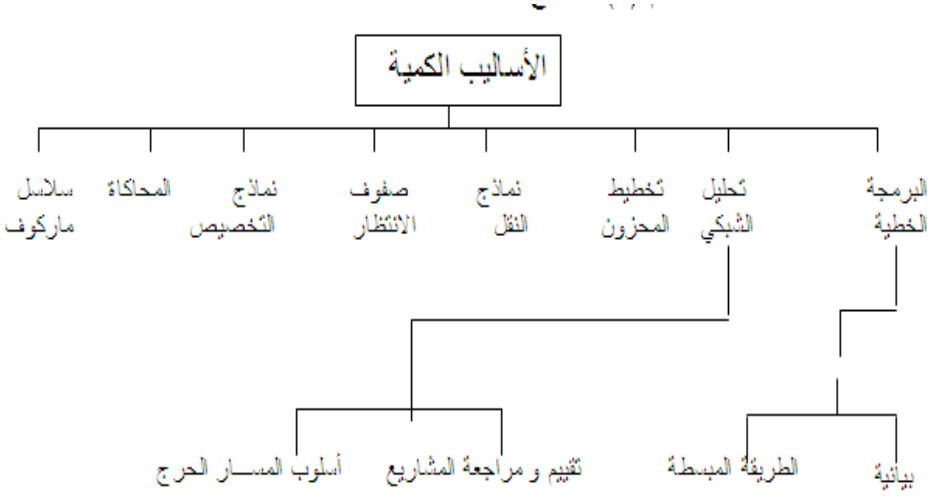
مفهوم الأساليب الكمية

- تعتبر الأساليب الكمية ، أسلوب رياضي يتم من خلاله معالجة المشاكل الاقتصاديةالإدارية ,التسويقية و المالية بمساندة الموارد المتاحة من البيانات والأدوات والطرق التي تستخدم من قبل متخذي القرار لمعالجة المشاكل

تعريف الأساليب الكمية

- يمكن تعريفها بعدة تعايف من بينها : " مجموعة الطرق والصيغ والمعدات والنماذج التي تساعد في حل المشكلات على أساس عقلاني "
- من هذا التعريف يمكننا إدراج مختلف هذه الأساليب تحت عنوان اشمل وهو بحوث العمليات حيث توجد عدة تعار يف من أبرزها.
- التعريف الذي اعتمدته جمعية بحوث العمليات البريطانية بأنها " استخدام الأساليب العلمية لحل المعضلات المعقدة في إدارة أنظمة كبيرة من القوى العاملة ، المعدات ، المواد أولية ، الأموال في المصانع والمؤسسات الحكومية وفي القوات المسلحة "
- أما جمعية بحوث العمليات الأمريكية فقد اعتمدت التعريف التالي : " تربط بحوث العمليات باتخاذ القرارات العلمية حول كيفية تصميم عمل أنظمة الصعدات ، القوى العاملة وفقا للشروط تتطلب تخصيصها في الموارد النادرة "

الأساليب الكمية المستخدمة ضمن بحوث العمليات



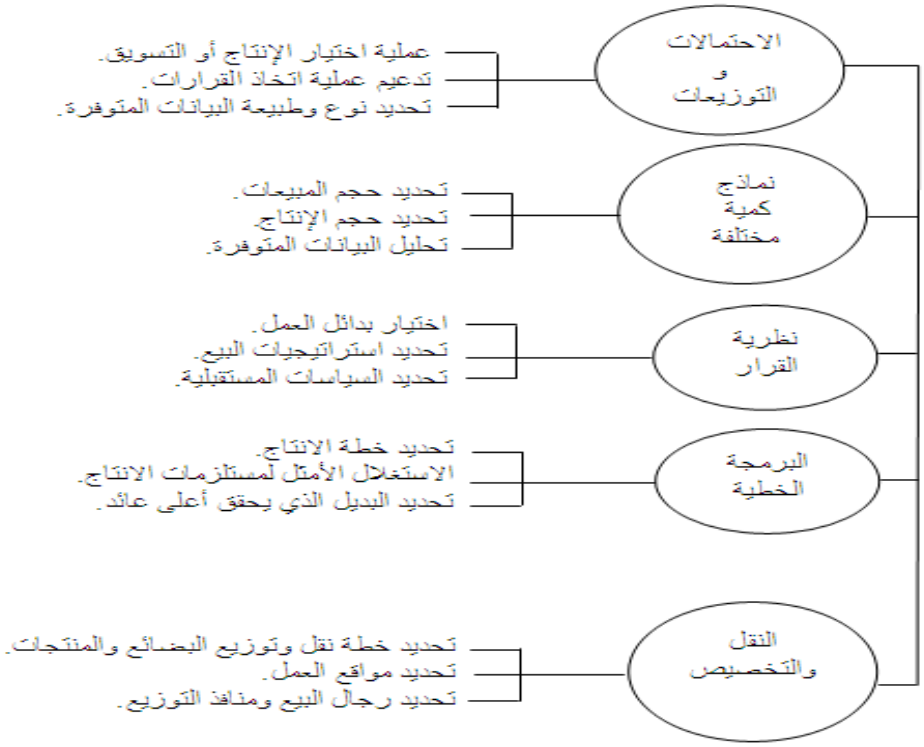
التطـور التاريخـي :

- ✓ تعتبر بحوث العمليات امتداداً لحركة الادارة العلمية على يد فردريك تيلور كتابه بعنوان (الإدارة العلمية 1911)، الذي دعا فيه إلى ضرورة استبدال طريقة الحكم الشخصي والتجربة والخطأ بطريقة أخرى تعتمد على البحث العلمي.
- ✓ بحوث العمليات ظهرت كحقلاً علمياً مستقلاً في بداية الحرب العالمية الثانية. حيث شكَّلَت بريطانيا و الولايات المتحدة الأمريكية فرقاً من العلماء يشمل مختلف المجالات العلمية للبحث عن أفضل الأساليب والوسائل العلمية لاستخدامها في طريقة توزيعٍ أفضل للقوات العسكرية، وكذلك في استخدام الأجهزة المتطورة كقاذفات القنابل والرادارات. سُمِّيَت مثل هذه الفرق بفرق بحوث العمليات.
- ✓ بعد نهاية الحرب، بدأت القطاعات الاقتصادية بالاستفادة من هذه الأساليب في زيادة إنتاجها وربحها عن طريق الاستغلال الأفضل لمواردها.
- ✓ أحد أهم العوامل التي ساعدت في تطور بحوث العمليات هو الرواج الاقتصادي الذي أعقب الحرب العالمية الثانية و ما صاحب ذلك من الاتساع في استخدام المكننة و الوسائل الآلية و تقسيم العمل و الموارد، الأمر الذي أدى إلى ظهور مشاكل إدارية كثيرة و معقدة مما دفع بعض العلماء و الباحثين إلى دراسة تلك المشكلات و إيجاد أفضل الحلول لها.
- ✓ يعد ظهور الحاسب وتطوره السريع عاملاً أساسياً في ازدهار بحوث العمليات و التوسع في استخدامها .

أهمية بحوث العمليات :

- وسيلة مساعدة في اتخاذ القرارات الكمية باستخدام الطرق العلمية الحديثة .
- يعتبر علم بحوث العمليات من الوسائل العلمية المساعدة في اتخاذ القرارات بأسلوب أكثر دقة وبعيد عن العشوائية الناتجة عن التجربة والخطأ .
- تعتبر بحوث العمليات فن وعلم في آن واحد فهي تتعلق بالتخصيص الكفء للموارد المتاحة وكذلك قابليتها الجديدة في عكس مفهوم الكفاءة والندرة في نماذج رياضية تطبيقية .
- يسعى هذا العلم إلى البحث عن القواعد والأسس الجديدة للعمل الإداري ، وذلك للوصول إلى أفضل المستويات من حيث الجودة الشاملة ، ومقاييس المواصفات العالمية (الايزو) .
- أنها تساعد على تناول مشاكل معقدة بالتحليل والحل والتي يصعب تناولها في صورتها العادية .
- أنها تساعد على تركيز الاهتمام على الخصائص الهامة للمشكلة دون الخوض في تفاصيل الخصائص التي لا تؤثر على القرار ، ويساعد هذا في تحديد العناصر الملائمة للقرار واستخدامها للوصول إلى الأفضل.

استخدامات بحوث العمليات :



نماذج بحوث العمليات :

I. البرمجة الخطية Linear programming

II. البرمجة العددية Integer programming

III. المحاكـاة Simulation

IV. التحليل الشبكي Network analysis

V. نظرية صفوف الانتظار Queuing theory

VI. البرمجة الديناميكية Dynamic programming

VII. نظرية القرارات Decision Theory

VIII. البرمجة اللاخطية Non-Linear Programming

استخدام بحوث العمليات في منظمات الاعمال :

الوظائف / الاساليب	الإنتاج وإدارة العمليات	النقل والتسويق	التخزين	إدارة الموارد البشرية	الإدارة المالية
البرمجة الخطية	تخطيط الإنتاج			الاستغلال الأمثل للموارد البشرية	توزيع الموارد الحالية بشكل امثل
نماذج النقل	تداول بين خطوط الإنتاج	تسويق المصانع	نقل المشتريات من المخزن		
شبكات الأعمال	تنفيذ المشاريع	تدفق الموارد والسلع			
تحليل القرار	طرح منتج حديث		تحديد مصدر الشراء الأفضل		تحديد أفضل الفوائد المستثمرة
السيطرةعلى المخزون			تحديد حجم الدفعة الاقتصادية		

نموذج قرار بسيط

- **<u>نموذج القرار:</u> أداة لتلخيص مشكلة القرار بطريقة تسمح بتعريف و تقييم منظم لكل بدائل القرار في المشكلة.**
- **<u>عناصر نموذج القرار:</u>**

I. **تحديد بدائل القرار.**

II. **تصميم مقاييس او معايير لتقييم كل بديل.**

III. **استخدام هذا المعيار كأساس لإختيار أفضل بديل من البدائل المتاحة.**

المحاضرة الثانيه :

مصطلحات هامة في بحوث العمليات

a) النظام System

عبارة عن مجموعة من العناصر المتداخلة المرتبطة معاً في علاقات معينة ومعزولة الى حد ما عن أي نظام آخر.

مثال: الطائرة , شركة تجارية

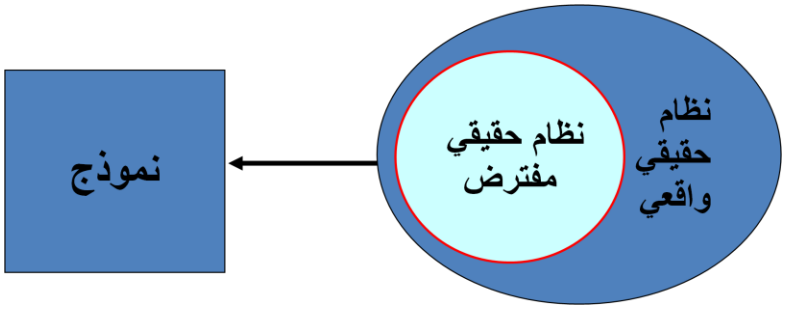
I. **الانظمة الحتمية Deterministic systems** يتم التنبؤ عن سلوك عناصر النظام بطريقة محددة تماماً (جميع متغيرات النظام معروفة).

II. **الانظمة الاحتمالية Probabilistic systems** تخضع بعض العناصر الى مفهوم التوزيعات الاحصائية بسبب اعتمادها على الاحداث العشوائية التي تتغير باستمرار.

Modeling النمذجة

b) النموذج The Model

صورة مبسطة للتعبير عن نظام عملي من واقع الحياة او فكرة مطروحة لنظام قابل للتنفيذ .



مراحل دراسة بحوث العمليات :

1) **الملاحظة Observation** ادراك وجود المشكلة وتحديدها (حقائق, آراء , اعراض)

2) **تعريف المشكلة Problem definition** تعريف المشكلة بعبارات محددة وواضحة (الهدف, المتغيرات, الثوابت والقيود المفروضة)

3) **بناء النموذج Model construction** تطوير النموذج الرياضي الذي يتفق مع اهداف المسألة

4) **حل النموذج Model solution** التوصل الى الحل الذي يحقق افضل قرار

4) **التحقق من صحة النموذج Model validity** عن طريق مقارنة النتائج مع قيم سبق اختبارها او عن طريق استخدام الاختبارات الاحصائية

5) **تنفيذ النتائج implementation** ترجمة النتائج الى تعليمات تشغيلية تفصيلية

البرمجة الرياضية Mathematical Programming

العلم الذي يبحث في تحديد القيمة (او القيم) العظمى او الصغرى لدالة محددة تسمى دالة الهدف Objective function (O.F) والتي تعتمد على عدد نهائي من المتغيرات Variables. وهذه المتغيرات قد تكون مستقلة عن بعضها او قد تكون مرتبطة مع بعضها بما يسمى القيود Constraints

البرمجة الخطية Linear Programming :

- ❖ *حالة خاصة من البرمجة الرياضية*
- ❖ *دالة الهدف & القيـود -------> خطية*
- ✓ البرمجة (Programming)
- ✓ الخطية (Linearity)

مكونات نموذج البرمجة الخطية :

I. وجود عدد من المتغيرات (متغيرات القرار decision variables) التي يجب تحديد قيمها للوصول الى الهدف المنشود. سنرمز لهذه المتغيرات بـ $x_1, x_2, ..., x_n$

مثـــال: 1- كمية الانتاج لسلع معينة (طاولات, اقلام, سيارات, حقائب)

II. وجود هدف يُراد الوصول اليه, ويعبر عنه رياضياً بدالة خطية تسمى دالة الهدف وتأخذ الشكل العام التالي:

$$Z = \sum_{j=1}^{n} C_j X_j$$

حيث c_j اعداد حقيقية تسمى بمعاملات المتغيرات

$$(j = 1, 2, ..., n)$$

وتصنف الاهداف الى مجموعتين :

A. تعظيم دالة الهدف (Maximization). السعي الى تحقيق الربح لأقصى حد ممكن. سنرمز له

$$Max \quad Z = \sum_{j=1}^{n} C_j X_j$$

B. تصغير دالة الهدف (Minimization). السعي الى تخفيض التكاليف لأدنى حد ممكن

$$Min \quad Z = \sum_{j=1}^{n} C_j X_j$$

III. وجود علاقة بين المتغيرات يعبر عنها رياضياً بمتباينات تسمى القيود الخطية (قيود المسألة) constraints وتأخذ احد الشكلين:

A. $\sum_{i=1}^{m} a_{ij} x_j \le b_i$ غالباً اذا كانت الدالة من نوع التعظيم أي max

A. $\sum_{i=1}^{m} a_{ij} x_j \ge b_i$ غالباً اذا كانت الدالة من نوع التصغير أي Min

حيث

n تعبر عن عدد المتغيرات

m تعبر عن عدد قيود المسألة

a_{ij} اعداد حقيقية تسمى معاملات المتغيرات في القيود

b_i اعداد حقيقية تعبر عن الموارد المتاحة او المتطلبات اللازمة لكل قيد من القيود

المتغيرات = الأعمدة ,,,,,, القيود = الصفوف

IV. <u>وجود شروط اخرى بصرف النظر عن الهدف</u>

- ❑ كأن لا تقل قيمة احد المتغيرات عن كمية معينة بسبب التزامات معينة.
- ❑ كأن لا تزيد قيمة احد المتغيرات عن كمية معينة بسبب وجود منافسة على سبيل المثال.
- ❑ الاشتراط على المتغيرات ان تكون غير سالبة (شرط مفروض على جميع النماذج) <u>*قيد عدم السالبية*</u> $x_j \ge 0$

الشكـل العام في حالة التعظيم :

دالة الهدف $Max \quad \sum_{j=1}^{n} c_j x_j$

$s.t.$

القيـود $\sum_{i=1}^{m} a_{ij} x_j \le b_i$

عدم السالبية $x_j \ge 0$

صياغة نموذج برمجة خطية:

1. تحديد المتغيرات x_j حيث j=1,2,...,n وتعريفها مع تعريف وحدات القياس المستعملة لكل متغير
2. تحديد معاملات المتغيرات في دالة الهدف c_j مع تعريف الوحدات المستخدمة لقياس هذه المعامل
3. تحديد دالة الهدف مع التأكد من استخدام وحدات القياس نفسها
4. تحديد معاملات المتغيرات في القيود a_{ij} مع وحدات القياس المناسبة لكل معامل .
5. تحديد معاملات الطرف الايمن (الموارد او الالتزامات) bi مع وحدات القياس المناسبة لكل معامل
6. قيد عدم السالبية .

المحاضرة الثالثة :

مثال (1) :

تقوم الشركة العربية للمنظفات بإنتاج أنواع مختلفة من مساحيق غسيل الملابس. إذا تسلمت الشركة طلبات من احد التجار للحصول على 12 كيلو جرام من مسحوق معين من منتجات الشركة. إذا كان المسحوق المطلوب يتم تصنيعه من خلال مزج ثلاثة أنواع من المركبات الكيمائية هي C,B,A

إذا علمت أن المواصفات المطلوبة لهذا المسحوق كما ورد في الطلب كانت ما يلي:

I. يجب أن يحتوي المسحوق على 3 كيلو جرام على الأقل من المركب B
II. يجب أن لا يحتوي المسحوق على أكثر من 900 جرام من المركب A
III. يجب أن يحتوي المسحوق على 2 كيلو جرام بحد أدنى من المركب C
IV. يجب أن يحتوي المزيج على 4 كيلو جرام على الأكثر من A,C.

إذا علمت أن تكلفة تصنيع الكيلو جرام الواحد من المركب A تساوي 6 ريال, وان تكلفة تصنيع الكيلو جرام من المركب B تساوي 12 ريال في حين تبلغ تكلفة تصنيع الكيلو جرام من المركب C تساوي 9 ريال.

المطلوب: صيـــاغة برنامج خطي

مثال (2) :

تمتلك شركة مصنعاً صغيراً لإنتاج السيراميك من النوع الممتاز والعادي وتوزيع الإنتاج على تجار الجملة. يحتاج إنتاج السيراميك إلى نوعين أساسين من المواد الخام A, B حيث تبلغ الكميات المتاحة

من كل منهما يومياً 12 طن, 25 طن على التوالي. الجدول التالي يظهر احتياجات إنتاج الطن من السيراميك الممتاز

وإنتاج الطن من السيراميك العادي من المادتين الخام B, A

	احتياجـات السيراميك من المواد الخـام		المتـاح بالطـن
	الممتـاز	العـــادي	
A مادة خام	1	2	12
B مادة خام	3	4	25

وقد أظهرت دراسات السوق ان الطلب على السيراميك العادي يزيد عن الطلب على السيراميك الممتاز, كما أظهرت دراسات السوق أيضا ان الحد الأقصى للطلب اليومي على السيراميك العادي هو 5 طن. يبلغ هامش ربح الطن من السيراميك الممتاز 3000 ريال في حين يبلغ هامش الربح من النوع العادي 2000 ريال.

المطلوب: صياغة برنامج خطي مناسب للمشكلة.

المحاضرة الرابعة : بحوث العمليات

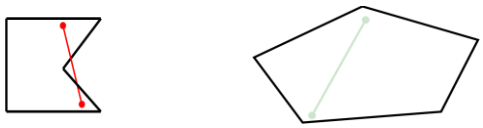
حل مسائل البرمجة الخطية

- ✓ Graphical Method طريقة الرسم البياني
- ✓ Simplex Method طريقة السمبلكس
- ➢ يعتمد على عدد المتغيرات في المسألة .

خصائص معالجة مشاكل البرمجة الخطية :

- ✓ تقع جميع الحلول الممكنة في منطقة محدبة, وتكون مجموعة نقاطها مجموعة محدبة.

المنطقة المحدبة: هي المنطقة التي تكون فيها كل النقاط الواقعة على الخطالمستقيم الموصل بين أي نقطتين تقع كذلك في المنطقة المحدبة نفسها.



- ✓ مجموعة الحلول الممكنة محدودة بعدد نهائي من الجوانب
- ✓ أي حل أمثل لا بد وأن يقع على احد أركان منطقة الحلول الممكنة (النقاط الركنية).

طريقة الرسم البياني :

- ✓ **الخطوة الأولى ..**

تحديد منطقة الحلول المقبولة أو الممكنة Feasible solutions

التي تتحقق عندها المتباينات او القيود (منطقة تقاطع مناطق الحل للقيود = التي تتحقق عندها جميع قيود المســـألة)

- ✓ **الخطوة الثانية**

الحصول على قيمة دالة الهدف عند كل نقطة من نقاط رؤوس المضلع المحدب (النقــاط الركنيــة) في منطقــة الحلول المقــبولة, تكون عندها دالة الهدف أكبر(أصغر) ما يمكن.

حالات خاصة في البرمجة الخطية :

- ✓ قد يوجد تكرار (تحلل) Degenerate (في الطريقة المبسطة)
- ✓ قد يوجد حلول مثلى متعددة Optimal solutions (بمجرد النظر الى المسألة)
- ✓ قد لا يوجد لها حل Infeasible (من الرسم البياني)
- ✓ قد يوجد لها حل غير محدود Unbounded (من الرسم البياني)

خطوات طريقة الرسم البياني :

1- تحويل متباينات القيود الى معادلات, و عملية التحويل هذه تجعل القيد في صيغة معادلة خطية يمكن تمثيلها بخط مستقيم.

2- تحديد نقاط تقاطع كل قيد مع المحورين والتوصيل بين هاتين النقطتين بخط مستقيم لكل قيد.

3- رسم القيود على الشكل البياني بعد ان يتم تحديد نقاط التقاطع وتحديد منطقة الحل الممكن.

4- تحديد الحل الأمثل (الحلول المثلى) والذي يقع على أحد نقاط زوايا المضلع (نقطة ركنية) من خلال:

أ- إيجاد قيم المتغيرات عند هذه النقاط.

ب- اختيار أكبر (أصغر) قيمة بعد التعويض بدالة الهدف

مثـــال معرض الهفوف للرفـوف :

	الكراسي (للكرسي)	الطاولات (للطاولة)	
الوقت المتاح يومياً	5	7	ربح القطعة بالريال
2400	ساعة 4	ساعة 3	**النجارة**
1000	ساعة 1	ساعة 2	**الطلاء**

قيود أخـــرى:

- عدد الكراسي المُصنعة لا يزيد عن 450 كرسي
- يجب تصنيع 100 طاولة على الأقل يومياً

صيـــاغة البرنامج الخطي

المتغيرات:

X1 = عدد الطاولات المصنعة

x2 = عدد الكراسي المصنعة

دالة الهدف من نوع تعظيم Maximize : Max z= 7 x1 + 5 x2

قيد النجارة $3 x1 + 4 x2 \leq 2400$

قيد الطلاء $2 x1 + 1 x2 \leq 1000$

قيـــود إضـــافية:

لا يمكن انتـــاج اكثر من 450 من الكراسي

$x2 \leq 450$

يجب انتاج 100 طاولة بحد أدنـي

$x1 \geq 100$

قيد عدم السالبية: $x1,x2 \geq 0$

الشكل العام للمسأله :

$$\text{Max } z = 7x_1 + 5x_2$$

s.t.

$$3x_1 + 4x_2 \leq 2400$$

$$2x_1 + 1x_2 \leq 1000$$

$$x_2 \leq 450$$

$$x_1 \geq 100$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

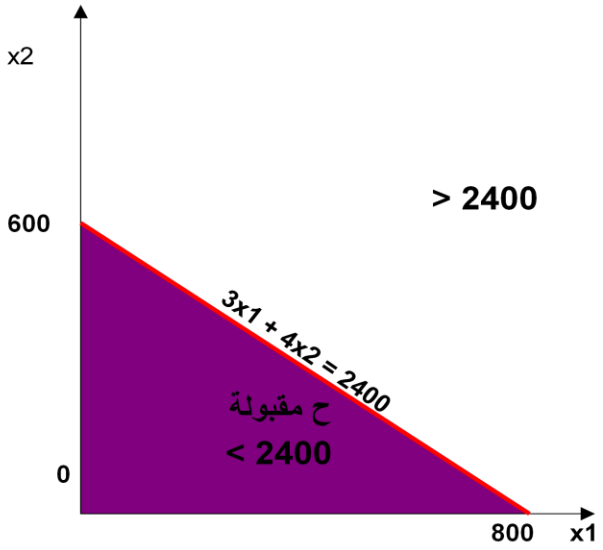
قيد النجارة

$3x_1 + 4x_2 = 2400$

التقاطع

$(x_1 = 0, x_2 = 600)$

$(x_1 = 800, x_2 = 0)$



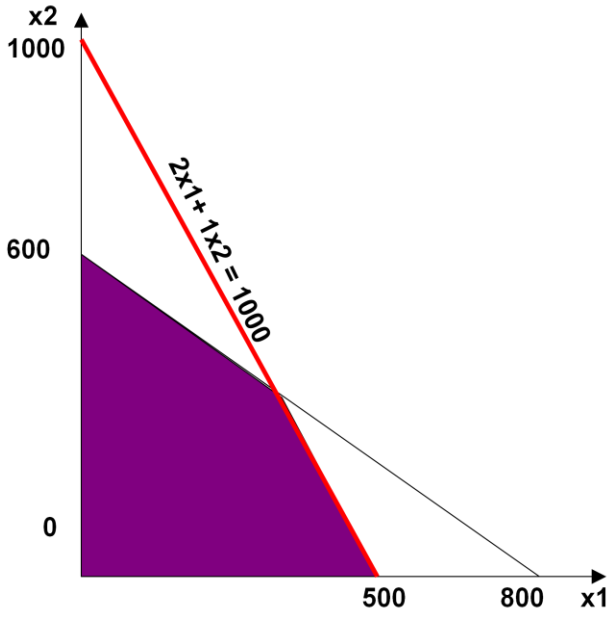
قيد الطلاء

$2x_1 + 1x_2 = 1000$

التقاطع

$(x_1 = 0, x_2 = 1000)$

$(x_1 = 500, x_2 = 0)$

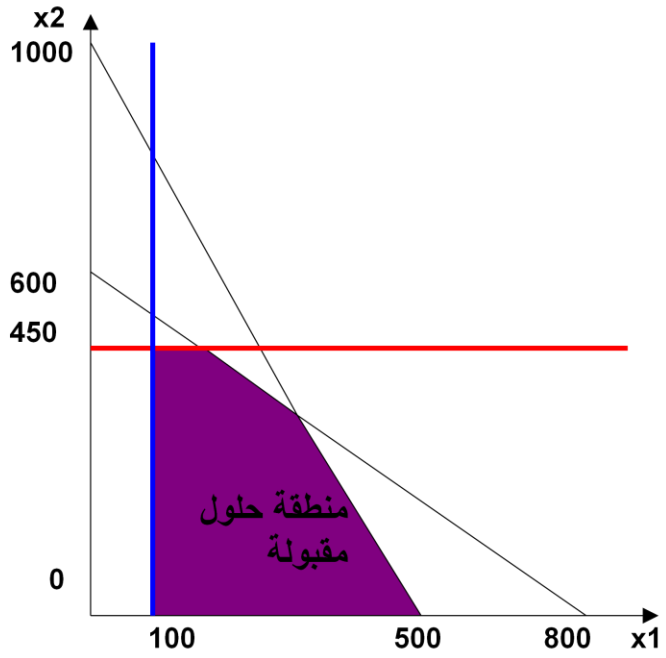


قيد الكراسي

x1 = 450

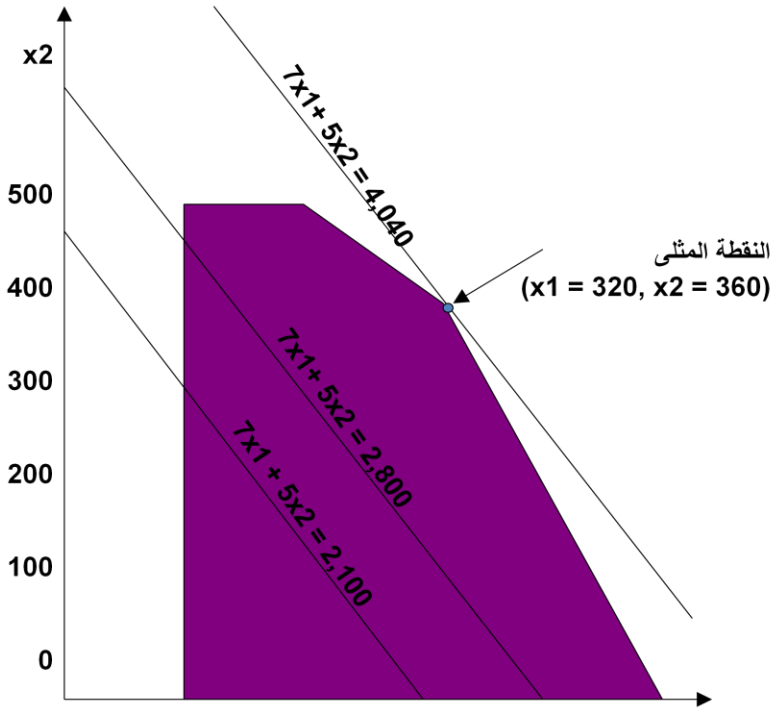
قيد الطاولات

x1 = 100

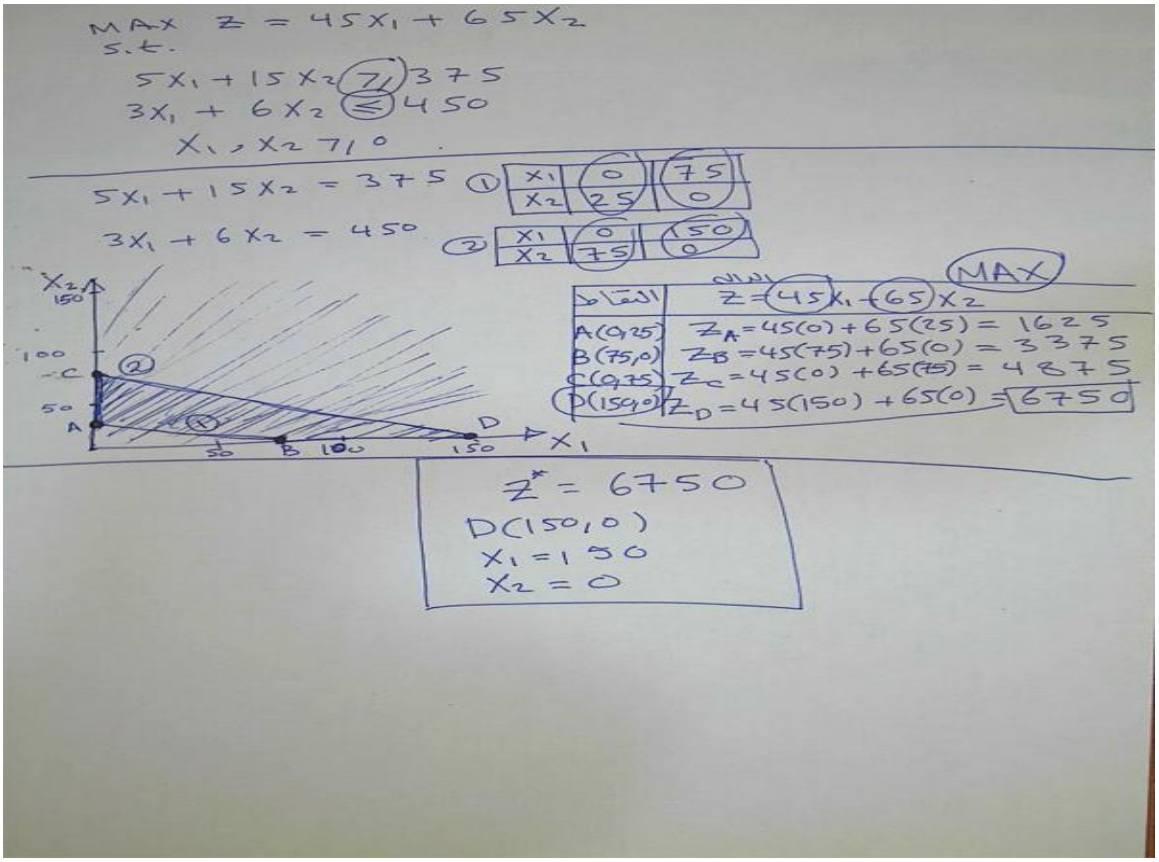


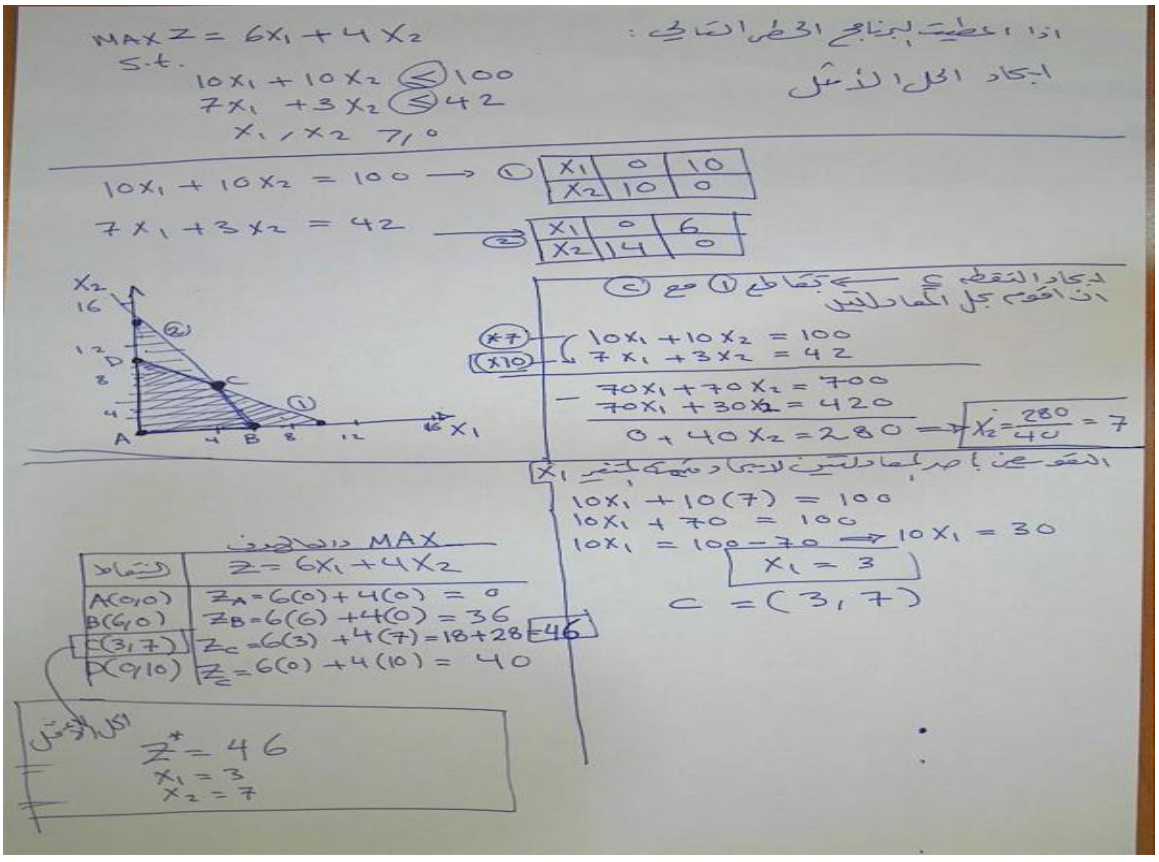
خط دالة الهدف

الربح = 7x1 + 5x2



المحاضرة الخامسة :





المحاضرة السادسة :

الطريقة المبسطة Simplex Method

- المؤسس: Dr. Dantzing عام 1947
- وسيلة رياضية ذات كفاءة عالية في استخراج الحل الأمثل لمسائل البرمجة الخطية, بغض النظر عن عدد متغيرات المسألة.
- ساعد في انتشارها إمكانية برمجة المشكلات ذات العلاقة والتوصل الى نتائج باستخدام الحاسب الآلي.

اساسيات طريقة السمبلكس :

- تقوم فكرة السمبلكس على وجود الحل الامثل دائما عند احد اركان منطقة الحلول الممكنة. لكن بدلاً من ميزة رؤية هذه الاركان كما يظهرها الرسم البياني, تستخدم طريقة السمبلكس عملية التحسن التدريجي:

1) يجب ان يكون الركن التالي مجاور للركن الحالي
2) لا يمكن ان يعود الحل في اتجاه عكسي الى ركن تم تركه.

❑ الشكل القياسي (الصورة القياسية) Standard Form

يعتبر الشكل القياسي من الأشكال المهمة حيث لا يمكن تطبيق الطريقة المبسطة إلا بعد تحويل نموذج البرمجة الخطية الى الشكل القياسي:

1. تتخذ دالة الهدف صفة التعظيم أو التصغير.
2. جميع القيود الموجودة على شكل متباينات تتحول الى مساواة في الشكل القياسي على الشكل التالي:

I. إذا كانت إشارة القيد على شكل أقل من او يساوي فإننا نضيف متغير راكد الى الطرف الأيسر في القيد.

II. إذا كانت إشارة القيد على شكل أكبر من او يساوي فإننا نطرح متغير راكد من الطرف الأيسر في القيد.

III. جميع المتغيرات (بما فيها المتغيرات الراكدة) غير سالبة.

IV. نقوم بنقل الطرف الأيمن من دالة الهدف الى الطرف الأيسر (عند Z) مع اضافة المتغيرات الراكدة بمعاملات صفرية مساوية لعدد القيود.

مثال :

حول النموذج التالي الى الشكل القياسي.

Max Z = 5*X1 + 3*X2

s.t.

4*X1 + 3*X2 <= 2

2*X1 + X2 >= 3

X1, X2 >= 0

✓ ننقل الطرف الأيمن من دالة الهدف الى الطرف الأيسر ليصبح:

Max Z - 5*X1 - 3*X2 = 0

✓ نضيف متغير راكد موجب مثل S1 في الطرف الايسر للقيد الأول ليصبح:

4*X1 + 3*X2 + S1 = 2

✓ نطرح متغير راكد موجب مثل S2 في الطرف الايسر للقيد الثاني ليصبح:

2*X1 + X2 – S2 = 3

❑ نسمي S1, S2 متغيرات راكدة Slack Variables

الشكل القياسي للمثال السابق :

Max Z - 5*X1 - 3*X2 = 0

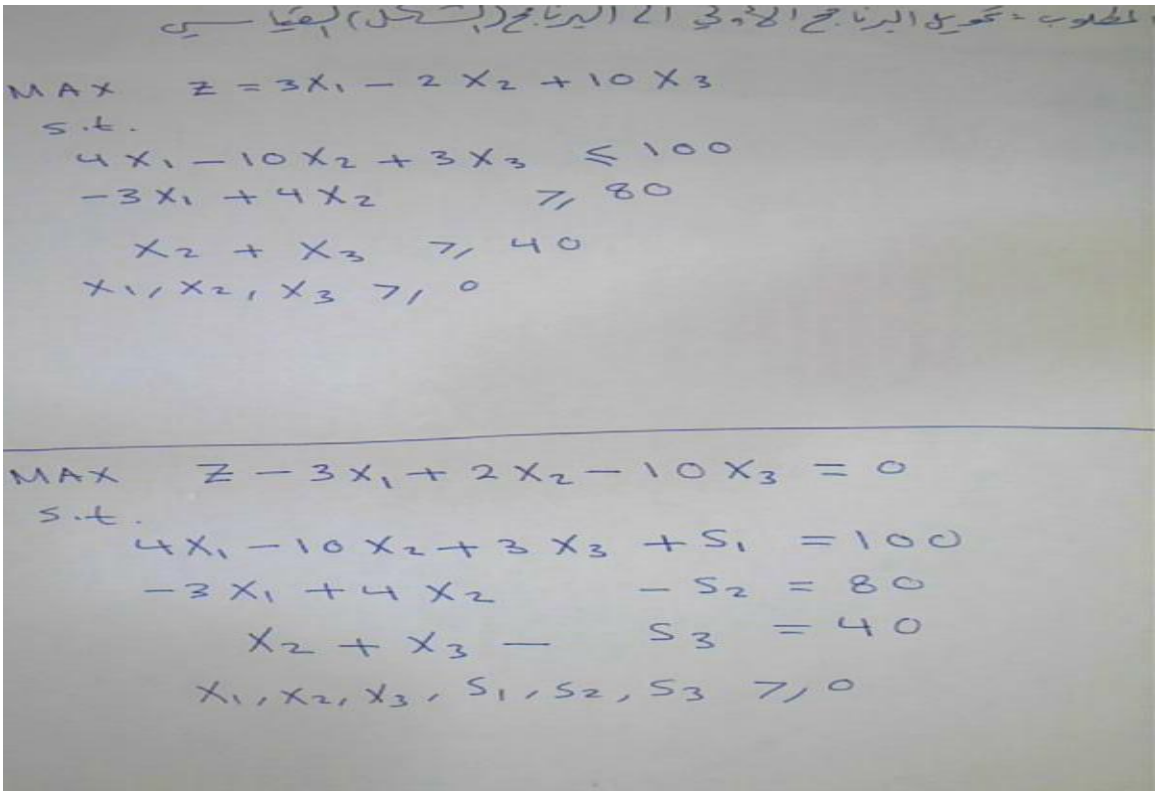
s.t.

4*X1 + 3*X2 + S1 = 2

2*X1 + X2 – S2 = 3

X1, X2 ,S1, S2 >= 0

مثال :

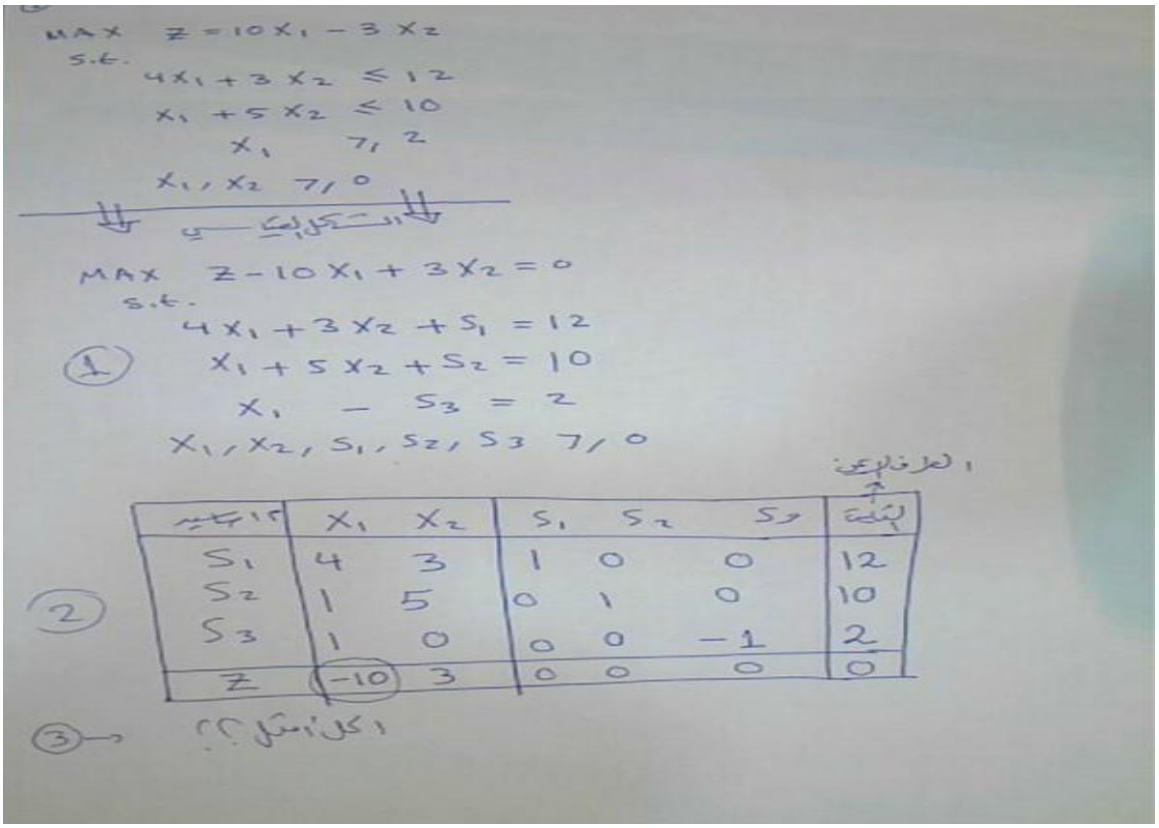


خطوات الحل باستخدام طريقة السمبلكس :

- اولاً: تحويل نموذج البرمجة الخطية الى الشكل القياسي Standard Form
- ثانياً: تفريغ المعاملات الواردة في النموذج القياسي في جدول يطلق عليه جدول الحل الابتدائي (الأولي).

المتغيرات الاساسية Basic Var.	المتغيرات غير الاساسية X_1	$X_2 \dots X_m$	S_1	$S_2 \dots S_n$	الثابت Solutions
S_1	a_{11}	$a_{12} \dots a_{1m}$	1	0 ... 0	b_1
S_2	a_{21}	$a_{22} \dots a_{2m}$	0	1 ... 0	b_2
:	:	: :	:	: :	:
S_n	a_{n1}	$a_{n2} \quad a_{nm}$	0	0 1	b_n
Z	c_1	$c_2 \dots c_m$	0	0 ...0	0

مثال على تكوين الجدول الأولي(الحل الابتدائي) :



ثالثاً: التحقق من الأمثلية

- يتم الحكم من خلال النظر الى صف z فإذا كانت جميع قيم المعاملات في هذا الصف صفريه اوموجبه فهذا يعني أننا قد توصلنا للحل الامثل .
- أما اذا كان هناك على الاقل معامل واحد سالب فهذا يعني ان هناك مجال لتحسين الحل .

▪ رابعاً: تحسين الحل: تحديد المتغير الداخل والمتغير الخارج.

❖ المتغير الداخل:

في مسائل التعظيم, المتغير الداخل هو المتغير الذي له أكبر معامل سالب في دالة الهدف في جدول الحل. ويطلق عليه العمود المحوري Pivot Column

❖ المتغير الخارج:

يتحدد عن طريق قسمة عمود الثوابت على القيم المناظرة لها في العمود المحوري مع إهمال المتغيرات ذات القيم السالبة او الصفرية. ويكون المتغير الخارج هو ذلك المتغير في الصف الذي يتضمن أقل خارج قسمة. ويطلق عليه صف الارتكاز Pivot equation.

❖ نطلق على صف المتغير الخارج اسم معادلة الارتكاز. كما نطلق أسم "عنصر الارتكاز (العنصر المحوري)" pivot element على نقطة تقاطع العمود الداخل مع الصف الخارج

❖ نبتدي بتكوين الحل الاساسي الجديد بتطبيق طريقة "جاوس جوردان Gauss-Jordan" و التي تقوم على نوعين من العمليات الحسابية:

- خامساً: تكوين الجدول الجديد

النوع 1 (معادلة الارتكاز)

معادلة الارتكاز الجديدة = معادلة الارتكاز القديمة / عنصر الارتكاز

النوع 2 (كل المعادلات الاخرى بما فيها z).

معاملها معادلة

المعادلة الجديدة = المعادلة القديمة – في العمود * الارتكاز

الداخل الجديدة

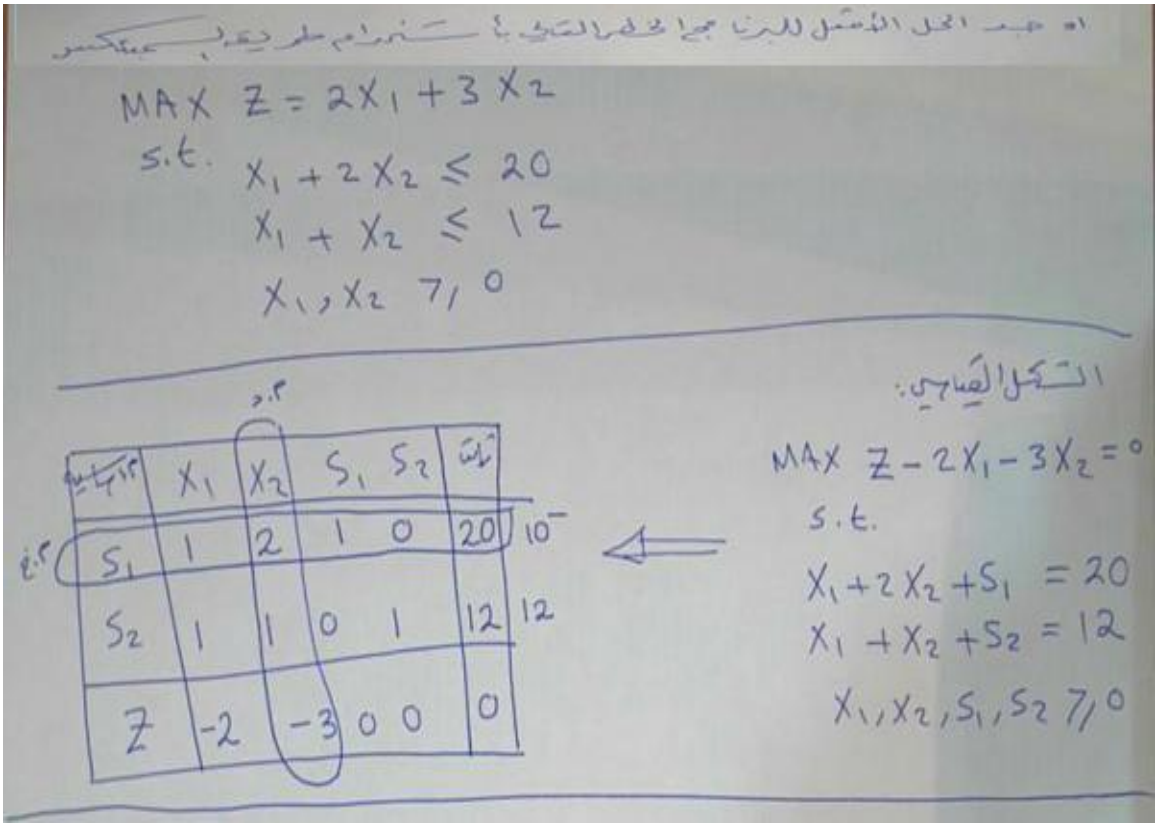
▪ ملاحظات:

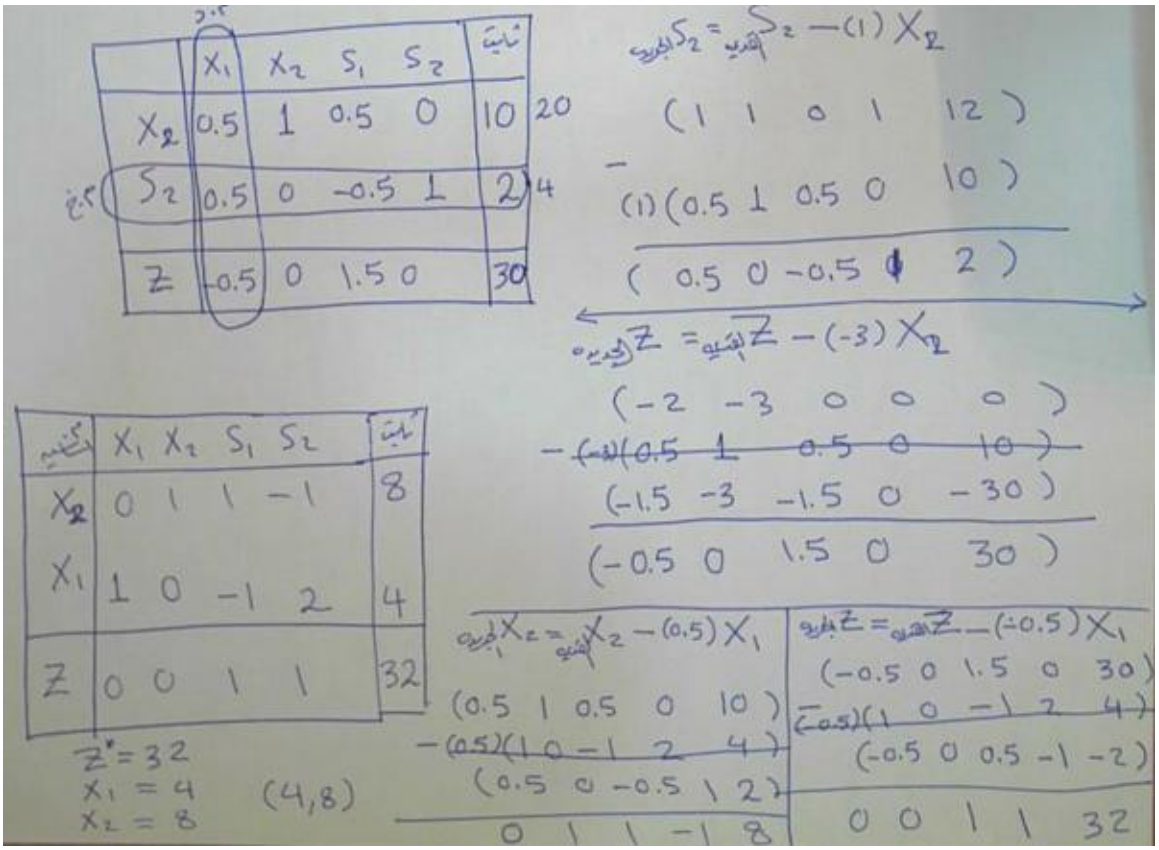
عمليات النوع الاول: ستجعل من عنصر الارتكاز يساوي 1 في معادلة الارتكاز الجديدة.

عمليات النوع الثاني: ستجعل كل المعاملات الاخرى في العمود الداخل مساوية للصفر.

تمثل نتائج كلا النوعين من العمليات الحسابية الحل الاساسي الجديد من خلال احلال المتغير الداخل في كل المعادلات الاخرى ما عدا معادلة الارتكاز.

المحاضرة السابعة :





لدينا البرنامج الخطي التالي

$$\text{Max} \quad Z = 6x_1 + 8x_2$$

s.t

$$30x_1 + 20x_2 \le 300$$
$$5x_1 + 10x_2 \le 110$$
$$x_1, x_2 \ge 0$$

أ) اكتب الصيغة القياسية لهذا البرنامج الخطي

$$MAX \quad Z - 6X_1 - 8X_2 = 0$$
$$s.t.$$
$$30X_1 + 20X_2 + S_1 = 300$$
$$5X_1 + 10X_2 + S_2 = 110$$
$$X_1, X_2, S_1, S_2 \geq 0$$

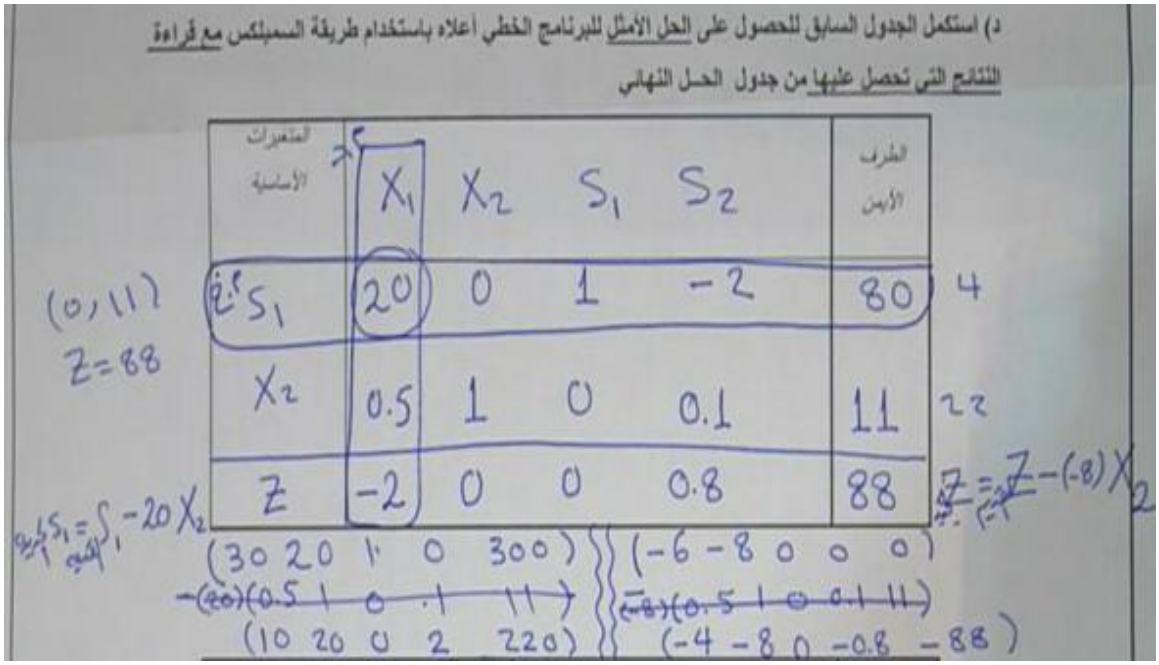
ب) استخدم الجدول التالي لإيجاد جدول الحل الابتدائي

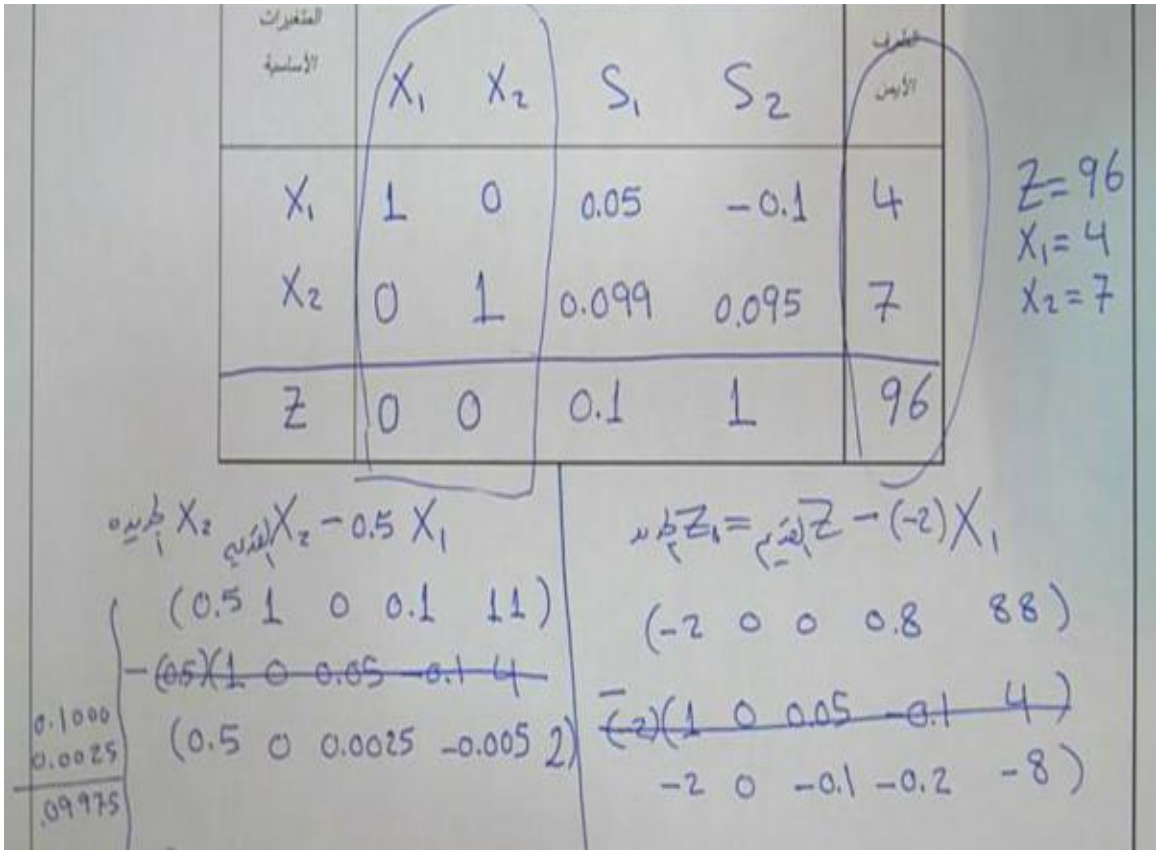
المتغيرات الأساسية	X_1	X_2	S_1	S_2	الطرف الأيمن
S_1	30	20	1	0	300
S_2	5	10	0	1	110
Z	-6	-8	0	0	0

ج) على نفس الجدول، حدد المتغير الداخل والمتغير الخارج، و العنصر المحوري.

المحاضرة الثامنة :

خطوات الحل بإستخدام طريقة السمبلكس :





لدينا البرنامج الخطي التالي

$$\text{Max} \quad z = 6x_1 + 4x_2 + 5x_3$$

s.t

$$x_1 + x_2 + 2x_3 \le 12$$
$$x_1 + 2x_2 + x_3 \le 12$$
$$2x_1 + x_2 + x_3 \le 12$$
$$x_1, x_2, x_3 \ge 0$$

أ) اكتب الصيغة القياسية لهذا البرنامج الخطي:

MAX $Z - 6X_1 - 4X_2 - 5X_3$

s.t.

$$X_1 + X_2 + 2X_3 + S_1 = 12$$
$$X_1 + 2X_2 + X_3 + S_2 = 12$$
$$2X_1 + X_2 + X_3 + S_3 = 12$$
$$X_1, X_2, X_3, S_1, S_2, S_3 \geq 0$$

ب) استخدم الجدول التالي لإيجاد جدول الحل الابتدائي

المتغيرات الأساسية	X_1	X_2	X_3	S_1	S_2	S_3	الطرف الأيمن الكمية	
S_1	1	1	2	1	0	0	12	12
S_2	1	2	1	0	1	0	12	12
S_3	2	1	1	0	0	1	12	6
Z	-6	-5	-3	0	0	0	0	

ج) على نفس الجدول، حدد المتغير الداخل والمتغير الخارج، و العنصر المحوري.

المحاضرة التاسعة :

النموذج المقابل(الثنائي) The duality problem

- الصيغة الأولى لمشكلة البرمجة الخطية ← النموذج الأولي primal model
- يقترن بهذا النموذج الأولي نموذج يطلق عليه النموذج المقابل (المرافق) dual model
- لكل نموذج مقابل هنالك حل أمثل مماثل للحل في النموذج الأولي: النموذج المقابل هو الوجه الآخر للمشكلة الاصلية.
- مفهوم الثنائية هو الفكرة الأساسية التي قام عليها تحليل الحساسية.

خطوات تحويل النموذج الأولي الى النموذج المقابل

- نضع معاملات المتغيرات للقيود ودالة الهدف على شكل مصفوفة: **مثـال:**

$$
\begin{aligned}
&Min \quad Z = 7x_1 + 5x_2 \\
&s.t. \\
&x_1 \geq 4 \\
&x_2 \geq 6 \\
&x_1 + 2x_2 \geq 20 \\
&2x_1 + x_2 \geq 18 \\
&x_1, x_2 \geq 0
\end{aligned}
\quad \Rightarrow \quad
\begin{array}{ccc|c}
1 & 0 & & 4 \\
0 & 1 & & 6 \\
1 & 2 & & 20 \\
2 & 1 & & 18 \\
\hline
7 & 5 & & 0 \\
z \Uparrow & & &
\end{array}
$$

نغير مواقع الأعمدة والصفوف بحيث نجعل معاملات دالة الهدف في النموذج الأولي قيم الطرف الأيمن في النموذج المقابل, ومعاملات الطرف الأيمن في النموذج الأولي معاملات دالة الهدف في النموذج المقابل.

$$
\begin{array}{ccc|c}
1 & 0 & & 4 \\
0 & 1 & & 6 \\
1 & 2 & & 20 \\
2 & 1 & & 18 \\
\hline
7 & 5 & & 0 \\
z \Uparrow & & &
\end{array}
\quad \Rightarrow \quad
\begin{array}{cccc|c}
1 & 0 & 1 & 2 & 7 \\
0 & 1 & 2 & 1 & 5 \\
\hline
4 & 6 & 20 & 18 & 0 \\
w \Uparrow & & & &
\end{array}
$$

- إذا كانت دالة الهدف في النموذج الأولي تعظيم (Max) تصبح في النموذج المقابل تصغير (Min) والعكس صحيح.
- إذا كان اتجاه المتباينات (=>) أصغر من أو يساوي تصبح في النموذج المقابل (=<) أكبر من أو يساوي والعكس صحيح.

- التحقق من أن عدد القيود في النموذج الأولي يساوي عدد المتغيرات في دالة الهدف في النموذج المقابل و أن عدد متغيرات دالة الهدف في النموذج الأولي يساوي عدد القيود في النموذج المقابل.

- **النموذج المقابل للمثال السابق هو :**

$$\begin{aligned} &Min\ Z = 7x_1 + 5x_2 \\ &s.t. \\ &x_1 \geq 4 \\ &x_2 \geq 6 \\ &x_1 + 2x_2 \geq 20 \\ &2x_1 + x_2 \geq 18 \\ &x_1, x_2 \geq 0 \end{aligned}$$

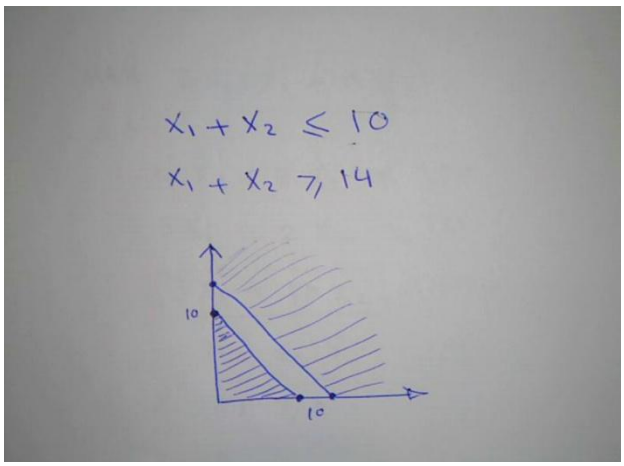
$$\begin{aligned} &Max\ \ w = 4y_1 + 6y_2 + 20y_3 + 18y_4 \\ &s.t. \\ &y_1 + y_3 + 2y_4 \leq 7 \\ &y_2 + 2y_3 + y_4 \leq 5 \\ &y_1, y_2, y_3, y_4 \geq 0 \end{aligned}$$

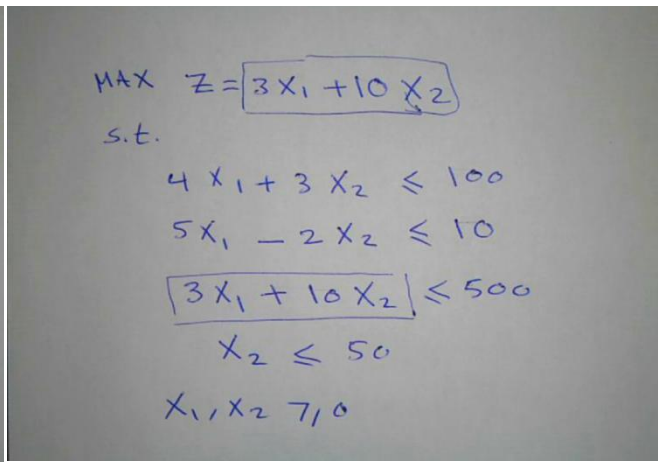
ملاحظه :

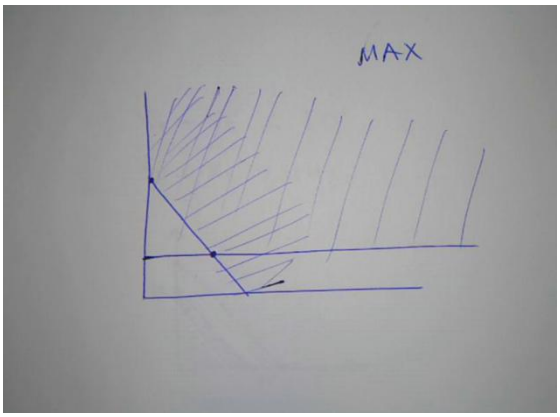
- إذا كان الهدف في المشكلة هو التعظيم, فيجب أن يرتبط التعظيم مع متباينات جميعها بنفس الأتجاه بصيغة (=<) أصغر من أو يساوي.
- إذا كان الهدف في المشكلة هو التصغير, فيجب أن يرتبط التصغير مع متباينات جميعها بنفس الأتجاه بصيغة (=<) أكبر من أو يساوي.
- **مـــاذا لو لم يتحقق هذا الأمـــر ؟!**

يجب إعادة الترتيب بما يتوافق مع هذه الشروط وفق التالي:

1. الهدف تعظيم إلا أن احد القيود (=<) أكبر أو يساوي : ففي هذه الحالة نضرب طرفي القيد ب (-1) ونقلب الإشارة الى (=<) أصغر أو يساوي.
2. الهدف تصغير إلا أن احد القيود (=<) أصغر أو يساوي : ففي هذه الحالة نضرب طرفي القيد ب (-1) ونقلب الإشارة الى (=<) أكبر أو يساوي.
3. أحد القيود عبارة عن مساواة: يتم تحويل القيد الى متباينتين مختلفتين بالاتجاه, ثم نضرب القيد المعاكس لدالة الهدف ب (-1) .







(MAX) $Z = 2X_1 + 4X_2$

s.t.

$4X_1 + 3X_2 \leq 10$

(-1) في التربيع $2X_1 + 10X_2 \geq 2$

$X_1, X_2 \geq 0$

MAX $Z = 2X_1 + 4X_2$

s.t. $4X_1 + 3X_2 \leq 10$

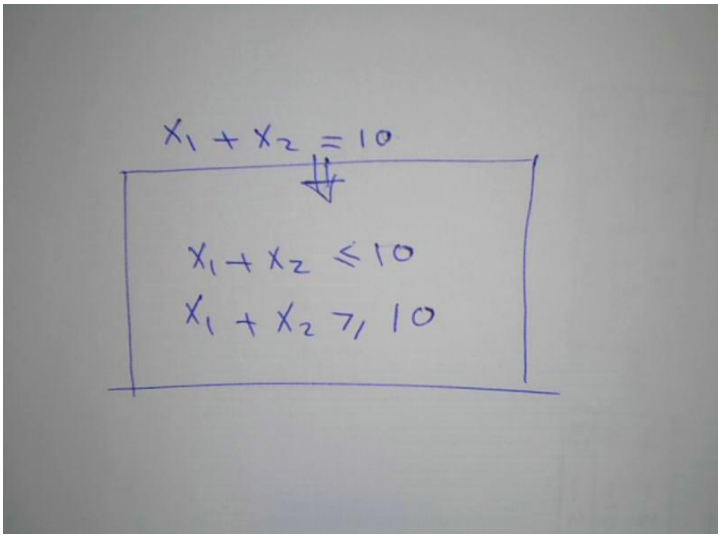
$-2X_1 - 10X_2 \leq -2$

$X_1, X_2 \geq 0$

4	3	10
-2	-10	-2
2	4	0

⟹

4	-2	2
3	-10	4
10	-2	0



المحاضرة العاشرة :

جدولة المشاريع CPM & PERT

✓ طريقة المســـار الحرج

CPM = Critical Path Method

✓ طريقة تقييـم المشـــاريع و مـراجعتهـا

PERT=Project Evaluation & Review Technique

❖ **الاختلاف:**

- **أزمنة مؤكدة في طريقة المسار الحرج**
- **أزمنة احتمالية في طريقة تقييم المشاريع و مراجعتها**

تستخدم جدولة المشاريع من قبل الإداريين لضمان إنجاز المشروع في الوقت المحدد لإيجاد مؤشرات منبهة للحالات الغير اعتيادية حين ظهورها والمرونة في إعادة تخطيط المشروع وفقا لذلك وتشخيصها في ثلاث مراحل تنفيذية :

أولاً: إنشاء شبكة الأعمال للمشروع :

- ✓ تحليل المشاريع إلى أنشطة وأحداث .
- ✓ تتابع الأنشطة والأحداث .
- ✓ رسم تخطيطي للمشروع .
- ✓ تقدير الأزمنة لكل نشاط .

ثانياً: تخطيط المشروع :

تعريف أنشطة المشروع حسب التسلسل الزمني وتحديد التالي :

- ✓ أنشطة والأحداث الحرجة .
- ✓ المسار الحرج .
- ✓ حساب الفائض من كل نشاط .

ثالثاً: ضـبـط المشروع:

تقدير مراقبة الأنشطة ومتابعتها :

- ✓ مراقبة الأزمنة ومقارنتها مع خطة المشروع النظرية .
- ✓ محاولة قدر المستطاع إتباع الخطة المقرر تنفيذها .
- ✓ نقل الإمكانيات من نشاط ذات فائض إلى الحرج إن أمكن .

فإن أهمية أسلوب المسار الحرج ، وبيرت تكمن في الخطوات التالية :

- ✓ مساعدة المدراء على التعرف على الأنشطة الحرجة .
- ✓ حساب مرونة الأنشطة غير الحرجة لإتاحة الفرص لنقل الموارد إلى الأنشطة الحرجة .
- ✓ التعرف على الأزمنة المبكرة والمتأخرة لإنتهاء المشروع .

حساب التكلفة النهائية للمشروع.

المصطلحات المستخدمة في جدولة المشاريع :

المصطلح	التعريف
الحدث Event	هو الوصول إلى نقطة معينة من الزمن و لا يحتاج إلى بداية ونهاية زمنية.
النشاط Activity	هو مجهود يحتاج إلى نقطة بداية ونهاية وموارد لتنفيذه.
النشاط الوهمي Dummy Activity	النشاط الذي لا يحتاج إلى زمن أو موارد لإتمامه ويستعمل فقط للدلالة على تتابع الأنشطة منطقيا ويرسم بسهم متقطع.
النشاط الحرج Critical Activity	النشاط الذي إذا تم تأخير انتهائه فإنه يتسبب في تأخير المشروع.
المسار الحرج Critical Path	مجموعة من الأنشطة الحرجة، تبدأ من بداية إلى نهاية المشروع.
المشروع Project	عبارة عن مجموعة من الأنشطة والأحداث مرتبة حسب تسلسل منطقي.
شبكة الأعمال Network	عبارة عن مجموعة من الأنشطة والأحداث مرتبة بطريقة منطقية لتسلسل الأنشطة.
زمن البداية المبكر للنشاط Earliest Start	هو الزمن الذي يبدأ فيه النشاط إذا أنجزت جميع الأنشطة السابقة في أوقاتها . (ES)
زمن النهاية المبكر Earliest Finish	هو الزمن الذي يمكن أن ينجز فيه النشاط إذا بدأ في وقته المبكر (EF) نهاية مبكرة = بداية مبكرة + وقت النشاط
زمن النهاية المتأخر Latest Finish	هو أخر زمن يمكن إتمام النشاط فيه بدون أن يسبب تأخير لأية أنشطة لاحقة . (LF)
زمن البداية المتأخر Latest Start	هو أخر وقت يمكن أن يبدأ فيه النشاط بشرط عدم تأخير الأنشطة اللاحقة (LS) بداية متأخرة = نهاية متأخرة – وقت النشاط
الفائض) Slack Time	الفائض في النشاط = زمن بداية متأخر – زمن بداية مبكر ST = LS – ES

قواعد هامه في رسم الشبكة :

- ✓ يبدأ المشروع عند نقطة بداية وينتهي عند نقطة نهاية ، تسمى النقطة الوهمية(Milestone).
- ✓ الترقيم يبدأ من بداية الشبكة إلى النهاية.
- ✓ لا يمكن البدء في عدد من العقد.
- ✓ لا يجوز العودة إلى النشاط السابق.
- ✓ لا يجوز ترك نشاط بدون تسلسل .
- ✓ تحديد الأزمنة وفترة السماح لكل نشاط

ES زمن البداية المبكر	EF زمن النهاية المبكر
Activity رمز النشاط	Time الوقت
LS زمن البداية المتأخر	LF زمن النهاية المتأخر

كيفية رسم الشبكة: كيفية تحديد أقرب موعد لبداية النشاط (ES) وأقرب موعد لنهاية النشاط (EF):

1) ابدأ من بداية المشروع وتقدم أمام الشبكة.
2) حدد أقرب موعد لبدء المشروع بحيث يكون مساوي للصفر.
3) احسب أقرب موعد لنهاية كل نشاط من خلال إضافة المدة التي تستغرقها إلى أقرب موعد لبدايته.
4) بالنسبة لكل نشاط متسلسل لا يسبقه مباشرة إلا نشاط واحد، حدد أقرب موعد لبدايته بحيث يكون مساوي لأقرب موعد لنهاية النشاط السابق .
5) بالنسبة لكل نشاط متسلسل يسبقه أكثر من نشاط واحد، حدد أقرب موعد لبدايته بحيث يكون مساوياً لأقرب موعد نهاية للأنشطة السابقة .
6) دوّن أقرب موعد بداية، وأقرب موعد نهاية.
7) كرر الخطوات من (3) إلى (6) حتى تصل إلى نهاية المشروع. لا يمكن تحديد أقرب موعد لبداية نشاط إلا بعد تحديد أقرب موعد لنهاية جميع الأنشطة السابقة له.

حساب فترات السماح والأنشطة الحرجة

1) بالنسبة لكل نشاط يتطابق أقرب موعد لبدايته مع آخر موعد لبدايته، وأقرب موعد لنهايته وآخر موعد لنهايته، فإن فترة سماحه تساوي صفر.
2) وفيما عدا ذلك، فإن فترة السماح هي الفرق الزمني بين أقرب وآخر موعد لبداية كل نشاط، أو بين أقرب وآخر موعد لنهاية، أي

ST = LS – ES أو **ST = LF - EF**

3) راجع الحسابات الخاصة بكل نشاط بإضافة المدة التي يستغرقها، وفترة السماح الخاصة به إلى تاريخ اقرب موعد لبدايته.حيث يجب أن يساوي المجموع تاريخ آخر موعد لنهاية النشاط.
4) أي نشاط تساوي فترة سماحة صفراً هو نشاط حرج.
5) تسلسل الأنشطة الحرجة من بداية إلى نهاية المشروع هو المسار الحرج للمشروع.

المحاضرة الحادي عشر :

مثـــال على رسم شبكـات الأعمـــال

قوانين تحكم مرحلة التقدم الى الأمـــام Forward Pass :

ES = Earliest Start for activity I وقت البداية المبكر

EF = Earliest Finish for activity I وقت النهاية المبكر

T = Time الوقت اللازم لإنجـاز النشـــاط

EF = ES + T

وقت النهاية المبكر = وقت البداية المبكرة + وقت النشاط

ES = Max (EF of the activities directly preceding it)

وقت البداية المبكر = (أعظم قيمة) للنهايات المبكرة للأنشطة السابقة

قوانين تحكم مرحلة الرجوع الى الخلف Backward Pass :

LS = Latest Start for activity I وقت البداية المتأخر

LF = Latest Finish for activity I وقت النهاية المتأخر

LS = LF – T

وقت البداية المتأخرة = وقت النهاية المتأخرة – وقت النشاط

LF = Min (LS of the activities directly succeeding it)

وقت النهاية المتأخرة = (اقل قيمة) للبدايات المتأخرة للأنشطة اللاحقة

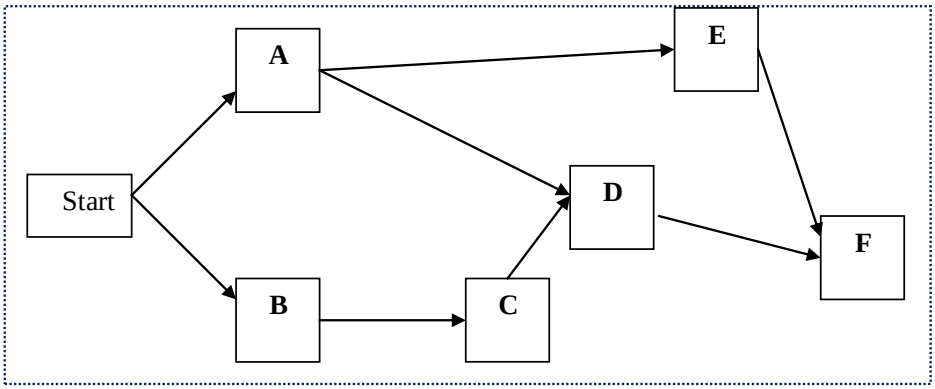
مثال على طريقة لرسم شبكة المشروع وطريقة المسار الحرج :

الجدول التالي يمثل الأنشطة والأنشطة السابقة لها مع الوقت اللازم لإكمـال النشـاط.

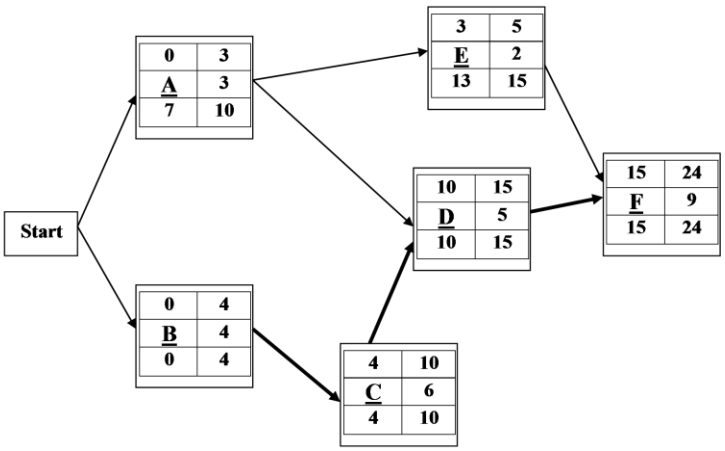
النشاط	النشـاط السـابق	الزمن
A	-	**3**
B	-	**4**
C	B	**6**
D	A,C	**5**
E	A	**2**
F	D,E	**9**

يتبع : المثال

رسم الشبكه



1. المسار الحرج



المحاضرة الثانيه عشر :

تقييـم المشـاريع و مراجعتهـا PERT

من السابق: قوانين التقدم الى الأمـامForward Pass

ES = Earliest Start for activity I وقت البداية المبكر

EF = Earliest Finish for activity I وقت النهاية المبكر

T = Time الوقت اللازم لإنجـاز النشـاط

EF = ES + T

وقت النهاية المبكر = وقت البداية المبكرة + وقت النشاط

ES = Max (EF of the activities directly preceding it)

وقت البداية المبكر = (أعظم قيمة) للنهايات المبكرة للأنشطة السابقة

من السابق: قوانين الرجوع الى الخلفBackward Pass

LS = Latest Start for activity I وقت البداية المتأخر

LF = Latest Finish for activity I وقت النهاية المتأخر

LS = LF – T

وقت البداية المتأخرة = وقت النهاية المتأخرة – وقت النشاط

LF = Min (LS of the activities directly succeeding it)

وقت النهاية المتأخرة = (اقل قيمة) للبدايات المتأخرة للأنشطة اللاحقة

يتبع PERT في حساب متوسط فترة إنجاز النشاط ثلاثة أزمنة تقديرية، وبالتالي فإن متوسط الفترة تفترض طريقة الأسلوب الاحتمالي .

1 أزمنة النشاط التقديرية: وتشمل ما يلي :

- الزمن المتفائل (S) : هو أقل وقت لإتمام النشاط .
- الزمن الأكثر احتمالا (M): هو الزمن الأكثر تكرارا لإتمام النشاط .
- الزمن المتشائم (L): هو أطول زمن لإتمام النشاط .

2 تقدير متوسط زمن أداء النشاط:

بعد تقدير الأزمنة الثلاثة يتم حساب متوسط زمن أداء النشاط، كالتالي:

$$\frac{S+4*M+L}{6}$$

زمن انتهاء المشروع النهائي يتبع التوزيع الطبيعي، وهذا يعني أن المشروع سوف ينتهي عند النقطة المحددة باحتمال 50%

1) تحديد أنشطة المشـــروع

بعد حساب جميع التقديرات الزمنية للأنشطة ثم رسم شبكة الاعمال و تحديد المسار الحرج يتم تقدير التباين لجميع الانشطة الحرجة

$$\text{التباين} = (\frac{L-S}{6})^2$$

ويقصد بالانحراف المعياري الابتعاد عن القيمة الزمنية المتوقعة (بالأيام، بالأسابيع، أو بالأشهر)، إذا كان الانحراف المعياري يساوي (صفر) فيدل ذلك على أن التقديرات دقيقة، وإذا كبرت قيمة الانحراف المعياري، زادت درجة عدم اليقين في تقدير الأزمنة.

1) حساب التباين للمســـار الحرج

من خلال جميع التباين لكل الانشطة الحرجة

التباين للمسار الحرج = (تباين النشاط الحرج1 + تباين النشاط الحرج2 +. . .+ تباين النشاط الحرج n)

المحاضرة الثالثه عشر : تقيـيـم المشـــاريع و مراجعتهـا PERT

المثال التالي يوضح كيفية:

1- رسم شبكة بسيطة

2- حساب الوقت المتوقع

3- تحديد المسار الحرج

4- حساب التباين للأنشطة الحرجة

المحاضرة الرابعة عشر : مراجعه على المقرر – طريقة الاختبار

1- الجزء النظري (مفاهـيـــم & مصطلحـــات)

2- صيـــاغة برنامج خطي

3- رسم بياني

4- البرنامج المرافق

5- طريق السمبلكس

6- المسار الحرج CPM

7- PERT