ملخص القوانين لمقرر مبادئ الإحصاء

أقدم لكم تلخيص يشمل كل القوانين التي تم دراستها بالمستوى الأول لعام 2012 قسم إدارة أعمال – جامعة الدمام .. حيث أنه يمكن من خلال الشرح البسيط هذا معرفة كيفية التعامل مع القانون وما المطلوب للتعويض في هذا القانون ... وهو اجتهاد شخصي مني لا أكثر لتسهيل دراسة هذه القوانين . علما أن لا يغني أبداً عن الدراسة من المحتوى .

أخوكم: نبيل المطير

قسم إدارة أعمال – جامعة الدمام – المستوى الأول – 2012

i_do-do_you@hotmail.com

قاعدة (العينة الطبقية) في التوزيع التكراري

هذا القانون يستخدم في أحد طرق سحب العينات وهي طريقة " العينة الطبقية " لنفرض أن هناك مجتمع مكون من ثلاث أو أربع طبقات أو اكثر وطلب منك أن تقوم بدراسة عدد معين من المجتمع ولنفرض 100 عينة في هذه الحالة يجب عليك أخذ العينة المطلوبة من جميع الطبقات فيفترض أن يكون عدد المجتمع بالكامل معلوماً وعدد المجتمع الطبقي أيضاً معلوما ولديك قيمة العينة المطلوبة فكل ما عليك الآن هو أن تحدد من كل طبقة كم يفترض أن تأخذ حتى يصبح المجموع 100 عندها طبق القانون التالي ... حسب المعطيات لديك بالسؤال أو المثال :

$$n = \frac{n}{N} \times N_1$$

حيث أن :

n = عدد العينة المطلوبة وهذه القيمة تأتي مطلوبة في السؤال .

N = عدد عينة المجتمع بالكامل (مجموع الطبقات كاملة) .

N1 = عدد المجتمع الطبقي حيث أن N1 متغيرة بحسب عدد الطبقات N2 – N3 ... وهكذا وكل طبقة لها قيمة .

قاعدة معرفة قيمة زاوية قطاع لتوزيع تكراري معروض بالطريقة الدائرية

أن إحدى طرق رسم التوزيع التكراري هي الطريقة الدائرية وفيها يتم تحديد كل قيمة حصلت عليها على شكل زاوية قطاع فلنفرض أن لديك عدد أربع نتائج وطلب منك تمثيلها على شكل دائري فيجب عليك أن تحدد قطاع كل زاوية فيعطيك السؤال القيمة التي البيان المطلوب تحديد زاويته وليك أكيد سكون متوفر إجمالي البيانات جميعها .. ثم لتحصل على زاوية القطاع يجب عليك تطبيق القانون التالي :

$$\text{زاوية القطاع} = \frac{\text{البيـــــــان}}{\text{المجموع الكلي}} \times 360^{\circ}$$

كمثال أن عدد الطلاب في إحدى الكليات الدراسية يساوي 150 طالب وأن مجموع الطلاب في جميع الكليات هو 1500 طالب فعندها تقوم بالتعويض فتقسم القيمة على المجموع الكلي والناتج تضربه في 360 درجة التي هي مجموع درجات الدائرة كاملة فيظهر لك الناتج هو قيمة زاوية القطاع .. مع أخذ بالاعتبار أنه يفترض أن أجمالي زوايا جميع البيانات المطلوبة منك 360 درجة .

قاعدة طول المدى :

في أي سؤال يطلب منك حساب طول المدى تأخذ أكبر مشاهدة في الفئات كلها (وهو أخر رقم في الفئات المعطاة في الجدول) وتقوم بطرحها من أصغر مشاهده في الفئات كلها (وهو أول رقم في الفئات المعطاة في الجدول) .. والناتج يسمى طول المدى كما في القانون التالي:

طول المدى = أكبر مشاهده – أصغر مشاهده

قاعدة طول الفئة

يشار إلى طول الفئة بالرمز (Δ) ويطلق عليه أسم دلتا ولو طلب منك قيمة طول الفئة لأي توزيع تكراري ... أولا يجب أن يتوفر لدينا قيمة المدى وعدد الفئات وعليه نستطيع إيجاد طول الفئة

$$\Delta = \frac{\text{المـــدى}}{\text{عدد الفئـــات}}$$

ملاحظ :

- في حال الفئات كانت أعداد صحيحة يجب أن يكون طول الفئة عدد صحيح ولو كانت الفئات في التوزيع التكراري أعداد عشرية يجب أن يكون طول الفئة عدد عشري وهكذا .
- في حال كانت الفئات عدد صحيح وكان ناتج طول الفئة عدد عشري هنا يجب التقريب إلى العدد الذي بعده . مثال : إذا كان الناتج مثلا 5.34 نقوم بتقريبه إلى 6 (عدد صحيح)

ملاحظة : يمكن باختصار لإيجاد طول الفئة تقوم بأخذ أصغر مشاهده من الفئة الثانية وتطرحها من أول مشاهده من الفئة الأولى فتحصل على طول الفئة

قاعدة الحد الأعلى في الفئة الأولى في التوزيع التكراري

ربما يأتي سؤال يوجد به الفئة الصغرى للفئات في توزيع تكراري ويطلب منك إيجاد الحد الأعلى لهذه الفئة تقوم بتطبيق القانون التالي :

الحد الأعلى = أصغر مشاهدة + طول الفئة – وحدة دقة

ملاحظة: وحدة الدقة دائما تتناسب مع البيانات المعطاة فلو كانت البيانات عدد صحيح تكون وحدة الدقة 1 ولو كانت البيانات عدد عشري من منزلة واحدة تكون وحدد الدقة 0.1 ولو كانت ذات منزلتين عشرية تكون وحدة الدقة 0.01 وهكذا .....

قاعدة مركز الفئة

إذا طلب منك تحديد مركز الفئة لأي توزيع تكراري حيث أن رمز مركز الفئة هو (i) يجب أن يتوفر لدينا الحد الأدنى للفئة والحد الأعلى للفئة نفسها ثم نقوم بتطبيق القانون التالي :

$$(i) = \frac{\text{الحد الأدنى} + \text{الحد الأعلى}}{2}$$

قاعدة الفئات الفعلية في جدول التوزيع التكراري :

سيقوم المدرس بتزويدنا بقيمة الفئات ... ثم سيطلب منك إيجاد الفئات الفعلية للتوزيع التكراري أو حتى لفئة واحده فتقوم بعمل الآتي .. أختر الفئة وقم بطرح نصف الرقم الأول وقم بزيادة نصف إلى الرقم الأخير ... والقيم التي تظهر هي الفئات الفعلية

فلو كانت لدينا الفئة هي (14 – 19) فستكون الفئة الفعلية هي (13.5 – 19.5)

قاعدة التكرار النسبي :

في حال تم طلب منك إيجاد التكرار النسبي لأي فئة من الفئات في جدول التوزيع التكراري يجب أن تتوفر لديك قيمتين الأولى تكرار الفئة نفسها .والثانية هي مجموع التكرارات لكل الفئات وعندها تقوم بتطبيق القانون التالي :

$$\text{التكرار النسبي} = \frac{\text{تكرار الفئـــة}}{\text{مجمـــوع التكرارات}}$$

قاعدة قيمة التكرار المئوي في جدول التوزيع التكراري :

لاستخراج قيمة التكرار المئوي لأي فئة في التوزيع التكراري يجب عليك أولا أيجاد قيمة التكرار النسبي أولا بالجدول وبالطريقة السابقة ثم تطبق على القاعدة التالي :

$$\text{التكرار المئوي} = \text{التكرار النسبي} \times 100\ \%$$

قاعدة إيجاد قيم التكرار المتجمع الصاعد

التكرار المتجمع الصاعد هو عبارة عن جدول يحتوي قيمتين الأولى الحدود الفعلية للفئات العليا والثاني التكرار المتجمعة . وطريقة حساب التكرار المتجمع الصاعد من خلال عمود التكرار حيث التكرار المتجمع الخاص بالفئة الأولى هي نفس القيمة الموجودة في تكرار الفئة ثم بعد ذلك الفئة الثانية يجمع فيها تكرار الفئة الأولى والثانية .. والفئة الثالثة يجمع فيها تكرار القيمة الأولى والثانية مع الثالثة ,,, وهكذا إلى أن توجد جميع التكرارات على حسب عدد الفئات لديك

طريقة رسم التوزيع التكراري :

1- <u>المدرج التكراري</u> : يتم وضع الفئات الفعلية على المحور الأفقي والتكرار على المحور العمودي
2- <u>المضلع التكراري</u> و <u>المنحى التكراري</u> : يتم وضع مراكز الفئات على المحور الأفقي والتكرار على المحور العمودي
3- <u>المضلع التكراري المتجمع الصاعد</u> و <u>المنحنى التكراري المتجمع الصاعد</u> : يتم وضع الحدود الفعلية العلية على المحور الأفقي وعلى المحور العمودي التكرار المتجمع .

مقاييس النزعة المركزية

ملاحظة : بعض القيم لها قانونين قانون يستخدم في حال كانت البيانات فردية يستخدم قانون الفردي (أ) وفي حال كان البيانات هي عبارة عن توزيع تكراري يستخدم القانون (ب) .. ويجب أن تفرق بينهم حتى لا تقع بالخطأ وفي السؤال عادة يذكر أنه يريد كذا مثلا من خلال البيانات التالية لو كانت مفردة أو من خلال التوزيع التكراري.

(أ) قانون الوسط الحسابي (للبيانات المفردة)

يشار دائما بالرمز ($\bar{x}$) إلى الوسط الحسابي ويطلق عليه (أكس بار) وهي لأي بيانه أمامك تريد أن توجد قيمة الوسط الحسابي وكانت البيانات مفردة تقوم بجمع البيانات ثم تقسمه على عدد تلك البيانات . .

$$\bar{X} = \frac{X_1 + X_2 + X_3 \ldots\ldots + X_n}{n}$$

حيث أن (n) متغير حسب عدد البيانات المعطاة لك .

(ب) قانون الوسط الحسابي (من التوزيع التكراري)

يستخدم هذا القانون التالي للوسط الحسابي في حال طلب منك إيجاد قيمة الوسط الحسابي من جدول توزيع تكراري يجب عليك تطبيق القانون التالي حيث أنه سيكون من معطيات السؤال قيمة (fi) وهي قيمة التكرار لذالك يجب عليك أولا أيجاد عمود فيه مركز الفئة لكل فئة ونسمي العمود (xi) وبعدها نقوم بضرب قيمة التكرار للفئة بقيمة مركز الفئة لها ونكتب الناتج بعمود جديد تسمية (fi xi) ونضع فيه ناتج ضرب كل تكرار فئة بمركز الفئة الخاصة بها .. ثم في نهاية العمود نجمع القيم والمجموع نعوضه في هذا القانون ونوجد قيمة الوسط الحسابي :

$$\bar{X} = \frac{\sum fi\, xi}{n}$$

حيث أن :

Fi = التكرارات المقابلة لمركز الفئات في جدول التوزيع التكراري

Xi = مركز الفئات في جدول التوزيع التكراري .

N = مجموع التكرار للفئات

(أ) قانون الوسيط (للبيانات المفردة)

يرمز للوسيط بالرمز (M) : حيث أن الوسيط هو القيمة التي تحجز تحتها 50 % من البيانات وبعدها 50 % من البيانات
فلو طلب منك أيجاد قيمة الوسيط لمجموعة بيانات مفردة كل ما عليك أن تقوم بترتيب البيانات إما من الأصغر إلى الأكبر أو العكس وتأكد من الترتيب أن يكون متسلسلا بعد ذالك قم بحذف قيمة من يمين البيانات مع قيمة من يسارها إلى أن يكون التالي :

- إذا تبقت قيمة واحدة فقط ... عندها تعتبر القيمة المتبقية هي قيمة الوسيط
- وإذا تبقت قيمتين .... عندها نقوم بجمع القيمتين معا ثم نقسمهم على رقم (2) والنتاج سيكون هو الوسيط المطلوب .

(ب) قانون الوسيط (من التوزيع التكراري)

في حال طلب منك إيجاد قيمة الوسيط من جدول تكراري يجب أن تطبق القانون التالي :

$$M = a + \left(\frac{\frac{n}{2} - N_1}{f_m} \right) \times \Delta$$

خطوات حل المسألة تكون كالتالي :
أولاً : إيجاد عمود التكرار المتجمع .
ثانياً : معرفة قيمة رتبة الوسيط ويمكن معرفتها عن طريق القانون التالي :

قانون رتبة الوسيط = $\frac{N}{2}$ حيث أن n هي مجموع التكرار في جدول التوزيع والتي تكون تحت العمود (fi) .

ثالثا : بعد معرفة الرتبة وتوضيحها بالجدول في عمود التكرار المتجمع نوجد الفئة الوسيطية وهي تكون نفس الفئة الوسيطية للتكرار المتجمع الذي يلي رتبة الوسيط .
رابعاً : نعوض بالقانون .. ونوجد قيمة الوسيط عن طريق التالي :
A : الحد الأدنى الفعلي للفئة الوسيطية . ويمكن معرفتها في المرحلة الثالثة من الحل حيث تأخذ القيمة الصغرى للفئة الوسيطية
N : مجموع التكرارات وهي مجموع العمود (fi)
N1 : التكرار المتجمع الذي يسبق رتبة الوسيط أنظر إلى الرتبه الوسيطية وخذ قيمة التكرار المتجمع الذي قبلها
Fm : تكرار الفئة الوسيطية وهو التكرار الذي يقابل الفئة الوسيطية في العمود (Fi) .
Δ : طول الفئة
وطبق العملية قم بالعملية الحسابية أولا لما بين الأقواس وبعدها أجري عملية الظرب ثم أجمع ويخرج معك الناتج

قانون المئينات و الربيعات و العشيرات

يجب ان تعلم أن المئينيات والربيعات والعشيرات يمكن إيجادها بقانون واحد فقط آلا وهو قانون المئينيات الذي سأشرحه بعد قليل ولنوضع ما معنى المئينيات والربيعات والعشيرات ...

المئينيات : يقسم التوزيع التكراري إلى مئة قسم متساوية في المساحة قيمة كل قسم 1 على 100 ورمزها (P) ولتكوينها على الرسم نحن بحاجة إلى 99 حد ($P_1, P_2, P_3, ... P_{99}$) فلو طلب منك بالسؤال إيجاد الحد 36 يقصد بذالك (P_{36})

الربيعات : يقسم التوزيع التكراري إلى أرباع حيث سيتكون لديك فقط ثلاثة حدود وهي (Q1, Q2, Q3) وكما ذكرنا أنه يمكن إيجاد القيمة للربيعات من خلال قانون المئين ... كيف ؟ لدينا ثلاثة حدود في الربيعات حيث (Q1) وهي تعني الربع الأول من المئة والربع الأول حتما سيكون (P25) وقيمة (Q2) تقع بالرسم في المنتصف وهي النصف وهي نفسها (P50) والربع الأخير (Q3) هو نفسه (P75) لذالك إذا طلب منك أي قيمة للأرباع الثلاث فقم بإخراج ما يقابلها من المئينيات .

العشيرات : يقسم التوزيع التكراري إلى عشرة بالمية ورمزها (D) حيث سيكون لدينا تسعة حدود وهي (D1, D2, D3, ...D9) وكما ذكرنا أيضا أنك تستطيع أيجاد قيمها عن طريق القانون الخاص بالمئين فكل قيمة من الـ D هي بمثابة عشرة يعني لو طلب منك D_3 أي المقصود هو P_{30} ولو طلب منك D_9 المقصود به P_{90} لذالك حين يطلب منك قيمة العشيرات قم بإخراج ما يقابلها من الميئن .

ملاحظة مهمة :

- إذا طلب منك أخراج قيمة (الوسيط (M) أو قيمة الربيع الثاني (Q2) أو قيمة العشير الخامس (D5) فأعلم أنها كلها تساوي قيمة (P50) لأنها كلها تقع بالمنتصف .

- إذا طلب منك اخراج قيمة الربع الأول (Q1) فأعلم أنها كلها تساوي (P25) لأنها كلها تقع بالربع الأول .

- إذا طلب منك اخراج قيمة الربع الأخير (Q3) فأعلم أنها كلها تساوي (P75) لأنها كلها تقع بالربع الأول .

- إعلم أن (D1=P10 , D2=P20 , D3=P30 ....D9=P90)

وقانونها لإيجاد المئين K (P_k) نطبق القانون التالي :

$$Pk= a + \left(\frac{\frac{k}{100}\times n - N1}{f}\right)\times \Delta$$

وطريقة الحل كالتالي :

إذا طلب منك مثلا الحد المئيني الـ 25 طبعاً مباشرة يجب أن تعلم أنه يقصد بذالك (P_{25}) كل ما عليك فعله :

أولا : يجب ان يكون من ضمن معطيات الجدول عمود الفئات الفعلية + عمود التكرار المتجمع وفي حال لم يكونا موجودين نوجدهم عن طريق شرح قوانينهم سابقاً .

ثانيا : إيجاد رتبة المئين عن طريق القانون التالي حيث أن رتبة المئين K هي :

$$= \frac{K}{100}\times n$$

يتبع ...

ثالثا : قم بتحديد الرتبة في الجدول في عمود التكرار المتجمع وأبدأ بتعيين قيم الرموز المتبقية لك حيث ستتضح بعد التعيين على النحو التالي :

n = مجموع التكرارات وهو الرقم الموجود تحت العمود (fi)

a = الحد الأدنى الفعلي للفئة المئينية .وستجدة في الفئة الفعليه للتكرار المتجمع الذي يأتي بعد رتبة المئين مباشرة التي أوجدتها في الخطوة الثانية حيث ستكون هناك قيمتين بالتأكيد تأخذ القيمة الأولى

F = تكرار الفئة المئينية وهو نفس قيمة التكرار في العمود (fi) والذي يقابل الفئة الفعلية للتكرار المتجمع الذي يأتي بعد رتبة المئيين .

∆ (طول الفئة) = طول الفئة المئينية . وتستطيع إيجادها من مركز الفئات في الجدول .

N1 : التكرار المتجمع الذي يسبق رتبة المئين

قانون الوسط المرجح

يستخدم هذا القانون في حال أردت أن توجد قيمة مرجحه بين قيمتين ففي السؤال مثلا سيقول لو كان لدينا مجموعتين أ و ب وكان الوسط الحسابي للمجموعة أ = 5 وعدد أفراد المجموعة أ = 6 وكان الوسط الحسابي للمجموعة ب = 9 وعدد أفراد المجموعه ب = 6 فأوجد الوسيط المرجح .... عندها يجب عليك التطبيق بالقانون التالي :

$$\bar{x} = \frac{n_1 \ \bar{x}_1 + n_2 \ \bar{x}_2}{n_1 + n_2}$$

(أ) المنوال التقريبي من توزيع تكراري

وهي الفئة الأكثر تكرار بما يجاورها من تكرارات . ويكون هذا واضحين في التكرار مع ضرورة أنشاء عمود يطلق عليه أسمه مراكز الفئات .. وبعد تحديد التكرارات الأكثر تكرار يتم تحديد المنوال من أرقام مراكز الفئات لهذه التكرارات .

(ب) قانون المنوال – للبيانات المفردة

لمعرفة المنوال ببساطة هي القيمة الأكثر تكرارا فيما يجاورها للبيانات . علما أنه يمكن أن يكون هناك أكثر من بيانه للمنوال فلو كانت هناك مجموعة أرقام بها رقم 8 مكررة 5 مرات ورقم 10 مكررة 6 مرات نستطيع القول أن المنوال هما العددين 8 و 10 ويمكن أخذ القيمة 10 فقط للمنوال وكلا الإجابتين صحيح .

إلى هنا تم الانتهاء من مقاييس النزعة المركزية

قوانيين مقاييس التشتت

المدى في مقاييس التشتت ... يمكن حسابه من توزيع تكراري

المدى من أي جدول توزيع تكراري يمكن إيجاده عن إحدى القوانين التالية :

المدى = الحد الفعلي الأعلى للفئة الأخيرة – الحد الفعلي الأدنى للفئة الأولى .
الدى = مركز الفئة الأخيرة – مركز الفئة الأولى .
المدى = الحد الأعلى للفئة الأخيرة – الحد الأدنى للفئة الأولى .

في حال وجود قيم شاذة بين البيانات .. فإن حساب المدى يكون عن طريق :
المدى المئيني = المئين 90 – المئين 10 = $P_{10} - P_{90}$
أو عن طريق ..
المدى الربيعي = الربيع الثالث – الربيع الأول = $Q_1 - Q_3$

(أ) التباين – للبيانات المفردة

ويرمز له بالرمز (S^2) وفي حال طلب منا إيجاد التباين للبيانات $X_1, X_2, X_3, ... X_n,$ يحسب بالقانون التالي :

$$S^2 = \frac{\Sigma(\mathrm{xi}^2 - n\,\bar{x}^2)}{\mathrm{n}-1}$$

حيث أن :
Xi = تمثل البيانة المفردة .
$\bar{X}$ = الوسط الحسابي للبيانات المفردة .
n = عدد البيانات

طريقة حل السؤال :
أولاً : نقوم باستخراج قيمة X (الوسط الحسابي) عن طريق قانون الوسط الحسابي .
ثانياً: نقوم باستخراج مجموع قيمة Xi^2 عن طريق تربيع كل قيم الـ Xi ومن ثم جمعها .
ثالثاً : نعوض بالقانون ونخرج الناتج .

(ب) التباين من توزيع تكراري

في حال طلب منا إيجاد يحسب بالقانون التالي :

$$S^2 = \frac{(\Sigma\, f_i\, x_i^{\,2} - n\, \bar{x}^2\,)}{(\,n-1\,)}$$

حيث أن :

Xi = تمثل مركز الفئات في التوزيع التكراري

$\bar{X}$ = الوسط الحسابي لتوزيع تكراري .

n = مجموع التكرارات والمقصود بها مجموع قيم fi

Fi = تمثل التكرارات المقابلة لكل مركز فئة .

طريقة الحل :

أولا : علينا إيجاد الوسط الحسابي للبيانات من توزيع تكراري .

ثانياً : تربيع قيم الـ Xi في جدول التوزيع التكراري عن طريق إنشاء عمودا يضم تربيع كل قيمة على حدة .

ثالثا : أنشاء عمود ثالث نضع فيه حاصل ضرب قيمة fi في قيمة Xi^2 ثم نجمع القيم في هذا العمود .

رابعاً : نعوض بالقانون .

الانحراف المعياري

يفترض عادة ما يأتي الانحراف المعياري مع التباين حيث أنه لا يمكنك إيجاد الأنحراف المعياري قبل أن توجد التباين ويرمز له بالرمز (s) وهو الجذر التربيعي الموجب للتباين وقانونها :

$$S = \sqrt{s^2}\ \geq 0$$

حيث أن :

S^2 = هي قيمة التباين من توزيع تكرار

(أ) الانحراف المتوسط - للبيانات المفردة

في حال طلب منك إيجاد قيمة الأنحراف المتوسط لبيانات مفردة نقوم بأتباع القانون التالي :

$$M.D = \frac{\Sigma|\, x_i - \bar{x}\,|}{n}$$

حيت أن :

X_i = يمثل قيمة البيانة

$\bar{X}$ = الوسط الحسابي للبيانات المفردة .

طريقة الحل :

أولا : نقوم بإيجاد الوسط الحسابي للبيانات .

ثانياً : نقوم بطرح كل قيمة من البيانة بالناتج الذي ظهر معنا في الوسط الحسابي

ثالثا : نقوم بجمع القيم التي نحصل عليها وبذالك يكون الناتج .

ملاحظة : في حال كان الناتج الذي تحصل عليه من طرح قيمة البيانة مع الوسط الحسابي قيمة سالبة فتحول إلى موجب لأن العلامة التالية | | هي تعني القيمة المطلقة ... والقيمة المطلقة تقوم بتحويل السالب إلى موجب .

(ب) قانون الانحراف المتوسط من توزيع تكراري

وهو إيجاد قيمة الانحراف المتوسط ورمزه M.D من جدول توزيع تكراري حيث يطبق القانون التالي :

$$M.D = \frac{\Sigma |x_i - \bar{x}| f_i}{n}$$

حيت أن :

X_i = يمثل مراكز الفئات

$\bar{X}$ = الوسط الحسابي للتوزيع التكراري

n = مجموع التكرارات

f_i = التكرارات المقابلة لمراكز الفئات

طريقة الحل :

أولا : نقوم بإيجاد عمود نضع فيه مركز الفئة لكل قيمة بجدول التوزيع التكراري .

ثانياً : نقوم بإيجاد عمود نضع فيه حاصل ضرب (fi xi) وذلك لنتمكن من إيجاد قيمة الوسط الحسابي من توزيع تكراري .

ثالثاً : نقوم بإيجاد قيمة الوسط الحسابي عن طريق جمع قيم العمود (fi xi) وتطبيقه بقانون الوسط الحسابي من توزيع تكراري .

رابعاً : لدينا قيمة الوسط الحسابي ومركز الفئة إذا نقوم بإيجاد عمود يضم فيه القيمة المطلقة لحاصل طرح Xi من قيمة الوسط الحسابي حيث لا ننسى هنا أن الناتج لو ظهر معنا بالسالب فالقيمة المطلقة مباشرة تحوله إلى موجب .

خامساً : نقوم بإيجاد عمود أخير فيه نقوم بحساب القيمة التي حصلنا عليها لكل بيانه من عمود حاصل طرح مركز الفئة من الوسط الحسابي كما في الخطوة الرابعة فالناتج نقوم بضربه في قيمة التكرار .

سادساً : نجمع قيم العمود في الخطوة الخامسة ونقوم بالتعويض في القانون ونوجد الناتج والذي سيكون هو قيمة الانحراف المتوسط

معامل التغير C.V

معامل التغيير لأي بيانه ويرمز له بـ C.V يمكن إيجادها إذا علم قيمة الانحراف المعياري للبيانات وهي S وقيمة الوسط الحسابي للبيانات وعليه تقوم بالتعويض بالقانون التالي ليتبين لنا معامل التغيير :

$$C.V = \frac{S}{\bar{x}} \times 100\%$$

حيث أن :

S = الانحراف المعياري

$\bar{X}$ = الوسط الحسابي

إلى هنا تم الانتهاء من مقاييس التشتت

وحدة (الارتباط والانحدار)

لنتمكن من إيجاد معامل الأرتباط في قيمتين مختلفتين والذين سنرمز لهما بالرمز X و الرمز Y يجب علينا تطبيق إحدى القانونيين التاليين :

1- **معامل ارتباط بيرسون .**
2- **معامل ارتباط سبيرمان .**

قانون معامل ارتباط بيرسون

معامل ارتباط بيرسون يرمز له بالرمز (r) حيث سيتم تزويدك بقيم X بما يقابلها من قيم Y ثم سيطلب منك إيجاد معامل ارتباط بيرسون ولذلك لابد من اتباع القانون التالي لإيجاد المعامل :

$$r=\frac{\sum x_i\, y_i - n\, \bar{x}\, \bar{y}}{\sqrt{\sum x_i{}^2 - n\, \bar{x}^2}\, \sqrt{\sum y^2 - n\, \bar{y}^2}}$$

حيث أن :

$\bar{X}$ **: الوسط الحسابي للبيانات** $X_1, X_2 \ldots . X_n$ **(ملاحظة الوسط الحسابي للبيانات وليس من توزيع تكراري)**

$\bar{Y}$ **: الوسط الحسابي للبيانات** $Y_1, Y_2 \ldots . Y_n$ **(ملاحظة الوسط الحسابي للبيانات وليس من توزيع تكراري)**

n: هو عدد الأزواج المرتبة من قيم (Y , X)

طريقة الحل :

أولا: نوجد الوسط الحسابي لكلا البيانات كل على حدة .

ثانياً : نقوم بعمل جدول يحوي التالي :

- **عمود فيه قيم الـ X .**
- **عمود فيه قيم الـ Y .**
- **عمود به حاصل ضرب قيمة X في Y ونسمي العمود XY ونجمع القيم الموجودة فيه .**
- **عمود به تربيع قيم الـ X مع إيجاد ناتج جمع القيم في هذا العمود .**
- **عمود به تربيع قيم الـ Y مع إيجاد ناتج جمع القيم في هذا العمود .**

ثالثاً : بعد إيجاد القيم السابقة نقوم بالتعويض بالقانون ونوجد الناتج الذي سيكون هو معامل ارتباط بيرسون .

قانون معامل ارتباط سبيرمان

معامل ارتباط سبيرمان يرمز له بالرمز (r_s) حيث سيتم تزويدك بقيم X بما يقابلها من قيم Y ثم سيطلب منك إيجاد معامل ارتباط سبيرمان ولذالك لابد من اتباع القانون التالي لإيجاد المعامل :

$$rs=1-\frac{6\sum di^2}{n(n^2-1)}$$

حيث أن :

d: الفرق بين الرتبة X والرتبة Y .

n: هو عدد الأزواج المرتبة من قيم (Y , X)

طريقة الحل :

أولا : نقوم بترتيب قيم الـ X من أعلى رقم حيث سنقوم بإعطاء أعلى رقم الرقم (1) حتى أخر قيمة .

ثانياً : نقوم بترتيب قيم الـ Y من أعلى رقم أيضا حيث سنقوم بإعطاء أعلى رقم الرقم (1) حتى أخر قيمة .

ملاحظة : لا تقم تغيير قيم الـ X بما يقابلها من قيم Y من أماكنها فقط قم بالترقيم التسلسلي بوضع الترقيم فوق قيمة X و قيمة Y

ثالثا : نقوم بوضع الترقيم الذي قمنا به في جدول بحيث يكون قيمة X الأولى نضع الرقم الذي حصلت عليه بما يقابلها من الترقيم الذي حصلت عليه قيمة Y بدو تغيير في أماكن .

رابعاً : نقوم بإيجاد عمود تكون فيه حاصل طرح قيمة X الجديدة بما يقابلها من قيمة Y الجديد حيث سنسمي العمود هذا بـ d .

خامساً : نقوم بإيجاد عمود نضع به تربيع لقيم الـ d ثم نجمع القيم في هذا العمود لاحظ أن بعض القيم في الـ d ممكن أن تظهر معك بالسالب عند تربيعها التربيع هو ضرب العدد في نفسه مرتين وفي الظرب السالب مع السالب يعطينا موجب لذالك تتحول القيمة من سالب إلى موجب .

سادساً : نعوض بالقانون ونوجد الناتج .

ملاحظة مهمه : طريقة الحل السابقة هي في حال كانت بيانات الـ X أو بيانات الـ Y لا توجد بهم بيانات متكررة .. أما لو تكرر أحد البيانات في مثلا X فنقوم بترقيمهم كما قلنا سابقاً وقبل وضع القيم الجديدة بالجدول ثم نقوم بإيجاد الرتب بينهم عن طريق بتطبيق الوسط الحسابي للبيانات المتكررة عن طريق أخذ الرقم الذي حصلت عليه البيانة

مثال : لو كان في قيم الـ X القيمة 8 مكررة ثلاث مرات نقوم بالترقيم ولنفرض مثل أن القيم حصلت على رقم تسلسلي طبعا 5 و 6 و 7 نجمع هم ونقسمهم على 3 لان عدد التكرار 3 وبذالك يكون الناتج 6 فتصرف لكل القيم المكررة وتصبح قيمتها الجديدة هي 6 لكل القيم المكررة من الرقم نفسه .

يتبع ...

ولنعرف قوة الارتباط يجب حفظ الجدول التالي :

الوصف	قيمة (r)
ارتباط خطي موجب كامل	1
ارتباط خطي سالب كامل	1-
قوي جداً موجب	$0.9 \leq r < 1$
قوي جداً سالب	$-1 < r \leq -0.9$
قوي موجب	$0.5 \leq r < 0.9$
قوي سالب	$-0.9 < r \leq -0.5$
ضعيف موجب	صفر $< r < 0.5$
ضعيف سالب	$-0.5 < r <$ صفر
لا يوجد أرتباط	صفر

معادلة خط الانحدار

لنستفيد من الحاضر للمستقبل ونوجد عن طريقها المعادلة التالية :

$$Y = a + b\,x + e$$

حيث أن e هي الخطأ في التقدير ولإيجاد قيمة e يجب عليك طرح قيمة Y من $\hat{Y}$ أولا حيث أن قيمة Y نأخذها من الجدول وهي المقابلة لقيمة X .

$$e = y - \hat{y}$$

ولإيجاد القيمة التقديرية لـ Y عن طريق تقدير قيمة b وقيمة a لذالك سنوجد ($\hat{y}$) وهي القيمة التقديرية لـ Y عن طريق معادلة خط الانحدار هي حيث أن e هي الخطأ في التقدير ولإيجادها عن طريق القانون هي

$$\hat{y} = a + b\,x$$

ولإيجاد قيمة a المطلوبة في القانون نتبع القانون التالي :

$$a = \bar{y} - b\bar{x}$$

ولإيجاد قيمة b المطلوبة في القانون نتبع القانون التالي :

$$b = \frac{\Sigma\, x_i\, y_i - n\,\bar{x}\,\bar{y}}{\Sigma\;\, x_i{}^2 - n\,\bar{x}^2}$$

يتبع ...

طريقة الحل :

سيكون لدينا قيم الـ X وقيم الـ Y في الجدول :

أولا : نوجد الوسط الحسابي للبيانات المفردة للـ X والوسط الحسابي للبيانات المفردة للـ Y .

ثانيا : نوجد حاصل مجموع ضرب X في Y عن طريق وضع عمود بالجدول نقوم به بضرب كل قيمة في X بما يقابلها من قيمة Y والناتج نضعه بالعمود ثم نجمع القيم التي حصلنا عليها بالكامل .

ثالثاً : نوجد عمود أخر فيه قيم الـ X مربعه ثم نجمع هذه القيم لنحصل على مجموع X2 .

رابعاً : نعوض بالقانون ونوجد قيمة الـ b .

سادساً : نقوم بإيجاد قيمة a بضرب قيمة الـ b في الوسط الحسابي لـ X ومن ثم طرح الوسط الحسابي لـ Y من ناتج الضرب .. وبذلك نوجد قيمة a

الأرقام القياسية

تعريف الرقم القياسي : هو عبارة عن عدد أو نسبة تعطينا مقدار التغير في سعر او كمية سلعة ما بين زمنين يطلق فيها على الأول زمن الأساس والثاني زمن المقارنة والزمن هو السنة وقانونها هي

$$\text{الرقم القياسي} = \frac{\text{السعر في سنة المقارنة}}{\text{السعر في سنة الأساس}} \times 100\%$$

فيفترض في السؤال تزويدك بسعر السلعه مثلا في سنه من السنوات وسعرها في سنة أخرى وسيحدد لك ماهي سنة الأساس وسيطلب منك بالسؤال أوجد الرقم القياسي .. وهنا يجب أن تنتبه لنقطه لأنه يوجد أنواع للرقم القياسي فلو قيل لك الرقم القياسي فقط تطبق فيه القانون السابق إما لو قيل لك والرقم القياسي التجميعي البسيط أو النسبي البسيط هنا تدخل في قوانين أخرى وطرق أخرى هي مشروحه بالتالي :

أنواع الأرقام القياسية : التوع الأول (الرقم القياسي البسيط)

ويحتوي نوع الرقم القياسي البسيط على نوعان أيضاً لطريقة الحل وهي كالتالي :

أ- الرقم القياسي التجميعي البسيط ورمزه Ip (a) :

$$Ip(a) = \frac{\Sigma P_n}{\Sigma P_o} \times 100\%$$

حيث أن :

P_n : سعر السلعة في سنة المقارنة

P_o : سعر السلعة في سنة الأساس

وطريقة الحل :

أولا : تقوم بجمع قيم سعر السلع في سنة المقارنة .

ثانياً : تقوم بجمع قيم سعر السلع في سنة الأساس .

ثالثا : تعوض في القانون .. ويظهر معك الناتج .

ب- الرقم القياسي النسبي البسيط ورمزه Ip(r) :

$$Ip(r) = \frac{1}{m} \Sigma \frac{P_n}{P_o} \times 100\%$$

حيث أن :

M : وتشير إلى عدد السلع .

P_n : سعر السلعة في سنة المقارنة

P_o : سعر السلعة في سنة الأساس

وطريقة الحل :

هنا نقوم بالتعويض مباشرة في القانون بحيث نأخذ قيمة السلع كل واحدة على حد ونوجد حاصل القسمة ثم نجمع القيم فلو لدينا ثلاث سلع مثلا في التعويض على القانون سيكون 1 على 3 ونفتح قوس لإجراء عملية ضرب ثم نسجل القيم سعر سلعة المقارنة على سعر سلعة الأساس ثم إشارة + والقيمة الثانية ثم + وهكذا .

أنواع الأرقام القياسية : النوع الثاني (الأرقام القياسية المرجحة)

الفرق بينها وبين النوع الأول أنه هنا يؤخذ بعين الاعتبار الكمية المستهلكة ولها ثلاث طرق لحسابها :

أولا : طريقة لاسبير :

أ – قانون لاسبير التجميعي القياسي للأسعار ورمزه Ip (aL) :

$$Ip\ (aL) = \frac{\Sigma\ P_n\ Q_o}{\Sigma\ P_o\ Q_o} \times 100\%$$

حيث أن :

Q_o : هي الكمية المستهلكة لسنة الأساس .

P_n : سعر السلعة في سنة المقارنة

P_o : سعر السلعة في سنة الأساس

طريقة الحل :

أولاً في الجدول نوجد عمود يكون فيه حاصل ضرب قيمة كل سلعة في سنة المقارنة في الكمية المستهلكة لسنة الأساس ونسميه $P_n\ Q_o$ ثم نقوم بجمع القيم الناتجة مع بعضها .

ثانياً : نوجد في الجدول عمود يكون فيه حاصل ضرب قيمة كل سلعة في سنة الأساس في الكمية المستهلكة لسنة الأساس ونسميه P_oQ_o ثم نقوم بجمع القيم الناتجة مع بعضها .

ثالثا : نقوم بالتعويض بالقانون وإيجاد القيمة المطلوبة .

ب – قانون لاسبير النسبي القياسي للأسعار ورمزه Ip(rL):

$$Ip(rL) = \frac{1}{m}\ \Sigma\ \frac{P_n}{P_o} W_o \times 100\%$$

حيث أن W_o هي الوزن لسنة الأساس وتحسب بالقانون التالي :

$$w_o = \frac{P_o\ Q_o}{\Sigma\ P_o\ Q_o}$$

وطريقة الحل :

أولا : نقوم بإيجاد عمود فيه حاصل ضرب P_o في Q_o لكل سلعه وبعدها نوجد الناتج الإجمالي للقيم التي حصلت عليها .

ثانياً : نقوم بإيجاد قيم Wo في عمود أخر عن طريق تطبيق القانون وسيظهر الناتج لنا على شكل كسر سيتم بعده التعويض مباشرة في القانون .

ثالثا: نجري العمليات الحسابية لنحصل على الناتج والذي سيكون بالتأكيد قيمة لاسبير النسبي القياسي للأسعار .

يتبع ...

ثانيا : طريقة باش

أ – قانون باش التجميعي القياسي للأسعار ويرمز له Ip (aB) :

$$Ip\ (aB) = \frac{\Sigma\ P_n\ Q_n}{\Sigma\ P_o\ Q_n} \times 100\%$$

حيث أن :

Q_n : هي الكمية المستهلكة لسنة الأساس .

P_n : سعر السلعة في سنة المقارنة

P_o : سعر السلعة في سنة الأساس

طريقة الحل :

أولا : نقوم بإنشاء عمود بالجدول فيها حاصل ضرب $P_n\ Q_n$ وهي سنة المقارنة في كمية المقارنة ونوجد القيمة الإجمالية للقيم التي حصلنا عليها من حاصل الضرب .

ثانياً : نكرر نفس العملية الأولى ولكن لعمود فيه حاصل ضرب P_oQ_n وهي سنة الأساس في كمية المقارنة ونوجد القيمة الإجمالية للقيم التي حصلنا عليها من حاصل الضرب .

ثالثاً : نقوم بالتعويض في القانون ونوجد الناتج .

ب – قانون باش النسبي القياسي للأسعار ويرمز له Ip (rB) :

$$Ip(rB) = \frac{1}{m}\ \Sigma\ \frac{P_n}{P_o} W_n \times 100\%$$

حيث أن W_n هي الوزن لسنة المقارنة وتحسب بالقانون التالي :

$$w_n = \frac{P_n\ Q_n}{\Sigma\ P_n\ Q_n}$$

وطريقة الحل :

أولا : نقوم بإيجاد عمود فيه حاصل ضرب P_n في Q_n لكل سلعه وبعدها نوجد الناتج الإجمالي للقيم التي حصلت عليها .

ثانياً : نقوم بإيجاد قيم Wn في عمود أخر عن طريق تطبيق القانون وسيظهر الناتج لنا على شكل كسر سيتم بعده التعويض مباشرة في القانون .

ثالثا: نجري العمليات الحسابية لنحصل على الناتج والذي سيكون بالتأكيد قيمة باش النسبي القياسي للأسعار .

يتبع ...

ثالثا : طريقة فشر Fisher

لاحظ أن قانون فشر جمع بين القانونين السابقين قانون لاسبير وقانون باشر لإيجاد الناتج بطريقة فشر يجب عليك أولا إيجاد الناتج بطريقة لاسبير ثم أيجاد الناتج بطريقة باش ... وبالتالي تطبيق القيم كما في القانونين التاليين :

أ – قانون فشر التجميعي القياسي للأسعار Ip (aF) :

$$Ip\,(aF) = \sqrt{Ip\,(aL) \times Ip(aB)} \times 100\%$$

ب – قانون فشر النسبي القياسي للأسعار Ip (aF) :

$$Ip\,(aF) = \sqrt{Ip\,(rL) \times Ip(rB)} \times 100\%$$

السلاسل الزمنية

وهي عبارة عن بيانات أو مشاهدات مرتبطة بزمن ما قد يكون سنوات أو شهر أو ساعات .. وستكون على زوج مرتب الأول يشير على الزمن والثاني على المشاهدة

السلاسل الزمنية تتأثر بمؤشرات كثيرة في قيمتها وتسمى تلك المؤثرات بالمركبات وقاعدتها هي :

$$Y = T \times S \times C \times I$$

وبعض الإحصائيين عبر عن السلاسل الزمنية بالنموذج التالي :

$$Y = T + S + C + I$$

حيث أن :

T = مركبة الاتجاه

S = مركبة الفصلية

C = مركبة الدورة

I = المركبة الغير منتظمة

يتبع ...

سنتعلم من السلاسل الزمنية مركبة الاتجاه و مركبة التذبذب فقط

مركبة الاتجاه

وهي عبارة عن الاتجاه التي تنحو نحوه السلسلة الزمنية ولتقدير قيمة مركبة الاتجاه وهي عن طريق معادلة خط الانحدار مع بعض التغيير .

قانونها هو نفس قانون معادلة خط الانحدار وهي التالي :

$$\hat{y} = a + b\,x$$

حيث أن قيمة X هي الزمن = T (Tiem) أي أننا سنعوض قيمة X في المعادلة بقيمة T

وقيمة الـ b وهي (تمثل ميل المستقيم مع محور السينات) :

$$b = \frac{\Sigma\, x_i\, y_i - n\,\bar{x}\,\bar{y}}{\Sigma\;\, x_i{}^2 - n\,\bar{x}^2}$$

ولإيجاد قيمة a المطلوبة في القانون نتبع القانون التالي :

$$a = \bar{y} - b\bar{x}$$

حيث أن :

X : تعني الزمن .

Y : تعني قيمة المشاهدة للزمن X

طريقة الحل :

أولاً : نوجد مركز السلسلة وهي عن طريق ترقيم السنوات أو الزمن في الجدول ابتدأ من الصفر ثم نزيد واحد على كل سنة أو زمن .

ثانياً : نوجد الوسط الحسابي للبيانات في العمود X والبيانات في العمود Y

ثالثاً : بعد الترقيم نقوم بعمل جدول فيه السنوات وبعدها في العمود الثاني الترقيم المتسلسل الذي قمت بعمله حيث أن العمود هذا سيسمى عمود T والتي هي بطبيعة الحال X .

رابعاً : نوجد عمود به حاصل قيمة X مضروبة في قيمة Y ثم نوجد مجموع القيم التي حصلنا عليها .

خامساً : نوجد عمود به تربيع قيم الـ X ثم نوجد مجموع القيم الجديدة التي حصلنا عليها .

سادساً : نعوض بالقانون ونوجد قيمة b .

سابعاً : نقوم بإجاد قيمة a عن طريق القانون أعلاه .

وقانونها هو :

مركبة التذبذب = السلسلة الزمنية – المعدلات المقابلة لها .

حيث أن طريقة حساب المركب تعتمد على طول المعدلات المتحركة والتي ستزود بها في السؤال علما بأن نوع المعدلات المتحركة هما طريقتين :

-1 إذا كان طول المعدلة فرديا وطريقتها كالتالي :

في السؤال سيتم تزويدك بالبيانات أو المشاهدات ومن ثم سيطلب منك مركبة التذبذب عندما يكون طول المعدلات رقم فردي أي (1 , 3 , 5 ....)

فلو كانت لدينا مثلا 5 قيم (2 4 3 6 7) وطلب منا حساب المعدلات المتحركة بطول 3

-1 هنا نقوم بحساب أول ثلاث ارقام ابتداء من 7 فنحسب المعدلة الأولى تساوي 3+6+7 والناتج نقسمه على الطول وهنا الطول 3 وهكذا ولاستخراج القيمة الثانية نتحرك خطوه بعد رقم الـ 7 ويظهر لنا رقم 6 ونحسب بطول 3 أيضاء فتصبح 4+3+6 وهكذا إلى اخر ثلاث قيم مع بعض .

-2 ثم نعوض في القيم السابقة بالتالي أول قيمة حسبناها كان في المنتصف رقم 6 فنضع الناتج تحت رقم 6 ثاني قيمة حسبناها كان بالمنتصف 3 فنضع الناتج تحت رقم 3 وهكذا حيث في المثال هذا سيظهر لك فقط 3 نتائج

-3 بعدها لنوجد مركبة التذبذب نقوم بتطبيق القانون وهو بطرح القيمة من الناتج الذي استنتجناه ووضعناه تحت القيمة .

وبذالك ستكون الأرقام الناتجة هي قيم مركبة التذبذب .

-2 إذا كان طول المعدلة زوجيا وطريقتها كالتالي :

فلو كانت لدينا مثلا 5 قيم (23 20 25 19 12 10 22 15 18 27 11) وطلب منا حساب المعدلات المتحركة بطول 4 أي بعدد زوجي :

1. هنا نقوم بحساب أول أربع ارقام ابتداء من 11 فنحسب المعدلة الأولى تساوي 15+18+27+11 والناتج نقسمه على الطول وهنا الطول 4 وهكذا ولاستخراج القيمة الثانية نتحرك خطوه بعد رقم الـ 11 ويظهر لنا رقم 27 ونحسب بطول 4 أيضاء فتصبح 22+15+18+27 وهكذا إلى اخر أربع قيم مع بعض .
2. ثم نعوض في القيم السابقة بالتالي أول قيمة حسبناها كان في المنتصف رقمين لأنهما زوجي فالرقمين هما 27 و 18 فنضع الناتج بينهما ثم القيمة الثانية وستكون تحت العددين الزوجيين 18 و 15 فنضعها بينهمها وهكذا إلى أخر أربع قيم .
3. بعدها نقوم بطرح الناتج الأول من الناتج الثاني ونوجد القيمة والناتج بالتالي سيكون تحت القيمة 18 ثم نطرح الناتج الثاني من الثالث وبالتالي ستكون القيمة التي حصلنا عليها ستكون تحت الرقم 15 وهذا للبقية
4. بعدها نوجد مركبة التذبب عن طريق طرح القيمة الأساسية مثلا 18 بالقيمة الجديدة الثاني التي أوجدناها ووضعناها تحت الرقم 18 وكذالك لبقية القيم .

الرموز الموجودة بالمادة ومعانيها

الرمز	معناه
n	في طرق سحب العينات وتعني جزء من العينة وفي التوزيع التكراري تعني مجموع التكرارات في العمود fi وفي معامل سبيرمان تعني عدد الأزواج المرتبة
N	في طرق سحب العينات وتعني عينة المجتمع بكامله
N1	في طرق سحب العينات وتعني عينة من العينة الإجمالية وفي قانون المئين تعني التكرار المتجمع الذي يسبق رتبة الوسيط
Δ	وتعني دلتا وهي (طول الفئة)
Xi أو i	وتعني مركز الفئة في التوزيع التكراري
fi	وتعني تكرار الفئة في التوزيع التكراري
$\overline{X}$	وتعني الوسط الحسابي
M	وتعني الوسيط الحسابي
$\therefore$	وتعني حيث
Σ	وتعني مجموع
a	وتعني في قانون الوسيط هي الحد الأعلى للفئة الفعلية
Fm	وتعني في قانون الوسيط هي التكرار المقابل للفئة الفعلية في عمود التكرارات fi
Q1 , Q2 , Q3	وتعني الربيع الأول والربيع الثاني والربيع الثالث
D1, D2, … D,9	وتعني العشير الأول والعشير الثاني .... إلى العشير التاسع
P1, P2, …… P99	وتعني المئين الأول والمعين الثاني .... إلى المئين التاسع والتسعون
P_k	حيث K تعني رقم المئين المطلوب في قانون المئين
S^2	وتعني التباين
S	وتعني الانحراف المعياري
h	وتعني في التباين والانحراف المعياري والانحراف المتوسط هي عدد الفئات
M.D	وتعني الانحراف المتوسط
$\lvert \quad \rvert$	وتعني القيمة المطلقة للعدد ودائما تحول السالب إلى موجب

C.V	وتعني معامل التغيير
r	وتعني معامل ارتباط بيرسون
r_s	وتعني معامل ارتباط سبيرمان
d	وتعني الفرق بين رتبة X و رتبة Y في معامل أرتباط سبيرمان
$\hat{y}$	تعني قيمة Y التقديرية
e	تعني الخطأ التقديري في معادلة خط الإنحدار
P_n	تعني سنة المقارنة في الأرقام القياسية
P_o	تعني سنة الأساس في الأرقام القياسية
Q_n	تعني الكمية المستهلكة في سنة المقارنة في الأرقام القياسية
Q_o	تعني الكمية المستهلكة في سنة الأساس في الأرقام القياسية
m	تعني عدد السلع في الأرقام القياسية
W_o	حاصل ضرب سنة الأساس في كمية سنة الأساس مقسوم على مجموع ضرب سنة الأساس في كمية سنة الأساس
W_n	حاصل ضرب سنة المقارنة في كمية سنة المقارنة مقسوم على مجموع ضرب سنة المقارنة في كمية سنة المقارنة
Ip(a)	تعني الرقم القياسي التجميعي البسيط
Ip(r)	تعني الرقم القياسي النسبي البسيط
Ip(aL)	تعني رقم لاسبير القياسي التجميعي
Ip(rL)	تعني رقم لاسبير القياسي النسبي
Ip(aB)	تعني رقم باش القياسي التجميعي
Ip(rB)	تعني رقم باش القياسي النسبي
Ip(aF)	تعني رقم فشر القياسي التجميعي
Ip(rF)	تعني رقم فشر القياسي النسبي
T	تعني مركبة الاتجاه في السلاسل الزمنية

أنتهى .... موفقين أن شاء الله