جامعة الملك فيصل
عمادة التعلم الإلكتروني والتعليم عن بعد

اسم المقرر

مبادئ الرياضيات

QM.0606-105

استاذ المقرر

د/ أحمد محمد فرحان

المحاضرة التمهيدية

أهداف المقرر

الهدف من المقرر :-

يهدف هذا المقرر إلى تقديم بعض الأساليب الرياضية التي يحتاج إليها طالب الإقتصاد والعلوم الإدارية في دراسة الظواهر الإقتصادية وتحليلها بطريقة كمية بهدف الوصول إلى حل لها ،كما يهدف هذا المقرر أيضاً إلى الإلمام بالدوال والعمليات الجبرية المتعلقة بها وأنواعها المختلفة والمعرفة العلمية بمفهوم التفاضل وكيفية إيجاد مشتقات الدوال المختلفة وتطبيقاتها الإدارية والاقتصادية والقدرة على إجراء التكامل للدوال المختلفة بطرق متعددة كما يهدف أيضاً إلى الإلمام بالطرق المختلفة لمعالجة المعادلات و المتباينات و المتتاليات و التي تستخدم بشكل مكثف في المجالات الاقتصادية ، واستخدام بعض الادوات الرياضية كالمصفوفات والمحددات لحل المشكلات الادارية ومعرفة كيفية التعامل مع المجموعات الاقترانات .

محتويات المقرر:-

يحتوي هذا المقرر على الموضوعات التالية :

الموضوع الأول : المجموعات والاقترانات

المجموعات

أنواع المجموعات

العمليات على المجموعات

مجموعات الاعداد

الفترة

الاقترانات

اقتران كثير الحدود

الاقتران النسبي

اقتران القيمة المطلقة

الاقتران الاسي

الاقتران اللوغاريتمي

محتويات المقرر:-

الموضوع الثاني : المعادلات والمتباينات

المعادلات

حل المعادلات الخطية

المعادلة التربيعية

حل أنظمة المعادلات

المتباينات

محتويات المقرر:-

الموضوع الثالث : المتتاليات

المتتالية

المتتالية الحسابية

الحد العام للمتتالية الحسابية

المتتالية الهندسية

الحد العام للمتتالية الهندسية

تطبيقات المتتاليات في حساب الفائدة البسيطة والمركبة

محتويات المقرر:-

الموضوع الرابع :المصفوفات و المحددات

أنواع المصفوفات

العمليات على المصفوفات

حل انظمة المعادلات الخطية باستخدام عمليات الصف البسيط

المحددات

معكوس المصفوفة

أنظمة المعادلات الخطية

محتويات المقرر:-

الموضوع الخامس : التفاضل و تطبيقاته التجارية

النهايات

الاتصال

المشتقة

تطبيقات ادارية واقتصادية

محتويات المقرر:-

الموضوع السادس :التكامل و تطبيقاته التجارية

التكامل غير المحدود

التكامل بالتعويض

التكامل المحدود

مشتقة وتكامل الاقتران الاسية و اللوغارتمية

تطبيقات ادارية واقتصادية

الكتاب الدراسي :-

الكتب المقررة المطلوبة:

أ. فتحي خليل حمدان ، " الرياضيات للعلوم الادارية والمالية " ، دار وائل للنشر ، الطبعة الثالثة ، 2012 م .

توزيع الدرجات :-

النشاط	الدرجة
المشاركة في منتديات الحوار على البلاك بورد (14مشاركة)	10 درجات
حضور المحاضرات المسجلة(14محاضرة) و المحاضرات المباشرة (3)	10 درجات
الواجبات المنزلية (3+3+4)	10 درجات
الاختبار النهائي (50 سؤال)	70 درجة
المجموع النهائي	100 درجة

الساعات المكتبية وجوال المقرر والبريد الالكتروني:-

الساعات المكتبية :

اليوم	الوقت
الاحد	9-10 pm
الثلاثاء	9-10 pm
الاربعاء	9-10 pm

رقم جوال المقرر : سوف يتم الإعلان عن رقم الجوال على البلاك بورد قريباً.

سيكون الجوال مفتوح في أوقات الساعات المكتبية وسيتم إغلاقه خارج هذه الأوقات لذا على الجميع التقيد بمواعيد الساعات المكتبية التي تم تحديدها .

البريد الالكتروني : drahmedmohamedfarhan@gmail.com

مع تمنياتي للجميع بالنجاح والتوفيق

تمت بحمد الله

المحاضرة (١)

المجموعات والاقترانات

تعريف المجموعة :-

يمكن تعريف المجموعة على أنها عدد من العناصر بينها صفات مشتركة تكتب بين حاصرتين { } و تسمى بأحد الحروف الهجائية الكبيرة ..... , C , B , A

و من الأمثلة على المجموعات $A=\{1,3,5,7,9,.....\}$

الأشياء التي تتكون منها المجموعة تسمى عناصر المجموعة و ترمز للعناصر بواسطة حروف صغير مثل :-

a , b , c , ...

تابع تعريف المجموعة :- $\in$

يستخدم الرمز ϵ "ينتمي إلى " ليبين عناصر المجموعة
فمثلاً إذا كان العنصر a من ضمن عناصر المجموعة A
فإننا نقول أن a ينتمي إلى المجموعة A و يكتب بالصورة
$a \in A$

أما إذا كان a ليس عنصراً من عناصر المجموعة A فإننا
نقول أن العنصر a لا ينتمي إلى المجموعة A ويكتب على
الصورة $a \notin A$

طريقة كتابة المجموعات :

طريقة العد (سرد العناصر):-

يتم فيها وضع جميع عناصر المجموعة ، أو جزء منها ، بين قوسي المجموعة { } بحيث يفصل بين كل عنصرين بعلامة فاصلة " , " :-

مثال :-

A = { 1,5,10,15}

B= { a , b ,c , d }

C= { 1 , 2 , 3 .....}

(و هي مجموعة منتظمة تسير بنفس الشكل١ ٢ ٣ ٤وهكذا)

A = { 1, 2 , 3,....,100}

(و هي مجموعة مغلقة و لكل المساحة لا تكفي لكتابة من ١ إلى ١٠٠ و سوف نستخدم النقاط للتعبير عن بعض العناصر)

تابع : طريقة كتابة المجموعات :

طريقة القاعدة (الصفة المميزة):-

ويتم فيها وصف المجموعة بذكر صفة يمكن بواسطتها تحديد عناصرها ، أي الصفة التي تحدد ارتباط عناصر المجموعة ،فمثلاً :

A = { x : x عدد زوجي } = {2,4,6,8,10,.....}

B = { x : x طالب بمقرر الاحصاء في الادارة }

C = { x : x طالب بنظام التعليم عن بعد }

D = { x : -3 ≤ x ≤ 1 , x عدد صحيح } = {-3,-2,-1,0,1}

X = { x : 0 ≤ x ≤ 12 , x عدد صحيح } = {0,1,2,3,.....,12}

أنواع المجموعات :-

المجموعة الخالية :-

هي المجموعة التي لا تحتوي أي عنصر ويرمز لها بالرمز ϕ (فاي) أو { } .

أمثلة :-

A = { x : x عدد طبيعي زوجي و فردي } = ∅ = { }

B = { x : x دولة عربية تقع في أمريكا الشمالية } = ∅ = { }

تابع أنواع المجموعات :-

المجموعة المنتهية :-

المجموعة التي تكون عناصرها محدودة .

مثال :

المجموعات التالية مجموعات منتهية .

A = { 2 , 4 , 6 , 8 }

B = { 1 , 2 , 3 , ... , 100 }

C = { x , y , s, t, u }

تابع أنواع المجموعات :-

المجموعة غير المنتهية :-

المجموعة التي تكون عناصرها غير محدودة (وهي المجموعة التي لا يمكن تحديد عناصرها بشكل دقيق)

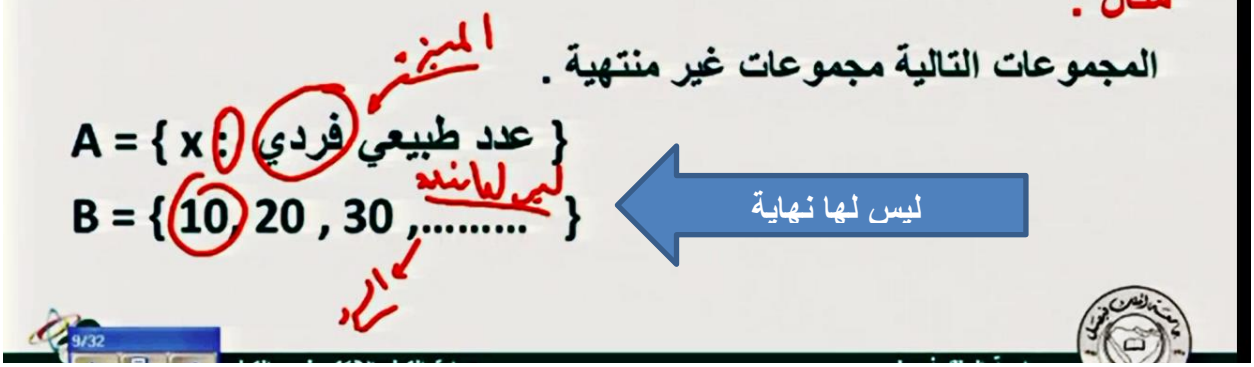
مثال :

المجموعات التالية مجموعات غير منتهية .

$A = \{ x : \text{عدد طبيعي فردي} \}$

$B = \{ 10, 20, 30, ... \}$

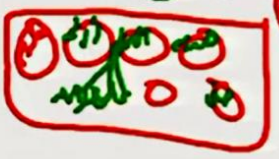
ليس لها نهاية



تابع أنواع المجموعات :-

المجموعة الكلية :-

هي المجموعة التي تدرس جميع المجموعات باعتبارها مجموعات جزئية و يرمز لها بالرمز U .



المجموعة الجزئية :-

تكون المجموعة A جزئية من المجموعة B إذا كانت جميع عناصر A موجودة في B و تكتب على الصورة :- $A \subset B$.

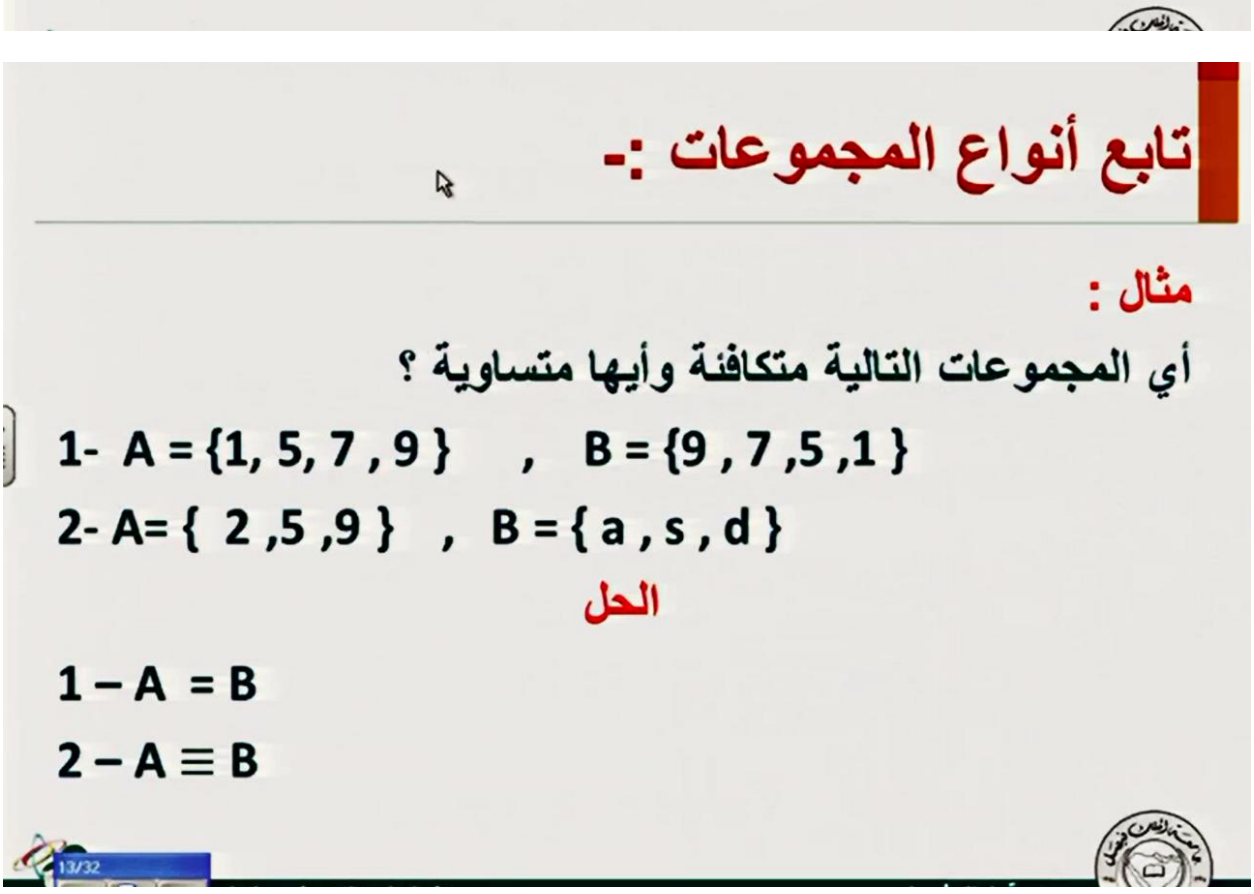
تابع أنواع المجموعات :-

$A \subset B$

أمثلة :

١- إذا كانت $A = \{2 , 4 , 6\}$ و $B = \{1,2,3,4,5,6,7,8\}$ فإن $A \subset B$.

٢- المجموعة المكونة من جميع طلاب التعليم الالكتروني بجامعة الملك فيصل مجموعة جزئية من مجموعة طلاب هذه الجامعة .



تابع أنواع المجموعات :-

مثال :

أي المجموعات التالية متكافئة وأيها متساوية ؟

1- $A = \{1, 5, 7 , 9\}$, $B = \{9 , 7 ,5 ,1\}$

2- $A = \{ 2 ,5 ,9\}$, $B = \{ a , s , d\}$

الحل

1 – $A = B$

2 – $A \equiv B$

تابع أنواع المجموعات :-

مثال :

أي المجموعات التالية متكافئة وأيها متساوية ؟

1- A = {1, 5, 7, 9} , B = {9, 7, 5, 1} $A = B$

2- A= { 2 ,5 ,9 } , B = { a , s , d } $A \equiv B$

متكافئة — 3 عناصر الحل

1 – A = B

2 – A ≡ B

العمليات على المجموعات :-

الاتحاد :- $A \cup B$

اتحاد المجموعتين A و B (A U B) هو مجموعة كل العناصر الموجودة في A أو في B أو في كليهما .

مثال :-

إذا كان A = {1 , 2 , 3 , 5 , 7} و B= {2 , 4 , 6 , 8} أوجد (AUB) ؟

الحل

(AUB) = {1 ,2 , 3, 4, 5, 6, 7, 8} $A \cup B = \{1,2,3,5,7,4,6,8\}$

تابع العمليات على المجموعات :-

١) التقاطع :- $A \cap B$

تقاطع المجموعتين A و B (A∩B) هو مجموعة كل العناصر الموجودة في A و في B معاً أي العناصر المشتركة بين A و B .

مثال :-

إذا كان $A = \{-1, 0, 1, 2, 3\}$ و $B = \{0, 2, 4, 6\}$ أوجد $A \cap B$

الحل

$A \cap B = \{0, 2\}$

$(A \cap B) = \{0 , 2\}$

تابع العمليات على المجموعات :-

المكملة أو المتممة :-

يقال أن $\overline{A}$ مكملة المجموعة A إذا كانت تحتوي على جميع عناصر المجموعة الكلية U باستثناء عناصر A .

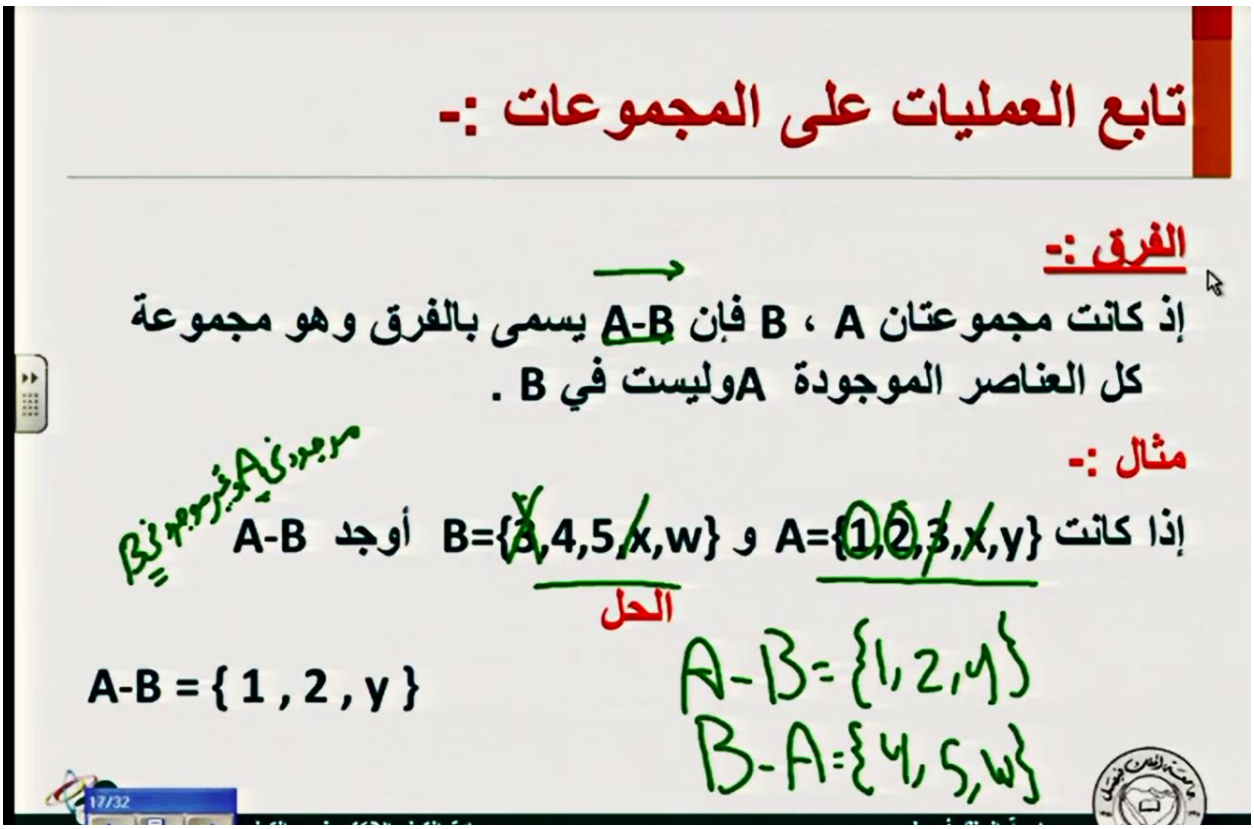
مثال

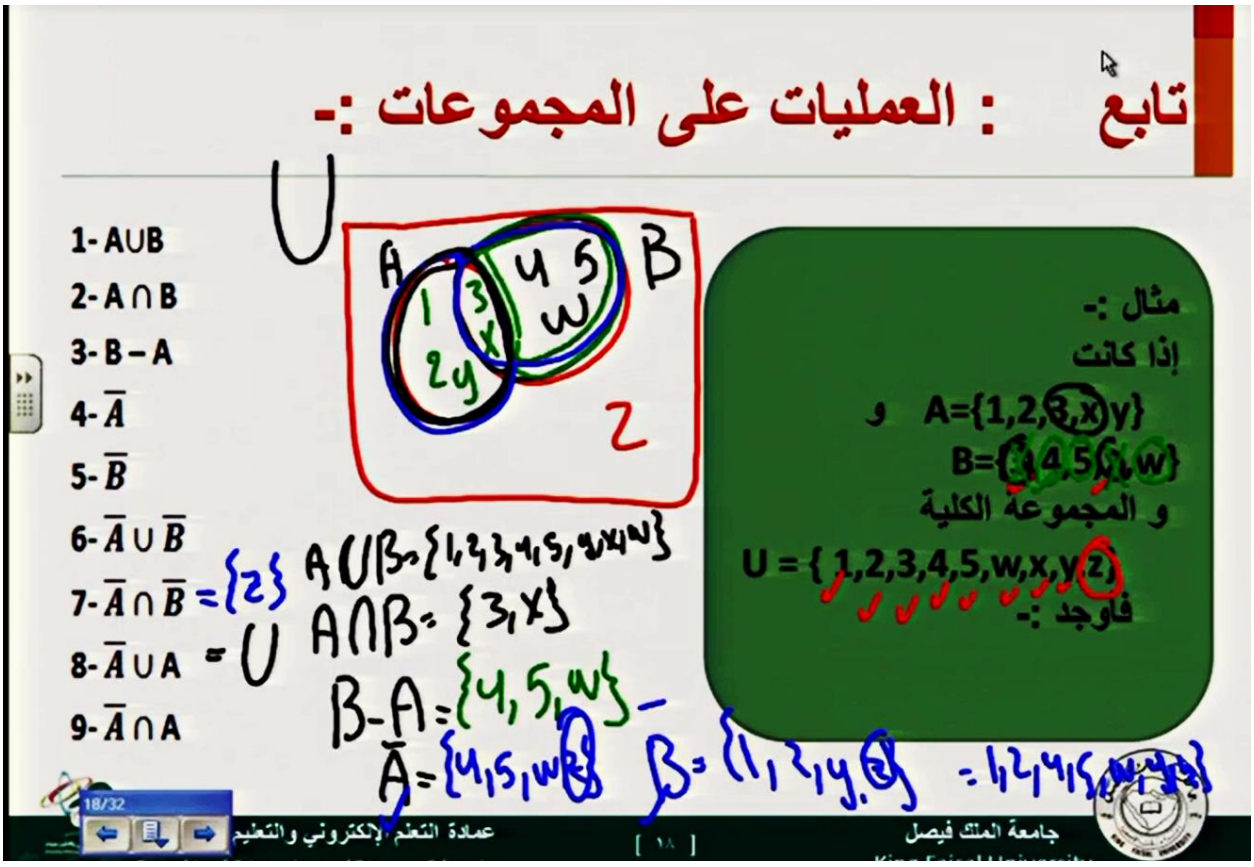
إذا كان $U = \{1,2,3,4,5,6,7,8,9,10\}$ و $A=\{2,4,6,8,10\}$

أوجد

الحل

$\overline{A} = \{1,3,5,7,9\}$


تابع العمليات على المجموعات :-
الفرق :-
إذ كانت مجموعتان A ، B فإن A-B يسمى بالفرق وهو مجموعة كل العناصر الموجودة Aوليست في B .
مثال :-
إذا كانت A={1,2,3,x,y} و B={3,4,5,x,w} أوجد A-B
الحل
A-B = { 1 , 2 , y }
A-B={1,2,y}
B-A={4,5,w}


تابع : العمليات على المجموعات :-
1- AUB
2- A∩B
3- B – A
4- $\bar{A}$
5- $\bar{B}$
6- $\bar{A}\cup\bar{B}$
7- $\bar{A}\cap\bar{B}$ = {z}
8- $\bar{A}\cup A$ = U
9- $\bar{A}\cap A$
A
B
U
z
مثال :-
إذا كانت
A={1,2,3,x,y} و
B={3,4,5,x,w}
و المجموعة الكلية
U = {1,2,3,4,5,w,x,y,z}
فاوجد :-
A∩B={3,x}
B-A={4,5,w}
عمادة التعلم الإلكتروني والتعليم
جامعة الملك فيصل

تابع : العمليات على المجموعات :-

1- $A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5, x, y, w\}$

2- $A \cap B = \{3, X\}$

3- $B - A = \{4, 5, w\}$

4- $\overline{A} = \{4, 5, w, z\}$

5- $\overline{B} = \{1, 2, y, z\}$

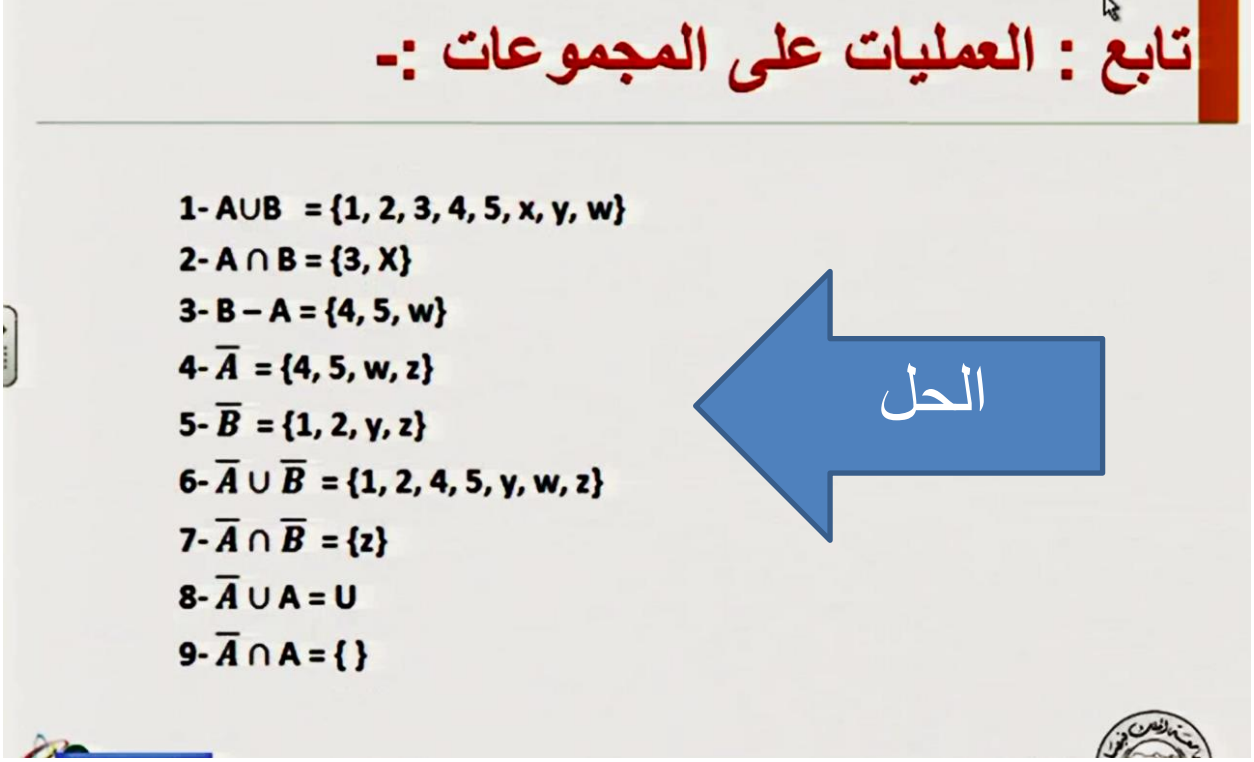
6- $\overline{A} \cup \overline{B} = \{1, 2, 4, 5, y, w, z\}$

7- $\overline{A} \cap \overline{B} = \{z\}$

8- $\overline{A} \cup A = U$

9- $\overline{A} \cap A = \{\}$

الحل



مجموعات الاعداد :-

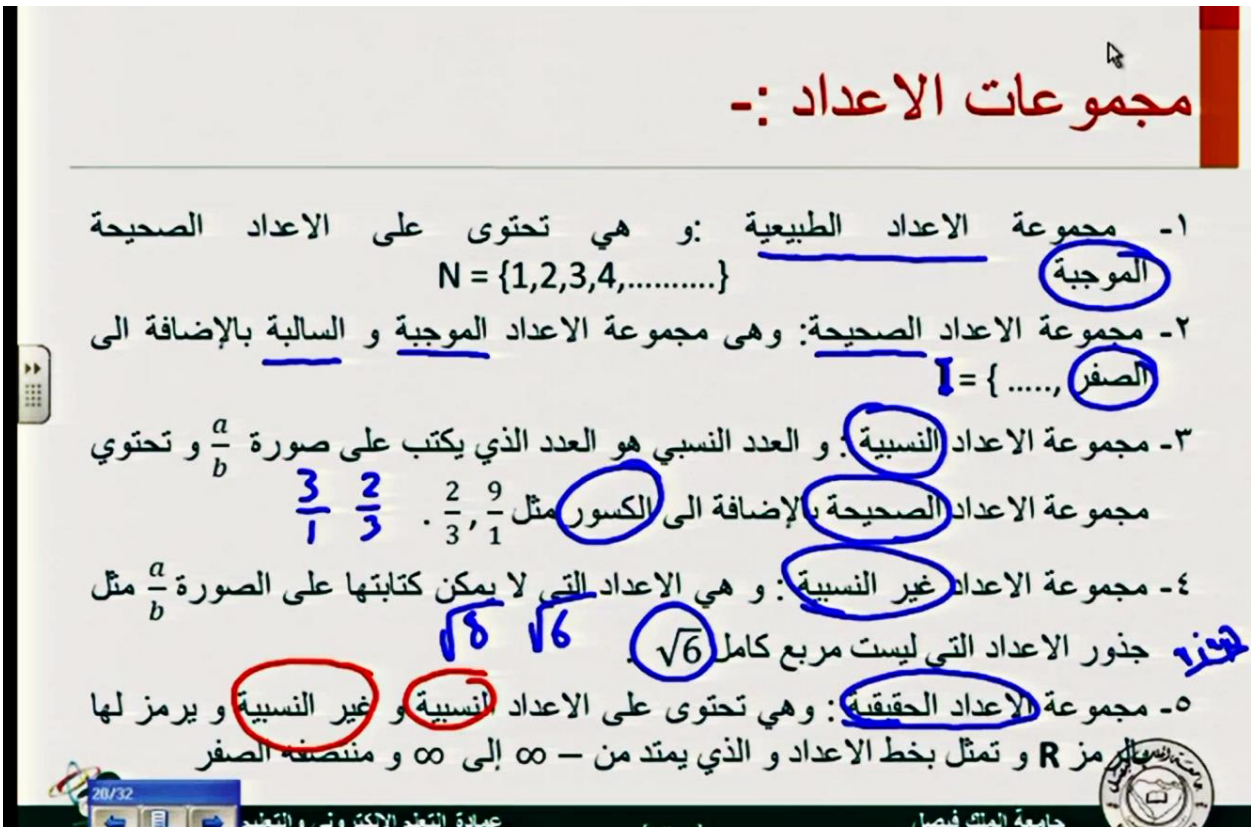
١- مجموعة الاعداد الطبيعية :و هي تحتوى على الاعداد الصحيحة الموجبة $N = \{1,2,3,4,.....\}$

٢- مجموعة الاعداد الصحيحة: وهى مجموعة الاعداد الموجبة و السالبة بالإضافة الى الصفر $I = \{ ..... , \}$

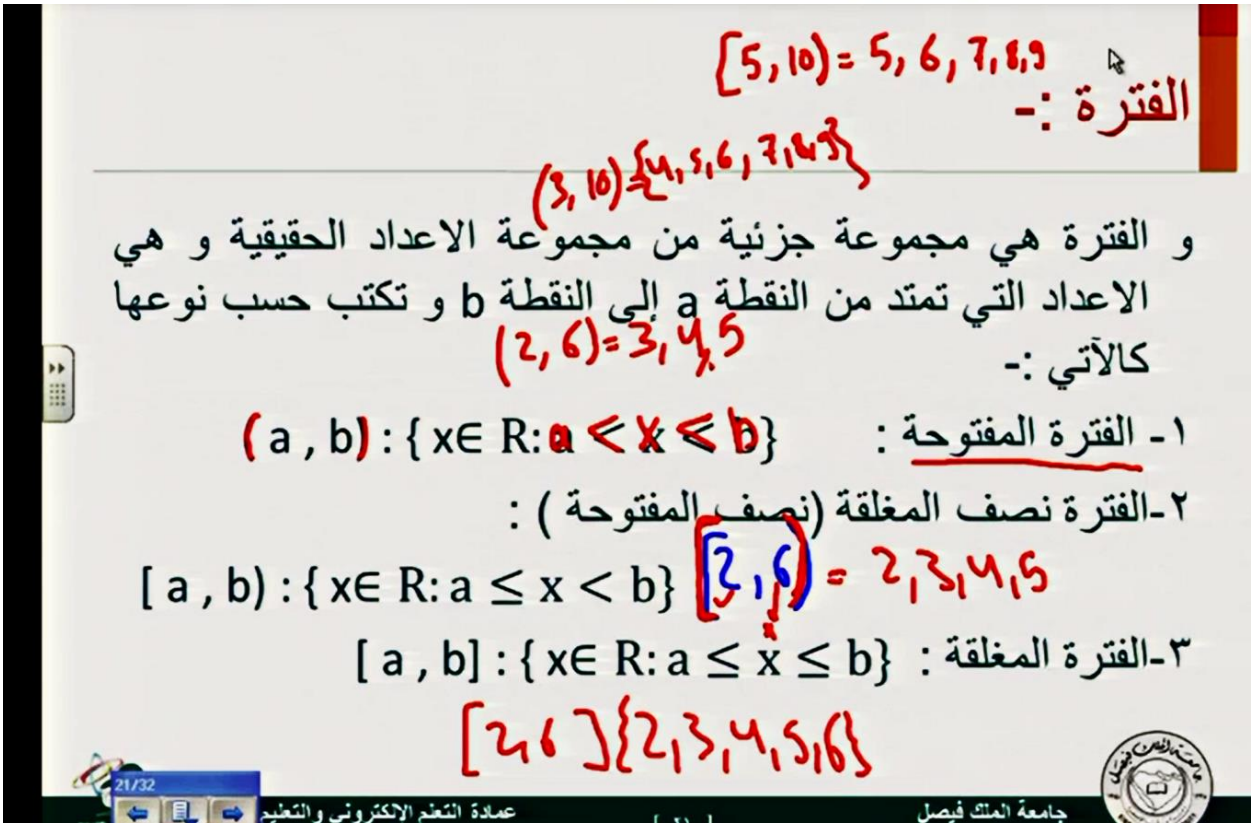
٣- مجموعة الاعداد النسبية: و العدد النسبي هو العدد الذي يكتب على صورة $\frac{a}{b}$ و تحتوي مجموعة الاعداد الصحيحة بالإضافة الى الكسور مثل $\frac{2}{3}, \frac{9}{1}$. $\frac{3}{1}$ $\frac{2}{3}$

٤- مجموعة الاعداد غير النسبية: و هي الاعداد التى لا يمكن كتابتها على الصورة $\frac{a}{b}$ مثل جذور الاعداد التى ليست مربع كامل $\sqrt{6}$. $\sqrt{8}$ $\sqrt{6}$

٥- مجموعة الاعداد الحقيقية: وهي تحتوى على الاعداد النسبية و غير النسبية و يرمز لها بالرمز R و تمثل بخط الاعداد و الذي يمتد من $-\infty$ إلى ∞ و منتصفه الصفر



N	الأعداد الطبيعية	1, 2, 3, ...
W	الأعداد الكلية	0, 1, 2, 3, ...
Z	الأعداد الصحيحة	..., −3, −2, −1, 0, 1, 2, 3, ...
Q	الأعداد النسبية	مثل: $0.125, \frac{2}{5}, \frac{2}{3}$
I	الأعداد غير النسبية	مثل: π , $\frac{\sqrt{3}}{64}$, $\sqrt{2}$
R	الأعداد الحقيقية	تشمل الأعداد النسبية وغير النسبية



تابع الفترة :-

مثال :-

اذا كانت الفترات B = [1 , 4] و A = [-2 , 3) فاحسب ما يلي :

1- A ∩ B

2- A ∪ B

3- A – B

4 – B - A

الحل :-

1- A ∩ B = [1 , 3)

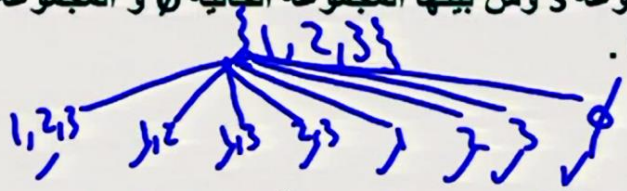
2- A ∪ B = [-2, 4]

3- A – B = [-2 , 1)

4 – B - A = [3 , 4]

مجموعة المجموعات :-

مجموعة المجموعات لأية مجموعة S هي المجموعة المكونة من كل المجموعات الجزئية للمجموعة S ومن بينها المجموعة الخالية ∅ و المجموعة S نفسها ويرمز لها بالرمز P(S) .



مثال :

أنشئ مجموعة المجموعات للمجموعة S = {a , b , c}

الحل

P(s) = { {a} , {b} , {c} ,{a,b} , {a,c} , {b,c} ,{a,b,c} ,∅ }

تابع : مجموعة المجموعات :-

ملاحظة : إذا احتوت المجموعة S على n من العناصر ، فان عدد عناصر P(S) يساوي 2^n .

تمرين : أنشئ مجموعة المجموعات للمجموعة S = { a, b , c }

P(S) = { {a} , {b} , {c} , {a,b} , {a,c} ,{b,c} ,{a,b,c} , Ø }

$2^3 = 8$

تمارين :-

١- وضح أي من هذه المجموعات هي مجموعة خالية أو مجموعة منتهية أو مجموعة غير منتهية :-

(a) A ={x| x عدد سالب و موجب } = Ø = { }

(b) B = {3 ,6 ,9 ,12 }

(c) C = {x| x دولة أوربية تقع في شبة الجزيرة العربية } = Ø

(d) D = {2, 4 , 6 , ..., 100}

(e) E = {100 , 200 , 300 ,.....}

(f) F = { w , e , r , t }

خالية

منتهية

غير منتهية

منتهية

تمارين :-

٢- إذا كانت A = {3 ,5 ,7} و B = { 1,2,3,4,5,6,7,8} فهل يمكن القول أن A ⊂ B ؟

٣- أي المجموعات التالية متكافئة وأيها متساوية ؟

1- A = {5 ,10 ,15 ,20 } , B = {15 ,10 ,5 , 20 }

2- A= { 20 ,50 ,70 } , B = { k , d , u }

تابع التمارين :-

٤- اذا كانت U= {0 , 1, 2, 3,.....,10} وكانت C = { 6, 7,8,

A = { 2, 4 ,6 ,8 ,10} ، B = { 1 , 2 ,3 ,4 ,5 } ، 9,10}

فجد ما يلي:-

1- $A \cup B$

2- $A \cap C$

3- $\bar{A} \cap \bar{B}$

4- $B \cup C$

5- $A \cap \bar{C}$

6- $A - (B \cap C)$

7- $(\bar{A} \cup B) - C$

8- $\overline{(\bar{B} \cap \bar{C})}$

تابع التمارين :-

1- $A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 8, 10\}$

2- $A \cap C = \{6, 8, 10\}$

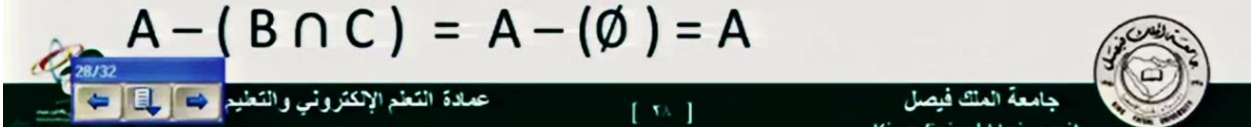
3- $\bar{A} \cap \bar{B} = \overline{A \cup B} = \{0, 7, 9\}$

4- $B \cup C = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$

5- $A \cap \bar{C} = A - C = \{2, 4\}$

6- $A - (B \cap C) = B \cap C = \emptyset$

$A - (B \cap C) = A - (\emptyset) = A$



تابع التمارين :-

7- $(\bar{A} \cup B) - C$

$\bar{A} = \{0, 1, 3, 5, 7, 9\}$

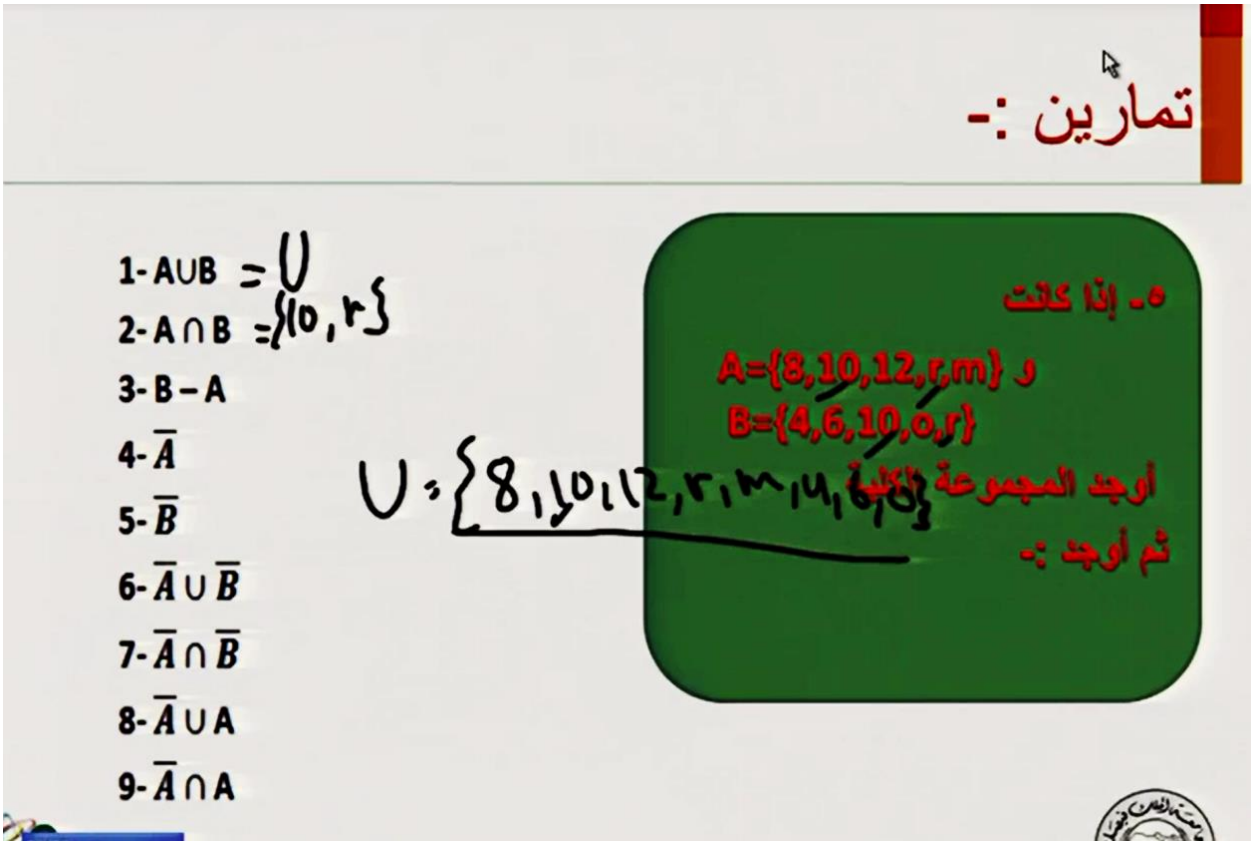
$\bar{A} \cup B = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 7, 9\}$

$(\bar{A} \cup B) - C = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$

8- $(\overline{\bar{B} \cap \bar{C}}) = \overline{(B \cup C)} = B \cup C$

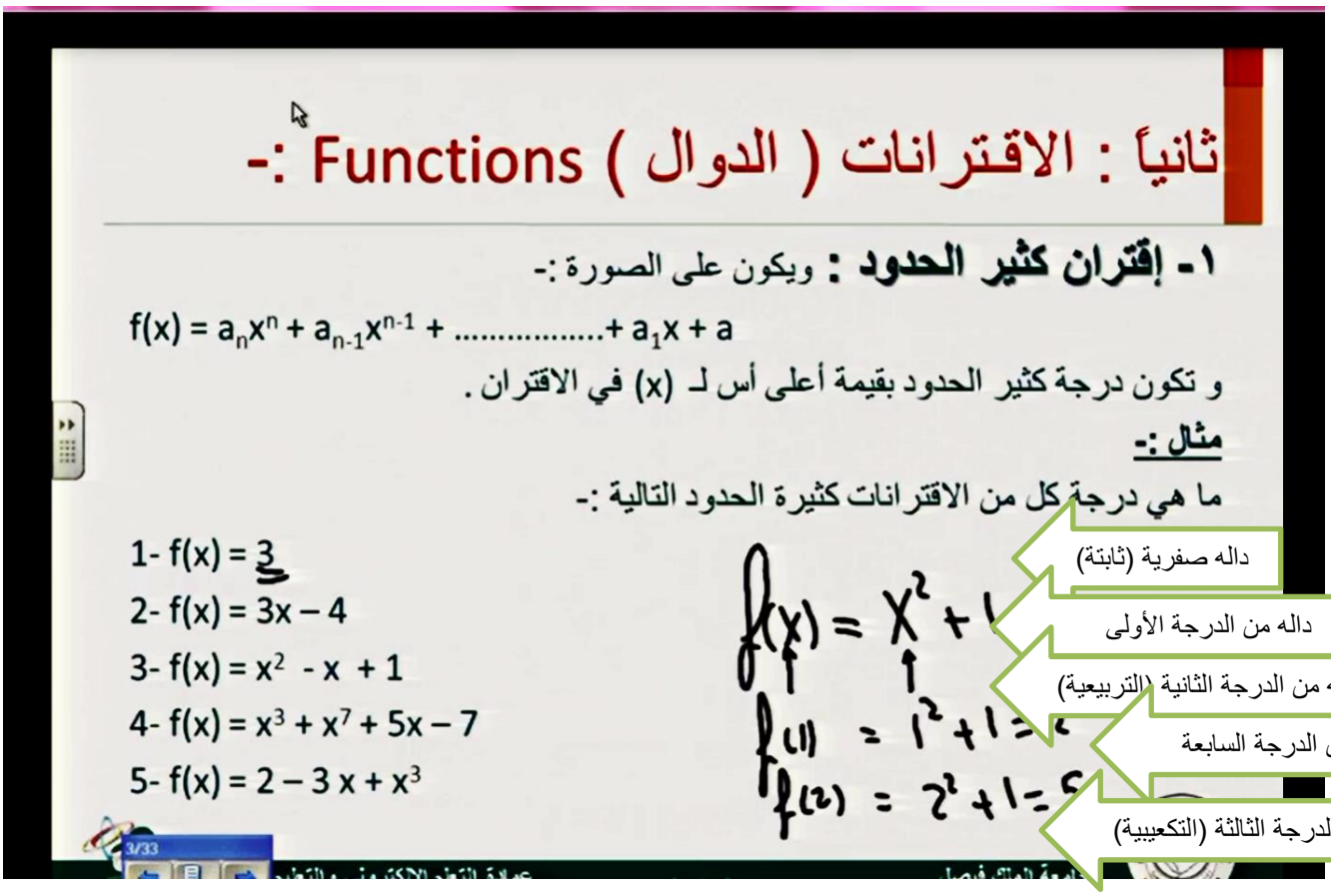
$B \cup C = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$

تمارين :-


1- A∪B = U
2- A∩B = {10,r}
3- B − A
4- $\overline{A}$
5- $\overline{B}$
6- $\overline{A} \cup \overline{B}$
7- $\overline{A} \cap \overline{B}$
8- $\overline{A} \cup A$
9- $\overline{A} \cap A$
٥- إذا كانت
A={8,10,12,r,m} و
B={4,6,10,o,r}
أوجد المجموعة الكلية
ثم أوجد :-
U = {8,10,12,r,m,4,6,o}

المحاضرة (٢)

المجموعات والاقترانات



تابع المثال :-

1- $f(x) = 3$

الدرجة الصفرية و يسمى أيضاً اقتران ثابت .

2- $f(x) = 3x - 4$

الدرجة الأولى ويسمى اقتران خطي .

3- $f(x) = x^2 - x + 1$

الدرجة الثانية أو اقتران تربيعي .

4- $f(x) = x^3 + x^7 + 5x - 7$

الدرجة السابعة .

5- $f(x) = 2 - 3x + x^3$

الدرجة الثالثة أو اقتران تكعيبي .

العمليات الحسابية على كثيرات الحدود :

١- الجمع و الطرح :-

يتم الجمع أو طرح كثيرات الحدود بجمع أو طرح معاملات المتغيرات المتشابهة الأسس .

مثال (١) :-

1-$(3x^3 - 4x^2 + 6) + (x^4 - 2x^3 - 4x + 3)$

الحل :-

$(3x^3 - 4x^2 + 6) + (x^4 - 2x^3 - 4x + 3) = x^4 + x^3 - 4x^2 - 4x + 9$

مثال (٢)

2- $(6x^5 + 3x^3 - 4x + 5) - (3x^5 + x^4 - 2x^2 - 4x + 7)$

الحل :-

$(6x^5 + 3x^3 - 4x + 5) - (3x^5 + x^4 - 2x^2 - 4x + 7) = 3x^5 - x^4 + 3x^3 + 2x^2 - 2$

تابع العمليات الحسابية على كثيرات الحدود :

٢- الضرب :-

مثال :-

اذا كان $f(x) = (3x^2 - 5x + 4)$ ، وكان $h(x) = (x^2 + 2x - 1)$ فجد $(f.h)(x)$.

الحل :-

$$(f.h)(x) = (3x^2 - 5x + 4)(x^2 + 2x - 1)$$

$$= 3x^4 + 6x^3 - 3x^2 - 5x^3 - 10x^2 + 5x + 4x^2 + 8x - 4$$

$$= 3x^4 + x^3 - 9x^2 + 13x - 4$$

تابع العمليات الحسابية على كثيرات الحدود :

٢- الضرب :-

مثال :-

اذا كان $f(x) = (2x^2 + 3x)$ ، وكان $h(x) = (x^3 + 5x - 8)$ فجد $(f.h)(x)$.

الحل :-

$$(f.h)(x) = (x^3 + 5x - 8)(2x^2 + 3x)$$

$$= 2x^5 + 10x^3 - 16x^2 + 3x^4 + 15x^2 - 24x$$

$$= 2x^5 + 3x^4 + 10x^3 - x^2 - 24x$$

١- الاقتران النسبي :-

الاقتران النسبي هو اقتران مكون من كثيري حدود على شكل بسط ومقام على الصورة كثير الحدود .

$f(x)=\frac{g(x)}{h(x)}$, $h(x)\neq 0$, $g(x)$, $h(x)$ كثيري حدود

مثال :-

ما هو مجال كل من الاقترانات النسبيه التالية :-

1- $f(x)=\frac{2x}{x^2+1}$

2- $f(x)=\frac{x+1}{x-1}$

3- $f(x)=\frac{2x-3}{\sqrt{x^2-4}}$

١- الاقتران النسبي :-

الاقتران النسبي هو اقتران مكون من كثيري حدود على شكل بسط ومقام على الصورة كثير الحدود .

$f(x)=\frac{g(x)}{h(x)}$, $h(x)\neq 0$, $g(x)$, $h(x)$ كثيري حدود

مثال :-

ما هو مجال كل من الاقترانات النسبيه التالية :-

1- $f(x)=\frac{2x}{x^2+1}$

2- $f(x)=\frac{x+1}{x-1}$

3- $f(x)=\frac{2x-3}{\sqrt{x^2-4}}$

8/33 عمادة التعلم الإلكتروني والتعليم [٨] جامعة الملك فيصل

تابع الاقتران النسبي :-

الحل :-

1- $f(x) = \frac{2x}{x^2+1}$

يكون الاقتران النسبي معرف على الاعداد الحقيقية عدا اصفار المقام وفي هذ الاقتران لا يوجد عدد حقيقي يجعل المقام صفر إذا مجال الاقتران R .

2- $f(x) = \frac{x+1}{x-1}$ $x-1=0 \rightarrow x=1$ $R'=\{1\}$

نساوي المقام بالصفر فيكون (X-1 = 0) إذا X=1 إذا المجال R\ {1}

3- $f(x) = \frac{2x-3}{\sqrt{x^2-4}}$ $\sqrt{\ }\geq 0$ $x^2-4=0 \rightarrow x^2=4 \rightarrow X=\pm 2$ $R'=\{-2,2\}$

يكون الاقتران معرف عندما يكون $X^2-4 > 0$ ، ولإيجاد مجال الاقتران نجعل $X^2-4=0$ و نبحث في اشارة الاقتران $X^2 = 4$ ، $X= \pm 2$ ، ويكون مجال الاقتران موجب على $R \setminus [-2 , 2]$ ، وهذا هو مجال الاقتران النسبي .

9/33

١- الاقتران النسبي :-

مثال :-

ما هو مجال كل من الاقترانات النسبية التالية :-

1- $f(x) = \frac{4x+11}{x-12}$

2- $f(x) = \frac{x+5}{\sqrt{4x^2-16}}$

3- $f(x) = \frac{12x^2}{5x^2+10}$

تابع الاقتران النسبي :-

الحل :-

1- $f(x) = \frac{4x+11}{x-12}$

نساوي المقام بالصفر فيكون (X-12 = 0) إذاً X=12 إذا المجال R\ {12}

2- $f(x) = \frac{x-5}{\sqrt{4x^2-16}}$

يكون الاقتران معرف عندما يكون $4X^2-16 > 0$ ، ولإيجاد مجال الاقتران نجعل $4X^2-16=0$ و نبحث في اشارة الاقتران $X^2 = 4$ ، $X = \pm 2$ ، ويكون مجال الاقتران موجب على R \ [-2 , 2]> ، وهذا هو مجال الاقتران النسبي .

3- $f(x) = \frac{12x^2}{5x^2+10}$

يكون الاقتران النسبي معرف على الاعداد الحقيقية عدا اصفار المقام وفي هذ الاقتران لا يوجد عدد حقيقي يجعل المقام صفر إذاً مجال الاقتران R .

العمليات الحسابية على الاقترانات النسبية :-

١- الجمع والطرح :-

مثال اوجد ناتج ما يلي :-

$$\frac{X+1}{2X-5} + \frac{3X+1}{X-2}$$

الحل :-

$$\frac{X+1}{2X-5} + \frac{3X+1}{X-2} = \frac{(X+1)(X-2)}{(2X-5)(X-2)} + \frac{(3X+1)(2X-5)}{(X-2)(2X-5)} =$$

$$\frac{(X^2-X-2)+(6X^2-13X-5)}{(X-2)(2X-5)} = \frac{7X^2-14X-7}{2X^2-9X+10}$$

العمليات الحسابية على الاقترانات النسبية :-

١- الجمع والطرح :-

مثال اوجد ناتج ما يلي :

$$\frac{X+1}{2X-5} + \frac{3X+1}{X-2} = \frac{(X+1)(X-2)+(3X+1)(2X-5)}{(2X-5)(X-2)}$$

الحل :-

$$\frac{X+1}{2X-5} + \frac{3X+1}{X-2} = \frac{(X+1)(X-2)}{(2X-5)(X-2)} + \frac{(3X+1)(2X-5)}{(X-2)(2X-5)} =$$

$$\frac{(X^2-X-2)+(6X^2-13X-5)}{(X-2)(2X-5)} = \frac{7X^2-14X-7}{2X^2-9X+10}$$

العمليات الحسابية على الاقترانات النسبية :-

١- الجمع والطرح :-

مثال اوجد ناتج ما يلي :

$$\frac{X+1}{2X-5} + \frac{3X+1}{X-2} = \frac{(X+1)(X-2)+(3X+1)(2X-5)}{(2X-5)(X-2)}$$

$$= \frac{X^2-2X+X-2+6X^2-15X+2X-5}{2X^2-4X-5X+10}$$

الحل :-

$$\frac{X+1}{2X-5} + \frac{3X+1}{X-2} = \frac{(X+1)(X-2)}{(2X-5)(X-2)} + \frac{(3X+1)(2X-5)}{(X-2)(2X-5)} =$$

$$\frac{(X^2-X-2)+(6X^2-13X-5)}{(X-2)(2X-5)} = \frac{7X^2-14X-7}{2X^2-9X+10}$$

12/33 عمادة التعلم الإلكتروني والتعليم [١٢] جامعة الملك فيصل

العمليات الحسابية على الاقترانات النسبية :-

١- الجمع والطرح :-

مثال اوجد ناتج ما يلي :-

$$\frac{X}{3X+2}+\frac{5X^2+2}{2X-2}$$

الحل :-

$$\frac{X}{3X+2}+\frac{5X^2+2}{2X-2}=\frac{(X)(2X-2)}{(3X+2)(2X-2)}+\frac{(5X^2+2)(3X+2)}{(2X-2)(3X+2)}=$$

$$\frac{(2X^2-2X)+(15x^3+10X^2+6X+4)}{(3X+2)(2X-2)}=\frac{15x^3+12X^2+4X+4}{6X^2-2X-4}$$

13/33

عمادة التعلم الإلكتروني والتعليم [١٣] جامعة الملك فيصل

٢- الاقتران الأسي :-

الاقتران الأسي هو اقتران مجاله الأعداد الحقيقية ومجاله المقابل الاعداد الحقيقية الموجبة أي $f: R \to R^+$ حيث $f(x)=a^x$

حيث a عدد حقيقي موجب و يسمى a الاساس و x الاس

(كمثال $f(x)=10^x$) .

اذا كان الاساس e فان الاقتران يسمى اقتران الاس الطبيعي

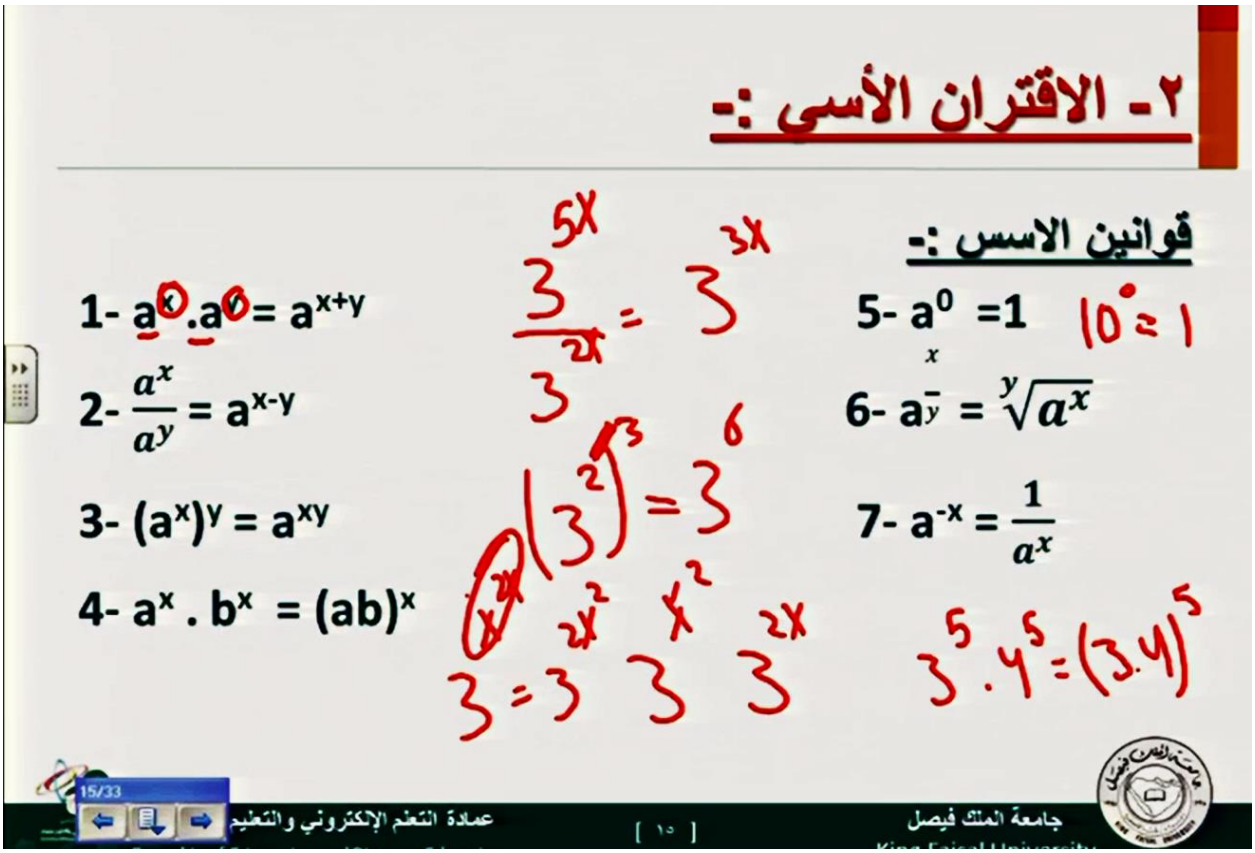
$f(x)=e^x$ ← 2.71828

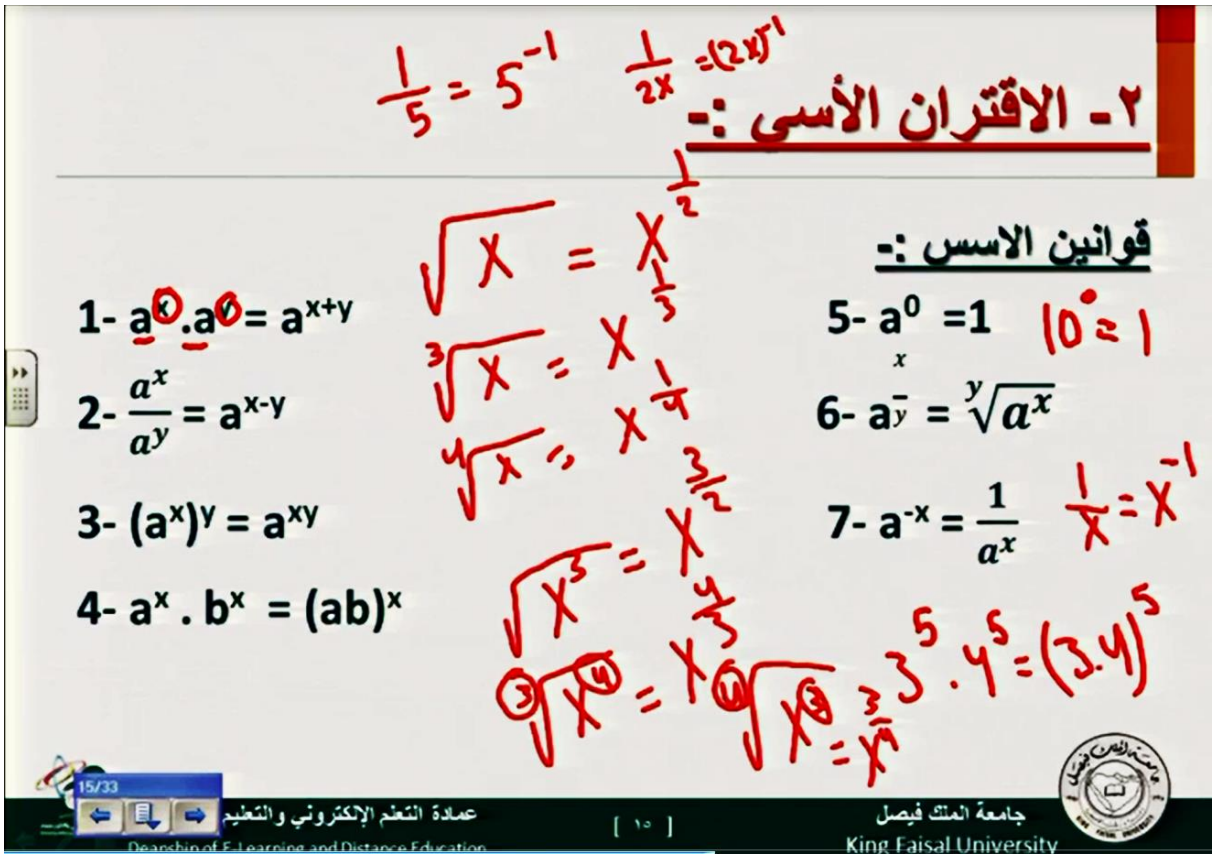
واذا كان الاساس = ١٠ فان الاقتران يسمى الاس العشري

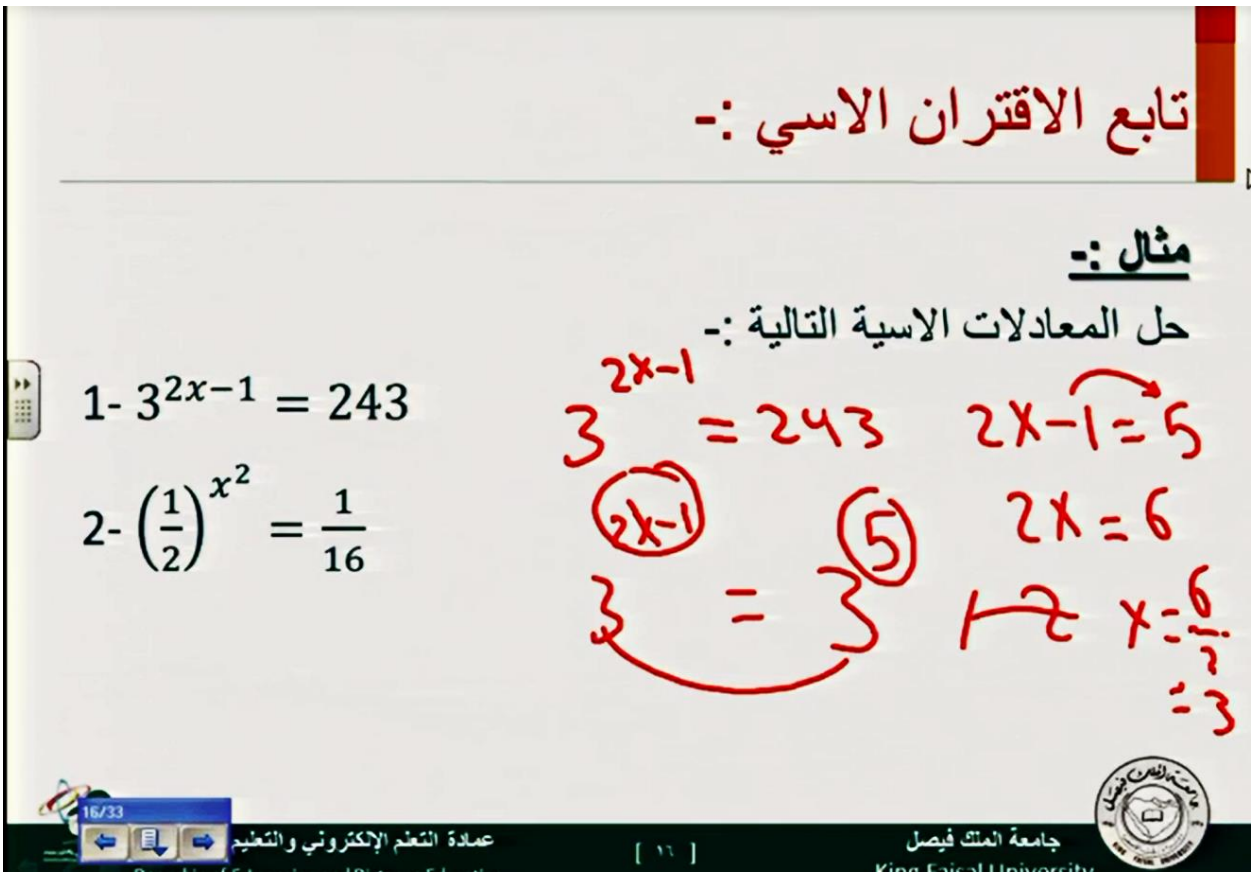
$f(x)=10^x$

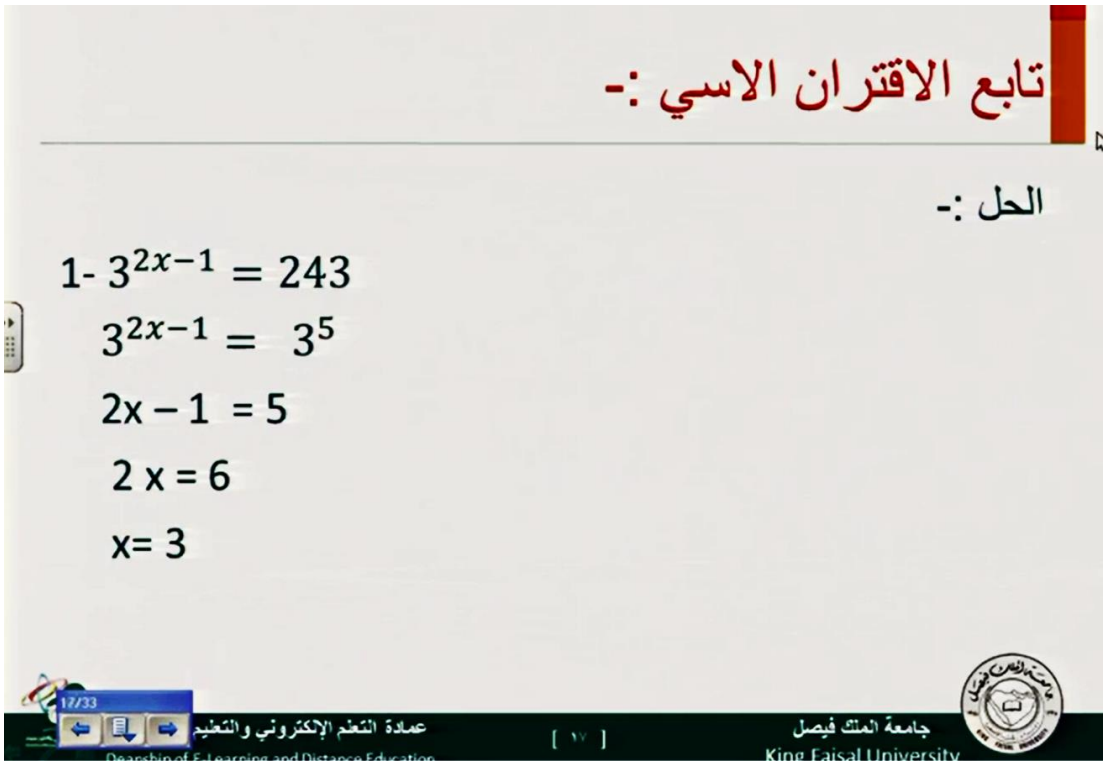
14/33

عمادة التعلم الإلكتروني والتعليم [١٤] جامعة الملك فيصل


٢- الاقتران الأسي :-
قوانين الاسس :-
1- $a^x . a^y = a^{x+y}$
2- $\frac{a^x}{a^y} = a^{x-y}$
3- $(a^x)^y = a^{xy}$
4- $a^x . b^x = (ab)^x$
5- $a^0 = 1$
6- $a^{\frac{1}{y}} = \sqrt[y]{a^x}$
7- $a^{-x} = \frac{1}{a^x}$
عمادة التعلم الإلكتروني والتعليم
[١٥]
جامعة الملك فيصل
King Faisal University


٢- الاقتران الأسي :-
قوانين الاسس :-
1- $a^x . a^y = a^{x+y}$
2- $\frac{a^x}{a^y} = a^{x-y}$
3- $(a^x)^y = a^{xy}$
4- $a^x . b^x = (ab)^x$
5- $a^0 = 1$
6- $a^{\frac{1}{y}} = \sqrt[y]{a^x}$
7- $a^{-x} = \frac{1}{a^x}$
عمادة التعلم الإلكتروني والتعليم
[١٥]
جامعة الملك فيصل
King Faisal University
Deanship of E-Learning and Distance Education


تابع الاقتران الاسي :-
مثال :-
حل المعادلات الاسية التالية :-
1- $3^{2x-1} = 243$
2- $\left(\frac{1}{2}\right)^{x^2} = \frac{1}{16}$
$3^{2x-1} = 243$
$3^{2x-1} = 3^5$
$2x-1 = 5$
$2x = 6$
$x = 3$
16/33
عمادة التعلم الإلكتروني والتعليم
[١٦]
جامعة الملك فيصل
King Faisal University


تابع الاقتران الاسي :-
الحل :-
1- $3^{2x-1} = 243$
$3^{2x-1} = 3^5$
$2x - 1 = 5$
$2x = 6$
$x = 3$
17/33
عمادة التعلم الإلكتروني والتعليم
[١٧]
جامعة الملك فيصل
King Faisal University

تابع الاقتران الاسي :-

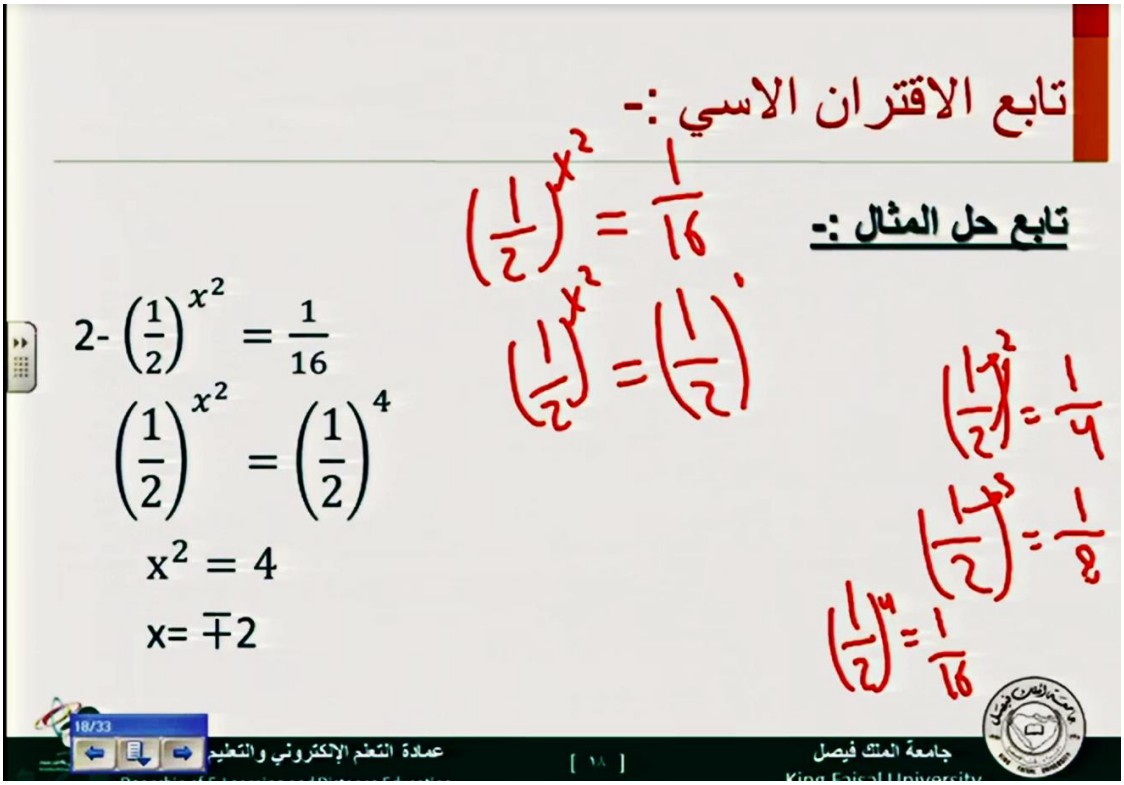
تابع حل المثال :-

$$2-\left(\frac{1}{2}\right)^{x^2}=\frac{1}{16}$$

$$\left(\frac{1}{2}\right)^{x^2}=\left(\frac{1}{2}\right)^{4}$$

$$x^2=4$$

$$x=\mp 2$$



٣- الاقتران اللوغاريتمي :-

الاقتران اللوغاريتمي هو الاقتران المعكوس للاقتران الاسي و بالتالي يكون الاقتران اللوغاريتمي معرف من مجموعة الاعداد الحقيقية الموجبة إلى مجموعة الاعداد الحقيقية .

فإذا كانت :-

$f(x) = \log_a x$

$y = a^x$

$x = \log_a y$

$\log_{10} 1000 = 3$

$\log_2 8 = 3$

$\log_{10} 10000 = 4$

$10^4 = 10000$

تابع الاقتران اللوغاريتمي :-

مثال :-

أوجد الاقتران المعكوس (اللوغاريتمي) للاقترانات التالية :-

1- $f(x) = 2^x$ ⟵ $\log_2 x$

2- $f(x) = e^x$ ⟵ $\log_e x$

3- $f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x$ ⟵ $\log_{\frac{1}{2}} x$

4- $f(x) = 10^x$ ⟵ $\log_{10} x$

تابع الاقتران اللوغاريتمي :-

تابع حل المثال :-

3- $f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x$

$f^{-1}(x) = \log_{\frac{1}{2}} x$

4- $f(x) = 10^x$

$f^{-1}(x) = \log_{10} x = \log x$

هذا المقدار يسمى اللوغاريتم العشري .

تابع الاقتران اللوغاريتمي :-

قوانين اللوغاريتمات :-

1- $\log_a x \cdot y = \log_a x + \log_a y$

2- $\log_a \frac{x}{y} = \log_a x - \log_a y$

3- $\log_a x^y = y \log_a x$

4- $\log_a a = 1$

5- $\log_a \frac{1}{x} = -\log_a x$

6- $\log_a 1 = 0$

7- $\log_a a^x = a^{\log_a x} = x$

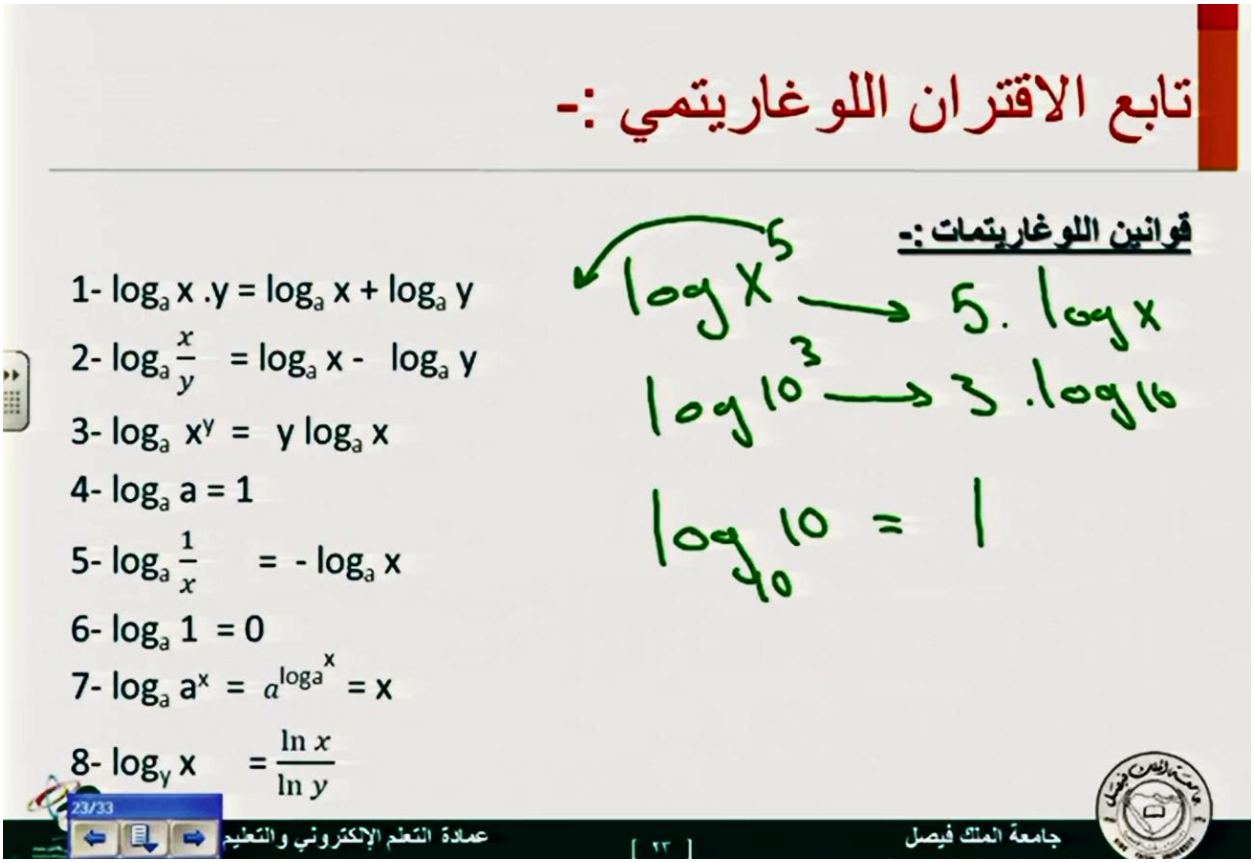
8- $\log_y x = \frac{\ln x}{\ln y}$

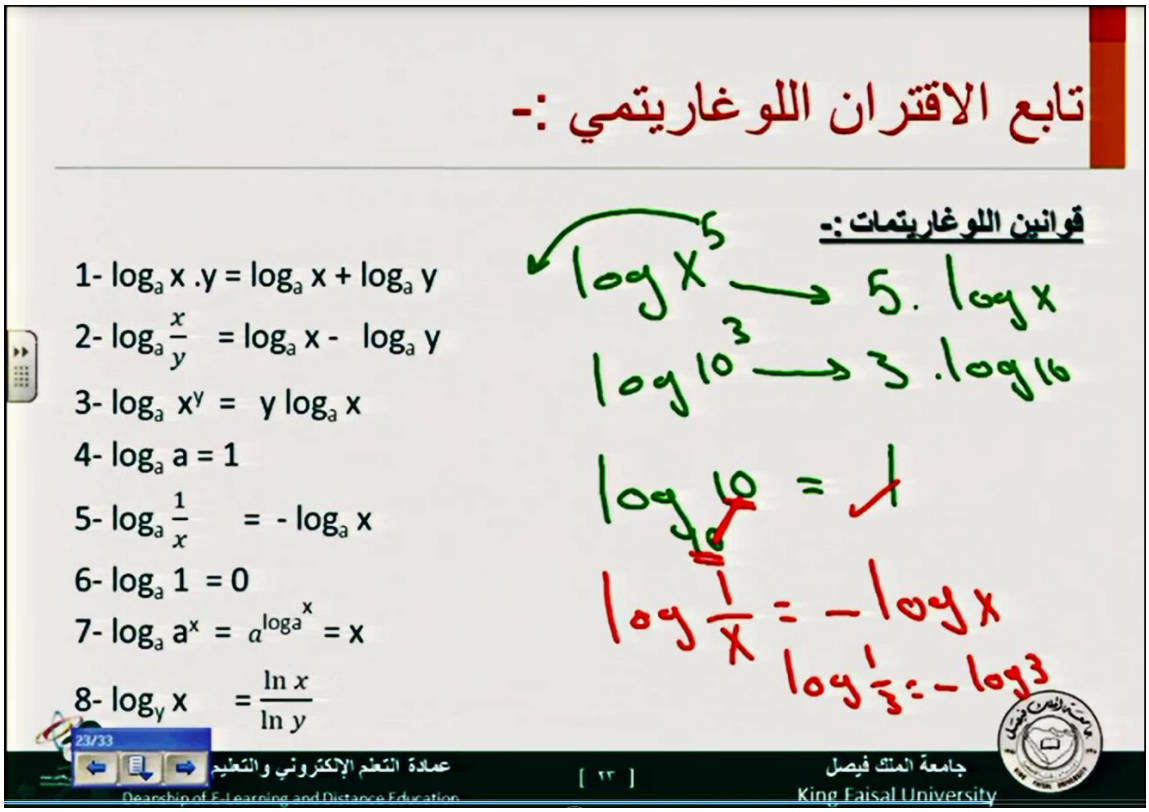
$\log 10 + \log 5 = \log 50$

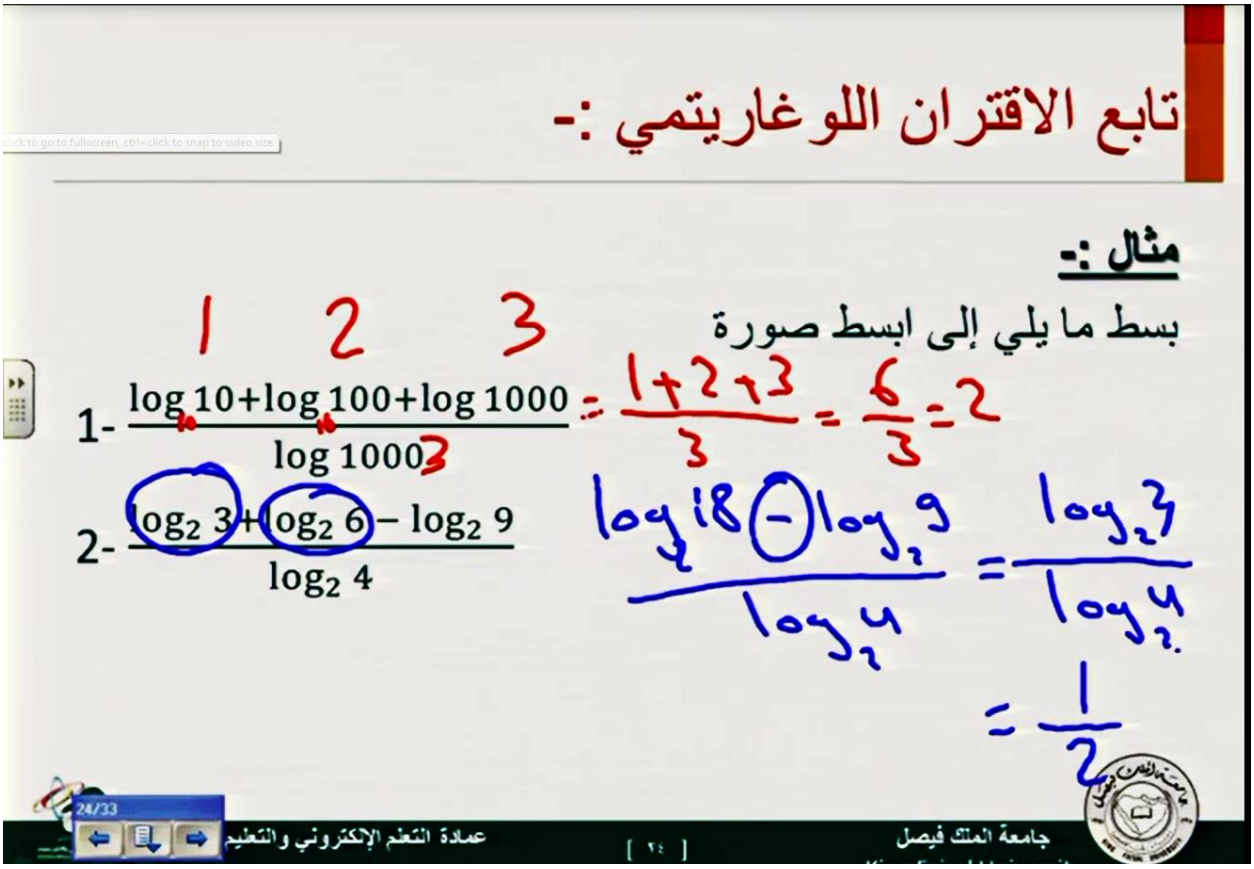
$\log 8 + \log 3 = \log 24$

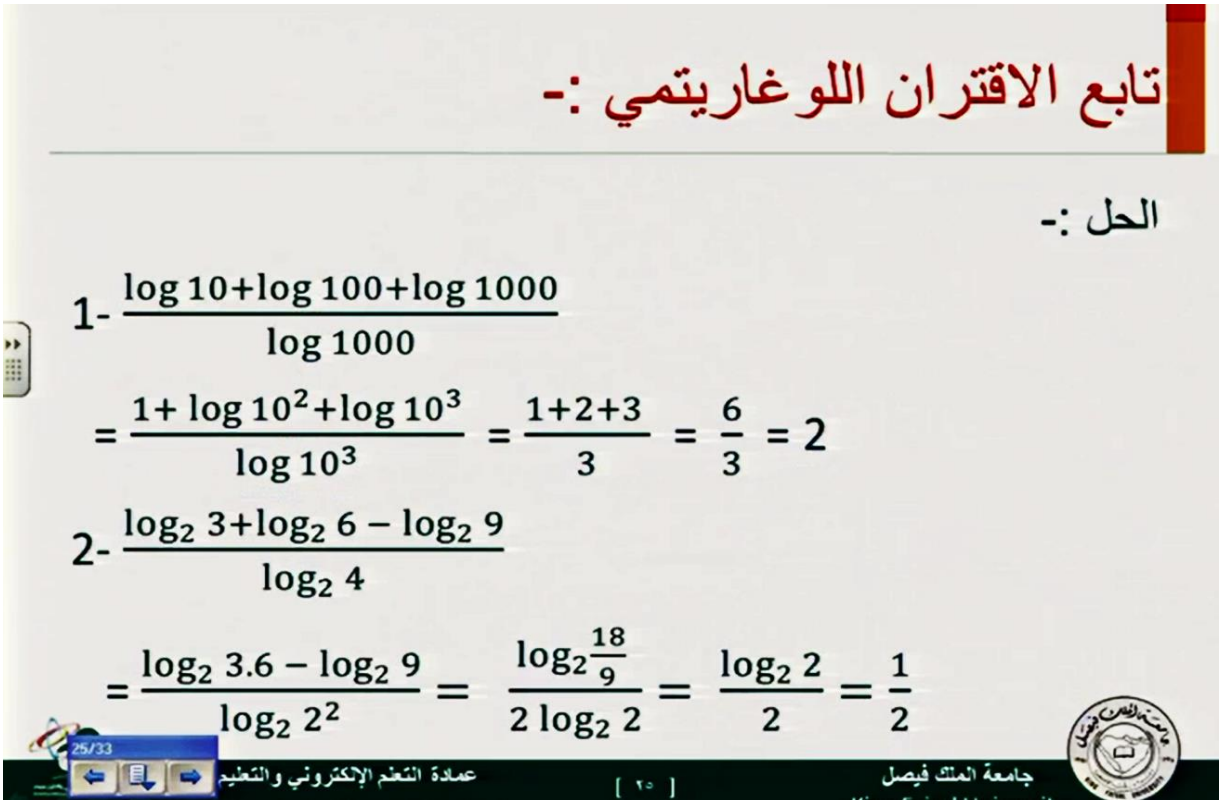
$\log 100 - \log 50 = \log_{10} 2$

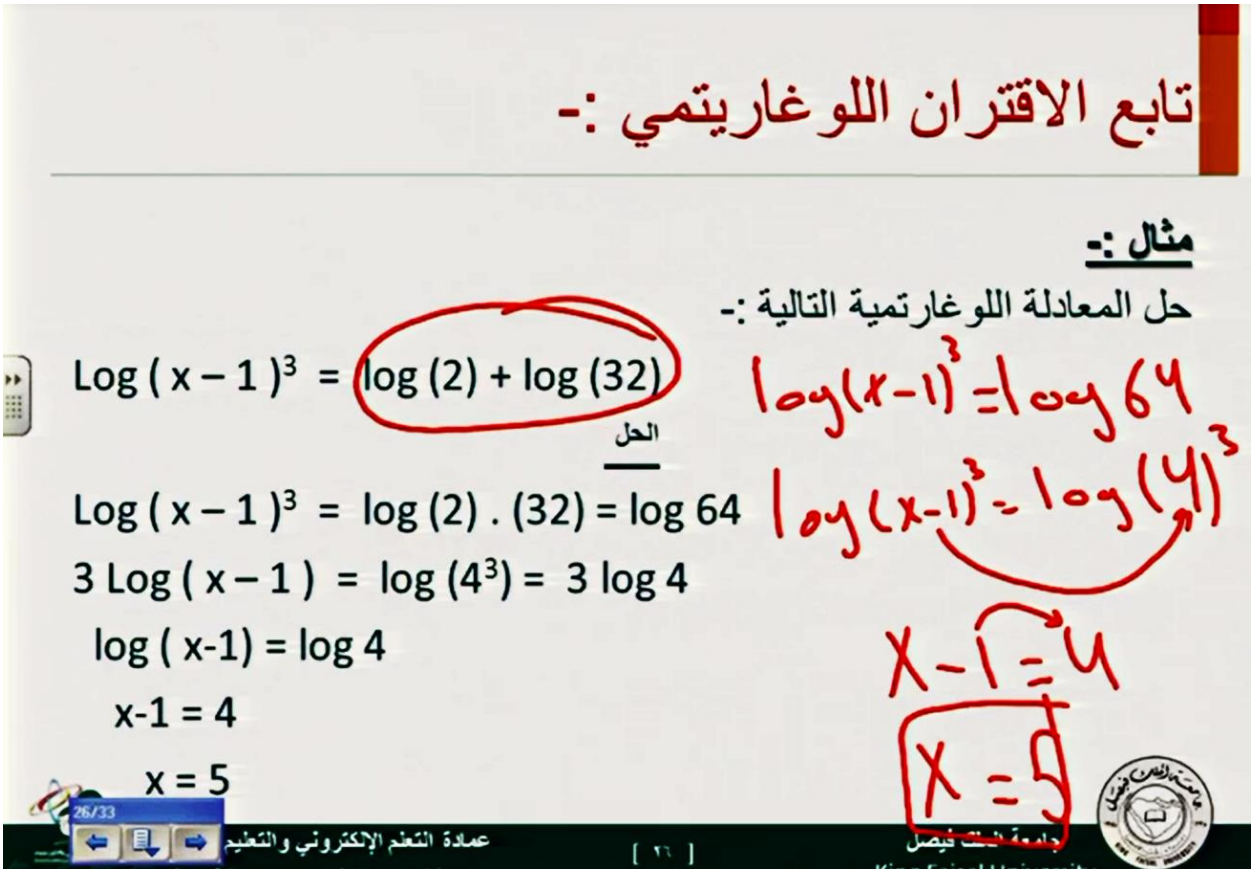
$\log 30 - \log 3 = \log_{10} 10$

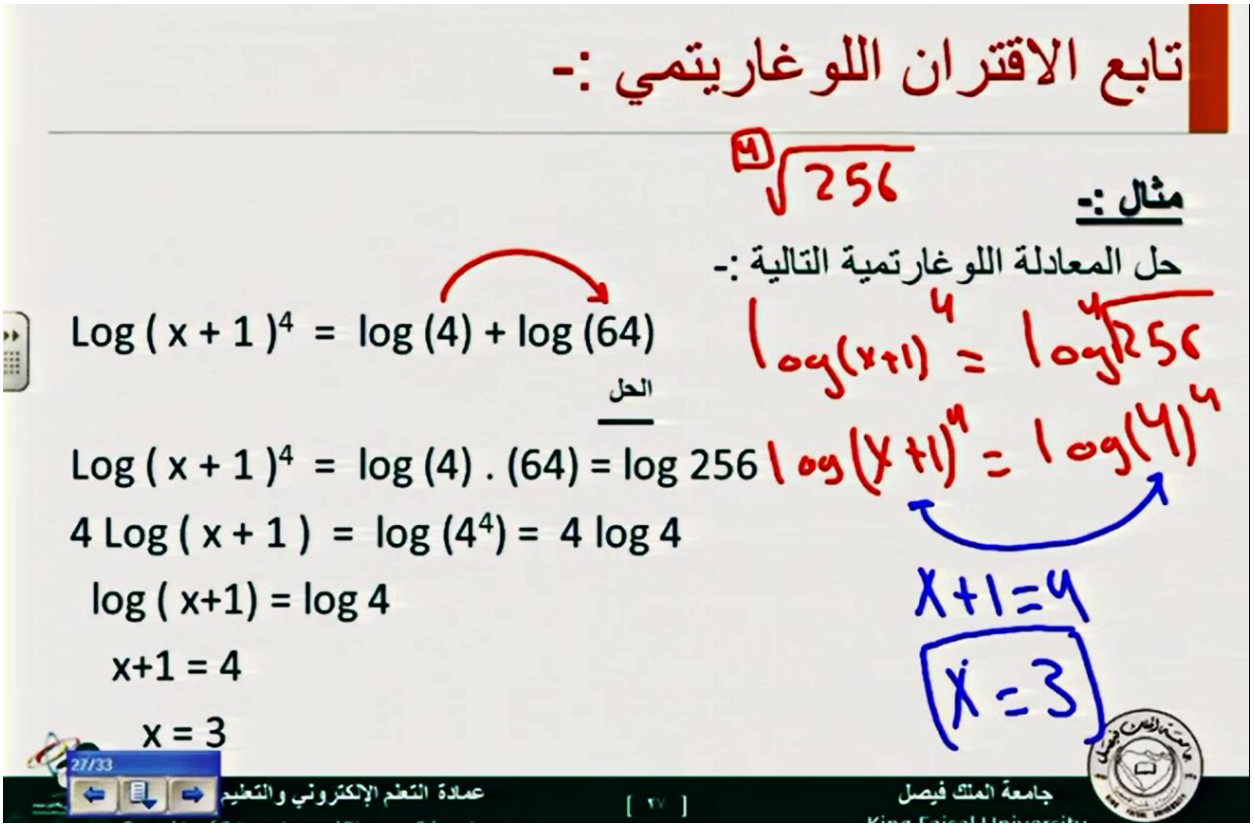

تابع الاقتران اللوغاريتمي :-
قوانين اللوغاريتمات :-
1- $\log_a x.y = \log_a x + \log_a y$
2- $\log_a \frac{x}{y} = \log_a x - \log_a y$
3- $\log_a x^y = y \log_a x$
4- $\log_a a = 1$
5- $\log_a \frac{1}{x} = -\log_a x$
6- $\log_a 1 = 0$
7- $\log_a a^x = a^{\log_a x} = x$
8- $\log_y x = \frac{\ln x}{\ln y}$
$\log x^5 \rightarrow 5.\log x$
$\log 10^3 \rightarrow 3.\log 10$
$\log_{10} 10 = 1$
23/33
عمادة التعلم الإلكتروني والتعليم
[٢٣]
جامعة الملك فيصل


تابع الاقتران اللوغاريتمي :-
قوانين اللوغاريتمات :-
1- $\log_a x.y = \log_a x + \log_a y$
2- $\log_a \frac{x}{y} = \log_a x - \log_a y$
3- $\log_a x^y = y \log_a x$
4- $\log_a a = 1$
5- $\log_a \frac{1}{x} = -\log_a x$
6- $\log_a 1 = 0$
7- $\log_a a^x = a^{\log_a x} = x$
8- $\log_y x = \frac{\ln x}{\ln y}$
$\log x^5 \rightarrow 5.\log x$
$\log 10^3 \rightarrow 3.\log 10$
$\log_{10} 10 = 1$
$\log \frac{1}{x} = -\log x$
$\log \frac{1}{3} = -\log 3$
23/33
عمادة التعلم الإلكتروني والتعليم
Deanship of E-Learning and Distance Education
[٢٣]
جامعة الملك فيصل
King Faisal University


تابع الاقتران اللوغاريتمي :-
مثال :-
بسط ما يلي إلى ابسط صورة
1- $\frac{\log 10+\log 100+\log 1000}{\log 1000}$
2- $\frac{\log_2 3+\log_2 6-\log_2 9}{\log_2 4}$
24/33
عمادة التعلم الإلكتروني والتعليم
[٢٤]
جامعة الملك فيصل


تابع الاقتران اللوغاريتمي :-
الحل :-
1- $\frac{\log 10+\log 100+\log 1000}{\log 1000}$
$= \frac{1+\log 10^2+\log 10^3}{\log 10^3} = \frac{1+2+3}{3} = \frac{6}{3} = 2$
2- $\frac{\log_2 3+\log_2 6-\log_2 9}{\log_2 4}$
$= \frac{\log_2 3.6-\log_2 9}{\log_2 2^2} = \frac{\log_2 \frac{18}{9}}{2\log_2 2} = \frac{\log_2 2}{2} = \frac{1}{2}$
25/33
عمادة التعلم الإلكتروني والتعليم
[٢٥]
جامعة الملك فيصل


تابع الاقتران اللوغاريتمي :-
مثال :-
حل المعادلة اللوغارتمية التالية :-
Log (x – 1)3 = log (2) + log (32)
الحل
Log (x – 1)3 = log (2) . (32) = log 64
3 Log (x – 1) = log (43) = 3 log 4
log (x-1) = log 4
x-1 = 4
x = 5
log(x-1)3 = log 64
log(x-1)3 = log(4)3
X-1=4
X=5
26/33
عمادة التعلم الإلكتروني والتعليم
[٢٦]
جامعة الملك فيصل


تابع الاقتران اللوغاريتمي :-
∜256
مثال :-
حل المعادلة اللوغارتمية التالية :-
Log (x + 1)4 = log (4) + log (64)
الحل
Log (x + 1)4 = log (4) . (64) = log 256
4 Log (x + 1) = log (44) = 4 log 4
log (x+1) = log 4
x+1 = 4
x = 3
log(x+1)4 = log ∜256
log(X+1)4 = log(4)4
X+1=4
X=3
27/33
عمادة التعلم الإلكتروني والتعليم
[٢٧]
جامعة الملك فيصل

تمارين واجب :-

١- أوجد :-

a- $(16x^6 + 30x^4 - 20x^2 + 15x) - (12x^5 + 5x^4 - 6x^3 - 4x + 2)$

b- $(9x^3 + 5x^2 + 12) \times (2x^2 - 5x - 10)$

٢- ما هو مجال كل من الاقترانات النسبية التالية :-

1- $f(x) = \frac{20x^2+10}{x-10}$ → $x-10=0 \rightarrow x=10$ $R^1=\{10\}$

2- $f(x) = \frac{2x+15}{\sqrt{5x^2-125}}$ → $12x^2+120=0$ $12x^2=-120$ $x^2=\frac{-120}{12}=-10$

3- $f(x) = \frac{30x^4}{12x^2+120}$ →

تابع تمارين واجب :-

٣- اوجد ناتج ما يلي :-

$\frac{2X+3}{X-5} - \frac{4X^2-6}{3X+1}$

٤- حل المعادلات الاسية التالية :-

$4^{3x+2} = 1024$ → $4^{3x+2} = (4)^5$

$\left(\frac{2}{3}\right)^{x^2} = \frac{16}{81}$ $\left(\frac{2}{3}\right)^{x^2} = \left(\frac{2}{3}\right)^4$

تابع تمارين واجب :-

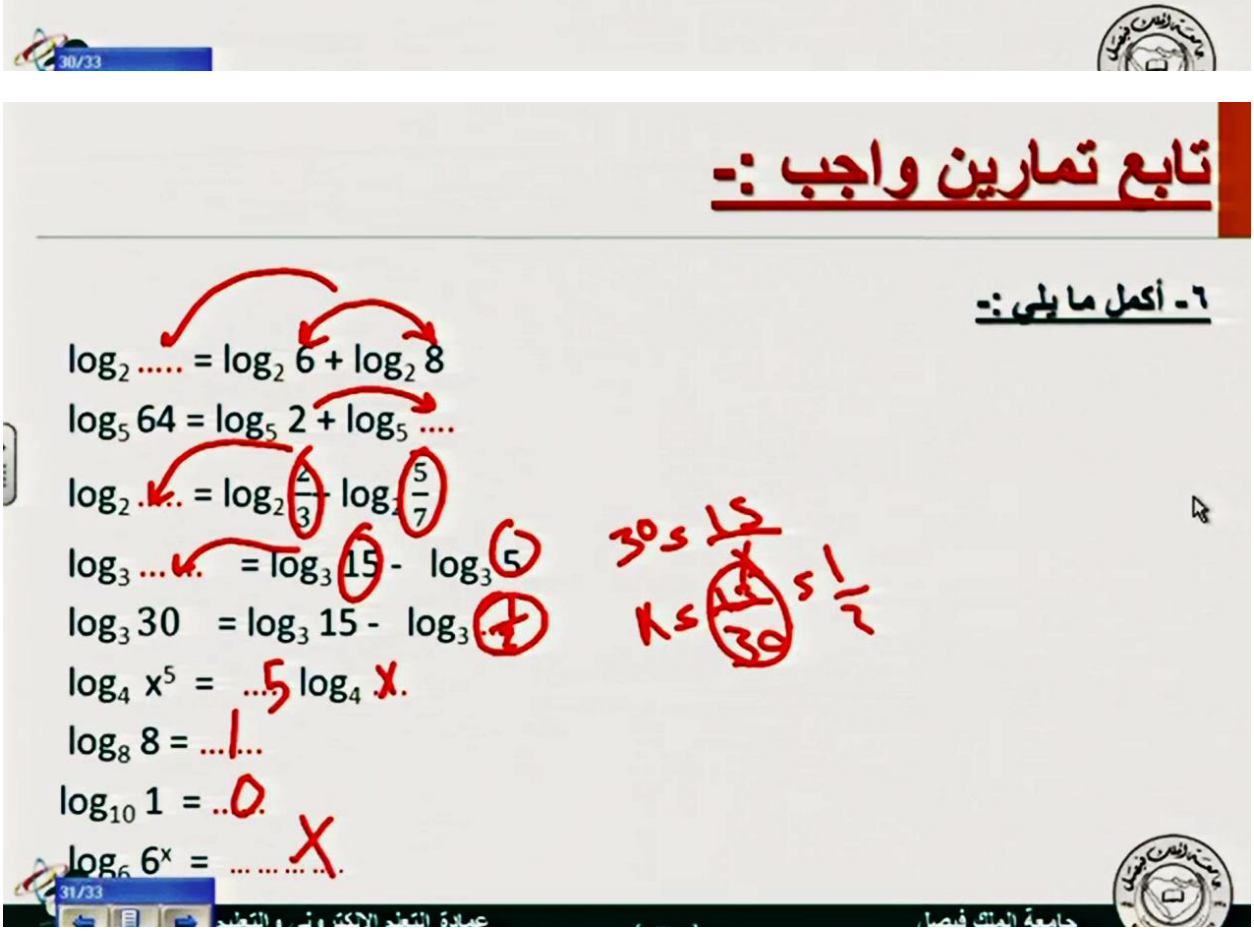
٥- أوجد الاقتران المعكوس (اللوغاريتمي) للاقترانات التالية :-

$f(x) = 3^x$ ⟶ $\log_3 x$

$f(x) = e^{-x}$ ⟶ $\log_e -x$

$f(x) = \left(\frac{2}{5}\right)^{3x}$ ⟶ $\log_{\frac{2}{5}} 3x$

$f(x) = 10^x$ ⟶ $\log_{10} x$



تابع تمارين واجب :-

٦- أكمل ما يلي :-

$\log_{\dots} \dots = \log_2 6 + \log_2 8$

$\log_5 64 = \log_5 2 + \log_5 \dots$

$\log_2 \dots = \log_2 \frac{2}{3} + \log_2 \frac{5}{7}$

$\log_3 \dots = \log_3 15 - \log_3 5$

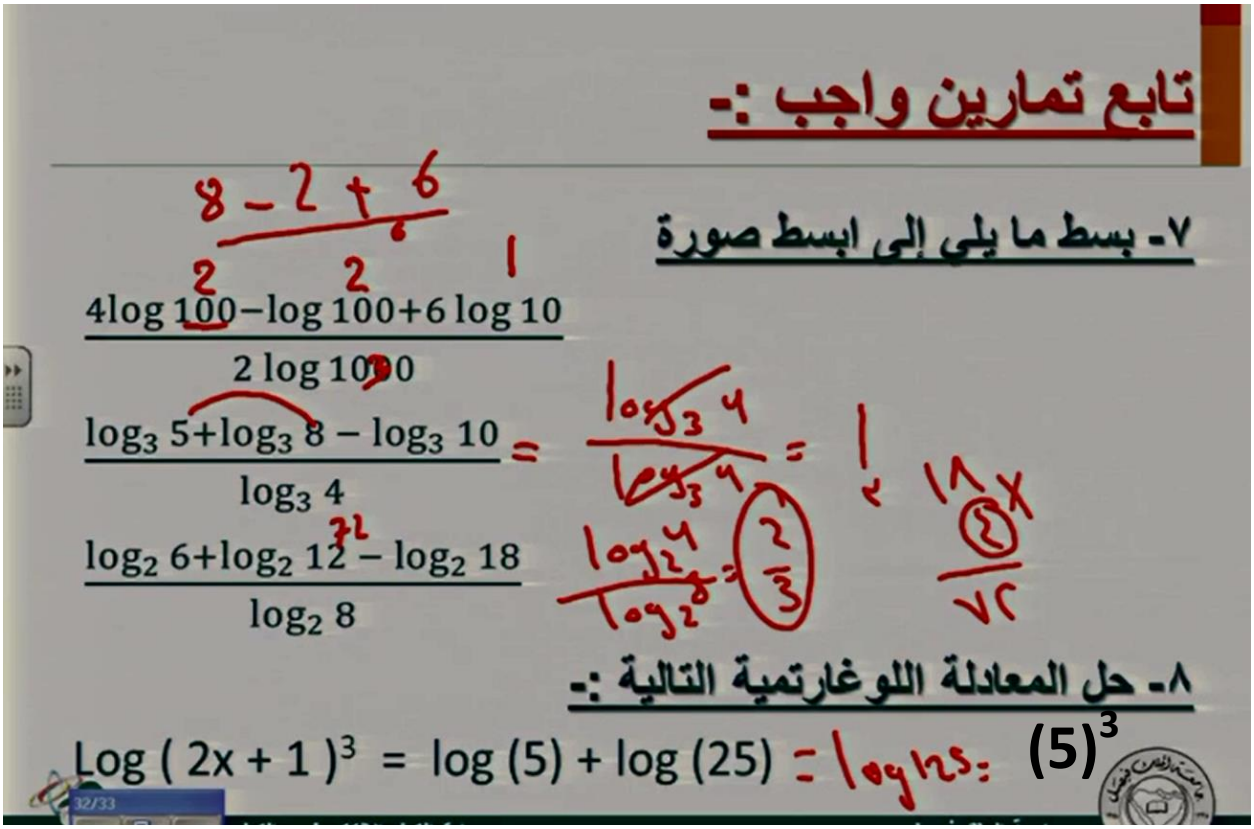
$\log_3 30 = \log_3 15 - \log_3 2$

$\log_4 x^5 = \dots \log_4 x$

$\log_8 8 = \dots$

$\log_{10} 1 = \dots$

$\log_6 6^x = \dots$


تابع تمارين واجب :-
٧- بسط ما يلي إلى ابسط صورة
$\frac{4\log 100-\log 100+6\log 10}{2\log 10^{2}}$
$\frac{\log_3 5+\log_3 8-\log_3 10}{\log_3 4}$
$\frac{\log_2 6+\log_2 12-\log_2 18}{\log_2 8}$
٨- حل المعادلة اللوغارتمية التالية :-
$\log(2x+1)^3 = \log(5)+\log(25)$
$(5)^3$