تمارين محلولة

1. إذا كانت المجموعة الكلية هي مجموعة الأعداد الطبيعية الأصغر من 10، وكانت $A = \{1,3,5\}$ و $B = \{2,4,6\}$

- كون المجموعات الآتية:

$(i)\ A \cup B \quad (ii)\ A \cap B \quad (iii)\ \overline{A} \quad (iv)\ \overline{A \cup B} \quad (v)\ \overline{A \cap B}$

الحل:

$A = \{1,3,5\}$ ، $B = \{2,4,6\}$ و $U = \{1,2,3,4,5,6,7,8,9\}$

$(i)\ A \cup B = \{1,2,3,4,5,6\}$

$(ii)\ A \cap B = \emptyset$

$(iii)\ \overline{A} = \{2,4,6,7,8,9\}$

$(iv)\ \overline{A \cup B} = \{7,8,9\}$

$(v)\ \overline{A \cap B} = \{1,2,3,4,5,6,7,8,9\} = U$

2. للدالة $g(x)=x^2+1$ أوجد $2[g(2)]^2 - g(2) + 5$

- الحل:
- $g(2) = 2^2 + 1 = 3$

$$2[g(2)]^2 - g(2) + 5 = 2[3]^2 - 3 + 5$$
$$= 2(9) + 2 = 18 + 2 = 20$$

-

3. للدالة f(x)=2x2 –1 أوجد (f(1)+f(2)+f(3)

- الحل:

- $$f(1) = 2(1)^2 - 1 = 2 - 1 = 1$$

$$f(2) = 2(2)^2 - 1 = 8 - 1 = 7$$

$$f(3) = 2(3)^2 - 1 = 18 - 1 = 17$$

- $$\therefore f(1) + f(2) + f(3) = 1 + 7 + 17 = 25$$

4. للدالة f(x)=x2 +2x-3 أوجد $f(2c-3)-5f(c)$

الحل:

- $$f(2c-3)=(2c-3)^2+2(2c-3)-3$$
$$=4c^2-12c+9+4c-6-3=4c^2-8c$$

- $$f(c)=c^2+2c-3$$

- $$\therefore\ f(2c-3)-5f(c)=4c^2-8c-5(c^2+2c-3)$$
$$=4c^2-8c-5c^2-10c+15=-c^2-18c+15$$

5. للدالة g(x)=x2 -5x+8 أوجد $g(5a-2)+3g(2a)$

الحل:

- $$g(5a-2)=(5a-2)^2-5(5a-2)+8$$
$$=25a^2-20a+4-25a+10+8=25a^2-45a+22$$

$$g(2a)=(2a)^2-5(2a)+8=4a^2-10a+8$$

- $$\therefore\ g(5a-2)+3g(2a)=25a^2-45a+22+3(4a^2-10a+8)$$
$$=25a^2-45a+22+12a^2-30a+24=37a^2-75a+46$$

6. اذا كان $f(x) = x^2 - 7x + 2$ ، $g(x) = x + 4$ ، فأوجد

$(i)\ (f + g)(x)$

$(ii)\ (f - g)(x)$

$(iii)\ (f * g)(x)$

$(iv)\ \left(\dfrac{f}{g}\right)(x)$

$(v)\ (f \circ g)(x)$

الحل:

$$(i)\ (f+g)(x) = f(x)+g(x) = x^2 - 7x + 2 + x + 4$$
$$= x^2 - 6x + 6$$

$$(ii)\ (f-g)(x) = f(x) - g(x)$$
$$= x^2 - 7x + 2 - (x+4)$$
$$= x^2 - 7x + 2 - x - 4$$
$$= x^2 - 8x - 2$$

$$(iii)\ (f \cdot g)(x) = f(x) \cdot g(x) = (x^2 - 7x + 2)(x+4)$$
$$= x^3 + 4x^2 - 7x^2 - 28x + 2x + 8$$
$$= x^3 - 3x^2 - 26x + 8$$

$$(iv)\ \left(\frac{f}{g}\right)(x) = \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{x^2 + 7x - 2}{x - 4}$$

$$(v)\ (f \circ g)(x) = f[g(x)] = f(x - 4)$$

$$= (x - 4)^2 + 7(x - 4) - 2$$

$$= x^2 - 8x - 16 + 7x + 28 - 2$$

$$= x^2 - x + 10$$

7. أوجد معكوس الدالة $g(x) = 5x$

الحل:

$$g(x) = 5x \Rightarrow y = 5x$$

$$x = 5y$$

$$\frac{x}{5} = y$$

$$y = \frac{x}{5} \Rightarrow f^{-1}(x) = \frac{x}{5}$$

8. أوجد معكوس الدالة $f(x)=\dfrac{x-4}{3}$

الحل:

$$f(x)=\frac{x-4}{3} \Rightarrow y=\frac{x-4}{3}$$

$$x=\frac{y-4}{3}$$

$$3x=y-4$$

$$3x+4=y$$

$$y=3x+4 \Rightarrow f^{-1}(x)=3x+4$$

9- أوجد كل خط من الخطوط المستقيمة الذي يحقق الشروط المعطاة فيما يلي:

- المستقيم المار بالنقطة (1, -2) وميله m=-3
- المستقيم المار بنقطة الاصل وميله 2
- المستقيم المار بالنقطتين(3,4) و (7,2)
- المستقيم الذي ميله m=-2 ومقطوعه الصادي b=3
- المستقيم الذي يمر (3,5) ويوازي المستقيم 3x+5y-2=0
- المستقيم الذي يمر (3,2) وعمودي على المستقيم y=-3x+2

- 9- أوجد الجزء المقطوع من محور السينات والجزء المقطوع من محور الصادات للمستقيم الذب معادلته 2x+7y=14

10- أوجد الميل والمقطوع الصادي للمستقيم 3x+5y=15

- أ- المستقيم المار بالنقطة (1,-2) وميله يساوي m= -3 .
- الحل:

$$m = -3 \,,\; x_1 = 1 \,,\; y_1 = -2$$

$$y + 2 = -3(x - 1)$$

$$y + 2 = -3x + 3$$

$$y = -3x + 3 - 2$$

$$y = -3x + 1$$

- ب - المستقيم المار بنقطة الاصل وميله 2
- الحل:

$$m = 2, x_1 = 0, y_1 = 0$$

$$y - 0 = 2(x - 0)$$

$$\therefore \quad y = 2x$$

- ج. المستقيم المار بالنقطتين(3,4) و (7,2)
- الحل:

$$x_1 = 3\ ,\ y_1 = 4\ ,\ x_2 = 7\ ,\ y_2 = 2$$

$$\frac{y-4}{x-3} = \frac{2-4}{7-3} = \frac{-2}{4} = \frac{-1}{2}$$

$$2(y - 4) = -1(x - 3)$$

$$2y - 8 = -x + 3$$

$$2y = -x + 3 + 8 = -x + 11$$

$$y = -\frac{1}{2}x + \frac{11}{2}$$

- د. المستقيم الذي ميله m=-2 ومقطوعه الصادي b=3
- **الحل:**

$$y = mx + b$$

$$\therefore \quad y = -2x + 3$$

- هـ-المستقيم الذي يمر بالنقطة (3,5) يوازي على المستقيم $3x+5y-2=0$
- **الحل:**
- نفرض ميل المستقيم $3x+5y-2=0$ هو m_1 وميل المستقيم الموازي m_2
- اذاً

$$m_1 = -\frac{a}{b}$$

$$a = 3 , b = 5$$

$$m_1 = -\frac{3}{5} = -\frac{3}{5}$$

$$m_2 = m_1 = -\frac{3}{5}$$

(شرط التوازي)

$$y - y_1 = m_2(x - x_1)$$

$$x_1 = 3,\ y_1 = 5$$

$$y - 5 = -\frac{3}{5}(x - 3) = -\frac{3}{5}x + \frac{9}{5}$$

$$y = -\frac{3}{5}x + \frac{9}{5} + 5 = -\frac{3}{5}x + \frac{9 + 25}{5}$$

$$y = -\frac{3}{5}x + \frac{34}{5}$$

- و- المستقيم الذي يمر (3,2) وعمودي على المستقيم y=-3x+2

- **الحل:** m_1 m_2

- نفرض ميل المستقيم y=-3x+2 هو $m_1 = -3$ وميل المستقيم العمودي عليه m_2

- اذاً $m_1 \cdot m_2 = -1$

- $m_2 = \frac{-1}{-3} = \frac{1}{3}$ (شرط التعامد)

- $$y - y_1 = m_2(x - x_1)$$

$$x_1 = 3,\ y_1 = 2$$

$$y - 2 = \frac{1}{3}(x - 3) = \frac{1}{3}x - 1$$

$$y = \frac{1}{3}x - 1 + 2$$

$$\therefore\ y = \frac{1}{3}x + 1$$

- 10- أوجد الجزء المقطوع من محور السينات والجزء المقطوع من محور الصادات للمستقيم الذي معادلته 2x+7y=14
- الحل:
- المقطوع السيني للخط =a وهذا يعني أن الخط يمر بالنقطة (a,0)

$$2a + 7(0) = 14 \Rightarrow a = 7$$

- المقطوع الصادي للخط =b وهذا يعني أن الخط يمر بالنقطة (b,0)

$$2(0) + 7b = 14 \Rightarrow b = 2$$

- 11- أوجد الميل والمقطوع الصادي للمستقيم   3x+5y=15
- **الحل:**
- لإيجاد المطلوب نضع أولا المعادلة المعطاة على الصورة :
- Y=mx+b
- من المعادلة المعطاة نجد أن

$$5y = -3x + 15$$

$$y = -\frac{3}{5}x + 3$$

- بمقارنة هذه المعادلة الأخيرة بالمعادلة y=mx+b
- نجد أن
- الميل هو $m = \frac{3}{5}$ والمقطوع الصادي هو b=3

- 12. حل المتباينة $5 > 2 - 9x > -4$
- **الحل:**

$$5 - 2 > -9x > -4 - 2$$

$$3 > -9x > -6$$

$$-\frac{1}{9}(3) < x < -\frac{1}{9}(-6)$$

$$-\frac{1}{3} < x < \frac{2}{3}$$

- مجموعة الحل هي الفترة $\left(-\frac{1}{3}, \frac{2}{3}\right)$

- 13. حل المتباينة $4 \le 2x - 2 \le 10$
- **الحل:**

$$4 + 2 \le 2x - 2 + 2 \le 10 + 2$$

$$2 \le 2x \le 8$$

$$\frac{1}{2} \cdot 2 \le \frac{1}{2} \cdot 2x \le \frac{1}{2} \cdot 8$$

$$1 \le x \le 4$$

- مجموعة الحل هي الفترة $[1, 4]$

- 14. حل المتباينة $|3x| \ge 12$
- **الحل:**
- $3x \ge 12$ أو $3x \le -12$
- $\frac{1}{3}\cdot 3x \ge \frac{1}{3}\cdot 12$ أو $\frac{1}{3}\cdot 3x \le \frac{1}{3}\cdot -12$
- $x \ge 4$ أو $x \le -4$
- مجموعة الحل هي الفترة $(-\infty, -4] \cup [4, \infty)$

15. هل الدالة $f(x) = 3x^2 - 4x$ دالة زوجية؟

- **الحل:**

$$\begin{aligned} f(-x) &= 3(-x)^2 - 4(-x) \\ &= 3x^2 + 4x \\ &\neq f(x) \end{aligned}$$

- اذاً ليست زوجية.

16. هل الدالة $f(x) = 3x^3 - 4x$ دالة فردية ؟

الحل:

$$f(-x) = 3(-x)^3 - 4(-x)$$
$$= -3x^3 + 4x$$

$$-f(x) = -(3x^2 - 4x)$$
$$= -3x^2 + 4x$$
$$= f(-x)$$

- اذاً فردية.

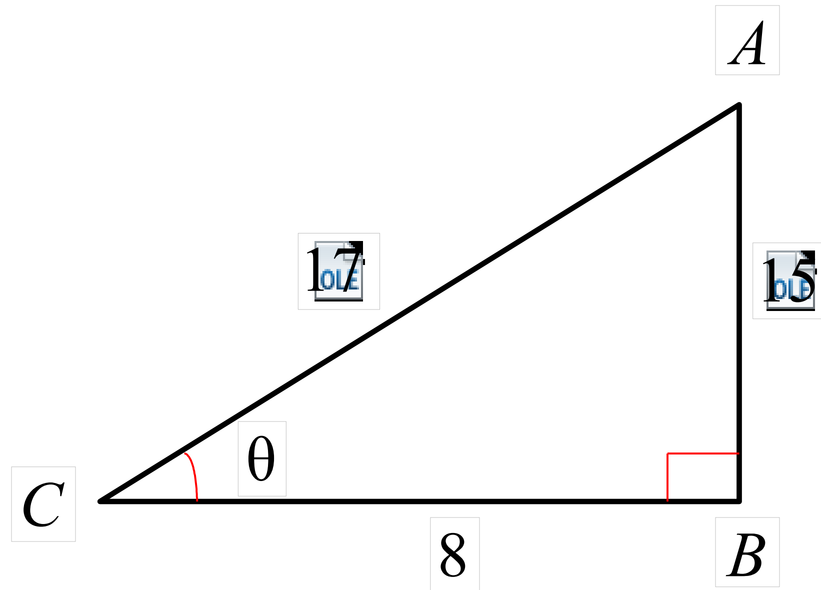
17. إذا كان $\tan\theta = \frac{15}{8}$

فأوجد $\sin\theta$، $\cos\theta$، $\sec\theta$، $\csc\theta$، $\cot\theta$

الحل:

$$\tan\theta = \frac{15}{8}$$

$$\overline{AC}^2 = \overline{AB}^2 + \overline{BC}^2$$
$$= 15^2 + 8^2$$
$$= 225 + 64 = 289$$
$$\therefore \overline{AC} = \sqrt{289} = 17$$



$$\sin\theta = \frac{AB}{AC} = \frac{15}{17}, \quad \cos\theta = \frac{BC}{AC} = \frac{8}{17}$$

$$\sec\theta = \frac{1}{\cos\theta} = \frac{17}{8}, \quad \csc\theta = \frac{1}{\sin\theta} = \frac{17}{15}, \quad \cot\theta = \frac{1}{\tan\theta} = \frac{8}{15}$$

18. إذا دالة الطلب على سلعة معينة: $Q_D = 100 - 5P$ فأوجد

- أ) الكمية المطلوبة من هذه السلعة عندما $P = 19$.
- ب) سعر وحدة السلعة إذا كانت الكمية المطلوبة $Q_D = 50$.
- جـ) الكمية المطلوبة من هذه السلعة إذا كانت بدون مقابل، أي: $P = 0$.

الحل:

- عندما $P = 19$

$$Q_D = 100 - 5 \times 19$$
$$= 100 - 95$$
$$= 5$$

- عندما $Q_D = 50$

$$Q_D = 100 - 5P$$
$$50 = 100 - 5P$$
$$5P = 100 - 50 = 50$$
$$\therefore \quad P = \frac{50}{5} = 10$$

• ج. عندما P Ì 0

Q_D Ì 100 Ĥ $5\frac{3}{2}$ 0

Ì 100

19. إذا علمت أن دالة الطلب على سلعة معينة هي Q_D Ì $3P$ Ḣ 4 .

- وان دالة العرض لنفس السلعة هي Q_S Ì 36 Ḣ $2P$.
- أوجد سعر التوازن والكمية التي يحدث عندها التوازن

- الحل:
- يحدث التوازن عندما تتساوي الكميتان المطلوبة والمعروضة .

$$Q_D = Q_S$$

$$3P - 4 = 36 - 2P$$

$$3P + 2P = 36 + 4$$

$$5P = 40$$

$$\therefore \; P = \frac{40}{5} = 8$$

تابع: الحل:

- نعوض سعر التوازن في إحدى الدالتين، ولتكن دالة العرض

$$\Rightarrow Q_S = 36 - 2(8)$$
$$= 36 - 16 = 20$$

• 20. أوجد مجالات الدوال التالية:

I. $f(x) = 3x^2 - 5x - 2$

•.

II. $f(x) = \log(3x - 7)$

•.

III. $f(x) = \dfrac{2x - 8}{x - 4}$

•.

IV. $f(x) = \sqrt{x - 1}$

•.

V. $f(x) = \frac{3x - 8}{x^3 + 1}$

VI. $f(x) = \begin{cases} 1 + x, & 0 \le x < 1 \\ 2x + 1, & 1 \le x \le 2 \end{cases}$

$f(x) = 3x^2 + 5x + 2$ 1.

- الحل:
- مجالها كافة الاعداد الحقيقية (R) لانها دالة كثيرة الحدود.

$f(x) = \log(3x + 7)$

- الحل:
- بسبب وجود اللوغاريتم يجب أن يكون:

$$3x + 7 > 0$$
$$3x > -7$$
$$x > -\frac{7}{3}$$

- اذا المجال هو الفترة $(-\frac{7}{3}, \infty)$

$$f(x) = \frac{2x + 8}{x + 4}$$

- الحل:
- يجب أن لا يكون المقام صفراً ، ويكون x+4=0 عندما x=-4 ، اذاً المجال

$$R - \{-4\}$$

IV. $f(x) = \sqrt{x - 1}$

- الحل:
- بما ان الدليل زوجي يجب ان يكون $x - 1 \ge 0$ أي $x \ge 1$ اذاً
- المجال هو $[1, \infty)$

$$f(x) = \frac{3x + 8}{x^3 - 1}$$

- الحل:
- يجب ان لا يكون المقام صفرا، والقيمة الوحيدة في R التي تجعل مقام هذه الدالة صفراً هي 1 اذاً المجال $R - \{1\}$

$$f(x) = \begin{cases} 1 - x & , 0 \le x < 1 \\ 2x - 1 & , 1 \le x \le 2 \end{cases}$$

- الحل:
- الدالة معرفة بقاعدتين و هناك قيدان $0 \le x \le 2$ اذاً المجال هو الفترة $[0,2]$

- 21. الامثلة الواردة تحت هذا التنبيه من تمارين رسم الدوال :
- **تنبيه هام:** أسئلة الجزء الخاص برسم الدوال في الاختبار النهائي تكون بالصيغة التالية: أمثلةً
- أ. **يمكن الحصول على منحنى** الدالة $f(x) = x^2 - 4$ **بإزاحة منحنى** $f(x) = x^2$ **بمقدار .....**

أ. 4 وحدات إلى اليمين

ب. 4 وحدات إلى اليسار

ج. 4 وحدات إلى أسفل

د. 4 وحدات إلى أعلى

- ب. يمكن الحصول على منحنى الدالة $f(x) = x^2 + 1$ بإزاحة منحنى $f(x) = x^2$ بمقدار .....

أ. وحدة واحدة إلى اليمين

ب. وحدة واحدة إلى اليسار

ج. وحدة واحدة إلى أسفل

د. وحدة واحدة إلى أعلى

- ج. يمكن الحصول على منحنى الدالة $f(x) = (x - 2)^2 - 1$ بإزاحة منحنى $f(x) = x^2$ بمقدار .....

أ. وحدتين الى اليمين

ب. وحدتين الى اليسار

- ج. وحدتين الى اليمين ثم وحدة واحدة إلى أعلى

د. وحدتين الى اليسار ثم وحدة واحدة إلى أسفل

د. يمكن الحصول على منحنى الدالة $f(x) = |x + 3| + 4$ بإزاحة منحنى $f(x) = |x|$ بمقدار .....

أ. ثلاث وحدات الى اليمين ثم أربع وحدات إلى أعلى

ب. ثلاث وحدات الى اليسار ثم أربع وحدات إلى أسفل

ج. أربع وحدات الى اليمين ثم ثلاث وحدات الى أسفل

د. أربع وحدات الى اليسار ثم ثلاث وحدات الى أعلى

هـ. **يمكن الحصول على منحنى الدالة** $f(x)$ Ì Ĥ $|x|$ Ĥ 2 **بإنعكاس منحنى** $f(x)$ Ì x

على محور x ثم إزاحته بمقدار .....

أ. وحدتين الى اليمين

ب. وحدتين الى اليسار

ج. وحدتين إلى أسفل

د. وحدتين الى أعلى

و. يمكن الحصول على منحنى الدالة $f(x) = (x - 2)^3$ بإزاحة منحنى $f(x) = x^3$ بمقدار .....

أ. وحدتين إلى اليمين

ب. وحدتين إلى اليسار

ج. وحدتين إلى أسفل

د. وحدتين إلى أعلى

22. اذا كانت $\lim_{x \to 2} f(x) = 5$ ، $\lim_{x \to 2} g(x) = -8$ و $\lim_{x \to 2} h(x) = 10.5$

فأوجد مما يلي:

i. $\lim_{x \to 2} \left[5f(x) - 4h(x) \right]$

ii. $\lim_{x \to 2} \left[-\frac{1}{2} g(x)\, h(x) \right]$

iii. $\lim_{x \to 2} \left[f(x) + 2h(x) + 3g(x) - 2 \right]$

iv. $$\lim_{x \to 2} \left[f(x) \; g(x) \; h(x) \right]$$

v. $$\lim_{x \to 2} \frac{g(x)}{f(x)}$$

vi. $$\lim_{x \to 2} \frac{h(x)}{2 f(x)}$$

الحل:

i. $$\lim_{x \to 2}\left[5f(x) - 4h(x)\right] = 5\lim_{x \to 2} f(x) - 4\lim_{x \to 2} h(x)$$

$$= 5 \times 5 - 4 \times 10.5 = 25 - 42 = -17$$

ii. $$\lim_{x \to 2}\left[-\frac{1}{2} g(x) \times h(x)\right] = -\frac{1}{2}\lim_{x \to 2} g(x) \times \lim_{x \to 2} h(x)$$

$$= \left(-\frac{1}{2} \times -8\right) \times 10.5 = 42$$

$$\lim_{x\to 2}\left[f(x)+2h(x)+3g(x)-2\right]=\lim_{x\to 2}f(x)+2\lim_{x\to 2}h(x)+3\lim_{x\to 2}g(x)-2$$
$$=5+2\times 10.5+(3\times -8)-2$$
$$=5+21-24-2=0$$

$$\lim_{x\to 2}\left[8f(x)-g(x)\times h(x)\right]=8\lim_{x\to 2}f(x)-\lim_{x\to 2}g(x)\times\lim_{x\to 2}h(x)$$
$$=8\times 5-(-8\times 10.5)$$
$$=40+84=124$$

v. $$\lim_{x \to 2} \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{\lim_{x \to 2} f(x)}{\lim_{x \to 2} g(x)} = \frac{5}{-8} = -\frac{5}{8}$$

vi. $$\lim_{x \to 2} \frac{h(x)}{f(x)} = \frac{\lim_{x \to 2} h(x)}{\lim_{x \to 2} f(x)} = \frac{10.5}{5} = 2.1$$

- .
- .
- .
- .

أوجد النهايات التالية إذا وجدت:

1. $\lim_{x \to 2}(x^2 - 2x + 1) = 2^2 - 2(2) + 1 = 4 - 4 + 1 = 1$

2. $\lim_{x \to 2} \frac{x^2 - 4}{x - 2} = \lim_{x \to 2} \frac{(x - 2)(2 + 2)}{(x - 2)} = \lim_{x \to 2}(x + 2) = 2 + 2 = 4$

3. $\lim_{x \to -2} \frac{2x - 3}{x + 4} = \frac{2(-2) - 3}{-2 + 4} = \frac{-4 - 3}{2} = -\frac{7}{2}$

4. $\lim_{x \to 0} e^x = e^0 = 1$

5. $\lim_{x \to 6} \sqrt[4]{x^2 - 3x - 8} = \sqrt[4]{\lim_{x \to 6}(x^2 - 3x - 8)} = \sqrt[4]{36 - 18 - 8} = \sqrt[4]{36 - 26} = \sqrt[4]{10}$

6. $\lim_{x \to 3} \log(2x + 4) = \log(2 \cdot 3 + 4) = \log 10 = 1$

7. $\lim_{x \to 2} \ln(x^2 + 1) = \ln(4 + 1) = \ln 5$

8. $\lim_{x \to -1} (2x^2 + 5x + 1)^2 = \left[\lim_{x \to -1} (2x^2 + 5x + 1)\right]^2 = \left[2(-1)^2 + 5(-1) + 1\right]^2 = \left[2 - 5 + 1\right]^2 = (-2)^2 = 4$

9. $\lim_{x \to 1} \sqrt{x} = \sqrt{\lim_{x \to 1} x} = \sqrt{1} = 1$

أوجد النهايات التالية:

$$\lim_{x \to -4} \frac{x+4}{x^2+5x+4}$$

- بالتعويض المباشر نجد أن

$$\lim_{x \to -4} \frac{x+4}{x^2+5x+4} = \frac{-4+4}{(-4)^2+5(-4)+4} = \frac{-4+4}{16-20+4} = \frac{0}{0}$$

- كمية غير معينة
-
- لإزالة هذه الحالة نحلل المقام إلى عوامله الأولية

تابع: الحلول:

$$\lim_{x \to -4} \frac{x+4}{x^2+5x+4} = \lim_{x \to -4} \frac{\cancel{x+4}}{\cancel{(x+4)}(x+1)} = \lim_{x \to -4} \frac{1}{x+1} = \frac{1}{-4+1}$$

$$= -\frac{1}{3}$$

$$\lim_{x \to 9} \frac{3 - \sqrt{x}}{x - 9}$$

الحل:

$$\lim_{x \to 9} \frac{3 - \sqrt{x}}{x - 9} = \frac{3 - \sqrt{9}}{9 - 9} = \frac{3 - 3}{9 - 9} = \frac{0}{0}$$

لإزالة هذه الحالة نضرب كل من البسط والمقام بمرافق البسط ($3 + \sqrt{x}$)

تابع: الحلول:

$$\lim_{x\to 9}\frac{3-\sqrt{x}}{x-9}=\lim_{x\to 9}\frac{\left(3-\sqrt{x}\right)\left(3+\sqrt{x}\right)}{\left(x-9\right)\left(3+\sqrt{x}\right)}=\lim_{x\to 9}\frac{9-x}{\left(x-9\right)\left(3+\sqrt{x}\right)}$$

$$=\lim_{x\to 9}\frac{-(x-9)}{(x-9)\left(3+\sqrt{x}\right)}$$

$$=\lim_{x\to 9}\frac{-1}{3+\sqrt{x}}$$

$$=\frac{-1}{3+\sqrt{9}}=\frac{-1}{3+3}=\frac{-1}{6}$$

تابع: الحلول:

$$\lim_{x \to \infty} \frac{3x^4 + 5x^2 - 2}{7x^5 - 6x^3 + 3x - 1}$$

- **الحل:**
- بما أن درجة البسط أقل من درجة المقام اذاً:

$$\lim_{x \to \infty} \frac{3x^4 + 5x^2 - 2}{7x^5 - 6x^3 + 3x - 1} = 0$$

تابع: الحلول:

$$\lim_{x \to \infty} \frac{7x^2 - 3x + 2}{2x^2 - 4}$$

- **الحل:**
- بما أن درجة البسط = درجة المقام اذاً:

$$\lim_{x \to \infty} \frac{7x^2 - 3x + 2}{2x^2 - 4} = \frac{7}{2}$$

تابع: الحلول:

$$\lim_{x \to \infty} \frac{2x^3 - 6x + 21}{x^2 - 1}$$

- **الحل:**
- بما أن درجة البسط أكبر من درجة المقام اذاً:

$$\lim_{x \to \infty} \frac{2x^3 - 6x + 21}{x^2 - 1} = \infty$$

- هل الدالة المعرفة بـ

$$1. \quad f(x) = \begin{cases} 2x, & x \le -1 \\ x - 1, & x > -1 \end{cases}$$

- متصلة في x=-1 ؟

الحل:

- $f(-1) = 2(-1) = -2$

- $\lim_{x \to -1^{-}} f(x) = \lim_{x \to -1^{-}} 2x = 2(-1) = -2$

- $\lim_{x \to -1^{+}} f(x) = \lim_{x \to -1^{+}} (x - 1) = -1 - 1 = -2$

- بما أن

$$\lim_{x \to -1^-} f(x) = \lim_{x \to -1^+} f(x)$$

- اذاً

$$\lim_{x \to -1} f(x) = -2$$

-

- و بما أن

$$\lim_{x \to -1} f(x) = f(-1) = -2$$

-

- اذاً الدالة متصلة في x=-1

- هل الدالة المعرفة بـ

$$2.\quad f(x) = \begin{cases} x - 1, & x < 2 \\ 1, & x = 2 \\ 5 - x, & x > 2 \end{cases}$$

- متصلة في x=2؟

الحل:

- $f(2) = 1$
-
- $\lim_{x \to 2^{+}} f(x) = \lim_{x \to 2^{+}} (5 - x) = 5 - 2 = 3$
- $\lim_{x \to 2^{-}} f(x) = \lim_{x \to 2^{-}} (x + 1) = 2 + 1 = 3$

- بما أن

$$\lim_{x \to 2^-} f(x) = \lim_{x \to 2^+} f(x)$$

- اذاً

$$\lim_{x \to 2} f(x) = 3$$

- و بما أن

$$\lim_{x \to 2} f(x) \neq f(2)$$

- اذاً الدالة غير متصلة في x=2

أوجد مشتقات الدوال التالية:

$$y = \sqrt[5]{3x^2 + 4}$$

الحل:

$$y = \left(3x^2 + 4\right)^{\frac{1}{5}}$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{1}{5}\left(3x^2 + 4\right)^{\frac{1}{5}-1} \cdot 6x = \frac{6}{5}x\left(3x^2 + 4\right)^{-\frac{4}{5}}$$

$$y = \left(4x^2 + 5x - 2\right)^8$$

- **الحل:**

$$\frac{dy}{dx} = 8\left(4x^2 + 5x - 2\right)^7 . (8x + 5)$$

$$= \left(64x + 40\right)\left(4x^2 + 5x - 2\right)^7$$

$$y = u^2 + u, \quad u = 4x - 3$$

الحل:

$$\frac{dy}{du} = 2u + 1$$

$$\frac{du}{dx} = 4$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{dy}{du} \cdot \frac{du}{dx} = (2u + 1) \cdot 4 = 8u + 4 = 8(4x - 3) + 4$$

$$= 32x - 24 + 4 = 32x - 20$$

$$y = u + \frac{1}{u}, \quad u = 5 - 2x$$

الحل:

$$\frac{dy}{du} = 1 - \frac{1}{u^2}$$

$$\frac{du}{dx} = -2$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{dy}{du} \cdot \frac{du}{dx} = \left(1 - \frac{1}{u^2}\right)(-2)$$

$$= \left(-2 + \frac{2}{u^2}\right)$$

$$= \left(-2 + \frac{2}{(5-2x)^2}\right)$$

$$= \frac{-2(25-20x+4x^2)+2}{25-20x+4x^2}$$

$$= \frac{-50+40x-8x^2+2}{25-20x+4x^2} = \frac{-8x^2+40x-48}{4x^2-20x+25}$$

أوجد المشتقات الثلاث الاولى :

- **الحل:**

$$y = 3x^4 + 5x^3 - 7x^2 + 1$$

- $$y' = 12x^3 + 15x^2 - 14x$$

$$y'' = 36x^2 + 30x - 14$$

$$y''' = 72x + 30$$

أوجد المشتقات الثلاث الاولى :

- **الحل:**

$$y = \frac{1}{3x-1}$$

$$y' = \frac{-1(3)}{(3x-1)^2} = \frac{-3}{(3x-1)^2}$$

$$y'' = \frac{-(-3)(2(3x-1)(3))}{(3x-1)^4} = \frac{18(3x-1)}{(3x-1)^4} = \frac{18}{(3x-1)^3}$$

$$y''' = \frac{-18 \times 3(3x-1)^2 \times 3}{(3x-1)^6} = \frac{-162}{(3x-1)^4}$$

- اذا كانت $y = 4x^2 - 3x^4$ فأوجد $\left.\frac{dy}{dx}\right|_{x=2}$
-
- الحل:

$$\frac{dy}{dx} = 8x - 12x^3$$

$$\therefore \left.\frac{dy}{dx}\right|_{x=2} = 8(2) - 12(2)^3 = 16 - 96 = -80$$

أوجد مشتقات الدوال التالية:

$$y = e^{x^2 - 2x}$$

- الحل:

$$\frac{dy}{dx} = e^{x^2 - 2x}.(2x - 2)$$

$$y = (2x + 3)e^{-2x}$$

- الحل:

$$\frac{dy}{dx} = (2x + 3).e^{-2x}.(-2) + e^{-2x}.(2)$$
$$= (-4x - 6)e^{-2x} + 2e^{-2x}$$

- **ملاحظة: تم تطبيق قانون مشتقة حاصل ضرب دالتين**

$$y = e^{\cos x}$$

- الحل:

$$\frac{dy}{dx} = e^{\cos x}.(-\sin x)$$

$$y = \frac{1}{2}\left(e^{3x} + e^{-3x}\right)$$

- الحل:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{1}{2}\left(e^{3x}.(3) + e^{-3x}.(-3)\right)$$

$$= \frac{1}{2}\left(3e^{3x} - 3e^{-3}\right)$$

$$y = \log_2 3x$$

الحل:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{1}{3x} \cdot \frac{1}{\ln 2} \cdot 3 = \frac{1}{x \ln 2}$$

$$y = 7^{x^3}$$

الحل:

$$\frac{dy}{dx} = 7^{x^3} \cdot \ln 7 \cdot (3x^2)$$

$$y = \ln(\sin x)$$

الحل:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{1}{\sin x} . \cos x = \frac{\cos x}{\sin x} = \cot x$$

$$y = x^2 e^{2x}$$

الحل:

$$\frac{dy}{dx} = x^2 . e^{2x} . (2) + e^{2x} . (2x)$$

$$= 2x^2 e^{2x} + 2x e^{2x}$$

ملاحظة: تم تطبيق قانون مشتقة حاصل ضرب دالتين

$$y = e^{2x}\cos 3x$$

الحل:

$$\frac{dy}{dx} = e^{2x}.(-\sin 3x)(3) + \cos 3x(e^{2x})(2)$$

$$= -3e^{2x}\sin 3x + 2e^{2x}\cos 3x$$

ملاحظة: تم تطبيق قانون مشتقة حاصل ضرب دالتين

$$9x^2 + 4y^2 = 40$$

- الحل:

$$18x + 8y\frac{dy}{dx} = 0$$

$$8y\frac{dy}{dx} = -18x$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{-18x}{8y} = -\frac{9x}{4y}$$

- **ملاحظة: تم تطبيق اسلوب الاشتقاق الضمني**

$$y^4 + 3y - 4x^3 = 5x + 1$$

الحل:

$$4y^3\frac{dy}{dx} + 3\frac{dy}{dx} - 12x^2 = 5$$

$$4y^3\frac{dy}{dx} + 3\frac{dy}{dx} = 12x^2 + 5$$

$$(3y^3 + 3)\frac{dy}{dx} = 12x^2 + 5$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{12x^2 + 5}{3y^3 + 3}$$

ملاحظة: تم تطبيق اسلوب الاشتقاق الضمني

$$5x^2 + 2x^2y + y^2 = 8$$

الحل:

$$10x + 2x^2\frac{dy}{dx} + 4xy + 2y\frac{dy}{dx} = 0$$

$$2x^2\frac{dy}{dx} + 2y\frac{dy}{dx} = -10x - 4xy$$

$$\left(2x^2 + 2y\right)\frac{dy}{dx} = -10x - 4xy$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{-10x - 4xy}{2x^2 + 2y} = \frac{-2(5x + 2xy)}{2(x^2 + y)} = \frac{-(5x + 2xy)}{(x^2 + y)}$$

ملاحظة: تم تطبيق اسلوب الاشتقاق الضمني

- إذا كانت $y^2 - 4x^2 = 5$ فأوجد $\frac{dy}{dx}$ عند $x = -1$ و $y = 3$
- **الحل:**

$$2y\frac{dy}{dx} - 8x^2 = 0$$

$$2y\frac{dy}{dx} = 8x^2$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{8x}{2y} = \frac{4x}{y}$$

$$\left.\frac{dy}{dx}\right|_{x=-1,\,y=3} = \frac{4(-1)}{3} = \frac{-4}{3}$$

- إذا كانت $xy^2 + 3y = 27$ فأوجد $\frac{dy}{dx}$ عند $x = 2$ و $y = 3$
- **الحل:**

$$2xy\frac{dy}{dx} + y^2 + 3\frac{dy}{dx} = 0$$

$$2xy\frac{dy}{dx} + 3\frac{dy}{dx} = -y^2$$

$$(2xy + 3)\frac{dy}{dx} = -y^2$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{-y^2}{2xy + 3}$$

$$\left.\frac{dy}{dx}\right|_{x=2,\,y=3} = \frac{-(3)^2}{2(2)(3) + 3} = \frac{-9}{15} = \frac{-3}{5}$$

أوجد $\frac{\partial z}{\partial x}$ و $\frac{\partial z}{\partial y}$ اذا كانت:

$$z = x^3 + 2xy - y^3$$

الحل:

$$\frac{\partial z}{\partial x} = 3x^2 + 2y$$

$$\frac{\partial z}{\partial y} = +2x - 3y^2$$

أوجد $\frac{\partial z}{\partial x}$ و $\frac{\partial z}{\partial y}$ اذا كانت:

- $$z = xy + \ln xy$$

- الحل:

$$\frac{\partial z}{\partial x} = y + \frac{1}{xy}.y = y + \frac{1}{x}$$

$$\frac{\partial z}{\partial y} = x + \frac{1}{xy}.x = x + \frac{1}{y}$$

أوجد $\frac{\partial z}{\partial x}$ و $\frac{\partial z}{\partial y}$ اذا كانت:

$$z = x\ln y + y\ln x + xe^{xy}$$

الحل:

$$\frac{\partial z}{\partial x} = \ln y + \frac{y}{x} + (xe^{xy} \cdot y + e^{xy} \cdot 1)$$

$$= \ln y + \frac{y}{x} + xye^{xy} + e^{xy}$$

$$\frac{\partial z}{\partial y} = \frac{x}{y} + \ln x + xe^{xy} \cdot x$$

$$= \frac{x}{y} + \ln x + x^2 e^{xy}$$

ما هي نقط القيم العظمى والصغرى إن وجدت؟ للدوال التالية:

- $i.\quad f(x) = x^3 - 9x^2 + 24x$

- **الحل:**

$$f'(x) = 3x^2 - 18x + 24$$

$$3x^2 - 18x + 24 = 0$$

$$3(x^2 - 6x + 8) = 0 \qquad \div 3$$

$$x^2 - 6x + 8 = 0$$

$$(x - 2)(x - 4) = 0$$

- إما $(x - 2) = 0$
- اذاً $x = 2$
- أو $(x - 4) = 0$
- اذاً $x = 4$

$$f''(x) = 6x - 18$$

- عند $x = 2$
- $f''(2) = 6(2) - 18 = 12 - 18 = -6$

$\because f''(2) < 0$

- $\therefore$ توجد قيمة عظمى محلية عند $x = 2$ وهي:

$$f(2) = 2^3 - 9(2)^2 + 24(2)$$
$$= 8 - 36 + 48 = 56 - 36 = 20$$

- عند $x = 4$
- $f''(4) = 6(4) - 18 = 24 - 18 = 6$
-

$\because f''(4) > 0$

- $\therefore$ توجد قيمة صغرى محلية عند $x = 4$ وهي:

$$f(4) = 4^3 - 9(4^2) + 24(4)$$
$$= 64 - 144 + 96 = 160 - 144 = 16$$

$$ii.\quad f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x - 3$$

الحل:

$$f'(x) = 3x^2 - 12x + 9$$

$$3x^2 - 12x + 9 = 0$$

$$3(x^2 - 4x + 3) = 0 \qquad \div 3$$

$$x^2 - 4x + 3 = 0$$

$$(x - 1)(x - 3) = 0$$

- إما $(x - 1) = 0$
- اذاً $x = 1$
- أو $(x - 3) = 0$
- اذاً $x = 3$

$$f''(x) = 6x - 12$$

- عندما $x = -1$
- $f''(-1) = 6(-1) + 12 = -6 + 12 = 6$

$$\because f''(-1) > 0$$

- توجد قيمة صغرى محلية عند $x = -1$ وهي:

$$f(-1) = (-1)^3 + 6(-1)^2 + 9(-1) + 3$$
$$= -1 + 6 - 9 + 3 = -1$$

- عند $x = -3$

$$f''(-3) = 6(-3) + 12 = -18 + 12 = -6$$

- $\because f''(-3) < 0$

- $\therefore$ توجد قيمة عظمى محلية عند $x = -3$ وهي:

$$f(-3) = (-3)^3 + 6(-3)^2 + 9(-3) + 3$$
$$= -27 + 54 - 27 + 3 = 3$$

- $iii.\ f(x) = x^2 - 2x - 18$
- **الحل:**

$$f'(x) = 2x - 2$$

$$2x - 2 = 0$$
$$2(x - 1) = 0 \qquad \div 2$$
$$x - 1 = 0$$
$$x = 1$$

$$f''(x) = 2$$

- عندما $x = -1$
- $f''(-1) = 2$
- $\because f''(-1) > 0$
- توجد قيمة صغرى محلية عند $x = -1$ وهي:

$$f(-1) = (-1)^2 + 2(-1) + 18$$
$$= 1 - 2 + 18 = 17$$

أوجد نقطة الانقلاب (ان وجدت) للدالة :

$$f(x) = 2x^3 - 3x^2 - 12x + 5$$

- **الحل:**

$$f'(x) = 6x^2 - 6x - 12$$

$$f''(x) = 12x - 6$$

$$12x - 6 = 0$$

$$12x = 6$$

$$x = \frac{6}{12} = \frac{1}{2}$$

تابع: الحل:

+   -

0    $\frac{1}{2}$ 1   2

$$f''(0) = 12(0) - 6 = -6$$

$$f''(1) = 12(1) - 6 = 12 - 6 = 6$$

- بما أن حصل تغير في التقعر قبل وبعد $\frac{1}{2}$ اذا توجد نقطة انقلاب $x = \frac{1}{2}$ وهي $\left(\frac{1}{2}, f\left(\frac{1}{2}\right)\right)$

$$f\left(\frac{1}{2}\right) = 2\left(\frac{1}{2}\right)^3 - 3\left(\frac{1}{2}\right)^2 - 12\left(\frac{1}{2}\right) + 5$$

$$= \frac{1}{4} - \frac{3}{4} - 6 + 5 = \frac{-1}{2} - 1 = \frac{-1-2}{2} = \frac{-3}{2}$$

- نقطة الانقلاب هي $\left(\frac{1}{2}, \frac{-3}{2}\right)$

أوجد نقطة الانقلاب (ان وجدت) للدالة :

$$f(x) = x^3 - 12x^2 + 36x$$

- **الحل:**

$$f'(x) = 3x^2 - 24x + 36$$

$$f''(x) = 6x - 24$$

$$6x - 24 = 0$$

$$6x = 24$$

$$x = \frac{24}{6} = 4$$

تابع: الحل:

-

+

0 1 2 3 4 5

$$f''(3) = 6(3) - 24 = 18 - 24 = -6$$

$$f''(5) = 6(5) - 24 = 30 - 24 = 6$$

$(4, f(4))$ $x = 4$ 4

- بما أن حصل تغير في التقعر قبل وبعد اذا توجد نقطة انقلاب عند وهي

$$f(4) = (4)^3 - 12(4)^2 + 36(4)$$

$$= 64 - 192 + 144 = 208 - 192 = 16$$

- نقطة الانقلاب هي $(4,16)$

أوجد ناتج التكاملات الآتية:

$$i.\quad \int \left(5x^6 - 2x^4 + 3x^2 - 6\right) dx$$

الحل:

$$\int \left(5x^6 - 2x^4 + 3x^2 - 6\right) dx = \frac{5x^7}{7} - \frac{2x^5}{5} + \frac{3x^3}{3} - 6x + c$$

$$= \frac{5x^7}{7} - \frac{2x^5}{5} + x^3 - 6x + c$$

$$ii. \quad \int \left(x^{1/2} - 3x^{2/3} + 5x^{-1/2} \right) dx$$

الحل:

$$\int \left(x^{\frac{1}{2}} - 3x^{\frac{2}{3}} + 5x^{-\frac{1}{2}} \right) dx = \frac{x^{\frac{3}{2}}}{3/2} - 3\frac{x^{\frac{5}{3}}}{5/3} + 5\frac{x^{\frac{1}{2}}}{1/2} + c$$

$$= \frac{2}{3}x^{\frac{3}{2}} - \frac{9}{5}x^{\frac{5}{3}} + 10x^{\frac{1}{2}} + c$$

$$iii. \quad \int 2x\,dx$$

الحل:

$$\int 2x\,dx = \frac{2x^2}{2} + c$$

$$= x^2 + c$$

v. $\int (3\cos x + 2x)\,dx$

الحل:

$$\int (3\cos x + 2x)\,dx = 3\sin x + \frac{2x^2}{2} + c$$

$$= 3\sin x + x^2 + c$$

$$vi.\quad \int \left(\sec^2 x + 1\right) dx$$

الحل:

$$\int \left(\sec^2 x + 1\right) dx = \int \sec^2 x\, dx + \int 1 .\, dx = \tan x + x + c$$

$$vii.\quad \int 2e^{x}\,dx$$

الحل:

$$\int 2e^{x}\,dx = 2e^{x} + c$$

$$viii. \quad \int \frac{x^5 + 2}{x^3}\,dx$$

الحل:

$$\int \frac{x^5 + 2}{x^3}\,dx = \int \left(x^2 + 2x^{-3}\right)dx = \frac{x^3}{3} + 2\,\frac{x^{-2}}{(-2)} + c$$

$$= \frac{x^3}{3} - x^{-2} + c$$

أوجد التكاملات التالية:

$$\int \cos 3x \, dx$$

- الحل:

$$u = 3x$$

$$du = 3\,dx$$

$$\int \cos 3x \, dx = \frac{1}{3}\int 3\cos 3x \, dx$$

$$= \frac{1}{3}\int \cos u \, du = \frac{1}{3}\sin u + c = \frac{1}{3}\sin 3x + c$$

$$\int e^{2x}\, dx$$

الحل:

$$u = 2x$$

$$du = 2\, dx$$

$$\int e^{2x}\, dx = \frac{1}{2}\int 2e^{2x}\, dx =$$

$$= \frac{1}{2}\int e^{u}\, du = \frac{1}{2}e^{u} + c = \frac{1}{2}e^{2x} + c$$

$$\int \frac{x^2\,dx}{x^3+1}, \quad x \neq -1$$

الحل:

$$\int \frac{x^2\,dx}{x^3+1} = \int x^2 (x^3+1)^{-1}\,dx$$

$$u = x^3+1$$
$$du = 3x^2\,dx$$

$$\int x^2 (x^3+1)^{-1}\,dx = \frac{1}{3}\int 3x^2 (x^3+1)^{-1}\,dx = \frac{1}{3}\int u^{-1}\,du = \frac{1}{3}\ln|u| + c = \frac{1}{3}\ln|x^3+1| + c$$

حل المعادلة التفاضلية المعطاة:

- $\frac{dy}{dx} = 2x + 3$
- الحل:

$$dy = (2x + 3)dx$$

$$\int dy = \int (2x + 3)dx$$

$$y = \frac{2x^2}{2} + 3x + c$$

$$\therefore \quad y = x^2 + 3x + c$$

حل المعادلة التفاضلية المعطاة:

- $$\frac{dy}{dx} = \frac{x}{y}$$
- الحل:

$$y\,dy = x\,dx$$

$$\int y\,dy = \int x\,dx$$

$$\frac{y^2}{2} = \frac{x^2}{2} + c$$

$$\frac{dy}{dx} = \sqrt{xy}$$

- الحل:

$$\frac{dy}{dx} = x^{\frac{1}{2}} y^{\frac{1}{2}} = \frac{x^{\frac{1}{2}}}{y^{-\frac{1}{2}}}$$

$$\int y^{-\frac{1}{2}}\,dy = \int x^{\frac{1}{2}}\,dx$$

$$\frac{y^{\frac{1}{2}}}{1/2} = \frac{x^{\frac{3}{2}}}{3/2} + c$$

$$2y^{\frac{1}{2}} = \frac{2}{3}x^{\frac{3}{2}} + c$$

أوجد التكاملات التالية :

$$i. \quad \int_0^2 (5x^3 + 3x - 6)\,dx$$

- **الحل:**

- $$\int_0^2 (5x^3 + 3x - 6)\,dx = \left[\frac{5x^4}{4} + \frac{3x^2}{2} - 6x\right]_0^2$$

$$= \left[\frac{5(2)^4}{4} + \frac{3(2)^2}{2} - 6(2)\right] + 0$$

$$= 20 + 6 - 12 = 14$$

$$ii. \quad \int_{-2}^{3} 7\,dx$$

- **الحل:**

$$\int_{-2}^{3} 7\,dx = \left[7x\right]_{-2}^{3}$$

$$= \left[7(3)\right] - \left[7(-2)\right]$$

$$= 21 - (-14) = 21 + 14 = 35$$

$$iii.\quad \int_{4}^{4}(x - 16)\,dx$$

- **الحل:**

- $$\int_{4}^{4}(x - 16)\,dx = 0$$

v. $\displaystyle\int_{-1}^{2}(x^3+1)^2\,dx$

- **الحل:**

- $$\int_{-1}^{2}(x^3+1)^2\,dx=\int_{-1}^{2}(x^6+2x^3+1)\,dx$$

$$=\left[\frac{x^7}{7}+\frac{2x^4}{4}+x\right]_{-1}^{2}$$

$$=\left[\frac{(2)^7}{7}+\frac{2(2)^4}{4}+2\right]-\left[\frac{(-1)^7}{7}+\frac{2(-1)^4}{4}+(-1)\right]$$

$$= \left(\frac{128}{7} + 8 + 2\right) - \left(-\frac{1}{7} + \frac{1}{2} - 1\right)$$

$$= \frac{128}{7} + \frac{1}{7} - \frac{1}{2} + 11$$

$$= \frac{129}{7} - \frac{1}{2} + 11$$

$$= \frac{258}{14} - \frac{7}{14} + \frac{154}{14} = \frac{405}{14}$$

$$vi.\quad \int_0^{\pi} \cos x \, dx$$

الحل:

$$\int_0^{\pi} \cos x \, dx = [\sin x]_0^{\pi} = (\sin \pi) - (\sin 0) = 0$$

$$ix. \quad \int_0^{\pi} \sec^2 x \, dx$$

الحل:

$$\int_0^{\pi} \sec^2 x \, dx = \left[\tan x\right]_0^{\pi}$$

$$= \tan \pi - \tan 0 = 0$$

تمت

بحمد

الله