محتوى الدكتور بالاضافه لشرح جيكل

اختكم تفاؤل + وامل

دعوووواتكم

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
المحاضرات														
المحتوى														
المناقشات														

الواجبات	1	2	3
المباشره			

المحاضره الاولى

مفهوم الأساليب الكمية

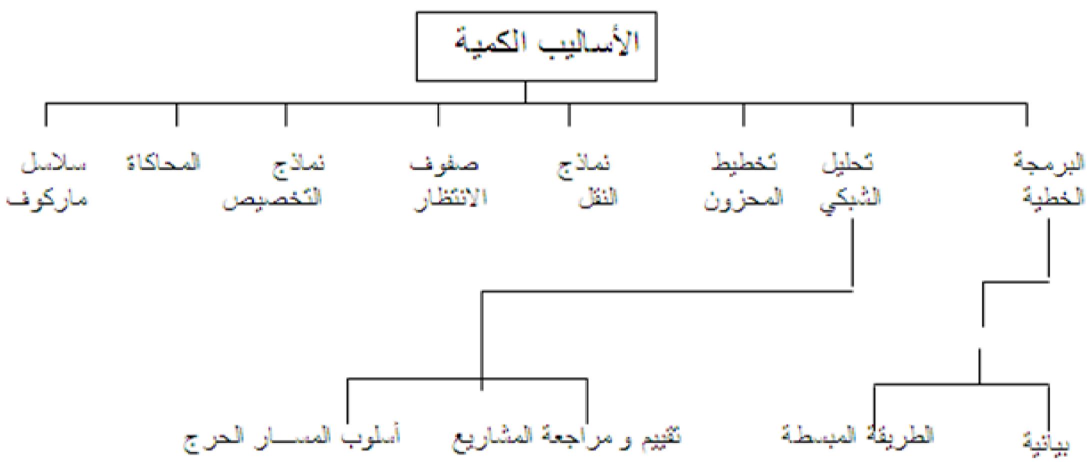
- **تعتبر الأساليب الكمية ، أسلوب رياضي يتم من خلاله معالجة المشاكل الاقتصادية،الإدارية ،التسويقية و المالية بمساندة الموارد المتاحة من البيانات والأدوات والطرق التي تستخدم من قبل متخذي القرار لمعالجة المشاكل.**

تعريف الأساليب الكمية

- **يمكن تعريفها بعدة تعايف من بينها : " مجموعة الطرق والصيغ والمعدات والنماذج التي تساعد في حل المشكلات على أساس عقلاني "**
- **من هذا التعريف يمكننا إدراج مختلف هذه الأساليب تحت عنوان اشمل وهو بحوث العمليات حيث توجد عدة تعار يف من أبرزها.**
- **التعريف الذي اعتمدته جمعية بحوث العمليات البريطانية بأنها " استخدام الأساليب العلمية لحل المعضلات المعقدة في إدارة أنظمة كبيرة من القوى العاملة ، المعدات ، المواد أولية ، الأموال في المصانع والمؤسسات الحكومية وفي القوات المسلحة "**
- **أما جمعية بحوث العمليات الأمريكية فقد اعتمدت التعريف التالي :**

" تربط بحوث العمليات باتخاذ القرارات العلمية حول كيفية تصميم عمل أنظمة الصعدات ، القوى العاملة وفقا للشروط تتطلب تخصيصها في الموارد النادرة "

الأساليب الكمية المستخدمة ضمن بحوث العمليات



•التطـور التاريخـي

•تعتبر بحوث العمليات امتداداً لحركة الادارة العلمية على يد فردريك تيلور كتابه بعنوان (الإدارة العلمية 1911)، الذي دعا فيه إلى ضرورة استبدال طريقة الحكم الشخصي والتجربة والخطأ بطريقة أخرى تعتمد على البحث العلمي.
•بحوث العمليات ظهرت كحقلاً علمياً مستقلاً في بداية الحرب العالمية الثانية. حيث شكَّلَت بريطانيا و الولايات المتحدة الأمريكية فرقاً من العلماء يشمل مختلف المجالات العلمية للبحث عن أفضل الأساليب والوسائل العلمية لاستخدامها في طريقة توزيع أفضل للقوات العسكرية، وكذلك في استخدام الأجهزة المتطورة كقاذفات القنابل والرادارات. سُمِّيَت مثل هذهً الفرق بفرق بحوث العمليات.

•التطـور التاريخـي

بعد نهاية الحرب، بدأت القطاعات الاقتصادية بالاستفادة من هذه الأساليب في زيادة إنتاجها وربحها عن طريق الاستغلال الأفضل لمواردها.

أحد أهم العوامل التي ساعدت في تطور بحوث العمليات هو الرواج الاقتصادي الذي أعقب الحرب العالمية الثانية و ما صاحب ذلك من الاتساع في استخدام المكننة و الوسائل الآلية و تقسيم العمل و الموارد، الأمر الذي أدى إلى ظهور مشاكل إدارية كثيرة و معقدة مما دفع بعض العلماء و الباحثين إلى دراسة تلك المشكلات و إيجاد أفضل الحلول لها.

يعد ظهور الحاسب وتطوره السريع عاملاً أساسياً في ازدهار بحوث العمليات و التوسع في استخدامها.

أهمية بحوث العمليات

- **وسيلة مساعدة في اتخاذ القرارات الكمية باستخدام الطرق العلمية الحديثة .**
- **يعتبر علم بحوث العمليات من الوسائل العلمية المساعدة في اتخاذ القرارات بأسلوب أكثر دقة وبعيد عن العشوائية الناتجة عن التجربة والخطأ .**
- **تعتبر بحوث العمليات فن وعلم في آن واحد فهي تتعلق بالتخصيص الكفء للموارد المتاحة وكذلك قابليتها الجديدة في عكس مفهوم الكفاءة والندرة في نماذج رياضية تطبيقية .**
  - **يسعى هذا العلم إلى البحث عن القواعد والأسس الجديدة للعمل الإداري ، وذلك للوصول إلى أفضل المستويات من حيث الجودة الشاملة ، ومقاييس المواصفات العالمية (الايزو) .**
  - **أنها تساعد على تناول مشاكل معقدة بالتحليل والحل والتي يصعب تناولها في صورتها العادية .**
  - **أنها تساعد على تركيز الاهتمام على الخصائص الهامة للمشكلة دون الخوض في تفاصيل الخصائص التي لا تؤثر على القرار ، ويساعد هذا في تحديد العناصر الملائمة للقرار واستخدامها للوصول إلى الأفضل.**
  - **استخدامـــات بحوث العمليات**

١

- **نماذج بحوث العمليات**

- **البرمجة الخطية Linear programming**

- البرمجة العددية Integer programming
- المحاكــاة Simulation
- التحليل الشبكي Network analysis
- نظرية صفوف الانتظار Queuing theory
- البرمجة الديناميكية Dynamic programming
- نظرية القرارات Decision Theory
- البرمجة اللاخطية Non-Linear Programming

- استخدام بحوث العمليات في منظمات الاعمال

الإدارة المالية	إدارة الموارد البشرية	التخزين	النقل والتسويق	الإنتاج وإدارة العمليات	الوظائف / الاساليب
توزيع الموارد الحالية بشكل امثل	الاستغلال الأمثل للموارد البشرية			تخطيط الإنتاج	البرمجة الخطية
		نقل المشتريات من المخزن	تسويق المصانع	تداول بين خطوط الإنتاج	نماذج النقل
			تدفق الموارد والسلع	تنفيذ المشاريع	شبكات الأعمال
تحديد أفضل الفوائد المستثمرة		تحديد مصدر الشراء الأفضل		طرح منتج حديث	تحليل القرار
		تحديد حجم الدفعة الاقتصادية			السيطرة على المخزون

- نموذج قرار بسيط

- **<u>نموذج القرار:</u> أداة لتلخيص مشكلة القرار بطريقة تسمح بتعريف و تقييم منظم لكل بدائل القرار في المشكلة.**
- **<u>عناصر نموذج القرار:</u>**
- **تحديد بدائل القرار.**
- **تصميم مقاييس او معايير لتقييم كل بديل.**
- **استخدام هذا المعيار كأساس لإختيار أفضل بديل من البدائل** المتاحة.

المحاضره الثانيه

- مصطلحات هامة في بحوث العمليات

a) النظام System

عبارة عن مجموعة من العناصر المتداخلة المرتبطة معاً في علاقات معينة ومعزولة الي حد ما عن أي نظام آخر.

مثال: الطائرة , شركة تجارية

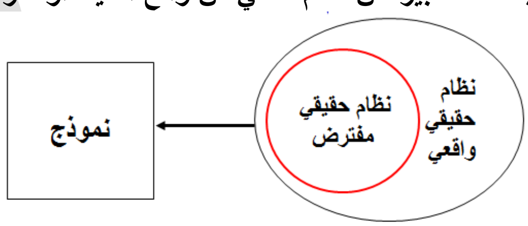
- يتبع

I. **الانظمة الحتمية Deterministic systems** يتم التنبؤ عن سلوك عناصر النظام بطريقة محددة تماماً (جميع متغيرات النظام معروفة).

II. **الانظمة الاحتمالية Probabilistic systems** تخضع بعض العناصر الي مفهوم التوزيعات الاحصائية بسبب اعتمادها على الاحداث العشوائية التي تتغير باستمرار.

- **النمذجةModeling**
- **النموذج The Model**

صورة مبسطة للتعبير عن نظام عملي من واقع الحياة او فكرة مطروحة لنظام قابل للتنفيذ



- مراحل دراسة بحوث العمليات

١) **الملاحظة Observation** ادراك وجود المشكلة وتحديدها (حقائق، آراء ، اعراض)

٢) **تعريف المشكلة Problem definition** تعريف المشكلة بعبارات محددة وواضحة (الهدف، المتغيرات، الثوابت والقيود المفروضة)

٣) **بناء النموذج Model construction** تطوير النموذج الرياضي الذي يتفق مع اهداف المسألة

- يتبع

٤) **حل النموذج Model solution**
التوصل الى الحل الذي يحقق افضل قرار

٤) **التحقق من صحة النموذج Model validity** عن طريق مقارنة النتائج مع قيم سبق اختبارها او عن طريق استخدام الاختبارات الاحصائية

٥) **تنفيذ النتائج implementation**
ترجمة النتائج الى تعليمات تشغيلية تفصيلية

- البرمجة الرياضية Mathematical Programming

العلم الذي يبحث في تحديد القيمة (او القيم) العظمى او الصغرى لدالة محددة تسمى **دالة الهدف** Objective function (O.F) والتي تعتمد على عدد نهائي من **المتغيرات** Variables. وهذه المتغيرات قد تكون مستقلة عن بعضها او قد تكون مرتبطة مع بعضها بما يسمى **القيود** Constraints

- **البرمجة الخطيةLinear Programming**

❖ ***حالة خاصة من البرمجة الرياضية***
❖ ***دالة الهـدف & القيـود -------> خطية***
✓ **البرمجة (Programming)**
✓ **الخطية (Linearity)**

- **مكونات نموذج البرمجة الخطية**

I. وجود عدد من المتغيرات (متغيرات القرار decision variables) التي يجب تحديد قيمها للوصول الى الهدف المنشود. سنرمز لهذه المتغيرات بـ

$$x_1, x_2, \ldots, x_n$$

مثـــال:

١- كمية الانتاج لسلع معينة (طاولات، اقلام، سيارات، حقائب)

- **مكونات نموذج البرمجة الخطية**

II. وجود هدف يُراد الوصول اليه، ويعبر عنه رياضياً بدالة خطية تسمى دالة الهدف وتأخذ الشكل العام التالي:

$$Z = \sum_{j=1}^{n} C_j X_j$$

حيث c_j اعداد حقيقية تسمى بمعاملات المتغيرات

$$(j = 1, 2, \ldots, n)$$

وتصنف الاهداف الى مجموعتين:

- **مكونات نموذج البرمجة الخطية**

A. تعظيم دالة الهدف (Maximization). السعي الى تحقيق الربح لأقصى حد ممكن. سنرمز له

$$Max \quad Z = \sum_{j=1}^{n} C_j X_j$$

B. تصغير دالة الهدف (Minimization). السعي الى تخفيض التكاليف لأدنى حد ممكن

$$Min \quad Z = \sum_{j=1}^{n} C_j X_j$$

- مكونات نموذج البرمجة الخطية

III. وجود علاقة بين المتغيرات يعبر عنها رياضياً بمتباينات تسمى القيود الخطية (قيود المسألة) constraints وتأخذ احد الشكلين:

A. $\sum_{i=1}^{m} a_{ij} x_j \leq b_i$

غالباً اذا كانت الدالة من نوع التعظيم أي max

A. $\sum_{i=1}^{m} a_{ij} x_j \geq b_i$

غالباً اذا كانت الدالة من نوع التصغير أي Min

- مكونات نموذج البرمجة الخطية

حيث

n تعبر عن عدد المتغيرات

m تعبر عن عدد قيود المسألة

a_{ij} اعداد حقيقية تسمى معاملات المتغيرات في القيود

b_i اعداد حقيقية تعبر عن الموارد المتاحة او المتطلبات اللازمة لكل قيد من القيود

المتغيرات = الأعمدة ،،،،،، القيود = الصفوف

- مكونات نموذج البرمجة الخطية

IV. **وجود شروط اخرى بصرف النظر عن الهدف**

- كأن لا تقل قيمة احد المتغيرات عن كمية معينة بسبب التزامات معينة.
- كأن لا تزيد قيمة احد المتغيرات عن كمية معينة بسبب وجود منافسة على سبيل المثال.
- الاشتراط على المتغيرات ان تكون غير سالبة (شرط مفروض على جميع النماذج) ***قيد عدم السالبية*** $x_j \geq 0$

- الشكـل العام في حالةَ التعظيــم

دالة الهدف $Max \sum_{j=1}^{n} c_j x_j$

$s.t.$

القيـود $\sum_{i=1}^{m} a_{ij} x_j \leq b_i$

عدم السالبية $x_j \geq 0$

n

m

a_{ij}

b_i

- **صياغة نموذج برمجة خطية**

1. تحديد المتغيرات x_j حيث j=1,2,...,n وتعريفها مع تعريف وحدات القياس المستعملة لكل متغير
2. تحديد معاملات المتغيرات في دالة الهدف c_j مع تعريف الوحدات المستخدمة لقياس هذه المعامل
3. تحديد دالة الهدف مع التأكد من استخدام وحدات القياس نفسها
4. تحديد معاملات المتغيرات في القيود a_{ij} مع وحدات القياس المناسبة لكل معامل

- **صياغة نموذج برمجة خطية**

5. تحديد معاملات الطرف الايمن (الموارد او الالتزامات) b_i مع وحدات القياس المناسبة لكل معامل

٦- قيد عدم السالبية

المحاضره الثالثه.......

مثـــال 1

تقوم الشركة العربية للمنظفات بإنتاج أنواع مختلفة من مساحيق غسيل الملابس. إذا تسلمت الشركة طلبات من احد التجار للحصول على 12 كيلو جرام من مسحوق معين من منتجات الشركة. إذا كان المسحوق المطلوب يتم تصنيعه من خلال مزج ثلاثة أنواع من المركبات الكيمائية هي C,B,A

إذا علمت أن المواصفات المطلوبة لهذا المسحوق كما ورد في الطلب كانت ما يلي:

- **يجب أن يحتوي المسحوق على 3 كيلو جرام على الأقل من المركب B**
- **يجب أن لا يحتوي المسحوق على أكثر من 900 جرام من المركب A**
- **يجب أن يحتوي المسحوق على 2 كيلو جرام بحد أدنى من المركب C**
- **يجب أن يحتوي المزيج على 4 كيلو جرام على الأكثر من A,C.**

إذا علمت أن تكلفة تصنيع الكيلو جرام الواحد من المركب A تساوي 6 ريال، وان تكلفة تصنيع الكيلو جرام من المركب B تساوي 12 ريال في حين تبلغ تكلفة تصنيع الكيلو جرام من المركب C تساوي 9 ريال.

المطلوب: صيــاغة برنامج خطي

X_1 = عدد الكيلو جرامات من المركب الأول

X_2 = — — — — — — الثاني

X_3 = — — — — — — الثالث

$$\min Z = 6X_1 + 12X_2 + 9X_3$$

s.t.

$$X_2 \geq 3$$
$$X_1 \leq 900$$
$$X_3 \geq 2000$$
$$X_1 + X_3 \leq 4$$

في الغالب :

$$X_1 + X_2 + X_3 = 12$$

$$X_1, X_2, X_3 \geq 0$$ السالبة

مثـــــال 2

تمتلك شركة مصنعاً صغيراً لإنتاج السيراميك من النوع الممتاز والعادي وتوزيع الإنتاج على تجار الجملة. يحتاج إنتاج السيراميك إلى نوعين أساسين من المواد الخام B, A حيث تبلغ الكميات المتاحة من كل منهما يومياً 12 طن، 25 طن على التوالي. الجدول التالي يظهر احتياجات إنتاج الطن من السيراميك الممتاز وإنتاج الطن من السيراميك العادي من المادتين الخام B, A

	احتياجــات السيراميک من المواد الخــام - الممتــاز	العــــادي	المتــاح بالطــن
مادة خام A	2	1	12
مادة خام B	3	4	25

وقد أظهرت دراسات السوق ان الطلب على السيراميك العادي يزيد عن الطلب على السيراميك الممتاز، كما أظهرت دراسات السوق أيضا ان الحد الأقصى للطلب اليومي على السيراميك العادي هو 5 طن. يبلغ هامش ربح الطن من السيراميك الممتاز 3000 ريال في حين يبلغ هامش الربح من النوع العادي 2000 ريال.

<u>المطلوب: صياغة برنامج خطي مناسب للمشكلة.</u>

x_1 = عدد الاطنان من الممتاز

x_2 = عدد الاطنان من العادي

$\max Z = 3000x_1 + 2000x_2$

يجب ان يكون متباينة

s.t.

قيد المادة الخام A = $2x_1 + x_2 \le 12$

B = ... = $3x_1 + 4x_2 \le 25$

قيد الطلب على النوعين = $x_2 \ge x_1$

قيد الطلب على العادي = $x_2 \le 5$

$x_1, x_2 \ge 0$

المحاضره الرابعه ،،،،،،

حل مسائل البرمجة الخطية

- **Graphical Method طريقة الرسم البياني**

- **Simplex Method طريقة السمبلكس**
- **يعتمد على عدد المتغيرات في المسألة**

س: متى يمكن استخدام هذه الطرق ؟

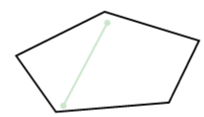
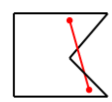
ج: يعتمد على عدد المتغيرات في المسألة

(في حال كان لدينا متغير واحد او اثنين يمكننا ان نختار احد الطريقتين ولكن اكثر من يتوجب علينا استخدام السيمبلكس)

-

خصائص معالجة مشاكل البرمجة الخطية

- **تقع جميع الحلول الممكنة في منطقة محدبة، وتكون مجموعة نقاطها مجموعة محدبة.**
- **المنطقة المحدبة: هي المنطقة التي تكون فيها كل النقاط الواقعة على الخطالمستقيم الموصل بين أي نقطتين تقع كذلك في المنطقة المحدبة نفسها.**

- **يتبع**
- **مجموعة الحلول الممكنة محدودة بعدد نهائي من الجوانب**
- **أي حل أمثل لا بد وأن يقع على احد أركان منطقة الحلول الممكنة (النقاط الركنية).**

هي عبارة عن تقاطع خطين مستقيمين والتركيز على هذه النقاط سوف يوفر الجهد والوقت في تحديد معرفة عدد محدد او معين من النقاط الركنية ومن ثم يسهل علينا تتبع وتقييم هذه النقاط للوصول الى الحل الصحيح

-
- **طريقة الرسم البياني**
- **الخطوة الأولى ..**

تحديد منطقة الحلول المقبولة أو الممكنة

Feasible solutions

التي تتحقق عندها المتباينات او القيود

هي النقطة التي تتحقق عندها المتباينات او القيود اي بمعنى انها منطقة تقاطع جميع القيود الممكنة والمقبولة

(منطقة تقاطع مناطق الحل للقيود = التي تتحقق عندها جميع قيود المســـــألة)

- **الخطوة الثانية**

الحصول على قيمة دالة الهدف عند كل نقطة من نقاط رؤوس المضلع المحدب (النقــاط الركنيــة) في منطقــة الحلول المقــبولة، تكون عندها دالة الهدف أكبر(أصغر) ما يمكن.

حالات خاصة في البرمجة الخطية

- **قد يوجد تكرار (تحلل) Degenerate (في الطريقة المبسطة)**

فنجد اننا نمر في جداول دائرية فنجد اننا ننتقل من جدول الى اخر ونرجع الى الجدول السابق مع وجود اشارة لتحسين الحل

✓ **قد يوجد حلول مثلى متعددة Optimal solutions (بمجرد النظر الى المسألة)**

نستطيع ان نحكم عليها من خلال مقارنة دالة الهدف بالقيود جميعا فاذا وجدنا ان معاملات احد القيود هي تماما معاملات دالة الهدف فسنجد على انه هناك حلول مثله متعدد تقطع على الخط المستقيم

-

- قد يوجد حلول مثلى متعددة Optimal solutions (بمجرد النظر الى المسألة)
- قد لا يوجد لها حل Infeasible (من الرسم البياني)\
- لايوجد لها حل او منطقة تتحقق عندها جميع القيود
- قد يوجد لها حل غير محدود Unbounded (من الرسم البياني)

اذا وجدنا ليس هناك سقف اعلى لمنطقة الحلول المقبلولة مما يعني الحل غير محدود

خطوات طريقة الرسم البياني

1- تحويل متباينات القيود الى معادلات، و عملية التحويل هذه تجعل القيد في صيغة معادلة خطية يمكن تمثيلها بخط مستقيم.

2- تحديد نقاط تقاطع كل قيد مع المحورين والتوصيل بين هاتين النقطتين بخط مستقيم لكل قيد.

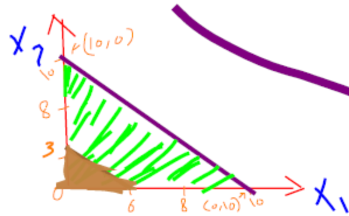
بمعنى ان كل قيد او شرط يمثل في الرسم بشكل خط مستقيم

3- رسم القيود على الشكل البياني بعد ان يتم تحديد نقاط التقاطع وتحديد منطقة الحل الممكن.

4- تحديد الحل الأمثل (الحلول المثلى) والذي يقع على أحد نقاط زوايا المضلع (نقطة ركنية) من خلال:

أ- إيجاد قيم المتغيرات عند هذه النقاط.

ب- اختيار أكبر (أصغر) قيمة بعد التعويض بدالة الهدف



مثال اذ

$2X_1 + 4X_2 = 12$

X_1	0	6
X_2	3	0

نحل بالاله

لو دمجنا هذه المعادلة مع المعادلة السابقة ومثلناهما في الرسم البياني لوجدنا المنقطة البنية والتي تشترك فيها المعادلتين هي منطقة الحلو المقبولة

(1) $X_1 + X_2 \leq 10$

قيد المتباينة

(2) $X_1 + X_2 = 10$

ستبدل اشارة اكبر او صغر من بيساوي

(3)

X_1	0	10
X_2	10	0

عوض قيمة المتغير الاول بصفر ونحل المعادله فينتج لنا قيمة المتغير الثاني ونس الطريقة نطبقها على المتغير الثاني

(4) ناخذ المتغير صفر وعشرة كما في الجدول ونمثل النقطه ي الرسم وكذلك المتغير الثاني و صفر ونصلهما بخط

(5) نضلل الرسم اذا كانت المتباينة الرئيسية اصغر من فنضلل الى الداخل واذا كانت اكبر من نضلل للخاذج

مثــال معرض الهفوف للرفـوف

الوقت المتاح يومياً	الكراسي (للكرسي)	الطاولات (للطاولة)	
	5	7	ربح القطعة بالريال
2400	ساعة 4	ساعة 3	**النجارة**
1000	ساعة 1	ساعة 2	**الطلاء**

قيود أخـــرى:

- **عدد الكراسي المُصنعة لا يزيد عن 450 كرسي**
- **يجب تصنيع 100 طاولة على الأقل يومياً**

صيـــاغة البرنامج الخطي

المتغيرات:

= عدد الطاولات المصنعة $X1$

= عدد الكراسي المصنعة $x2$

دالة الهدف من نوع تعظيم: Maximize

Max $z= 7\,x1 + 5\,x2$

قيد النجارة

$$3\,x1 + 4\,x2 \leq 2400$$

قيد الطلاء

$$2\,x1 + 1\,x2 \leq 1000$$

قيـــود إضـــافية:

لا يمكن انتــاج اكثر من 450 من الكراسي

$$x2 \leq 450$$

يجب انتاج 100 طاولة بحد أدنـي

$$x1 \geq 100$$

قيد عدم السالبية:

$$x1,x2 \geq 0$$

الشكل العام للمســألة

$$\text{Max } z= 7x1 + 5x2$$

s.t.

$$3x1 + 4x2 \leq 2400$$
$$2x1 + 1x2 \leq 1000$$
$$x2 \leq 450$$
$$x1 \geq 100$$
$$x1, x2 \geq 0$$

بالاخذ
$0 + 4x = 2400$
$3x + 0 = 2400$

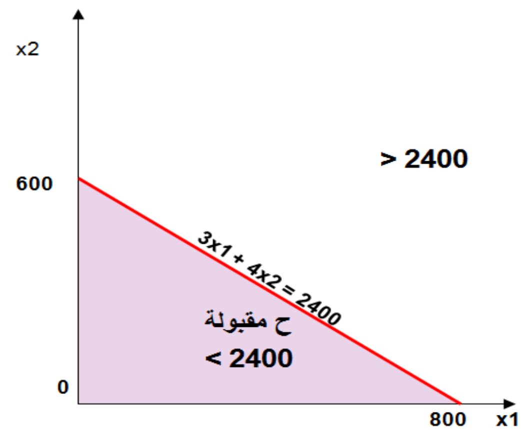
قيد النجارة

$3x_1 + 4x_2 = 2400$

<u>التقاطع</u>

$(x_1 = 0, x_2 = 600)$

$(x_1 = 800, x_2 = 0)$



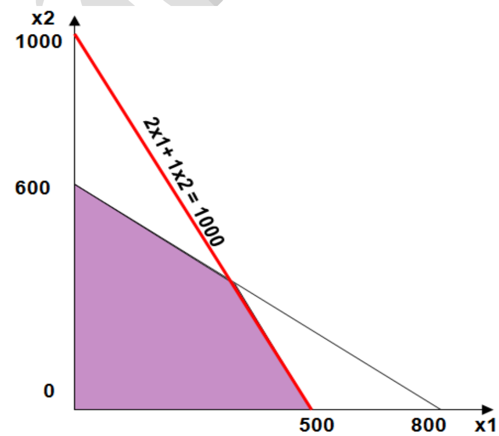
قيد الطلاء

$2x_1 + 1x_2 = 1000$

التقاطع

$(x_1 = 0, x_2 = 1000)$

$(x_1 = 500, x_2 = 0)$

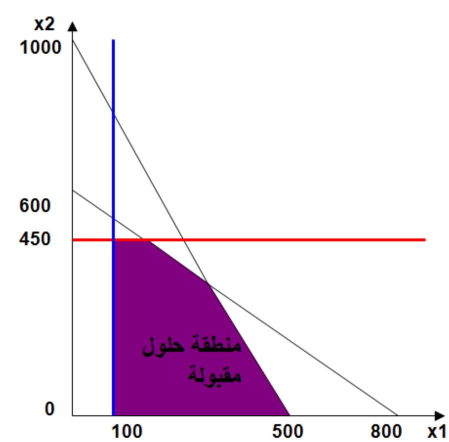


<u>قيد الكراسي</u>

$x_1 = 450$

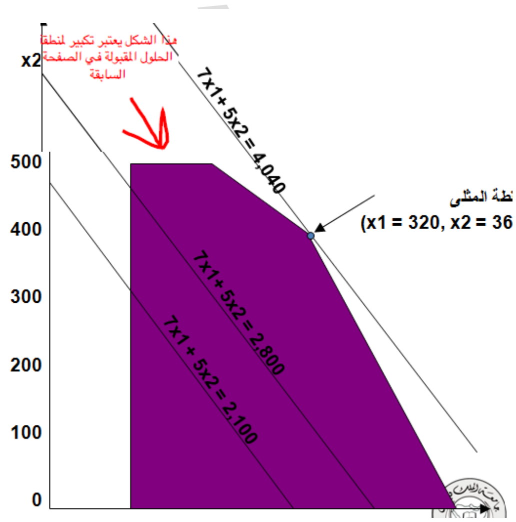
قيد الطاولات

$x_1 = 100$

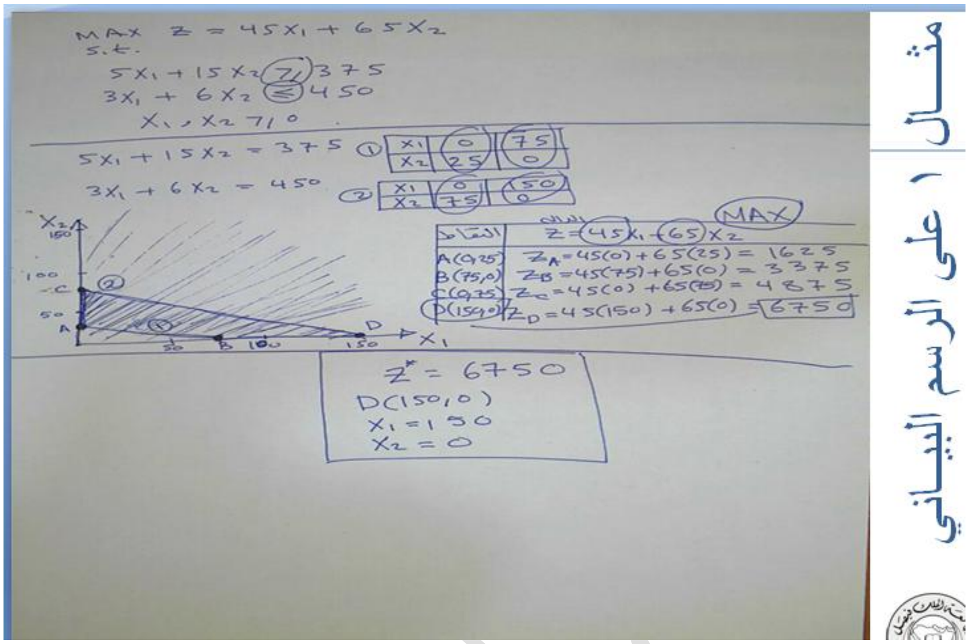


خط دالة الهدف

= 7x1 + 5x2الربح



المحاضرة الخامسة



$max\ Z = 45x_1 + 65x_2$

max لان مطلوبنا تعظيم المنفعة

$s.t.\quad 5x_1 + 15x_2 \geq 375$

$s.t.\quad 3x_1 + 6x_2 \leq 450$

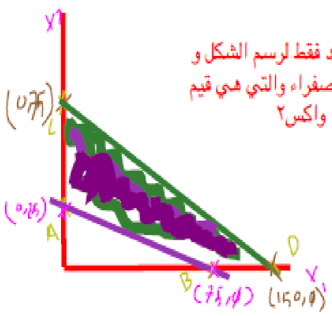
$s.t.\quad x_1, x_2 \geq 0$

القيد الاول

x_1	0	75
x_2	25	0

القيد الثاني

x_1	0	150
x_2	75	0

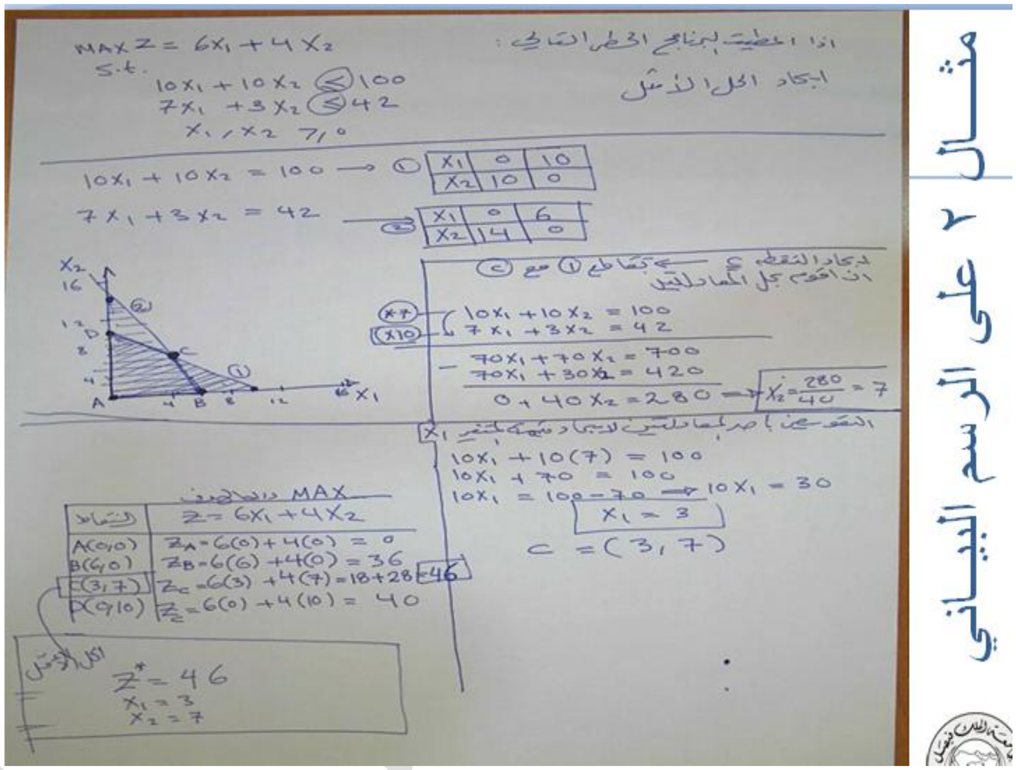


استخدمنا القيود فقط لرسم الشكل و معرفة النقاط الصفراء والتي هي قيم المتغيرين اكس ١ واكس٢

الان نعوض كل النقاط في دالة الهدف وبما اننا نريد max تعظيم الربح او المنفعه فاكبر قيمة هي النقطة الافضل لدينا

النقطه	التعويض
A(0,25)	$Z_A = 45(0) + 65(25) = 1670$
B(75,0)	$Z_B = 45(75) + 65(0) = 3440$
C(0,75)	$Z_C = 45(0) + 65(75) = 4920$
d(150,0)	$Z_d = 45(150) + 65(0) = 6815$
	افضل ربح

بمعنى انتج من اكس١ : ١٥٠. وانتج من اكس٢ : صفر وفي هذه الحالة سوف احصل على افضل الارباح لدي


مثال ٢ على الرسم البياني
إذا أعطيت البرنامج الخطي التالي:
ايجاد الحل الأمثل
MAX Z = 6X1 + 4X2
s.t.
10X1 + 10X2 ≤ 100
7X1 + 3X2 ≤ 42
X1 , X2 ≥ 0
10X1 + 10X2 = 100 → ①
X1 | 0 | 10
X2 | 10 | 0
7X1 + 3X2 = 42 → ②
X1 | 0 | 6
X2 | 14 | 0
ايجاد النقطة C ← تقاطع ① مع ②
أن أقوم بحل المعادلتين
(×7) 10X1 + 10X2 = 100
(×10) 7X1 + 3X2 = 42
70X1 + 70X2 = 700
70X1 + 30X2 = 420
0 + 40X2 = 280 → X2 = 280/40 = 7
التعويض بإحدى المعادلتين لإيجاد قيمة المتغير X1
10X1 + 10(7) = 100
10X1 + 70 = 100
10X1 = 100 − 70 → 10X1 = 30
X1 = 3
C = (3, 7)
MAX دالة الهدف
النقاط | Z = 6X1 + 4X2
A(0,0) | ZA = 6(0) + 4(0) = 0
B(6,0) | ZB = 6(6) + 4(0) = 36
C(3,7) | ZC = 6(3) + 4(7) = 18 + 28 = 46
D(0,10) | ZD = 6(0) + 4(10) = 40
الحل الأمثل
Z* = 46
X1 = 3
X2 = 7

$\max\ z = 6x_1 + 4x_2$

$s.t.\ 10x_1 + 10x_2 \leq 100$

$s.t\ 7x_1 + 3x_2 \leq 42$

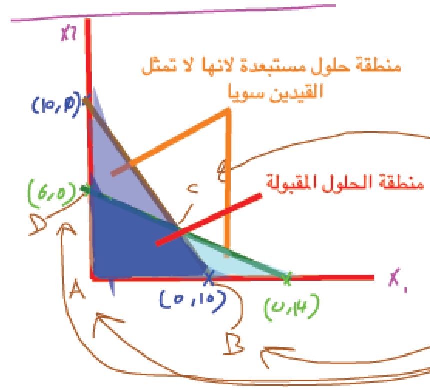
$s.t\ x_1, x_2 \geq 0$

القيد الاول

x_1	0	10
x_2	10	0

القيد الثاني

x_1	0	6
x_2	14	0



تلاحظ تغيرت طريقة ترقيمنا للنقاط في هذه الحالة بناء على وضح المساحة المقبولة ووجود نقطة جديده هي C

طبعا في هذا الحالة عندما تتواجد لدينا نقطة c لانعرف احادثياتها فقط بالالة الكاسيو 1- 5- mode وندخل القيدين وبيجنا حل النقطة c

$\{10, 10, 100\}$

$\{7, 3, 42\}$

$x = 3 \quad y = 7$

$\therefore C = (3, 7)$

الان نكمل ونعوض في الدالة الرئيسية لكل النقاط الاربع

النقطة	التعويض
A (0,0)	$Z_A = 6(0) + 4(0) = 0$
B (0,10)	$Z_B = 6(0) + 4(10) = 40$
C (3,7)	$Z_C = 6(3) + 4(7) = 46$
D (6,0)	$Z_D = 6(6) + 4(0) = 36$

الحل الامثل (MAX) عند

$\boxed{x_1 = 3,\ x_2 = 7}$

المحاضرة السادسة،،،،،

الطريقة المبسطة Simplex Method

- **المؤسس: Dr. Dantzing عام 1947**
- **وسيلة رياضية ذات كفاءة عالية في استخراج الحل الأمثل لمسائل البرمجة الخطية، بغض النظر عن عدد متغيرات المسألة.**
- **ساعد في انتشارها إمكانية برمجة المشكلات ذات العلاقة والتوصل الى نتائج باستخدام الحاسب الآلي.**

اساسيات طريقة السمبلكس

➢ **تقوم فكرة السمبلكس على وجود الحل الامثل دائما عند احد اركان منطقة الحلول الممكنة. لكن بدلاً من ميزة رؤية هذه الاركان كما يظهرها الرسم البياني، تستخدم طريقة السمبلكس عملية التحسن التدريجي:**

1) يجب ان يكون الركن التالي مجاور للركن الحالي

لا يمكن ان يعود الحل في اتجاه عكسي الى ركن تم تركه

❑ **الشكل القياسي (الصورة القياسية) Standard Form**

يعتبر الشكل القياسي من الأشكال المهمة حيث لا يمكن تطبيق الطريقة المبسطة إلا بعد تحويل نموذج البرمجة الخطية الى الشكل القياسي:

1. **تتخذ دالة الهدف صفة التعظيم أو التصغير.**
2. **جميع القيود الموجودة على شكل متباينات تتحول الى مساواة في الشكل القياسي على الشكل التالي:**

I. **إذا كانت إشارة القيد على شكل أقل من او يساوى فإننا نضيف متغير راكد الى الطرف الأيسر في القيد.**
II. **إذا كانت إشارة القيد على شكل أكبر من او يساوى فإننا نطرح متغير راكد من الطرف الأيسر في القيد.**
III. **جميع المتغيرات (بما فيها المتغيرات الراكدة) غير سالبة.**
IV. **نقوم بنقل الطرف الأيمن من دالة الهدف الى الطرف الأيسر (عند Z) مع اضافة المتغيرات الراكدة بمعاملات صفرية مساوية لعدد القيود.**

مثـــــــال

حول النموذج التالى الى الشكل القياسي.

Max Z = 5*X1 + 3*X2
s.t.
4*X1 + 3*X2 <= 2
2*X1 + X2 >= 3
X1, X2 >= 0

يتبع

✓ **ننقل الطرف الأيمن من دالة الهدف الى الطرف الأيسر ليصبح:**

Max Z - 5*X1 - 3*X2 = 0

✓ **نضيف متغير راكد موجب مثل S1 في الطرف الايسر للقيد الأول ليصبح:**

4*X1 + 3*X2 + S1 = 2

✓ **نطرح متغير راكد موجب مثل S2 في الطرف الايسر للقيد الثاني ليصبح:**

2*X1 + X2 – S2 = 3

❑ **نسمي S1, S2 متغيرات راكدة Slack Variables**

يتبع

الشكل القياسي للمثال السابق :

Max Z - 5*X1 - 3*X2 = 0

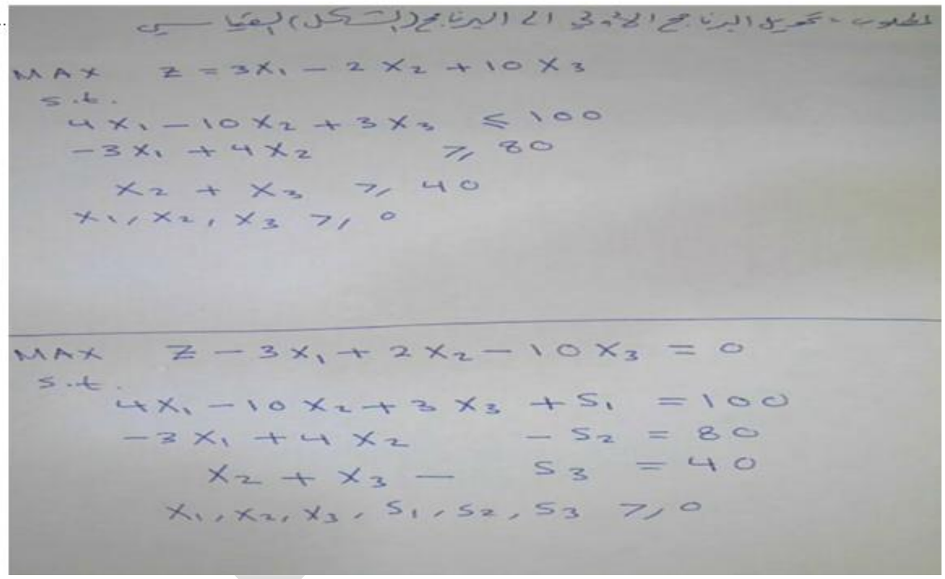
s.t.

4*X1 + 3*X2 + S1 = 2

2*X1 + X2 – S2 = 3

X1, X2 ,S1, S2 >= 0

مثـــال



المطلوب: تحويل البرنامج الخطي الى البرنامج (الشكل) القياسي

$$\text{MAX} \quad Z = 3X_1 - 2X_2 + 10X_3$$

s.t.

$$4X_1 - 10X_2 + 3X_3 \leq 100$$
$$-3X_1 + 4X_2 \geq 80$$
$$X_2 + X_3 \geq 40$$
$$X_1, X_2, X_3 \geq 0$$

$$\text{MAX} \quad Z - 3X_1 + 2X_2 - 10X_3 = 0$$

s.t.

$$4X_1 - 10X_2 + 3X_3 + S_1 = 100$$
$$-3X_1 + 4X_2 - S_2 = 80$$
$$X_2 + X_3 - S_3 = 40$$
$$X_1, X_2, X_3, S_1, S_2, S_3 \geq 0$$

الحل :

$$\max \quad z = 3x_1 - 2x_2 + 10x_3$$
$$z - 3x_1 - 2x_2 + 10x_3 = 0$$

s.t :

$$4x_1 - 10x_2 + 3x_3 \leq 100$$
$$4x_1 - 10x_2 + 3x_3 + S_1 = 100$$

$$-3x_1 + 4x_2 \geq 80$$
$$-3x_1 + 4x_2 - S_2 = 80$$

$$x_2 + x_3 \geq 40$$
$$x_2 + x_3 - S_3 = 40$$

$$x_1, x_2, x_3, S_1, S_2, S_3 \geq 0$$

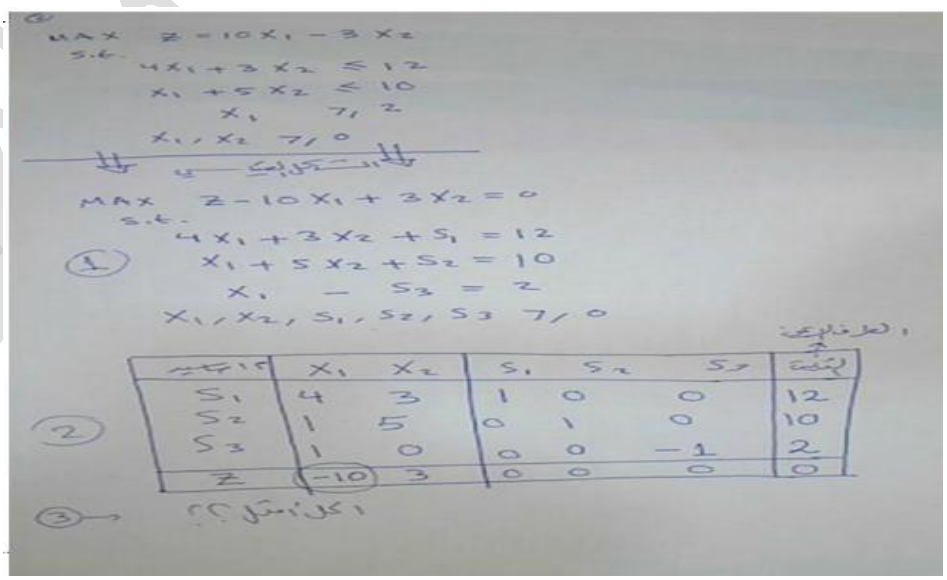
خطوات الحل باستخدام طريقة السمبلكس

- **اولاً: تحويل نموذج البرمجة الخطية الى الشكل القياسي Standard Form**
- **ثانياً: تفريغ المعاملات الواردة في النموذج القياسي في جدول يطلق عليه جدول الحل الابتدائي (الأولي).**

المقصود فيها قيم المرافقه للاكس او

المتغيرات الاساسية Basic Var.	المتغيرات غير الاساسية X_1	$X_2 \dots X_m$	S_1	$S_2 \dots S_n$	الثابت Solutions
S_1	a_{11}	$a_{12} \dots a_{1m}$	1	$0 \dots 0$	b_1
S_2	a_{21}	$a_{22} \dots a_{2m}$	0	$1 \dots 0$	b_2
:	:	: :	:	: :	:
S_n	a_{n1}	a_{n2} a_{nm}	0	0 1	b_n
Z	c_1	$c_2 \dots c_m$	0	$0 \dots 0$	0

مثال على تكوين الجدول الأولي(الحل الابتدائي)



MAX $Z = 10X_1 - 3X_2$

s.t.

$4X_1 + 3X_2 \le 12$

$X_1 + 5X_2 \le 10$

$X_1 \ge 2$

$X_1, X_2 \ge 0$

الشكل القياسي

MAX $Z - 10X_1 + 3X_2 = 0$

s.t.

(1) $4X_1 + 3X_2 + S_1 = 12$

$X_1 + 5X_2 + S_2 = 10$

$X_1 - S_3 = 2$

$X_1, X_2, S_1, S_2, S_3 \ge 0$

(2)

المتغير [illegible]	X_1	X_2	S_1	S_2	S_3	الثابت
S_1	4	3	1	0	0	12
S_2	1	5	0	1	0	10
S_3	1	0	0	0	-1	2
Z	-10	3	0	0	0	0

(3) → [illegible] ؟؟

$$\max z = 10x_1 - 3x_2$$

$$\text{s.t. } 4x + 3x_2 \le 12$$

$$x_1 + 5x_2 \le 10$$

$$x_1 \ge 2$$

$$x_1 , x_2 , x_3 \ge \phi$$

الخطوة ١

$$z - 10x_1 + 3x_2 = \phi$$

$$4x_1 + 3x_2 + S_1 = 12$$

$$x_1 + 5x_2 + S_2 = 10$$

$$x_1 - S_3 = 2$$

$$x_1 , x_2 , S_1 , S_2 , S_3 \ge \phi$$

تغيرت الاشارة لاننا نقلنا المعادلة بكاملها الى الجانب الايسر عند Z وعند نقل دالة الهدف الى جهة اليسار كل اشاراتها تتغير

الخطوة ٢

S قبع	x_1 معامل	x_2	S_1 معامل	S_2	S_3	التابث
S_1	4	3	1	ϕ	ϕ	12
S_2	1	5	ϕ	1	ϕ	10
S_3	1	ϕ	ϕ	ϕ	-1	2
Z	-10	3	ϕ	ϕ	ϕ	ϕ

الخطوة ٣ الحل الامثل

في الصفحة التالية وهي التحقق من قيم اكس في دالة الهدف فاذا وجدنا معامل احد الاكسات في دالة الهدف باشارة سالبة فمعنى ذلك ان الحل ليس الامثل والمعادلة تحتاج الى تحسين

<u>ثالثاً:</u> التحقق من الأمثلية

zيتم الحكم من خلال النظر الى صف فإذا كانت جميع قيم المعاملات في هذا الصف صفريه اوموجبه فهذا يعني أننا قد توصلنا للحل الامثل.

أما اذا كان هناك على الاقل معامل واحد سالب فهذا يعني ان هناك مجال لتحسين الحل

ملاحظه من الدكتور في جميع الامثل التى سوف نتطرق اليها في الطريقه البسيطه ستكون في اطار مسائل التعظيم

- رابعاً: تحسين الحل: تحديد المتغير الداخل والمتغير الخارج.

❖ المتغير الداخل:

في مسائل التعظيم، المتغير الداخل هو المتغير الذي له أكبر معامل سالب في دالة الهدف في جدول الحل. ويطلق عليه العمود المحورى Pivot Column

❖ المتغير الخارج:

يتحدد عن طريق قسمة عمود الثوابت على القيم المناظرة لها في العمود المحوري مع إهمال المتغيرات ذات القيم السالبة او الصفرية. ويكون المتغير الخارج هو ذلك المتغير في الصف الذى يتضمن أقل خارج قسمة. ويطلق عليه صف الارتكاز Pivot equation.

❖ نطلق على صف المتغير الخارج اسم معادلة الارتكاز. كما نطلق أسم "عنصر الارتكاز (العنصر المحوري)" pivot element على نقطة تقاطع العمود الداخل مع الصف الخارج

❖ نبتدي بتكوين الحل الاساسي الجديد بتطبيق طريقة "جاوس جوردان Gauss-Jordan" و التي تقوم على نوعين من العمليات الحسابية:

❖ خامساً: تكوين الجدول الجديد

النوع 1 (معادلة الارتكاز)

معادلة الارتكاز الجديدة = معادلة الارتكاز القديمة / عنصر الارتكاز

النوع 2 (كل المعادلات الاخرى بما فيها z).

المعادلة الجديدة = المعادلة القديمة – معاملها في العمود الداخل * معادلة الارتكاز الجديدة

- ملاحظات:

عمليات النوع الاول: ستجعل من عنصر الارتكاز يساوي 1 في معادلة الارتكاز الجديدة.

عمليات النوع الثاني: ستجعل كل المعاملات الاخرى في العمود الداخل مساوية للصفر.

تمثل نتائج كلا النوعين من العمليات الحسابية الحل الاساسي الجديد من خلال احلال المتغير الداخل في كل المعادلات الاخرى ما عدا معادلة الارتكاز