تعريف المجموعة :

- هي عدد من العناصر بينها صفات مشتركة تكتب بين حاصرتين ← { }
- تسمى بأحد الحروف الهجائية الكبيرة ← A , B , C , ...
- و من الأمثلة على المجموعات ← A= { 1,3,5,7,9.......، }
- يرمز للعناصر بواسطة حروف صغير مثل :- ← a , b , c , ...
- يستخدم الرمز ∈ "ينتمي إلى" ليبين عناصر المجموعة ← ∈
- أن a ينتمي إلى المجموعة A و يكتب بالصورة ← $a \in A$
- أن العنصر a لا ينتمي إلى المجموعة A ويكتب على الصورة ← $a \notin A$

طريقة كتابة المجموعات :

- طريقة العد (سرد العناصر) :
يتم فيها وضع جميع عناصر المجموعة ، أو جزء منها ، بين قوسي المجموعة { } بحيث يفصل بين كل عنصرين بعلامة فاصلة " , " :-

A = { 1,5,10,15 }
B= { a , b ,c , d }
C= { 1 , 2 , 3..... }

(وهي مجموعة منتظمة تسير بنفس الشكل١ ٢ ٣ ٤وهكذا)
بنظام فارق معين بين الارقام – مثل مجموعة A الفرق بين الرقم والذي يليه ٥ أرقام ..

مجموعة مفتوحة
C= { 1 , 2 , 3 .....}

(و هي مجموعة مغلقة و لكن المساحة لا تكفي لكتابة من ١ إلى ١٠٠ و سوف نستخدم النقاط للتعبير عن بعض العناصر)

مجموعة مغلقة
A = { 1, 2 , 3,....,100}

- طريقة القاعدة (الصفة المميزة) :
ويتم فيها وصف المجموعة بذكر صفة يمكن بواسطتها تحديد عناصرها ، أي الصفة التي تحدد ارتباط عناصر المجموعة ،فمثلاً :

A = { x : عدد زوجي x }
B = { x : طالب بمقرر الاحصاء في الادارة x }
C = { x : طالب بنظام التعليم عن بعد x }
D = { x : $-3 \le x \le 1$ عدد صحيح x }
X = { x : $0 \le x \le 12$ عدد صحيح x}

أنواع المجموعات :

- المجموعة الخالية :
هي المجموعة التي لا تحتوي أي عنصر ويرمز لها بالرمز ф (فاي) أو { } . أمثلة :-

A = { x : عدد طبيعي زوجي و فردي x }
B = { x : دولة عربية تقع في أمريكا الشمالية x }

- المجموعة المنتهية :
المجموعة التي تكون عناصرها محدودة . المجموعات التالية مجموعات منتهية ...

A = { 2 , 4 , 6 , 8 }
B = { 1 , 2 , 3 , ... , 100}
C = { x , y , s, t u }

- المجموعة الغير منتهية :
المجموعة التي تكون عناصرها غير محدودة (وهي المجموعة التي لا يمكن تحديد عناصرها بشكل دقيق) .

A = { x : عدد طبيعي فردي }
B = { 10, 20 , 30 ,......... }

✓ **المجموعة الكلية :**
هي المجموعة التي تدرس جميع المجموعات باعتبارها مجموعات جزئية و يرمز لها بالرمز U .

✓ **المجموعة الجزئية :**
تكون المجموعة A جزئية من المجموعة B إذا كانت جميع عناصر A موجودة في B و تكتب على الصورة :- $A \subset B$

إذا كانت $A = \{2 , 4 , 6\}$
و $B = \{1,2,3,4,5,6,7,8\}$
فإن $A \subset B$.
٢- المجموعة المكونة من جميع طلاب التعليم الالكتروني بجامعة الملك فيصل مجموعة جزئية من مجموعة طلاب هذه الجامعة .

✓ **تساوي المجموعات :**
تكون المجموعتان A و B متساويتان إذا كانت :-
$A \subseteq B \;,\; B \subseteq A \;\ggg\ggg\ggg A = B$
إذا كانت A جزئية من B وتساويها وكذلك B جزئية من A وتساويها .. فتكون A تساوي B
أما المجموعتان المتكافئتان فهما المجموعتان اللتان تتساويان في عدد عناصرها وتكتب على الصورة $A \equiv B$

أي المجموعات التالية متكافئة وأيها متساوية ؟
1- $A = \{1, 5, 7 , 9\}$, $B = \{9 , 7 ,5 ,1\}$
2- $A = \{2,5,9\}$, $B = \{a , s , d\}$
الحل:
$1 - A = B$
$2 - A \equiv B$

○ العمليات على المجموعات :

✓ **الإتحـــــاد:**
اتحاد المجموعتين A و B $(A \cup B)$ هو مجموعة كل العناصر الموجودة في A أو في B أو في كليهما .

إذا كان $A = \{1 , 2 , 3 , 7\}$
و $B = \{2 , 4 , 6 , 8\}$
أوجد $(A \cup B)$ ؟
الحل: $(A \cup B) = \{1 ,2 , 3, 4, 6, 7, 8\}$

✓ **التقاطـــــع :**
تقاطع المجموعتين A و B $(A \cap B)$ هو مجموعة كل العناصر الموجودة في A وفي B معاً أي العناصر المشتركة بين A و B .

إذا كان $A = \{-1 , 0 , 1 , 2 , 3\}$
و $B = \{0,2,4,6,\}$
أوجد $A \cap B$؟
الحل : $(A \cap B) = \{0 , 2\}$

✓ **المكملة أو المتممة :**
يقال أن $\bar{A}$ مكملة المجموعة A إذا كانت تحتوي على جميع عناصر المجموعة الكلية U باستثناء عناصر A.

إذا كان $U = \{1,2,3,4,5,6,7,8,9,10\}$
و $A=\{2,4,6,8,10\}$
أوجد المجموعة المكملة $\bar{A}$
الحل : $\bar{A} = \{1,3,5,7,9\}$

✓ **الفرق :**
إذا كانت مجموعتان A ، B فإن A-B يسمى بالفرق وهو مجموعة كل العناصر الموجودة Aوليست في B .
وتقرأ من اليسار إلى اليمين A ناقص B وليس العكس..

إذا كانت $A=\{1,2,3,x,y\}$
و $B=\{3,4,5,x,w\}$
أوجد $A-B$
الحل : $A-B = \{1 , 2 , y\}$

☒ **مثال :**

إذا كانت : $A=\{1,2,3,x,y\}$

و $B=\{3,4,5,x,w\}$

والمجموعة الكلية : $U=\{1,2,3,4,5,x,y,w,z\}$

أوجد :

1. $A \cup B$
2. $A \cap B$
3. $A - B$
4. $\bar{A}$
5. $\bar{B}$
6. $\bar{A} \cup \bar{B}$
7. $\bar{A} \cap \bar{B}$
8. $\bar{A} \cup A$
9. $\bar{A} \cap A$

الحل ...

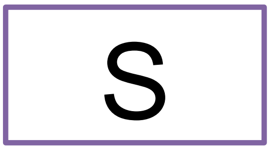
1. $A \cup B$ =\{1,2,3,4,5,x,y,w\}
2. $A \cap B$ =\{3,x\}
3. $A - B$ =\{4,5,w\}
4. $\bar{A}$ =\{4,5,w,z\}
5. $\bar{B}$ =\{1,2,w,z\}
6. $\bar{A} \cup \bar{B}$ =\{1,2,4,5,y,w,z\}
7. $\bar{A} \cap \bar{B}$ =\{Z\}
8. $\bar{A} \cup A$ =U
9. $\bar{A} \cap A$ =\{ \}

وممكن أن تكون الإجابة فاي $\emptyset$ المجموعة الخالية

أشكال ڤِنْ VIN Figures

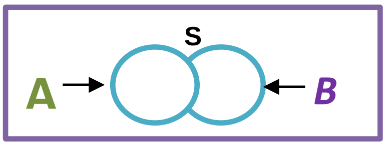
يمكن تمثيل المجموعات والعمليات المختلفة عليها من خلال استعمال اشكال هندسية تسمى أشكال ڤِنْ وذلك وفق ما يلي:

١. **المجموعة الكلية :** تمثل المجموعات الكلية بمستطيل ويرمز لها بالرمز S أو U



S

٢. **إتحاد الحوادث Events Union :** لأي حادثتين A و B فإن الحادثة التي تتضمن كافة العناصر التي تنتمي إلى A أو إلى B أو إلى كليهما معا يطلق عليها إتحاد حادثتين ويرمز لها (A ∪ B) أو (A أو B) والشكل التالي يوضح ذلك:



شكل ڤِنْ لتمثيل إتحاد حادثتين A و B

$(A \cup B)$

وبشكل عام لأي n حادثة An .... ,A1 , A2, A3 فإن إتحاد هده الحوادث هو : $\bigcup_{i=1}^{n} A_i = A_1 \cup A_2 \cup A_3 ...... \cup_n$

ويمكن القول أن $\bigcup_{i=1}^{n} A_i$ هو حدث يقع إذا وقع أحد هذه الحوادث Ai على الأقل وهو ما يطلق عليه جمع الأحداث

فالإتحاد ∪ يعني اتحاد المجموعتين A و B وهو مجموع العناصر الموجودة في كلتا المجموعتين دون تكرار العناصر.

☒ **مثال:**

A={1,2,-6,-7}

B={-6,-7,-11}

(AUB) ={1,2,-6,-7,-11}

✓ **خواص العمليات الجبرية لإتحاد الحوادث:**

إذا كانت A و B و C ثلاث حوادث فإن : $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$

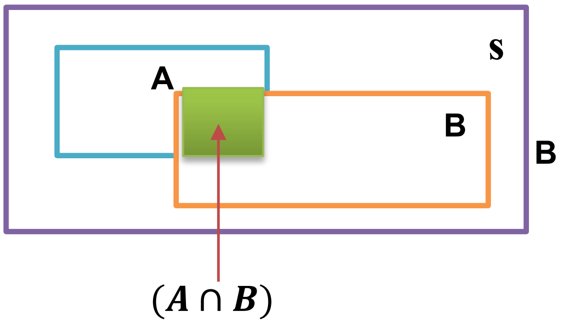
ويعني ذلك توزيع الإتحاد على التقاطع.

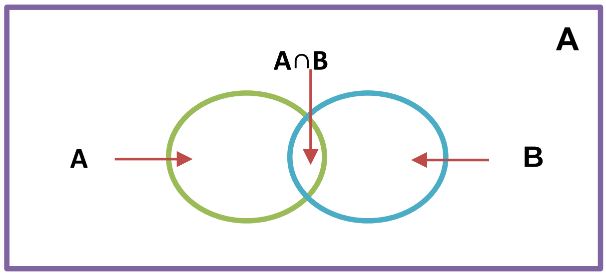
- وكذلك هناك خاصية التبديل والتي تعني أن : $(A \cup B) = (B \cup A)$

شرح: أن كان عندنا $A \cup (B \cap C)$ فيتم توزيع خارج القوس مع داخل القوس بإشارته يتم ايجاد اتحاد A , B و اتحاد A , C ثم ايجاد التقاطع بين المجموعتين التي نتجت عن الإتحاد $(A \cup B) \cap (A \cup C)$

٣. تقاطع الحوادث Events Intersection :

لأي حادثتين A و B فإن الحادثة التي تتضمن كافة نقاط العينة التي تنتمي إلى A و B أو إلى كليهما معا في نفس الوقت يطلق عليها تقاطع حادثتين ويرمز لها (A ∩ B) أو (A و B) وباستخدام أشكال فِنْ يكون الجزء المحدد بـ A and B هو الذي يمثل تقاطع الحادثتين :





شكل فِنْ لتمثيل تقاطع حادثتين A و B

وبشكل عام لأي n حادثة An .... ,A1 , A2, A3 فإن تقاطع هده الحوادث هو : $\bigcap_{i=1}^{n} A_i = A_1 \cap A_2 \cap A_3 ...... \cap_n$

ويمكن القول أن $\bigcap_{i=1}^{n} A_i$ هو حدث يقع إذا وفقط وقعت كل الحوادث Ai على الأقل وهو ما يطلق عليه ضرب الحوادث

فالتقاطع ∩ إذا هو مجموعة العناصر المشتركة بين مجموعتين أو أكثر.

☒ مثال :

A={1,2,-6,-7}

B={-6,-7,-11}

$(A \cap B)$ ={-6,-7}

✓ خواص العمليات الجبرية لإتحاد الحوادث:

إذا كانت A و B و C ثلاث حوادث فإن : $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$

ويعني ذلك توزيع التقاطع على الإتحاد.

- وكذلك هناك خاصية التبديل والتي تعني أن : $(A \cap B) = (B \cap A)$

شرح: أن كان عندنا $A \cap (B \cup C)$

فيتم توزيع خارج القوس مع داخل القوس بإشارته يتم ايجاد تقاطع A , B وتقاطع A , C ثم ايجاد الإتحاد بين المجموعتين التي نتجت عن التقاطع $(A \cap B) \cup (A \cap C)$

٤- الحادثة المتممة Complementary Event :

لأي حادثة A فإن متممتها هي الحادثة التي تتضمن كافة العناصر التي لا تنتمي إلى A ويرمز لها بالرمز A^c أو $\bar{A}$ وهو حدث يتألف من جميع عناصر Ω غير المنتمية إلى A وباستخدام أشكال فِنْ فإن الجزء المظلل يمثل الحادثة المتمة:

A

شكل فِنْ لتمثيل مكملة الحادثة A

S={1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12,13,14,15,16,17,18,19,20}

A={1, 3, 5, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19}

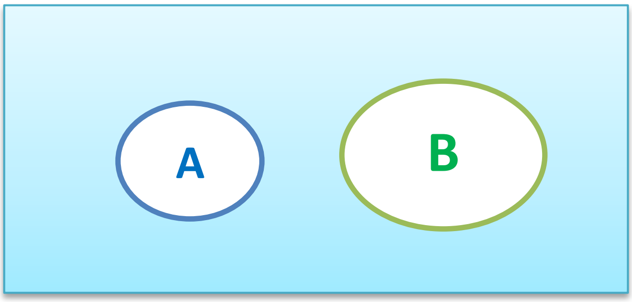
B={1, 2, 3, 6, 8, 11, 12, 14, 16}

$\overline{A}$ ={2, 4, 6, 20}

$\overline{B}$ ={4, 5, 7, 9, 10, 13, 15, 17, 18, 19, 20}

٥- الحوادث المتنافية Mutually Execlusive Events :

الحادثتان A و B متنافيتان أو منفصلتان إذا كان تقاطعهما خاليا أي أن $A\cap B=\phi$ ويمكن القول أيضا أن $A\cap A^c=\phi$ ، وباستخدام أشكال فِن فإن الحادثتان المنفصلتان يتمثلان بالشكل التالي :



$$A\cap B=\phi$$

$$A\cap A^c=\phi$$

شكل فِنْ لتمثيل حادثتان متنافيتان A و B

- **بعض العلاقات المهمة :** * كل A^c هي : $\overline{A}$ و S هي : U و $\overline{S}$ هي: $\overline{U}$

$$\overline{B\cup A}=\overline{B\cap A}$$

$$\overline{A\cup B}=\overline{A\cap B}$$

إذا كانت $A\subset B$ فإن:

$$A=A\cap B$$
$$B=A\cup B$$
$$\overline{B}\subset\overline{A}$$

$$A\cup A^c=S$$
$$A\cap A^c=\phi$$
$$\overline{S}=\phi$$
$$\overline{\phi}=S$$
$$A\cup S=S$$
$$A\cap S=A$$
$$A\cap\phi=\phi$$

** أمثلة وتمارين **

التمرين الأول :

يراد شراء ثلاثة أنواع من اللحوم من جزار معين، فإذا رمزنا للحم الدجاج بـ A ولحم الضأن بـ B ، ولحم العجل بـ C فإن :

و = $\cap$
أو = U

- توفر أنواع اللحوم الثلاثة يعني توفر لحم A و B و C أي بمعنى : $A \cap B \cap C$
- عدم توفر أي نوع من اللحوم يعني عدم توفر A و B و C أو كلها أي بمعنى : $\bar{A} \cap \bar{B} \cap \bar{C}$
- توفر نوع واحد من اللحوم على الأقل هو توفر A أو B أو C أو كلها أي بمعنى : $A \cup B \cup C$
- توفر نوع A فقط يعني : $A \cap \bar{B} \cap \bar{C}$
- توفر نوع واحد من اللحم يعني إما توفر A وعدم توفر النوعين الآخرين أو توفر B وعدم توفر النوعين الآخرين ، أو توفر C وعدم توفر النوعين الآخرين أي بمعنى : $(A \cap \bar{B} \cap \bar{C}) \cup (\bar{A} \cap B \cap \bar{C}) \cup (\bar{A} \cap \bar{B} \cap C)$

التمرين الثاني :

وضح أي من هذه المجموعات هي مجموعة خالية أو مجموعة منتهية أو مجموعة غير منتهية :-

i. A ={x: عدد x سالب و موجب } =∅
ii. B = {3 ,6 ,9 ,12 } = مجموعة منتهية
iii. C = {x: دولة أوربية تقع في شبة الجزيرة العربية x } =∅
iv. D = { 2 , 4 , 6 , ...,100} = مجموعة منتهية
v. E = { 100 , 200 , 300 ,.......} = مجموعة غير منتهية
vi. F = { w , e , r , t } = مجموعة منتهية

التمرين الثالث :

إذا كانت A = {3 , 5 , 7 } و B = { 1,2,3,4,5,6,7,8} فهل يمكن القول أن A ⊂ B ؟

الحل / نعم لانه جميع عناصر A موجوده في B

أي المجموعات التالية متكافئة وأيها متساوية ؟

1- A = {5 ,10 ,15 ,20 } , B = {15 ,10 ,5 , 20 }

2- A= { 20,50,70} , B = { k , d , u }

1. A=B
2. A≡ B

☒ التمرين الرابع :

اذا كانت U= {0 , 1, 2, 3,.......,10} وكانت C = { 6, 7,8, 9,10} ، B = { 1 , 2 ,3 ,4 ,5 } ، A = { 2, 4 ,6 ,8 ,10} فجد ما يلي:-

1- $A \cup B$

2- $A \cap C$

3- $\bar{A} \cap \bar{B}$

4- $B \cup C$

5- $A \cap \bar{C}$

6- $A - (B \cap C)$

7- $(\bar{A} \cup B) - C$

8- $(\overline{\bar{B} \cap \bar{C}})$

الحل :

1- $A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 8, 10\}$

2- $A \cap C = \{6, 8, 10\}$

3- $\bar{A} \cap \bar{B} = \overline{A \cup B} = \{0, 7, 9\}$

4- $B \cup C = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$

5- $A \cap \bar{C} = A - C = \{2, 4\}$

6- $A - (B \cap C)$ $= B \cap C = \emptyset$

$A - (B \cap C) = A - (\emptyset) = A$

7- $(\bar{A} \cup B) - C$

$\bar{A} = \{0, 1, 3, 5, 7, 9\}$

$\bar{A} \cup B = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 7, 9\}$

$(\bar{A} \cup B) - C = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$

8- $(\overline{\bar{B} \cap \bar{C}}) = (\overline{B \cup C}) = B \cup C$

$B \cup C = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$

☒ التمرين الخامس :

إذا كانت :

A={8,10,12,r,m} و B={4,6,10,o,r}

أوجد المجموعة الكلية .... ثم أوجد :-

الحل : المجموعة الكلية : U={4,6,8,10,12,r,m,o}

1. AUB ={4,6,8,10,12,r,m,o }
2. $A \cap B$ ={10,r}
3. $B - A$ ={4,6,o}
4. $\bar{A}$ ={4,6,o}
5. $\bar{B}$ ={8,12,m}
6. $\bar{A} \cup \bar{B}$ ={4,6,8,12,o,m}
7. $\bar{A} \cap \bar{B}$ ={}

8. $\bar{A} \cup A$ =U

9. $\bar{A} \cap A$ = { }

وممكن أن تكون الإجابة فاى $\emptyset$ المجموعة الخالية

☒ التمرين السادس :

نفترض أن A={3,4,5,x,y} و B={4,x,y,z} ضع الرمز ∈ أو ∉ في المكان الفارغ لتكون الجملة صحيحة .

1. 3 ∈ A
2. 3 ∉ B
3. x ∈ A
4. x ∈ B
5. z ∉ A
6. 1 ∉ A
7. 1 ∉ B