** تمارين والأمثله بداية المحاضره الرابعه ..

وتتبع المحاضره الثالثه **

أي ظاهره ذات وجهين ... تتبع التوزيع الإحتمالي ثنائي الحدين

- **المثال ١ :**

إذا كان احتمال إصابة الهدف لشخص ما هو $\frac{1}{5}$ أتيحت له فرصة الرماية في 10 محاولات

- ما هو احتمال إصابة الهدف مرتين على الأكثر
- احتمال إصابة الهدف مرة واحدة

X متغير عشوائي يمثل عدد مرات النجاح فى إصابة الهدف فى ١٠ محاولات

n = 10, p = 1/5, q= 4/5 ; x = 0, 1, 2, …, 10

احتمال إصابة الهدف مرتين على الأكثر:

$$P(X \le 2) = p(X = 0) + p(X = 1) + p(X = 2)$$

$$= \binom{10}{0}(1/5)^0(4/5)^{10} + \binom{10}{1}(1/5)^1(4/5)^9 + \binom{10}{2}(1/5)^2(4/5)^8$$

$$= (0.8)10 + 2(0.8)9 + 1.8(0.8)8 = 0.6778$$

باستخدام الآلة الحاسبه :اختيار زر nCr بالضغط على زر shift بعدها زر ÷ وبالمعطيات : n = 10, p = 1/5, q= 4/5

عدد المحاولات	عدد اصابة الهدف	الاحتمال	الناتج
0	10	= 10C0 × (1/5)0 × (4/5)10	0.1073
1	9	= 10C1 × (1/5)1 × (4/5)9	0.2684
2	8	= 10C2 × (1/5)2 × (4/5)8	0.3019
...	...	.....	....
		احتمال اصابة الهدف مرتين على الأكثر $\sum$	0.6776

- احتمال إصابة الهدف مرة واحدة أي احتمال **x = 1**

$$P(X = 1) = \binom{10}{1}(1/5)^1(4/5)^9$$

من الجدول السابق بالألة الحاسبة :

= 10C1 × (1/5)1 × (4/5)9	0.2684

المثال٢ :

١- ألقيت عملة ثلاث مرات. فإذا كان X يمثل عدد ظهور الصور فأوجد التوزيع الاحتمالي وكذلك التوقع والتباين

الحل : بما أن احتمال العملة المعدنية = 1 كل وجه = 1/2 = 0.5

احتمال النجاح (ظهور صورة) p = 0.5

احتمال الفشل (ظهور كتابة) q = 0.5

عدد الرميات المستقلة n = 3

X متغير عشوائي يمثل عدد الصور يأخذ القيم 0, 1, 2, 3

ويكون له توزيع ذي الحدين:

بالتعويض بالأله الحاسبة بالمعطيات السابقة :

عدد مرات الرمي	عدد اصابة الهدف	الاحتمال	الناتج
0	3	= 3C0 × (0.5)0 × (0.5)3	0.125
1	2	= 3C1 × (0.5)1 × (0.5)2	0.375
2	1	= 3C2 × (0.5)2 × (0.5)1	0.375
3	0	= 3C3 × (0.5)3 × (0.5)0	0.125
		$\sum$	1

التوقع = الوسط الحسابي : بالتعويض بالقانون

$$\mu = np$$

μ = 3 × 0.5 =1.5

التباين – لتوزيع ثنائي الحدين : بالتعويض بالقانون

σ^2 =n×p×q

σ^2 =3×0.5×0.5=0.75

الإنحراف المعياري – جذر التباين : بالتعويض بالقانون

$\sqrt{\sigma^2} = \sqrt{0.75}$ =0.866

المثال٣ :

وجد فى إنتاج أحد المصانع أنه من بين 1000 وحدة إنتاج يوجد 150 وحدة معيبة. أخذت عينة بإرجاع مكونة من 5 وحدات، أوجد الاحتمالات التالية:

١- الوحدات المختارة كلها سليمة
٢- على الأكثر توجد واحدة معيبة
٣- على الأقل توجد وحدتان معيبتان
٤- القيمة المتوقعة و التباين للوحدات المعيبة .

الحل :

احتمال النجاح (الحصول على وحدة معيبة) p = 150/1000 = 0.15

احتمال الفشل (عدم الحصول على وحدة معيبة) q = 1-p= 1-0.15 =0.85

عدد المحاولات (عينة بإرجاع مكونة من 5 وحدات) n = 5

X متغير عشوائي يمثل عدد الوحدات المعيبة يأخذ القيم 0, 1, 2, 3, 4, 5

ويكون له توزيع ذي الحدين:

الناتج	الاحتمال	عدد اصابة الهدف	عدد المحاولات
0.4437	= 5C0 × (0.15)0 × (0.85)5	5	0
0.3915	= 5C1 × (0.15)1 × (0.85)4	4	1
0.1381	= 5C2 × (0.15)2 × (0.85)3	3	2
0.1381	= 5C3 × (0.15)3 × (0.85)2	2	3
....	=5C4 × (0.15)4 × (0.85)1	1	4
....	=5C5 × (0.15)5 × (0.85)0	0	5
1	$\sum$		

١. الوحدات المختاره كلها سليمة : يعني أن x=1

0.4437	= 5C0 × (0.15)0 × (0.85)5

٢. على الأكثر توجد واحدة معيبة : يعني أن $x \leq 1$

$P(X\leq1) = p(X=0) + p(X=1)$

$= 0.4437 + 0.3915 = 0.8352$

٣. - على الأقل توجد وحدتان معيبتان: $x \geq 2$

بما يعني ان الإحتمال يبدا من ٢ إلى ٥ (٢+٣+٤+٥) بما ان التوزيع الإحتمالي بالنهاية مجموعه = ١
وأوجدنا قيمة الإحتمال ٠ والإحتمال ١ بالطلبان السابقان..
إذن الحل : المجموع – (قيمة احتمال ٠+١)

$P(X \geq 2) = 1 - p(X < 2)$

$= 1 - [p(X = 0) + p(X = 1)]$

$= 1 - 0.8325 = 0.1648$

٤. - القيمة المتوقعة و التباين للوحدات المعيبة .

القيمة المتوقعة = $n . P$ = 5×0.15 = 0.75

التباين = $n \times p \times (1-p)$ =

= $5 \times 0.15 \times 0.85$ = 0.6375

- **خلاصة المحاضرة الثالثة /**

القوانين المهمة التي تم استخدامها بحل التمارين :

قانون استخراج التوزيع الإحتمالي : طريقة تطبيقه واستخدام الاله الحاسبة : اختيار زر nCr بالضغط على زر shift بعدها زر ÷ وبالمعطيات : n,p,p-1=q $nCr \times P^{X} \times P\text{-}1^{n-1}$	$P(X)=\dfrac{n!}{X!(n-X)!}P^{x}(1-P)^{n-X}$
متوسط توزيع ذي الحدين (التوقع)	$\mu = np$
التباين	σ^{2} =n × p × q
وانحراف المعياري = جذر التباين	$\sigma = \sqrt{np(1-p)}$

اسئلة الإختبار الخاصة بالمحاضرة الثالثة ... نموذج c (السؤال ٤٨/٤٩/٥٠)

أجب عن الفقرات (٤٨) و (٤٩) و (٥٠) باستخدام المعلومات التالية :

إذا كان إحتمال حياة شخص عند العمر ٣٠ هو ٦٠% تم إختيار ٥ أشخاص عند تمام العمر ٣٠ أوجد :-

(٤٨) إحتمال حياة ٤ أشخاص :

أ- 0.2304
ب- 0.2592
ج- 0.68256
د- لا شيء مما سبق

الحل:

n = 5, P = 0.60 , P – 1 = 0.40

احتمال حياة اربع اشخاص : P(4)= = 5C4 × (0.60)4 × (0.40)1=0.2592

(٤٩) القيمة المتوقعة (الوسط الحسابي) :-

أ- 5
ب- 0.60
ج- 3
د- لا شيء مما سبق

الحل :

قانون المتوسط الحسابي :

M=n*p = 5*0.60=3

(٥٠) الإنحراف المعياري :-

أ- 5
ب- 0.60
ج- 0.40
د- لا شيء مما سبق

الحل :

أولاً التباين = n *p *p-1

= 5 * 0.60 *0.40 =1.2

ثانياً الإنحراف المعياري = جذر التباين

$\sqrt{1.2}$= 1.095