الأساليب الكمية في الإدارة

د/ملفي الرشيدي

جامعه الملك فيصل تعليم عن بعد

الدفعة الماسية

المحاضرة الاولي

مفهوم الأساليب الكمية

تعتبر الأساليب الكمية، أسلوب رياضي يتم من خلاله معالجة المشاكل الاقتصادية، الإدارية، التسويقية والمالية بمساندة الموارد المتاحة من البيانات والأدوات والطرق التي تستخدم من قبل متخذي القرار لمعالجة المشاكل.

تعريف الأساليب الكمية

يمكن تعريفها بعدة تعاريف من بينها: " مجموعة الطرق والصيغ والمعدات والنماذج التي تساعد في حل المشكلات على أساس عقلاني "

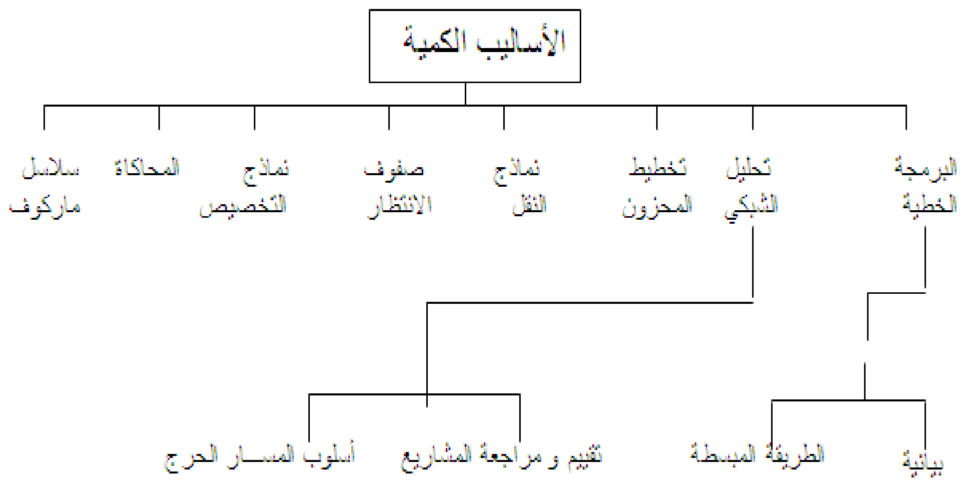
من هذا التعريف يمكننا إدراج مختلف هذه الأساليب تحت عنوان اشمل وهو بحوث العمليات حيث توجد عدة تعاريف من أبرزها.

التعريف الذي اعتمدته جمعية بحوث العمليات البريطانية بأنها " استخدام الأساليب العلمية لحل المعضلات المعقدة في إدارة أنظمة كبيرة من القوى العاملة، المعدات، المواد أولية، الأموال في المصانع والمؤسسات الحكومية وفي القوات المسلحة "

أما جمعية بحوث العمليات الأمريكية فقد اعتمدت التعريف التالي:

" تربط بحوث العمليات باتخاذ القرارات العلمية حول كيفية تصميم عمل أنظمة الصعدات، القوى العاملة وفقا للشروط تتطلب تخصيصها في الموارد النادرة "

الأساليب الكمية المستخدمة ضمن بحوث العمليات



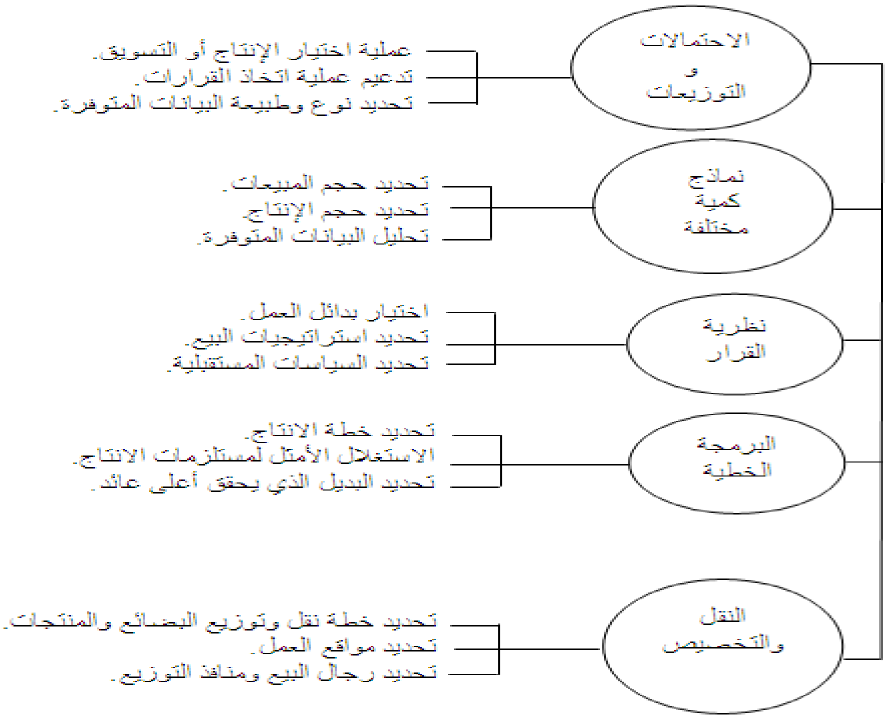
التطور التاريخي

- ✓ تعتبر بحوث العمليات امتداداً لحركة الادارة العلمية على يد فردريك تايلور كتابه بعنوان (الإدارة العلمية 1911)، الذي دعا فيه إلى ضرورة استبدال طريقة الحكم الشخصي والتجربة والخطأ بطريقة أخرى تعتمد على البحث العلمي.
- ✓ بحوث العمليات ظهرت كحقل علمياً مستقلاً في بداية الحرب العالمية الثانية. حيث شكَّلَت بريطانيا والولايات المتحدة الأمريكية فرقاً من العلماء يشمل مختلف المجالات العلمية للبحث عن أفضل الأساليب والوسائل العلمية لاستخدامها في طريقة توزيعِ أفضل للقوات العسكرية، وكذلك في استخدام الأجهزة المتطورة كقاذفات القنابل والرادارات. سُمِّيَت مثل هذه الفرق بفرق بحوث العمليات.
- ✓ بعد نهاية الحرب، بدأت القطاعات الاقتصادية بالاستفادة من هذه الأساليب في زيادة إنتاجها وربحها عن طريق الاستغلال الأفضل لمواردها.
- ✓ أحد أهم العوامل التي ساعدت في تطور بحوث العمليات هو الرواج الاقتصادي الذي أعقب الحرب العالمية الثانية وما صاحب ذلك من الاتساع في استخدام المكننة والوسائل الآلية وتقسيم العمل والموارد، الأمر الذي أدى إلى ظهور مشاكل إدارية كثيرة ومعقدة مما دفع بعض العلماء والباحثين إلى دراسة تلك المشكلات وإيجاد أفضل الحلول لها.
- ✓ يعد ظهور الحاسب وتطوره السريع عاملاً أساسياً في ازدهار بحوث العمليات والتوسع في استخدامها.

أهمية بحوث العمليات

- ○ وسيلة مساعدة في اتخاذ القرارات الكمية باستخدام الطرق العلمية الحديثة.
- ○ يعتبر علم بحوث العمليات من الوسائل العلمية المساعدة في اتخاذ القرارات بأسلوب أكثر دقة وبعيد عن العشوائية الناتجة عن التجربة والخطأ.
- ○ تعتبر بحوث العمليات فن وعلم في آن واحد فهي تتعلق بالتخصيص الكفء للموارد المتاحة وكذلك قابليتها الجديدة في عكس مفهوم الكفاءة والندرة في نماذج رياضية تطبيقية.
- ○ يسعى هذا العلم إلى البحث عن القواعد والأسس الجديدة للعمل الإداري، وذلك للوصول إلى أفضل المستويات من حيث الجودة الشاملة، ومقاييس المواصفات العالمية (الايزو).
- ○ أنها تساعد على تناول مشاكل معقدة بالتحليل والحل والتي يصعب تناولها في صورتها العادية.
- ○ أنها تساعد على تركيز الاهتمام على الخصائص الهامة للمشكلة دون الخوض في تفاصيل الخصائص التي لا تؤثر على القرار، ويساعد هذا في تحديد العناصر الملائمة للقرار واستخدامها للوصول إلى الأفضل.

استخدامـات بحوث العمليات



نماذج بحوث العمليات

I. البرمجة الخطية Linear programming
II. البرمجة العددية Integer programming
III. المحاكـاة Simulation
IV. التحليل الشبكي Network analysis
V. نظرية صفوف الانتظار Queuing theory
VI. البرمجة الديناميكية Dynamic programming
VII. نظرية القرارات Decision Theory
VIII. البرمجة اللاخطية Non-Linear Programming

استخدام بحوث العمليات في منظمات الاعمال

الوظائف / الاساليب	الإنتاج وإدارة العمليات	النقل والتسويق	التخزين	إدارة الموارد البشرية	الإدارة المالية
البرمجة الخطية	تخطيط الإنتاج			الاستغلال الأمثل للموارد البشرية	توزيع الموارد الحالية بشكل امثل
نماذج النقل	تداول بين خطوط الإنتاج	تسويق المصانع	نقل المشتريات من المخزن		
شبكات الأعمال	تنفيذ المشاريع	تدفق الموارد والسلع			
تحليل القرار	طرح منتج حديث		تحديد مصدر الشراء الأفضل		تحديد أفضل الفوائد المستثمرة
السيطرةعلى المخزون			تحديد حجم الدفعة الاقتصادية		

نموذج قرار بسيط

- **نموذج القرار:** **أداة لتلخيص مشكلة القرار بطريقة تسمح بتعريف و تقييم منظم لكل بدائل القرار في المشكلة.**
- **عناصر نموذج القرار:**

i. **تحديد بدائل القرار.**
ii. **تصميم مقاييس او معايير لتقييم كل بديل.**
iii. **استخدام هذا المعيار كأساس لاختيار أفضل بديل من البدائل المتاحة.**

المحاضرة الثانية

❖ مصطلحات هامة في بحوث العمليات

☒ النظام System

عبارة عن مجموعة من العناصر المتداخلة المرتبطة معاً في علاقات معينة ومعزولة الى حد ما عن أي نظام آخر.

مثال: الطائرة، شركة تجارية

✓ الانظمة الحتمية Deterministic systems

يتم التنبؤ عن سلوك عناصر النظام بطريقة محددة تماماً (جميع متغيرات النظام معروفة).

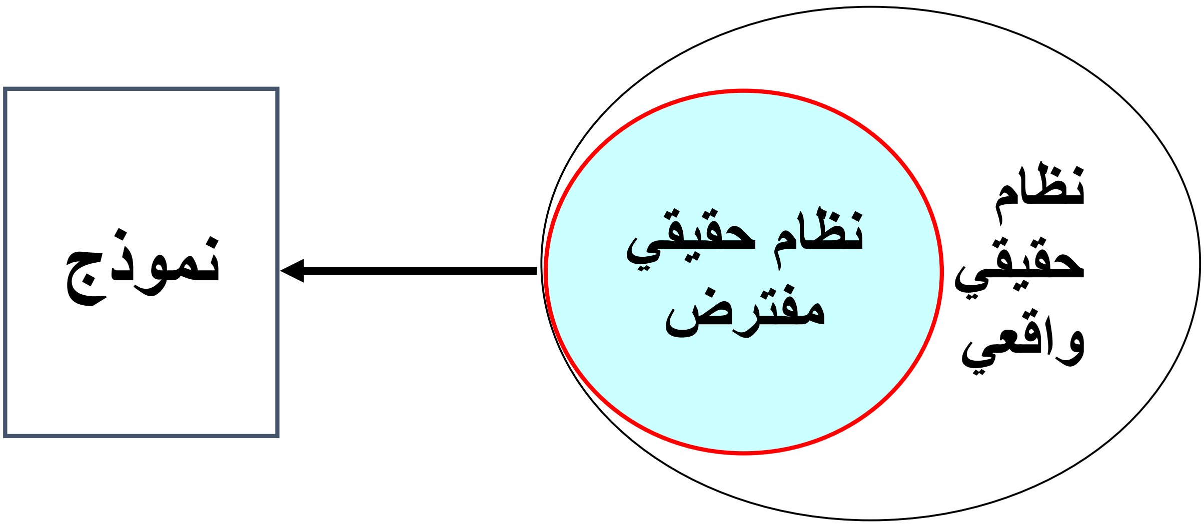
✓ الانظمة الاحتمالية Probabilistic systems

تخضع بعض العناصر الى مفهوم التوزيعات الاحصائية بسبب اعتمادها على الاحداث العشوائية التي تتغير باستمرار.

النمذجة Modeling

☒ النموذج The Model

صورة مبسطة للتعبير عن نظام عملي من واقع الحياة او فكرة مطروحة لنظام قابل للتنفيذ.



مراحل دراسة بحوث العمليات

١) الملاحظة Observation ادراك وجود المشكلة وتحديدها (حقائق، آراء , اعراض)

٢) تعريف المشكلة Problem definition تعريف المشكلة بعبارات محددة وواضحة (الهدف، المتغيرات، الثوابت والقيود المفروضة)

٣) بناء النموذج Model construction تطوير النموذج الرياضي الذي يتفق مع اهداف المسألة

٤) حل النموذج Model solution التوصل الى الحل الذي يحقق أفضل قرار

٥) التحقق من صحة النموذج Model validity عن طريق مقارنة النتائج مع قيم سبق اختبارها او عن طريق استخدام الاختبارات الاحصائية

٦) تنفيذ النتائج implementation ترجمة النتائج الى تعليمات تشغيلية تفصيلية

البرمجة الرياضية Mathematical Programming

العلم الذي يبحث في تحديد القيمة (او القيم) العظمى او الصغرى لدالة محددة تسمى دالة الهدف Objective function (O.F) والتي تعتمد على عدد نهائي من المتغيرات Variables. وهذه المتغيرات قد تكون مستقلة عن بعضها او قد تكون مرتبطة مع بعضها بما يسمى القيود Constraints

البرمجة الخطية Linear Programming

- ❖ حالة خاصة من البرمجة الرياضية
- ❖ دالة الهدف & القيــود -------> خطية
- ✓ البرمجة (Programming)
- ✓ الخطية ((Linearity

مكونات نموذج البرمجة الخطية

- وجود عدد من المتغيرات (متغيرات القرار decision variables) التي يجب تحديد قيمها للوصول الى الهدف المنشود. سنرمز لهذه المتغيرات بـ

$$x_1, x_2, \ldots, x_n$$

مثـــال:

1-كمية الانتاج لسلع معينة (طاولات، اقلام، سيارات، حقائب)

- وجود هدف يُراد الوصول اليه، ويعبر عنه رياضياً بدالة خطية تسمى دالة الهدف وتأخذ الشكل العام التالي:

$$Z = \sum_{j=1}^{n} C_j X_j$$

حيث C_j اعداد حقيقية تسمى بمعاملات المتغيرات

$$(j = 1, 2, \ldots, n)$$

وتصنف الاهداف الى مجموعتين:

A. تعظيم دالة الهدف (Maximization) السعي الى تحقيق الربح لأقصى حد ممكن. سنرمز له

$$Max \quad Z = \sum_{j=1}^{n} C_j X_j$$

B. تصغير دالة الهدف (Minimization) السعي الى تخفيض التكاليف لأدنى حد ممكن

$$Min \quad Z = \sum_{j=1}^{n} C_j X_j$$

- وجود علاقة بين المتغيرات يعبر عنها رياضياً بمتباينات تسمى القيود الخطية (قيود المسألة) constraints وتأخذ أحد الشكلين:

$$\sum_{i=1}^{m} a_{ij} x_j \le b_i$$

غالباً إذا كانت الدالة من نوع التعظيم أي max

$$\sum_{i=1}^{m} a_{ij} x_j \ge b_i$$

غالباً إذا كانت الدالة من نوع التصغير أي Min

حيث

n تعبر عن عدد المتغيرات

m تعبر عن عدد قيود المسألة

a_{ij} اعداد حقيقية تسمى معاملات المتغيرات في القيود

b_i اعداد حقيقية تعبر عن الموارد المتاحة او المتطلبات اللازمة لكل قيد من القيود

المتغيرات = الأعمدة ,,,,,,, القيود = الصفوف

- وجود شروط اخرى بصرف النظر عن الهدف
- كأن لا تقل قيمة أحد المتغيرات عن كمية معينة بسبب التزامات معينة.
- كأن لا تزيد قيمة أحد المتغيرات عن كمية معينة بسبب وجود منافسة على سبيل المثال.
- الاشتراط على المتغيرات ان تكون غير سالبة (شرط مفروض على جميع النماذج)

قيد عدم السالبية $x_j \geq 0$

الشكل العام في حالة التعظيم

داله الهدف

$$Max \quad \sum_{j=1}^{n} c_j x_j$$

$$s.t.$$

القيود عدم السالبية

$$\sum_{i=1}^{m} a_{ij} x_j \leq b_i$$

$$x_j \geq 0$$

صياغة نموذج برمجة خطية

1) تحديد المتغيرات x_j حيث j=1,2,...,n وتعريفها مع تعريف وحدات القياس المستعملة لكل متغير
2) تحديد معاملات المتغيرات في دالة الهدف c_j مع تعريف الوحدات المستخدمة لقياس هذه المعامل
3) تحديد دالة الهدف مع التأكد من استخدام وحدات القياس نفسها
4) تحديد معاملات المتغيرات في القيود a_{ij} مع وحدات القياس المناسبة لكل معامل
5) تحديد معاملات الطرف الايمن (الموارد او الالتزامات) bi مع وحدات القياس المناسبة لكل معامل
6) قيد عدم السالبية

المحاضرة الثالثة

بحوث العمليات.

مراحل بناء النموذج الخطي

البرنامج الخطي لا يطالبنا بإيجاد ناتج فقط مطالبين بناء او صياغة برنامج خطي

مثال ١

تقوم الشركة العربية للمنظفات بإنتاج أنواع مختلفة من مساحيق غسيل الملابس. إذا تسلمت الشركة طلبات من أحد التجار للحصول على 12 كيلو جرام من مسحوق معين من منتجات الشركة. إذا كان المسحوق المطلوب يتم تصنيعه من خلال مزج ثلاثة أنواع من المركبات الكيمائية هي C,B,A

إذا علمت أن المواصفات المطلوبة لهذا المسحوق كما ورد في الطلب كانت ما يلي:

I. **يجب أن يحتوي المسحوق على 3 كيلو جرام على الأقل من المركب B**

II. **يجب ألا يحتوي المسحوق على أكثر من 900 جرام من المركب A**

III. **يجب أن يحتوي المسحوق على 2 كيلو جرام بحد أدنى من المركب C**

IV. **يجب أن يحتوي المزيج على4 كيلو جرام على الأكثر من C , A.**

إذا علمت أن تكلفة تصنيع الكيلو جرام الواحد من المركب A تساوي 6 ريال، وان تكلفة تصنيع الكيلو جرام من المركب B تساوي 12 ريال في حين تبلغ تكلفة تصنيع الكيلو جرام من المركب Cتساوي 9 ريال.

A=X1	A=6
B=X2	B=12
C= X3	C=9

المتباينة تكون عل ثلاثة أشكال ≥ (اكبر من او يساوي) و ≤ (أصغر من أو يساوي)و =(يساوي)

نبحث في القيود عن الكلمات التالية:

بحد أدني، لا يقل عن، على الأقل، وهذه تكون ≥ (أكبر من او يساوي)

بحد أعلى، بحد أقصى، لا يزيد عن، على الأكثر وهذه تكون ≤ (أصغر من أو يساوي)

المطلوب: صيـــاغة برنامج خطي

قبل بداية الحل:

- احدد دالة الهدف إذا تكلفة (min) وإذا أرباح (max)

  كلمة (تكلفة) تدل على أن الدالة من نوع التصغير (min)
- احدد المتغيرات وهي المعطيات مزيج (المركبات) A_B_C) التي سوف نرمز لها برموز المتغير...X1,X2,X3 حسب معطيات المسألة مع الانتباه لوحدة القياس المطلوبة الكيلو جرام والمسألة يوجد بها جرام لذلك لابد ان نحول للكيلو جرام
- القيود
- الانتباه لوحدة القياس المطلوبة او المستخدمة (وتوحيدها مثل ريال /ريال، طن /طن كيلو، كيلو)

نبدأ بالحل من معطيات المسألة:

أ- دالة الهدف رياضيا

Min z= $6x_1 + 12x_2 + 9x_3$

ب-المتغيرات

S.T

- $x_2 \geq 3$ المركب B
- $x1 \leq 900$ المركب A (ملاحظة هنا أعطاني 900جرام وأنا مطالب بالكيلو لذلك يجب ان أحول بقسمه 900جرام /1000كيلو =0.9كيلو جرام واعيد كتابة قيد المركب A)

- $x1 \le 0.9$ المركب A
- $x_3 \ge 2$ المركب C
- $x_1 + x_3 \le 4$ المركبين C,A

ج-قيد الطلبية (أي الشرط الذي يقيدني بمعنى أنظر لأي شرط بالمسألة واكتبه قيد طلبيه)

- $x_1 + x_2 + x_3 = 12$ قيد الطلبية
- $x_1, x_2, x_3 \ge 0$ قيد عدم السالبية (وهذا القيد لابد ان يكتب بكل البرنامج الخطي)

وبكذا أنهينا البرمجة الخطية للمسائلة.

- (ملاحظة: هذا الشكل العام للحل لكن بالاختبار يجي السؤال على شكل خيارات ويطلب مثلا ان نختار دالة الهدف او قيد او متغير)

مثال ٢

تمتلك شركة مصنعاً صغيراً لإنتاج السيراميك من النوع الممتاز والعادي وتوزيع الإنتاج على تجار حيث تبلغ الكميات المتاحةA ,B الجملة. يحتاج إنتاج السيراميك إلى نوعين أساسين من المواد الخام

من كل منهما يومياً 12 طن, 25 طن على التوالي. الجدول التالي يظهر احتياجات إنتاج الطن من السيراميك الممتاز

وإنتاج الطن من السيراميك العادي من المادتين الخام A ,B

	احتياجات السيراميك من المواد الخام الممتاز العادي	المتاح بالطن
A مادة خام	1 طن عادي 2 طن ممتاز	12طن
B مادة خام	3 طن ممتاز 4 طن عادي	25 طن

وقد أظهرت دراسات السوق ان الطلب على السيراميك العادي يزيد عن الطلب على السيراميك الممتاز، كما أظهرت دراسات السوق أيضا ان الحد الأقصى للطلب اليومي على السيراميك العادي هو 5 طن. يبلغ هامش ربح الطن من السيراميك الممتاز 3000 ريال في حين يبلغ هامش الربح من النوع العادي 2000 ريال.

المطلوب: صياغة برنامج خطى مناسب للمشكلة.

الحل:

نفس خطوات الحل للمسائلة الأول (نحدد داله الهدف +المتغيرات +القيود. ونضع بالأخير قيد عدم السالبيه)

١- المتغيرات: من المسائلة نوع السيراميك (ممتاز، والعادي) ونرمز لها برمز

X1=عدد الأطنان من السيراميك الممتاز

X2=عدد الأطنان من السيراميك العادي

٢-داله الهدف: من كلمة أرباح (MAX)

$$\max z = 3000x_1 + 2000x_2$$

٣-القيود: S.T

- $2x_1 + x_2 \leq 12$ A قيد المادة الخام
- $3x_1 + 4x_2 \leq 25$ B قيد المادة الخام
- $x_2 \geq x_1$ قيد الطلب على النوعين
- $x_2 \leq 5$ قيد الطلب على السيراميك العادي
- $x_1, x_2 \geq 0$ قيد عدم السالبية

المحاضرة الرابعة

حل مسائل البرمجة الخطية

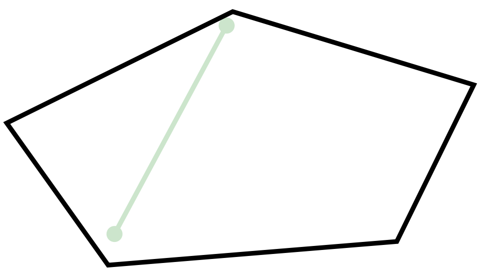
- ✓ طريقة الرسم البياني Graphical Method
- ✓ طريقة السمبلكس Simplex Method

يعتمد على عدد المتغيرات في المسألة.

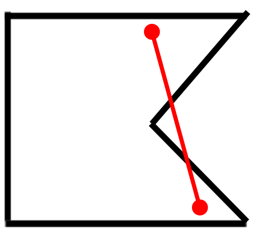
خصائص معالجة مشاكل البرمجة الخطية

تقع جميع الحلول الممكنة في منطقة محدبة، وتكون مجموعة نقاطها مجموعة محدبة.

<u>المنطقة المحدبة:</u> هي المنطقة التي تكون فيها كل النقاط الواقعة على الخط المستقيم الموصل بين أي نقطتين تقع كذلك في المنطقة المحدبة نفسها.



- ✓ مجموعة الحلول الممكنة محدودة بعدد نهائي من الجوانب



- ✓ أي حل أمثل لا بد وأن يقع على أحد أركان منطقة الحلول الممكنة (النقاط الركنية).

طريقة الرسم البياني

✓ **الخطوة الأولى**

تحديد منطقة الحلول المقبولة أو الممكنة

Feasible solutions

التي تتحقق عندها المتباينات او القيود

(منطقة تقاطع مناطق الحل للقيود = التي تتحقق عندها جميع قيود المســـألة)

✓ **الخطوة الثانية**

الحصول على قيمة دالة الهدف عند كل نقطة من نقاط رؤوس المضلع المحدب (النقـــاط الركنيـــة) في منطقـــة الحلول المقـــبولة، تكون عندها دالة الهدف أكبر(أصغر) ما يمكن.

حالات خاصة في البرمجة الخطية

- ✓ قد يوجد تكرار (تحلل) Degenerate (في الطريقة المبسطة)
- ✓ قد يوجد حلول مثلى متعددة Optimal solutions (بمجرد النظر الى المسألة)
- ✓ قد لا يوجد لها حل Infeasible (من الرسم البياني)
- ✓ قد يوجد لها حل غير محدود Unbounded (من الرسم البياني)

خطوات طريقة الرسم البياني

- تحويل متباينات القيود الى معادلات، وعملية التحويل هذه تجعل القيد في صيغة معادلة خطية يمكن تمثيلها بخط مستقيم.
- تحديد نقاط تقاطع كل قيد مع المحورين والتوصيل بين هاتين النقطتين بخط مستقيم لكل قيد.
- رسم القيود على الشكل البياني بعد ان يتم تحديد نقاط التقاطع وتحديد منطقة الحل الممكن.
- تحديد الحل الأمثل (الحلول المثلى) والذي يقع على أحد نقاط زوايا المضلع (نقطة ركنية) من خلال:

أ-إيجاد قيم المتغيرات عند هذه النقاط.

ب-اختيار أكبر (أصغر) قيمة بعد التعويض بدالة الهدف

مثـال معرض الصفوف للرفوف

	الطاولات (للطاولة)	الكراسي (للكرسي)	الوقت المتاح يومياً
ربح القطعة بالريال	7	5	
النجارة	ساعة 3	ساعة 4	2400
الطلاء	ساعة 2	ساعة 1	1000

قيود أخــرى:

- **عدد الكراسي المُصنعة لا يزيد عن 450 كرسي**
- **يجب تصنيع 100 طاولة على الأقل يومياً**

صيـاغة البرنامج الخطي

المتغيرات:

x_1 = عدد الكراسي المصنعة

x_2 = عدد الطاولات المصنعة

دالة الهدف من نوع تعظيم:Maximize

$$\max z = 7x_1 + 5x_2$$

قيد النجارة

$$3x_1 + 4x_2 \le 2400$$

قيد الطلاء:

$$2x_1 + 1x_2 \le 1000$$

قيــود إضـــافية:

لا يمكن انتــاج أكثر من 450 من الكراسي

$$x_2 \leq 450$$

يجب انتاج 100 طاولة بحد أدنــي

$$x_1 \geq 100$$

قيد عدم السالبية:

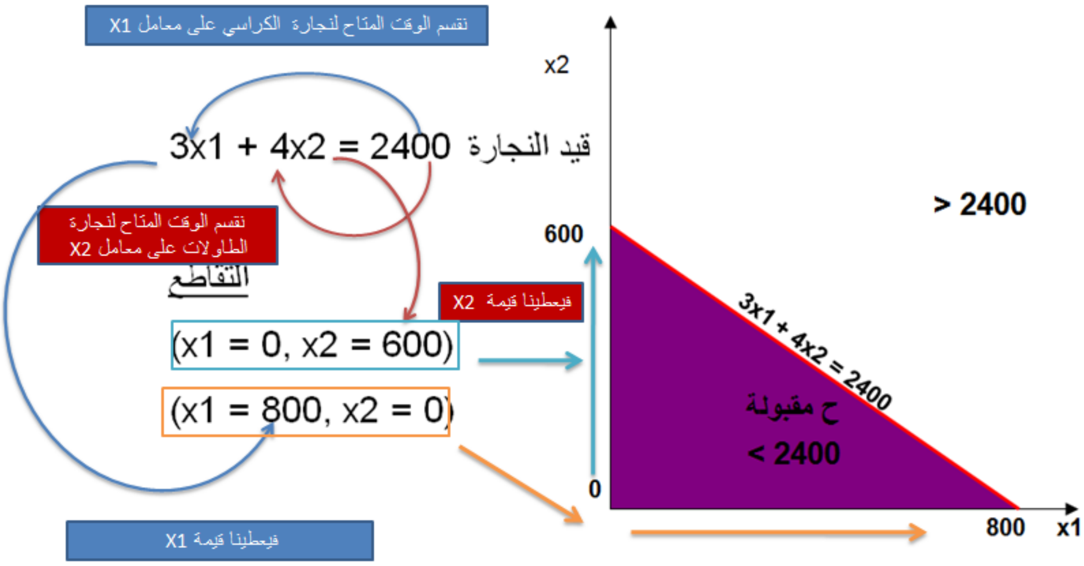
$$x_1, x_2 \geq 0$$

الشكل العام للمسـألة

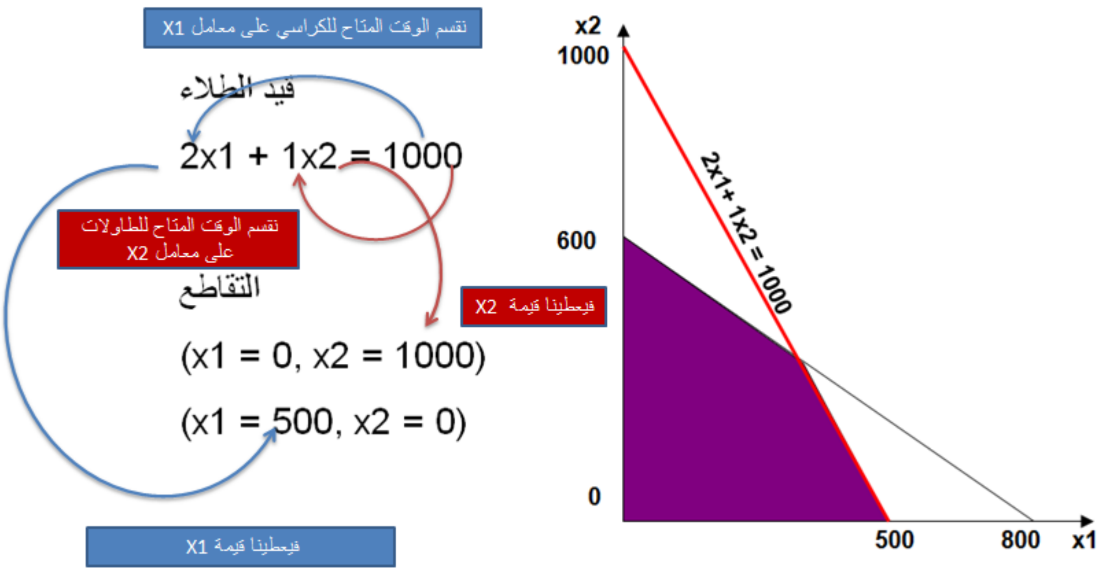
$$\max z = 7x_1 + 5x_2$$

s.t.

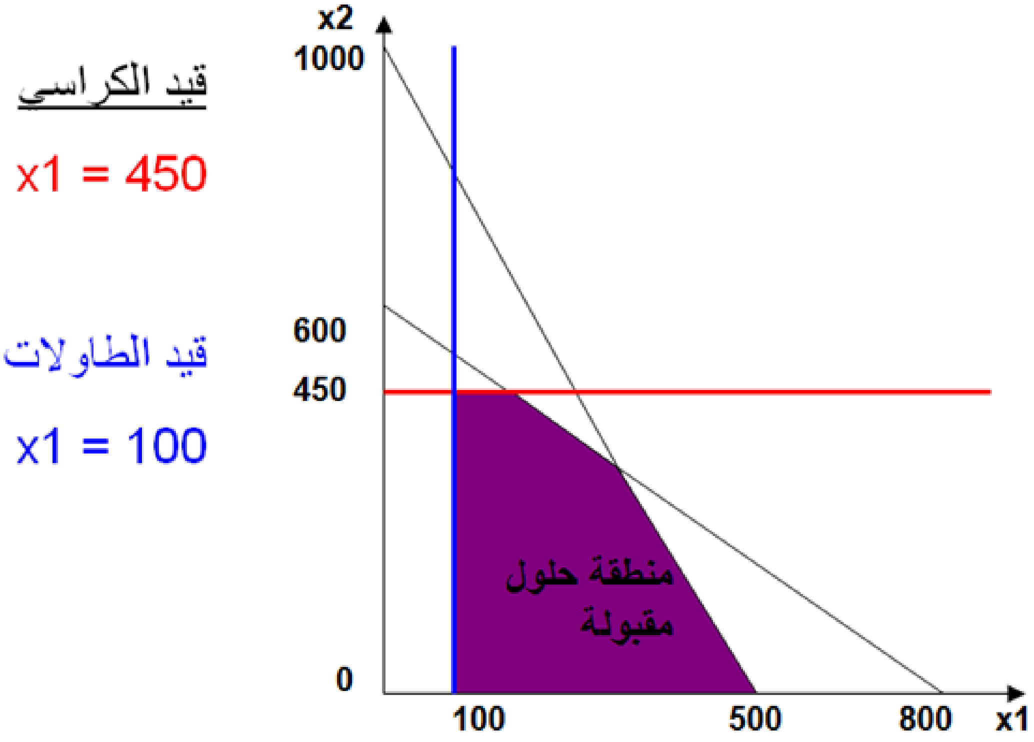
$$3x_1 + 4x_2 \leq 2400$$
$$2x_1 + 1x_2 \leq 1000$$
$$x_2 \leq 450$$
$$x_1 \geq 100$$
$$x_1, x_2 \geq 0$$



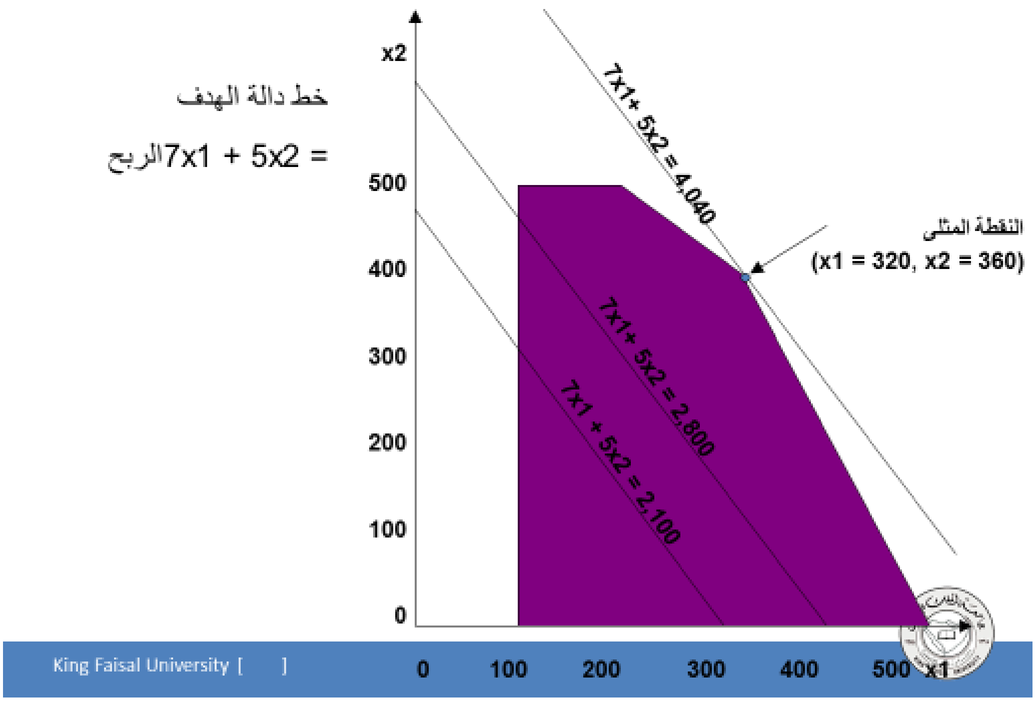
يجب ملاحظة انه
لتحديد النقطة الاولى على الرسم البياني فاننا نبدأ من الأسفل الى الأعلى
وعند تحديد النقطة الثانية نبدأ من اليسار الى اليمين



بعد رسم قيد الطلاء نقصت منطقة الحلول الممكنة



وهنا بعد تحديد عدد الكراسي وعدد الطاولات نقصت منطقة الحلول الممكنة



المحاضرة الخامسة

شرح المثال الأول باستخدام الرسم البياني لتحديد الحل الأمثل

المسألة الأولى

MAX $Z = 45x1 + 65x2$ دالة الهدف

s.t.

$5x1 + 15x2 \geq 375$

$3x1 + 6x2 \leq 450$

$X1 , x2 \geq 0$

الحل

اولا

نقوم بعمل مساواة بين طرفي القيود

القيد الأول $5x1 + 15x2 = 375$

القيد الثاني $3x1 + 6x2 = 450$

نقسم قيمة القيد الأول على معامل x2 لمعرفة قيمة x2

$25 = 15 / 375$

نقسم قيمة القيد الأول على معامل x1 لمعرفة قيمة x1

$75 = 5 / 375$

X1	0	75
X2	25	0

نقسم قيمة القيد الثاني على معامل x2 لمعرفة قيمة x2

$75 = 6 / 450$

نقسم قيمة القيد الثاني على معامل x1 لمعرفة قيمة x1

$150 = 3 / 450$

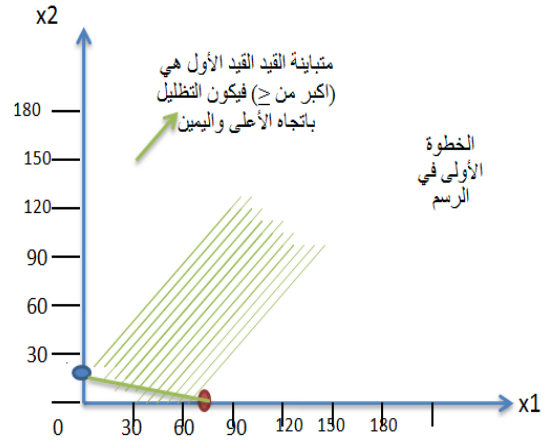
X1	0	150
X2	75	0

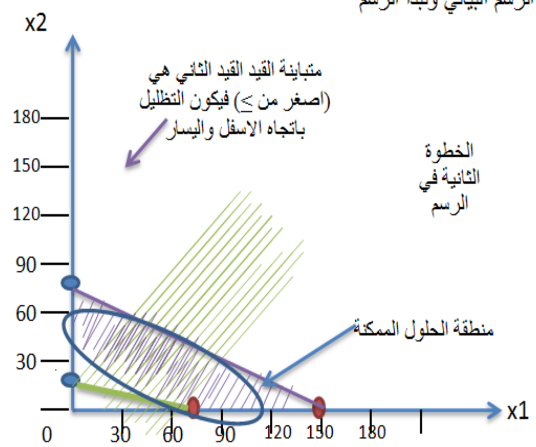
ثانيا

نقوم بعمل جداول لتحديد قيم x1 و x2 في جداول

ثالثا

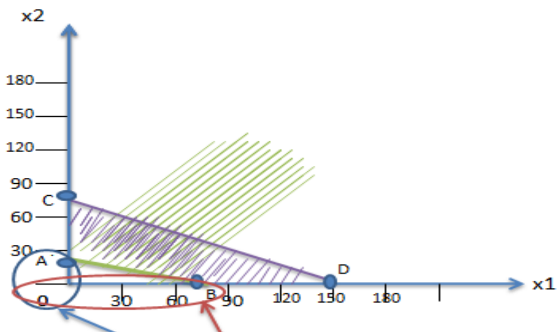
نبحث عن اكبر قيمة في الجداول (150) لتكون ضمن الرسم البياني ونبدأ الرسم





الخطوة الأخيرة

بعد ان عرفنا منطقة الحلول المقبولة (الممكنة) والتي تقع على احد اركان الشكل المقابل نريد الوصول الى الحل الأمثل وذلك بالتعويض بقيمة x1 و x2 في دالة الهدف



X1	0	75
X2	25	0

X1	0	150
X2	75	0

يجب قراءة الجدول بطريقة صحيحة
نقرأ الجدول من الأعلى الى الأسفل

قمنا بتحديد النقاط الركنية وسميناها A B C D

النقاط	Z = 45x1 + 65x2
A (0,25)	Z = 45(0) + 65(25) = 1625
B (75,0)	Z = 45(75) + 65(0) = 3375
C (0,75)	Z = 45(0) + 65(75) = 4875
D (150,0)	Z = 45(150) + 65(0) = 6750

وبما ان دالة الهدف MAX يعني نأخذ اكبر قيمة
Z = 6750 عند النقطة D
حيث نتنج 150 من X1 و 0 من X2

شرح المثال الثاني باستخدام الرسم البياني لتحديد الحل الأمثل

المسألة الثانية

دالة الهدف $MAX\ Z = 6x1 + 4x2$

s.t.

$10x1 + 10x2 \le 100$

$7x1 + 3x2 \le 42$

$X1 , x2 \ge 0$

الحل

اولا

نقوم بعمل مساواة بين طرفي القيود

القيد الأول $10x1 + 10x2 = 100$

القيد الثاني $7x1 + 3x2 = 42$

نقسم قيمة القيد الأول على معامل x2 لمعرفة قيمة x2

10 = 10 / 100

نقسم قيمة القيد الأول على معامل x1 لمعرفة قيمة x1

10 = 10 / 100

نقسم قيمة القيد الثاني على معامل x2 لمعرفة قيمة x2

6 = 7 / 42

نقسم قيمة القيد الثاني على معامل x1 لمعرفة قيمة x1

14 = 3 / 42

ثانيا

نقوم بعمل جداول لتحديد قيم x1 و x2 في جداول

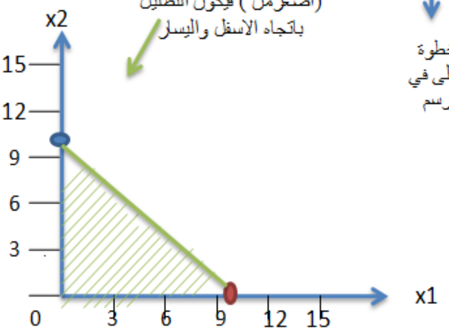
X1	0	10
X2	10	0

X1	0	6
X2	14	0

ثالثا

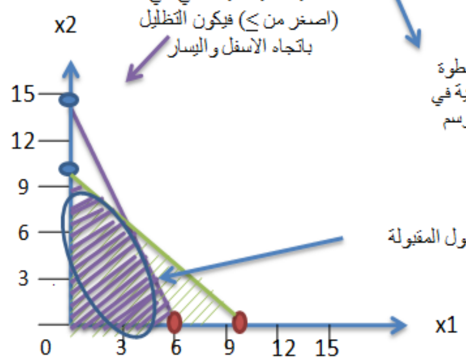
نبحث عن اكبر قيمة في الجداول (14) لتكون ضمن الرسم البياني ونبدأ الرسم

الخطوة الأولى في الرسم



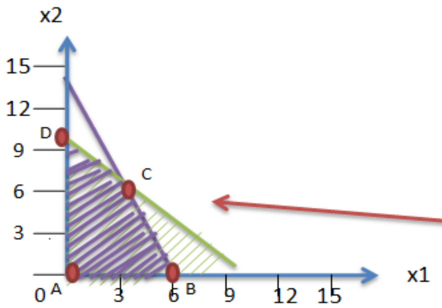
متباينة القيد الأول هي (اصغرمن) فيكون التظليل باتجاه الاسفل واليسار

الخطوة الثانية في الرسم



متباينة القيد الثاني هي (اصغر من ≤) فيكون التظليل باتجاه الاسفل واليسار

منطقة الحلول المقبولة



الخطوة 1

قمنا بترقيم النقاط الركنية(A B C D) وجميع قيم النقاط معروفة ما عدا النقطة C التي هي تقاطع الخط الأول مع الخط الثاني لمعرفة قيمة النقطة C نقوم بعملية ضرب عكسية للقيود

القيود هي

الخطوة 2

$10x1 + 10x2 = 100$

$7x1 + 3x2 = 42$

نضرب معامل X1 من القيد الثاني في كامل القيد الاول

ونضرب معامل X1 من القيد الاول في كامل القيد الثاني

ونطرح القيدين من بعض فتظهر معنا قيمة X2

$70X1 + 70X2 = 700$

$70X1 + 30X2 = 420$

الان نغير اشارات جميع القيم في القيد الثاني تم نطرح

$\cancel{70X1} + 70X1 = 700$

$-\cancel{70X1} - 30X2 = -420$

$40X2 = 280$

$X2 = 280 / 40 = 7$

قيمة X2 هي 7

الخطوة 3

تم نعوض بقيمة X2 في القيد الاخر لنعرف قيمة X1

$10X1 + 10(7) = 100$

$10X1 + 70 = 100$

$10X1 = 100 - 700$

$10X1 = 30$

$X1= 30 / 10 = 3$

قيمة X1 هي 3

الخطوة 4

النقاط	Z = 6x1 + 4x2
A (0,0)	Z = 6(0) + 4(25) = 0
B (6,0)	Z = 6 (6) + 4(0) = 36
C (3,7)	Z = 6(3) + 4(7) = 46
D (0,10)	Z = 6(0) + 4(10) = 40

دالة الهدف MAX , نبحث عن اكبر قيمة , Z=46 , عند النقطة C (7 و 3)

المحاضرة السادسة

الطريقة المبسطة Simplex Method

- المؤسس: Dr. Dantzing عام 1947
- وسيلة رياضية ذات كفاءة عالية في استخراج الحل الأمثل لمسائل البرمجة الخطية، بغض النظر عن عدد متغيرات المسألة.
- ساعد في انتشارها إمكانية برمجة المشكلات ذات العلاقة والتوصل الى نتائج باستخدام الحاسب الآلي.

اساسيات طريقة السمبلكس

- تقوم فكرة السمبلكس على وجود الحل الامثل دائما عند أحد اركان منطقة الحلول الممكنة. لكن بدلاً من ميزة رؤية هذه الاركان كما يظهرها الرسم البياني، تستخدم طريقة السمبلكس عملية التحسن التدريجي:

١) يجب ان يكون الركن التالي مجاور للركن الحالي

٢) لا يمكن ان يعود الحل في اتجاه عكسي الى ركن تم تركه.

❑ الشكل القياسي (الصورة القياسية) Standard Form

يعتبر الشكل القياسي من الأشكال المهمة حيث لا يمكن تطبيق الطريقة المبسطة إلا بعد تحويل نموذج البرمجة الخطية الى الشكل القياسي:

١. تتخذ دالة الهدف صفة التعظيم أو التصغير.

٢. جميع القيود الموجودة على شكل متباينات تتحول الى مساواة في الشكل القياسي على الشكل التالي:

- إذا كانت إشارة القيد أقل من او يساوى فإننا **نضيف** متغير راكد الى الطرف الأيسر في القيد.
- إذا كانت إشارة القيد أكبر من او يساوي فإننا **نطرح** متغير راكد من الطرف الأيسر في القيد.
- جميع المتغيرات (بما فيها المتغيرات الراكدة) غير سالبة.
- نقوم بنقل الطرف الأيمن من دالة الهدف الى الطرف الأيسر (عند Z) مع اضافة المتغيرات الراكدة بمعاملات صفرية مساوية لعدد القيود.

المثال الثاني : تحويل البرنامج الاولي الى البرنامج (الشكلي) القياسي

البرنامج الاولي

$Max\ Z = \boxed{5*X_1 + 3*X_2}$

s.t.

$4X_1 + 3X_2 <= 2$

$2X_1 + X_2 >= 3$

$X_1, X_2 >= 0$

ننقل جميع القيم التي بعد ال= الى قبل ال= مع تغيير جميع الاشارات

والدالة كاملة = 0

اذا كانت المتباينة (≤) اصغر من او يساوي **نضيف** متغير يعني **عنصر موجب** كما في القيد الاول S1
اذا كانت المتباينة (≥) اكبر من او يساوي **نطرح** متغير يعني **عنصر سالب** كما في القيد الثاني S2

البرنامج القياسي (الشكلي)

$\boxed{MAX\ Z \ \boxed{- 5X_1 - 3X_2 = 0}}$

s.t.

$4X_1 + 3X_2 + S1 = 2$

$2X_1 + X_2 - S2 = 3$

$X1 , X2 , S1\ S2 , \geq 0$

مثال على تحويل نموذج البرمجة الخطية الى الشكل القياسي Standard Form

اذا كانت المتباينة ($\le$) اصغر من او يساوي <u>**نضيف**</u> متغير يعني <u>**عنصر موجب**</u> كما في القيد الاول (اضفنا **+S1**)
اذا كانت المتباينة ($\ge$) اكبر من او يساوي <u>**نطرح**</u> متغير يعني <u>**عنصر سالب**</u> كما في القيد الثاني (اضفنا **-S2**) وفي القيد الثالث (اضفنا **- -S3**)

البرنامج الاولي

$$MAX\ Z = \boxed{3X1 - 2X2 + 10X3}$$

s.t.

$4X1 - 10X2 + 3X3 \le 100$

$-3X1 + 4X2 \ge 80$

$X1 + X2 \ge 40$

$X1 , X2 , X3 \ge 0$

ننقل جميع القيم التي بعد ال= الى قبل ال= مع تغيير جميع الاشارات

والدالة كاملة = 0

البرنامج القياسي (الشكلي)

$$MAX\ Z \boxed{- 3X1 + 2X2 - 10X3} = 0$$

s.t.

$4X1 - 10X2 + 3X3 + S1 = 100$

$-3X1 + 4X2 - S2 = 80$

$X1 + X2 \ge - S3 = 40$

$X1 , X2 , X3 , S1\ S2 , S3 \ge 0$

خطوات الحل باستخدام طريقة السمبلكس

<u>اولاً:</u> تحويل نموذج البرمجة الخطية الى الشكل القياسي Standard Form

<u>ثانياً:</u> تفريغ المعاملات الواردة في النموذج القياسي في جدول يطلق عليه جدول الحل الابتدائي (الأولي)

المتغيرات الاساسية Basic Var.	المتغيرات غير الاساسية X_1 $X_2 \dots X_m$	S_1 $S_2 \dots S_n$	الثابت Solutions
S_1	a_{11} $a_{12} \dots$ a_{1m}	1 0 … 0	b1
S_2	a_{21} $a_{22} \dots a_{2m}$	0 1 … 0	b2
:	: : :	: : :	:
S_n	a_{n1} a_{n2} a_{nm}	0 0 1	bn
Z	c_1 $c_2 \dots c_m$	0 0 …0	0

$MAX\ z = 10x_1 - 3x_2$

$s.t.$

$$4x_1 + 3x_2 \le 12$$
$$x_1 + 5x_2 \le 10$$
$$x_1 \ge 2$$
$$x_1, x_2, \ge 0$$

الشكل القياسي:

$$\max z - 10x_1 + 3x_2 = 0$$
$$s.t.$$
$$4x_1 + 3x_2 + s_1 = 12$$
$$x_1 + sx_2 + s_2 = 10$$
$$x_1 - s_3 = 2$$
$$x_1, x_2, s_1, s_2, s_3 \ge 0$$

متغيرات اساسية	X1	X2	S1	S2	S3	الثابت
S1	4	3	1	0	0	12
S2	1	5	0	1	0	10
S3	1	0	0	0	-1	2
Z	-10	3	0	0	0	0

ثالثاً: التحقق من الأمثلية يتم الحكم من خلال النظر الى صف Z فإذا كانت جميع قيم المعاملات في هذا الصف صفريه او موجبه فهذا يعني أننا قد توصلنا للحل الامثل. أما إذا كان هناك على الاقل معامل واحد سالب فهذا يعني ان هناك مجال لتحسين الحل

رابعاً: تحسين الحل: تحديد المتغير الداخل والمتغير الخارج.

❖ المتغيرالداخل:

في مسائل التعظيم، المتغير الداخل هو المتغير الذي له أكبر معامل سالب في دالة الهدف في جدول الحل. ويطلق عليه العمود المحوري Pivot Column

❖ المتغيرالخارج:

يتحدد عن طريق قسمة عمود الثوابت على القيم المناظرة لها فى العمود المحورى مع إهمال المتغيرات ذات القيم السالبة او الصفرية. ويكون المتغير الخارج هو ذلك المتغير فى الصف الذي يتضمن أقل خارج قسمة. ويطلق عليه صف الارتكاز Pivot equation.

- ❖ نطلق على صف المتغير الخارج اسم معادلة الارتكاز. كما نطلق أسم "عنصر الارتكاز (العنصر المحوري) "pivot element على نقطة تقاطع العمود الداخل مع الصف الخارج
- ❖ نبتدئ بتكوين الحل الاساسي الجديد بتطبيق طريقة" جاوس جوردان -Gauss Jordan"والتي تقوم على نوعين من العمليات الحسابية:
- ❖ خامساً: تكوين الجدول الجديد

النوع ١ (معادلة الارتكاز)

معادلة الارتكاز الجديدة = معادلة الارتكاز القديمة / عنصر الارتكاز

النوع ٢ (كل المعادلات الاخرى بما فيها z).

المعادلة الجديدة = المعادلة القديمة – معاملها في العمود الداخل * معادلة الارتكاز الجديدة

يعني نضرب معامل المعادلة القديمة في المعادلة الجديدة ثم نطرح (المعادلة القديمة -ناتج الضرب)

فيعطينا المعادلة الجديدة

- **ملاحظات:**

عمليات النوع الاول: ستجعل من عنصر الارتكاز يساوي 1 في معادلة الارتكاز الجديدة.

عمليات النوع الثاني: ستجعل كل المعاملات الاخرى في العمود الداخل مساوية للصفر.

تمثل نتائج كلا النوعين من العمليات الحسابية الحل الاساسي الجديد من خلال احلال المتغير الداخل في كل المعادلات الاخرى ما عدا معادلة الارتكاز.

المحاضرة السابعة

تابع خطوات الحل باستخدام طريقة السمبلكس (إيجاد الحل الأمثل بالطريقة المبسطة" السمبلكس)"

مثال : أوجد الحل الأمثل للبرنامج الخطي التالي باستخدام طريقة السمبلكس

$$MAX\ Z = 2X1 + 3X2$$
s.t.
$$X1 + 2X2 \le 20$$
$$X1 + X2 \le 12$$
$$X1 , X2 \ge 0$$

الخطوة الأولى : هي تحويل البرنامج الخطي الى الشكل القياسي

$$MAX\ Z - 2X1 - 3X2 = 0$$
s.t.
$$X1 + 2X2 + S1 = 20$$
$$X1 + X2 + S2 = 12$$
$$X1 , X2 , S1\ S2 , \ge 0$$

ننقل جميع القيم التي بعد ال= الى قبل ال= مع تغيير جميع الاشارات

والدالة كاملة = 0

المتباينة ($\le$) اصغر من او يساوي **نضيف** متغير يعني **عنصر موجب** كما في القيد الاول (اضفنا +S1) وفي القيد الثاني(اضفنا + S2)

الخطوة الثانية : تفريغ معاملات النموذج القياسي في جدول الحل الابتدائي (الأولى)

$$MAX\ Z - 2X1 - 3X2 = 0$$
s.t.
$$X1 + 2X2 + S1 = 20$$
$$X1 + X2 + S2 = 12$$
$$X1 , X2 , S1\ S2 , \ge 0$$

تفريغ معاملات يعني نقل الأرقام بدون الأحرف

متغيرات اساسية	X1	X2	S1	S2	الثابت
S1	1	2	1	0	20
S2	1	1	0	1	12
Z	-2	-3	0	0	0

الخطوة الثالثة :
التحقق من الأمثلية : إذا كانت جميع قيم المعاملات في صف Z صفرية اوموجبة فهذا يعني أننا قد توصلنا للحل الامثل ولكن يوجد لدينا قيم سالبة فننتقل الى الخطوة الرابعة

الخطوة الرابعة : المفاضلة بين المتغيرين الداخل والخارج وذلك بالبحث عن **اكبر عدد سالب** في المتغير Z اسفل الجدول ويكون العمود الذي يحتوي على هو **العمود المحوري (المتغير الداخل) (X2)**

متغيرات اساسية	X1	X2	S1	S2	الثابت
S1	1	2	1	0	20
S2	1	1	0	1	12
Z	-2	-3	0	0	0

ثم نقسم قيم العمود "الثابت" على القيم في العمود المحوري ونبحث عن اقل خارج قسمة ليكون الصف المحوري (المتغير الخارج) (S1)

متغيرات اساسية	X1	X2	S1	S2	الثابت	
S1	1	2	1	0	20	20/2=10
S2	1	1	0	1	12	12/1=12
Z	-2	-3	0	0	0	

محور الارتكاز(عنصر الارتكاز) هو تقاطع صف الارتكاز مع عمود الارتكاز (2)

الخطوة الخامسة: تكوين الجدول الجديد

معادلة الارتكاز الجديدة = معادلة الارتكاز القديمة / عنصر الارتكاز

متغيرات اساسية	X1	X2	S1	S2	الثابت
S1	1	2	1	0	20
S2	1	1	0	1	12
Z	-2	-3	0	0	0

(1) نقسم جميع قيم الصف على عنصر الارتكاز (2) ونكتب الناتج في الجدول التالي للحصول على معادلة الارتكاز الجديدة

1 / 2 = 0.5
2 / 2 = 1
1 / 2 = 0.5
0 / 2 = 0
20 / 2 = 10

(2) **(S2) الجديد = (S2) القديمة – (معاملها في العمود الداخل) * معادلة الارتكاز الجديدة**

نضرب ما بداخل القوس فيعطينا

1 * 0.5 = 0.5
1 * 1 = 1
1 * 0.5 = 0.5
1 * 0 = 0
1 * 10 = 10

(3) نطرح : S2 القديمة – ناتج ضرب ما بداخل القوس

S2 القديمة	1	1	0	1	12
ناتج الضرب	0.5	1	0.5	0	10
=	0.5	0	-0.5	1	2

فيعطينا معادلة (S2) الجديدة

متغيرات اساسية	X1	X2	S1	S2	الثابت
X1	0.5	1	0.5	0	10
S2	0.5	0	-0.5	1	2
Z	-0.5	0	1.5	0	30

(4) **(Z) الجديد = (Z) القديمة – (معاملها في العمود الداخل (-3)) * معادلة الارتكاز الجديدة X1**

نضرب ما بداخل القوس فيعطينا

-3 * 0.5 = -1.5
-3 * 1 = -3
-3 * 0.5 = -1.5
-3 * 0 = 0
-3 * 10 = -30

(5) نطرح : Z القديمة – ناتج ضرب ما بداخل القوس

Z القديمة	-2	-3	0	0	0
ناتج الضرب	-1.5	-3	-1.5	0	-30
=	-0.5	0	1.5	0	30

الخطوة السادسة: نبحث عن القيم السالبة في الصف Z

معادلة الارتكاز الجديدة X1= معادلة الارتكاز القديمة / عنصر الارتكاز

متغيرات اساسية	X1	X2	S1	S2	الثابت
X1	0.5	1	0.5	0	10
S2	0.5	0	-0.5	1	2
Z	-0.5	0	1.5	0	30

(1) نقسم جميع قيم الصف على عنصر الارتكاز (0.5) ونكتب الناتج في الجدول التالي للحصول على معادلة الارتكاز الجديدة

0.5 / 0.5 = 1
0 / 0.5 = 0
-0.5 / 0.5 = -1
1 / 0.5 = 2
2 / 0.5 = 4

(2) **(X2) الجديد = (X2) القديمة – (معاملها في العمود الداخل) * معادلة الارتكاز الجديدة**

نضرب ما بداخل القوس فيعطينا

0.5 * 1 = 0.5
0.5 * 0 = 0
0.5 * -1 = -0.5
0.5 * 2 = 1
0.5 * 4 = 2

(3) نطرح : X2 القديمة – ناتج ضرب ما بداخل القوس

X2 القديمة	0.5	1	0.5	0	10
ناتج الضرب	0.5	0	-0.5	1	2
=	0	1	1	-1	8

فيعطينا معادلة (X2) الجديدة

متغيرات اساسية	X1	X2	S1	S2	الثابت
X2	0	1	1	-1	8
X1	1	0	-1	2	4
Z	0	0	1	1	32

(4) **(Z) الجديد = (Z) القديمة – (معاملها في العمود الداخل (-0.5)) * معادلة الارتكاز الجديدة X1**

نضرب ما بداخل القوس فيعطينا

-0.5 * 1= -0.5
-0.5 * 0 = 0
-0.5 * -1 = 0.5
-0.5 * 2 = -1
-0.5 * 4 = -2

(5) نطرح : Z القديمة – ناتج ضرب ما بداخل القوس

Z القديمة	-0.5	0	1.5	0	30
ناتج الضرب	-0.5	0	0.5	-1	-2
=	0	0	1	1	32

(6) نبحث عن القيم السالبة في الصف Z وبما انه لا يوجد قيم سالبة فقد وصلنا الى الحل الأمثل عند (4,8) حيث ان Z = 32 و X1 = 4 و X2 = 8

المحاضرة الثامنة

المثال الأول المحاضرة الثامنة

مثال : أوجد الحل الأمثل للبرنامج الخطي التالي باستخدام طريقة السمبلكس

MAX Z = 6X1 + 8X2
s.t.
30X1 + 20X2 ≤ 300
5X1 + 10X2 ≤ 110
X1 , X2 ≥ 0

الخطوة الأولى : هي تحويل البرنامج الخطي الى الشكل القياسي

MAX Z - 6X1 - 8X2 = 0
s.t.
30X1 + 20X2 + S1 = 300
5X1 + 10X2 + S2 = 110
X1 , X2 , S1 S2 , ≥ 0

ننقل جميع القيم التي بعد ال= الى قبل ال= مع تغيير جميع الاشارات

والدالة كاملة = 0

المتباينة (≤) اصغر من او يساوي **نضيف** متغير يعني **عنصر موجب** كما في القيد الاول (اضفنا **+S1**) وفي القيد الثاني(اضفنا **+ S2**)

الخطوة الثانية : تفريغ معاملات النموذج القياسي في جدول الحل الابتدائي (الأولي)

MAX Z - 6X1 - 8X2 = 0
s.t.
30X1 + 20X2 + S1 = 300
5X1 + 10X2 + S2 = 110
X1 , X2 , S1 S2 , ≥ 0

تفريغ معاملات يعني نقل الأرقام بدون الأحرف

متغيرات اساسية	X1	X2	S1	S2	الثابت
S1	30	20	1	0	300
S2	5	10	0	1	110
Z	-6	-8	0	0	0

الخطوة الثالثة : التحقق من الأمثلية : إذا كانت جميع قيم المعاملات في صف Z صفرية اوموجبة فهذا يعني أننا قد توصلنا للحل الامثل ولكن يوجد لدينا قيم سالبة فننتقل الى الخطوة الرابعة

الخطوة الرابعة : المفاضلة بين المتغيرين الداخل والخارج وذلك بالبحث عن **اكبر عدد سالب** في المتغير Z اسفل الجدول ويكون العمود الذي يحتوي عله هو **العمود المحوري (المتغير الداخل) (X2)**

متغيرات اساسية	X1	X2	S1	S2	الثابت
S1	30	20	1	0	300
S2	5	10	0	1	110
Z	-6	-8	0	0	0

ثم نقسم قيم العمود "الثابت" على القيم في العمود المحوري ونبحث عن **اقل خارج قسمة** ليكون الصف المحوري **(المتغير الخارج) (S1)**

متغيرات اساسية	X1	X2	S1	S2	الثابت	
S1	30	20	1	0	300	300/20=15
S2	5	10	0	1	110	110/10=11
Z	-6	-8	0	0	0	

محور الارتكاز (عنصر الارتكاز) هو تقاطع صف الارتكاز مع عمود الارتكاز (10)

الخطوة الخامسة: تكوين الجدول الجديد

معادلة الارتكاز الجديدة = معادلة الارتكاز القديمة / عنصر الارتكاز

متغيرات اساسية	X1	X2	S1	S2	الثابت
S1	30	20	1	0	300
S2	5	10	0	1	110
Z	-6	-8	0	0	0

1 نقسم جميع قيم الصف على عنصر الارتكاز (10) ونكتب الناتج في الجدول التالي للحصول على معادلة الارتكاز الجديدة

5 / 10 = 0.5
10 / 10 = 1
0 / 10 = 0
1 / 10 = 0.1
110 / 10 = 11

2 (S1) الجديد = (S1) القديمة – (معاملها في العمود الداخل * معادلة الارتكاز الجديدة)

نضرب ما بداخل القوس فيعطينا

20 * 0.5 = 10
20 * 1 = 20
20 * 0 = 0
20 * 0.1 = 2
20 * 11 = 220

متغيرات اساسية	X1	X2	S1	S2	الثابت
S1	20	0	1	-2	80
X2	0.5	1	0	0.1	11
Z	-2	0	0	0.8	88

3 نطرح : S2 القديمة – ناتج ضرب ما بداخل القوس

(S1) القديمة →	30	20	1	0	300
ناتج الضرب →	10	20	0	2	220
=	20	0	1	-2	80

فيعطينا معادلة (S2) الجديدة

4 (Z) الجديد = (Z) القديمة – (معاملها في العمود الداخل (-8) * معادلة الارتكاز الجديدة X2)

نضرب ما بداخل القوس فيعطينا

-8 * 0.5 = -4
-8 * 1 = -8
-8 * 0 = 0
-8 * 0.1 = 0.8
-8 * 11 = -88

5 نطرح : Z القديمة – ناتج ضرب ما بداخل القوس

Z القديمة	-6	-8	0	0	0
ناتج الضرب	-4	-8	0	-0.8	-88
=	-2	0	0	0.8	88

الخطوة السادسة: نبحث عن القيم السالبة في الصف Z ونكرر العملية

معادلة الارتكاز X2 الجديدة = معادلة الارتكاز القديمة / عنصر الارتكاز

متغيرات اساسية	X1	X2	S1	S2	الثابت	
S1	20	0	1	-2	80	80/20=4
X2	0.5	1	0	0.1	11	11/0.5=22
Z	-2	0	0	0.8	88	

1 نقسم جميع قيم الصف على عنصر الارتكاز (20) ونكتب الناتج في الجدول التالي للحصول على معادلة الارتكاز الجديدة

20 / 20 = 1
0 / 20 = 0
1 / 20 = 0.05
-2 / 20 = -0.1
80 / 20 = 4

2 (X2) الجديد = (X2) القديمة – (معاملها في العمود الداخل * معادلة الارتكاز الجديدة)

نضرب ما بداخل القوس فيعطينا

0.5 * 1 = 0.5
0.5 * 0 = 0
0.5*0.05 =0.025
0.5 *-0.1 = -0.05
0.5 * 4= 2

متغيرات اساسية	X1	X2	S1	S2	الثابت
X1	1	0	0.05	-0.1	4
X2	0	1	-0.025	1.05	9
Z	0	0	0.1	1	96

3 نطرح : X2 القديمة – ناتج ضرب ما بداخل القوس

X2 القديمة →	0.5	1	0	0.1	11
ناتج الضرب →	0.5	0	0.025	-0.05	2
=	0	1	-0.025	1.05	9

فيعطينا معادلة (X2) الجديدة

4 (Z) الجديد = (Z) القديمة – (معاملها في العمود الداخل (-2) * معادلة الارتكاز الجديدة X1)

نضرب ما بداخل القوس فيعطينا

-2 * 1= -2
-2 * 0 = 0
-2 * 0.05 = -0.1
-2 * -0.1 = 0.2
-2 * 4 = -8

5 نطرح : Z القديمة – ناتج ضرب ما بداخل القوس

Z القديمة	-2	0	0	0.8	88
ناتج الضرب	-2	0	-0.1	-0.2	-8
=	0	0	0.1	1	96

6 نبحث عن القيم السالبة في الصف Z وبما انه لا يوجد قيم سالبة فقد وصلنا الى الحل الأمثل عند (4,9) حيث ان Z = 96 و **X1 = 4** و **X2 = 9**

المثال الثاني المحاضرة الثامنة

مثال : أوجد الحل الأمثل للبرنامج الخطي التالي باستخدام طريقة السمبلكس

MAX Z = 6X1 + 4X2 + 5X3
s.t.
X1 + X2 + 2X3 ≤ 12
X1 + 2X2 + X3 ≤ 12
2X1 + X2 + X3 ≤ 12
2X1 , X2 , X3 ≥ 0

الخطوة الأولى : هي تحويل البرنامج الخطي الى الشكل القياسي

MAX Z - 6X1 - 4X2 -5X3 = 0
s.t.
X1 + X2 + 2X3 + S1 = 12
X1 + 2X2 + X3 + S2 = 12
2X1 + X2 + X3 + S2 = 12
X1 , X2 , X3 , S1 , S2 , S3 ≥ 0

ننقل جميع القيم التي بعد ال= الى قبل ال= مع تغيير جميع الاشارات

والدالة كاملة = 0

المتباينة (≤) اصغر من او يساوي **نضيف** متغير يعني **عنصر موجب** كما في القيد الاول اضفنا (+S1) والثاني اضفنا (+ S2) والثالث + S3

الخطوة الثانية : تفريغ معاملات النموذج القياسي في جدول الحل الابتدائي (الأولى)

تفريغ معاملات يعني نقل الأرقام بدون الأحرف

MAX Z - 6X1 - 4X2 -5X3 = 0
s.t.
X1 + X2 + 2X3 + S1 = 12
X1 + 2X2 + X3 + S2 = 12
2X1 + X2 + X3 + S2 = 12
X1 , X2 , X3 , S1 , S2 , S3 ≥ 0

متغيرات اساسية	X1	X2	X3	S1	S2	S3	الثابت
S1	1	1	2	1	0	0	12
S2	1	2	1	0	1	0	12
S3	2	1	1	0	0	1	12
Z	-6	-4	-5	0		0	0

الخطوة الثالثة :
التحقق من الأمثلية : إذا كانت جميع قيم المعاملات في صف Z صفرية اوموجبة فهذا يعني أننا قد توصلنا للحل الامثل ولكن يوجد لدينا قيم سالبة فننتقل الى الخطوة الرابعة

الخطوة الرابعة : المفاضلة بين المتغيرين الداخل والخارج وذلك بالبحث عن **اكبر عدد سالب** في المتغير Z اسفل الجدول ويكون العمود الذي يحتوي عله هو العمود المحوري (المتغير الداخل) **(X1)**

متغيرات اساسية	X1	X2	X3	S1	S2	S3	الثابت
S1	1	1	2	1	0	0	12
S2	1	2	1	0	1	0	12
S3	2	1	1	0	0	1	12
Z	-6	-4	-5	0		0	0

ثم نقسم قيم العمود "الثابت" على القيم في العمود المحوري ونبحث عن **اقل خارج قسمة** ليكون الصف المحوري (المتغير الخارج) **(S3)**

متغيرات اساسية	X1	X2	X3	S1	S2	S3	الثابت	
S1	1	1	2	1	0	0	12	12/1=12
S2	1	2	1	0	1	0	12	12/1=12
S3	2	1	1	0	0	1	12	12/2=6
Z	-6	-4	-5	0		0	0	

محور الارتكاز(عنصر الارتكاز) هو تقاطع صف الارتكاز مع عمود الارتكاز (2)

الخطوة الخامسة: تكوين الجدول الجديد

معادلة الارتكاز الجديدة = معادلة الارتكاز القديمة / عنصر الارتكاز

الجدول القديم

م أساسية	X1	X2	X3	S1	S2	S3	الثابت
S1	1	1	2	1	0	0	12
S2	1	2	1	0	1	0	12
S3	2	1	1	0	0	1	12
Z	-6	-4	-5	0	0	0	0

1 نقسم جميع قيم الصف على عنصر الارتكاز (2) ونكتب الناتج في الجدول التالي للحصول على معادلة الارتكاز الجديدة

2 / 2 = 1
1 / 2 = 0.5
1 / 2 = 0.5
0 / 2 = 0
0 / 2 = 0
1 / 2 = 0.5
12 / 2 = 6

2 **(S1) الجديد = (S1) القديمة – (معاملها في العمود الداخل * معادلة الارتكاز الجديدة)**

الجدول الجديد

م أساسية	X1	X2	X3	S1	S2	S3	الثابت
S1	0	0.5	1.5	1	0	-0.5	6
S2	0	1.5	0.5	1	0	-0.5	6
X1	1	0.5	0.5	0	0	0.5	6
Z	0	-1	-2	0	0	3	36

نضرب ما بداخل القوس فيعطينا

1 * 1 = 1
1 * 0.5 = 0.5
1 * 0.5 = 0.5
1 * 0 = 0
1 * 0 = 0
1 * 0.5 = 0.5
1 * 6 = 6

3 نطرح : S1 القديمة – ناتج ضرب ما بداخل القوس

(S1) القديمة →	1	1	2	1	0	0	12
ناتج الضرب →	1	0.5	0.5	0	0	0.5	6
=	0	0.5	1.5	1	0	-0.5	6

فيعطينا معادلة (S1) الجديدة

4 **(S2) الجديد = (S2)القديمة – (معاملها في العمود * معادلة الارتكاز الجديدة)**

(S2) القديمة	1	2	1	0	1	0	12
ناتج الضرب	1	0.5	0.5	0	0	0.5	6
=	0	1.5	0.5	1	0	-0.5	6

فيعطينا معادلة (S2) الجديدة

5 **(Z)الجديدة = (Z)القديمة – (معاملها في العمود * معادلة الارتكاز الجديدة)**

نضرب ما بداخل القوس فيعطينا

-6 * 1 = -6
-6 * 0.5 = -3
-6 * 0.5 = -3
-6 * 0 = 0
-6 * 0 = 0
-6 * 0.5 = -3
-6 * 6 = -36

نطرح : Z القديمة – ناتج ضرب ما بداخل القوس

Z القديمة	-6	-4	-5	0	0	0	0
ناتج الضرب	-6	-3	-3	0	0	-3	-36
=	0	-1	-2	0	0	3	36

الخطوة السادسة: نبحث عن اكبر عدد سالب في الصف Z ونكرر العملية

معادلة الارتكاز الجديدة = معادلة الارتكاز القديمة / عنصر الارتكاز

الجدول القديم

م أساسية	X1	X2	X3	S1	S2	S3	الثابت	
S1	0	0.5	1.5	1	0	-0.5	6	6/1.5=4
S2	0	1.5	0.5	1	0	-0.5	6	6/0.5=12
X1	1	0.5	0.5	0	0	0.5	6	6/0.5=12
Z	0	-1	-2	0	0	3	36	

1 نقسم جميع قيم الصف على عنصر الارتكاز (1.5) ونكتب الناتج في الجدول التالي للحصول على معادلة الارتكاز الجديدة

0 / 1.5 = 0
0.5 / 1.5 = 0.33
1.5 / 1.5 = 1
1 / 1.5 = 0.66
0 / 1.5 = 0
-0.5 / 1.5 = -0.33
6 / 1.5 = 4

2 **(X1) الجديد = (X1) القديمة – (معاملها في العمود الداخل * معادلة الارتكاز الجديدة)**

الجدول الجديد

م أساسية	X1	X2	X3	S1	S2	S3	الثابت
X1	1	0.16	0.84	0.67	0	-0.16	3
S2	0	1.335	0	0.67	0	-0.665	4
X3	0	0.33	1	0.66	0	0.33	4
Z	0	-0.34	0	1.32	0	3.66	44

نضرب ما بداخل القوس فيعطينا

0.5 * 0 = 0
0.5 * 0.33 = 0.16
0.5 * 1 = 0.5
0.5 * 0.66 = 0.33
0.5 * 0 = 0
0.5 * 0.33 = 0.16
0.5 * 4 = 2

3 نطرح : X1 القديمة – ناتج ضرب ما بداخل القوس

(X1) القديمة →	1	1	2	1	0	0	12
ناتج الضرب →	0	0.16	0.5	0.33	0	0.16	2
=	1	0.16	0.84	0.67	0	-0.16	3

فيعطينا معادلة (X1) الجديدة

4 **(S2) الجديد = (S2)القديمة – (معاملها في العمود * معادلة الارتكاز الجديدة)**

(S2) القديمة	0	1.5	0.5	1	0	-0.5	6
ناتج الضرب	0	0.165	0.5	0.33	0	0.165	2
=	0	1.335	0	0.67	0	-0.665	4

5 **(Z)الجديدة = (Z)القديمة – (معاملها في العمود * معادلة الارتكاز الجديدة)**

نضرب ما بداخل القوس فيعطينا

-2 * 0 = 0
-2 * 0.33 = - 0.66
-2 * 1 = -2
-2 * 0.66 = -1.32
-2 * 0 = 0
-2 * 0.33 = - 0.66
-2 * 4 = - 8

نطرح : Z القديمة – ناتج ضرب ما بداخل القوس

Z القديمة	0	-1	-2	0	0	3	36
ناتج الضرب	0	-0.66	-2	-1.32	0	-0.66	-8
=	0	-0.34	0	1.32	0	3.66	44

الخطوة السابعة: نبحث عن اكبر عدد سالب في الصف Z ونكرر العملية

معادلة الارتكاز الجديدة = معادلة الارتكاز القديمة / عنصر الارتكاز

م اساسية	X1	X2	X3	S1	S2	S3	الثابت	
X1	1	0.16	0.84	0.67	0	-0.16	3	3/0.16=18.75
S2	0	1.335	0	0.67	0	-0.665	4	4/1.335=2.99
X3	0	0.33	1	0.66	0	0.33	4	4/0.33=12.12
Z	0	-0.34	0	1.32	0	3.66	44	

1 نقسم جميع قيم الصف على عنصر الارتكاز (1.335) ونكتب الناتج في الجدول التالي للحصول على معادلة الارتكاز الجديدة

0 / 1.335 = 0
1.335 / 1.335 = 1
0 / 1.335 = 0
0.67 / 1.335 = 0.5
0 / 1.335 = 0
0.665 / 1.335 = -0.5
4 / 1.335 = 2.99

2 (X1) الجديدة = (X1) القديمة – (معاملها في العمود الداخل * معادلة الارتكاز الجديدة)

م اساسية	X1	X2	X3	S1	S2	S3	الثابت
X1	1	0	0.84	-0.13	0	-0.96	2.5216
X2	0	1	0	0.5	0	0.5	2.99
X3	0	1.335	0	0.67	0	-0.665	4
Z	0	0	0	1.49	0	3.83	45.016

نضرب ما بداخل القوس فيعطينا

0.16 * 0 = 0
0.16 * 1 = 0.16
0.16 * 0 = 0
0.16 * 0.5 = 0.8
0.16 * 0 = 0
0.16 * 0.5 = 0.8
0.16 * 2.99 = 0.4784

3 نطرح : S1 القديمة – ناتج ضرب ما بداخل القوس

(X1) القديمة →	1	0.16	0.84	0.67	0	-0.16	3
ناتج الضرب →	0	0.16	0	0.8	0	0.8	0.4784
=	1	0	0.84	-0.13	0	-0.96	2.5216

فيعطينا معادلة (X1) الجديدة

4 (X3) الجديدة = (X3)القديمة – (معاملها في العمود * معادلة الارتكاز الجديدة)

(S2) القديمة	0	1.5	0.5	1	0	-0.5	6
ناتج الضرب	0	0.165	0.5	0.33	0	0.165	2
=	0	1.335	0	0.67	0	-0.665	4

5 (Z)الجديدة = (Z)القديمة – (معاملها في العمود * معادلة الارتكاز الجديدة)

نضرب ما بداخل القوس فيعطينا

-0.34 * **0 = 0**
-0.34 * **1 =** -0.34
-0.34 * 0 = 0
-0.34 * 0.5 = -0.17
-0.34 * 0 = 0
-0.34 * 0.5 = -0.17
-0.34 * 2.99= -0.0166

نطرح : Z القديمة – ناتج ضرب ما بداخل القوس

Z القديمة	0	-0.34	0	1.32	0	3.66	44
ناتج الضرب	0	-0.34	0	-0.17	0	-0.17	-1.016
=	0	0	0	1.49	0	3.83	45.016

م اساسية	X1	X2	X3	S1	S2	S3	الثابت
X1	1	0	0.84	-0.13	0	-0.96	2.5216
X2	0	1	0	0.5	0	0.5	2.99
X3	0	1.335	0	0.67	0	-0.665	4
Z	0	0	0	1.49	0	3.83	45.016

انتهت القيم السالبة من الصف Z للمعاملات الأساسية X1 و X2 و X3 وعليه فقد وصلنا الى الحل الأمثل عند القيم التالية

(2.5216 , 2.99 , 4)

حيث أن :

Z = 45.016

X1 = 2.5216

X2 = 2.99

X3 = 4