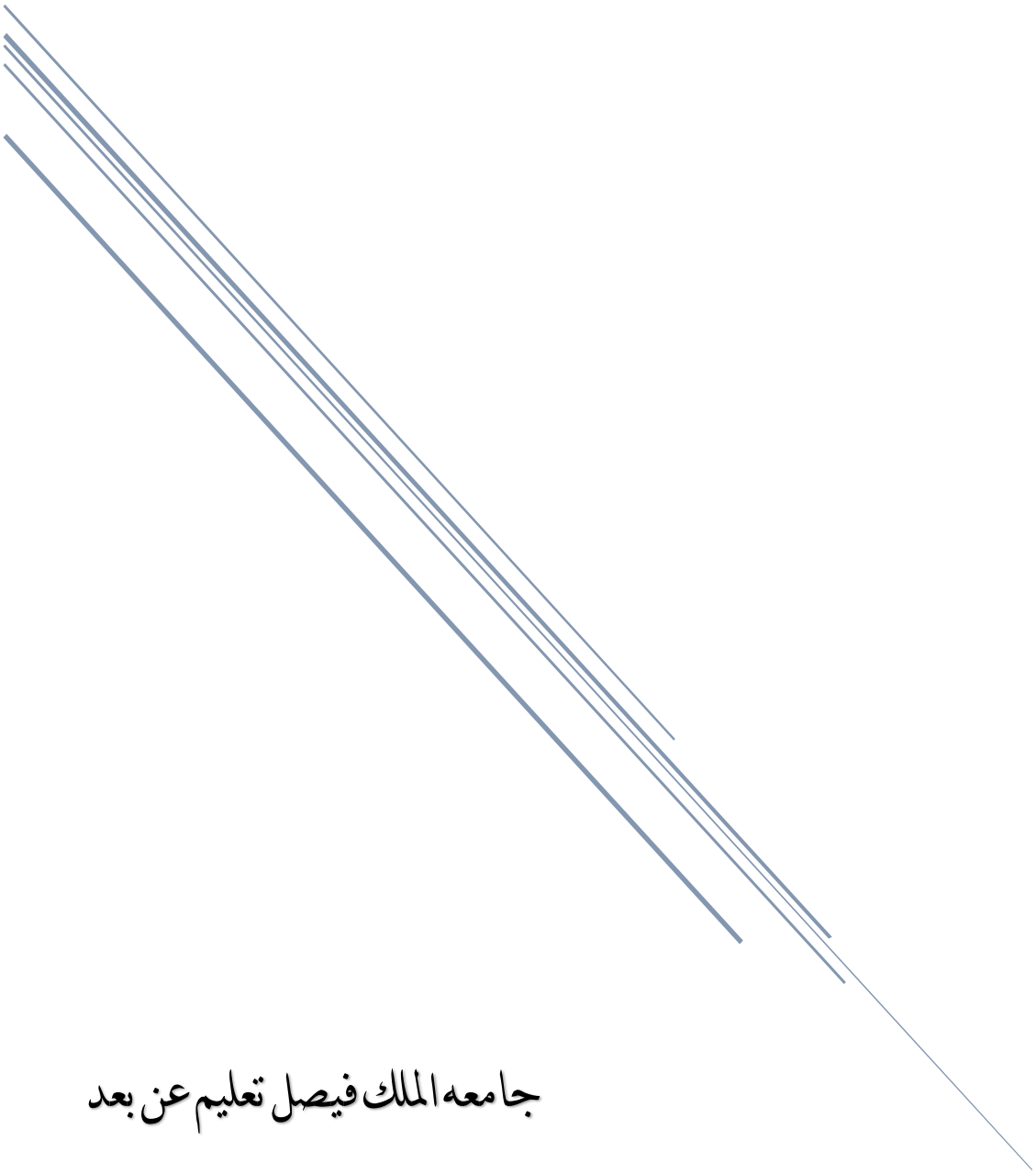
الأساليب الكمية في الإدارة

د/ملفي الرشيدي



جامعه الملك فيصل تعليم عن بعد

الدفعة الماسية

المحاضرة الاولى

مفهوم الأساليب الكمية

تعتبر الأساليب الكمية، أسلوب رياضي يتم من خلاله معالجة المشاكل الاقتصادية، الإدارية، التسويقية والمالية بمساندة الموارد المتاحة من البيانات والأدوات والطرق التي تستخدم من قبل متخذي القرار لمعالجة المشاكل.

تعريف الأساليب الكمية

يمكن تعريفها بعدة تعاريف من بينها: " مجموعة الطرق والصيغ والمعدات والنماذج التي تساعد في حل المشكلات على أساس عقلاني "

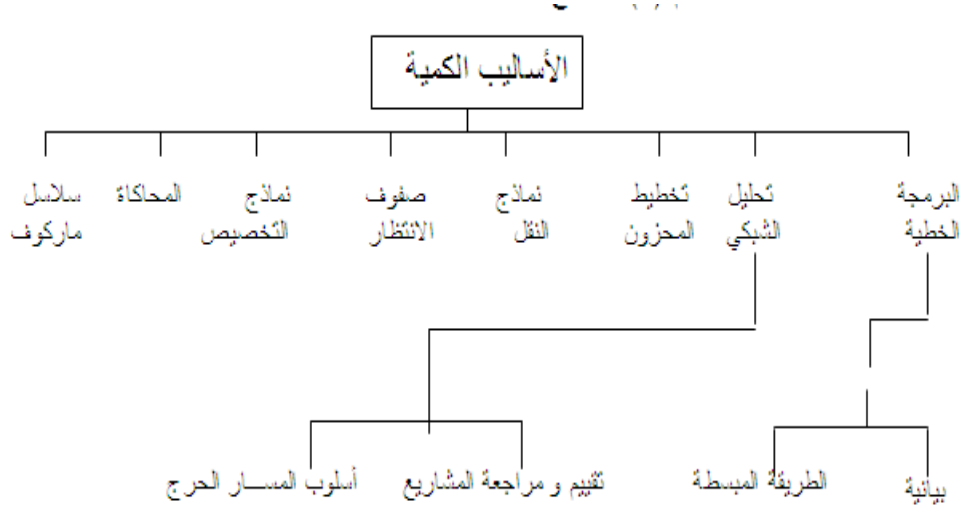
من هذا التعريف يمكننا إدراج مختلف هذه الأساليب تحت عنوان اشمل وهو بحوث العمليات حيث توجد عدة تعاريف من أبرزها.

التعريف الذي اعتمدته جمعية بحوث العمليات البريطانية بأنها " استخدام الأساليب العلمية لحل المعضلات المعقدة في إدارة أنظمة كبيرة من القوى العاملة، المعدات، المواد أولية، الأموال في المصانع والمؤسسات الحكومية وفي القوات المسلحة "

أما جمعية بحوث العمليات الأمريكية فقد اعتمدت التعريف التالي:

" تربط بحوث العمليات باتخاذ القرارات العلمية حول كيفية تصميم عمل أنظمة الصعدات، القوى العاملة وفقا للشروط تتطلب تخصيصها في الموارد النادرة "

الأساليب الكمية المستخدمة ضمن بحوث العمليات



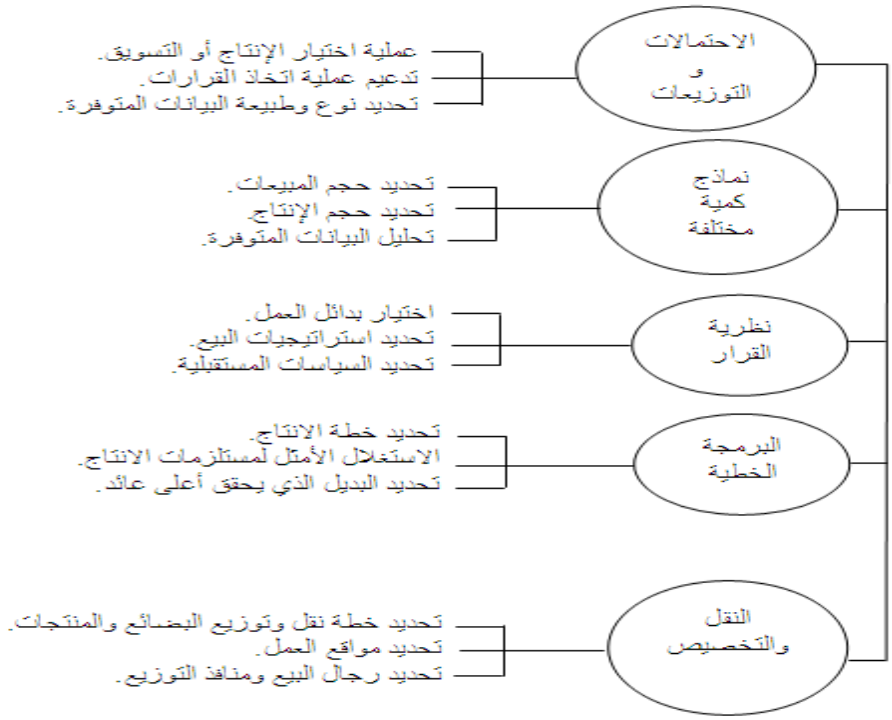
التطور التاريخي

- ✓ تعتبر بحوث العمليات امتداداً لحركة الادارة العلمية على يد فردريك تايلور كتابه بعنوان (الإدارة العلمية 1911)، الذي دعا فيه إلى ضرورة استبدال طريقة الحكم الشخصي والتجربة والخطأ بطريقة أخرى تعتمد على البحث العلمي.
- ✓ بحوث العمليات ظهرت كحقل علمياً مستقلاً في بداية الحرب العالمية الثانية. حيث شكَّلَت بريطانيا والولايات المتحدة الأمريكية فرقاً من العلماء يشمل مختلف المجالات العلمية للبحث عن أفضل الأساليب والوسائل العلمية لاستخدامها في طريقة توزيعٍ أفضل للقوات العسكرية، وكذلك في استخدام الأجهزة المتطورة كقاذفات القنابل والرادارات. سُمِّيَت مثل هذه الفرق بفرق بحوث العمليات.
- ✓ بعد نهاية الحرب، بدأت القطاعات الاقتصادية بالاستفادة من هذه الأساليب في زيادة إنتاجها وربحها عن طريق الاستغلال الأفضل لمواردها.
- ✓ أحد أهم العوامل التي ساعدت في تطور بحوث العمليات هو الرواج الاقتصادي الذي أعقب الحرب العالمية الثانية وما صاحب ذلك من الاتساع في استخدام المكننة والوسائل الآلية وتقسيم العمل والموارد، الأمر الذي أدى إلى ظهور مشاكل إدارية كثيرة ومعقدة مما دفع بعض العلماء والباحثين إلى دراسة تلك المشكلات وإيجاد أفضل الحلول لها.
- ✓ يعد ظهور الحاسب وتطوره السريع عاملاً أساسياً في ازدهار بحوث العمليات والتوسع في استخدامها.

أهمية بحوث العمليات

- ○ وسيلة مساعدة في اتخاذ القرارات الكمية باستخدام الطرق العلمية الحديثة.
- ○ يعتبر علم بحوث العمليات من الوسائل العلمية المساعدة في اتخاذ القرارات بأسلوب أكثر دقة وبعيد عن العشوائية الناتجة عن التجربة والخطأ.
- ○ تعتبر بحوث العمليات فن وعلم في آن واحد فهي تتعلق بالتخصيص الكفء للموارد المتاحة وكذلك قابليتها الجديدة في عكس مفهوم الكفاءة والندرة في نماذج رياضية تطبيقية.
- ○ يسعى هذا العلم إلى البحث عن القواعد والأسس الجديدة للعمل الإداري، وذلك للوصول إلى أفضل المستويات من حيث الجودة الشاملة، ومقاييس المواصفات العالمية (الايزو).
- ○ أنها تساعد على تناول مشاكل معقدة بالتحليل والحل والتي يصعب تناولها في صورتها العادية.
- ○ أنها تساعد على تركيز الاهتمام على الخصائص الهامة للمشكلة دون الخوض في تفاصيل الخصائص التي لا تؤثر على القرار، ويساعد هذا في تحديد العناصر الملائمة للقرار واستخدامها للوصول إلى الأفضل.

استخدامـات بحوث العمليات



نماذج بحوث العمليات

I. البرمجة الخطية Linear programming
II. البرمجة العددية Integer programming
III. المحاكـاة Simulation
IV. التحليل الشبكي Network analysis
V. نظرية صفوف الانتظار Queuing theory
VI. البرمجة الديناميكية Dynamic programming
VII. نظرية القرارات Decision Theory
VIII. البرمجة اللاخطية Non-Linear Programming

استخدام بحوث العمليات في منظمات الاعمال

الإدارة المالية	إدارة الموارد البشرية	التخزين	النقل والتسويق	الإنتاج وإدارة العمليات	الوظائف / الاساليب
توزيع الموارد الحالية بشكل امثل	الاستغلال الأمثل للموارد البشرية			تخطيط الإنتاج	**البرمجة الخطية**
		نقل المشتريات من المخزن	تسويق المصانع	تداول بين خطوط الإنتاج	**نماذج النقل**
			تدفق الموارد والسلع	تنفيذ المشاريع	**شبكات الأعمال**
تحديد أفضل الفوائد المستثمرة		تحديد مصدر الشراء الأفضل		طرح منتج حديث	**تحليل القرار**
		تحديد حجم الدفعة الاقتصادية			**السيطرة على المخزون**

نموذج قرار بسيط

- **نموذج القرار: أداة لتلخيص مشكلة القرار بطريقة تسمح بتعريف و تقييم منظم لكل بدائل القرار في المشكلة.**
- **عناصر نموذج القرار:**

i. **تحديد بدائل القرار.**
ii. **تصميم مقاييس او معايير لتقييم كل بديل.**
iii. **استخدام هذا المعيار كأساس لاختيار أفضل بديل من البدائل المتاحة.**

المحاضرة الثانية

❖ مصطلحات هامة في بحوث العمليات

☒ النظام System

عبارة عن مجموعة من العناصر المتداخلة المرتبطة معاً في علاقات معينة ومعزولة الى حد ما عن أي نظام آخر.

مثال: الطائرة، شركة تجارية

✓ **الانظمة الحتمية Deterministic systems**

يتم التنبؤ عن سلوك عناصر النظام بطريقة محددة تماماً (جميع متغيرات النظام معروفة).

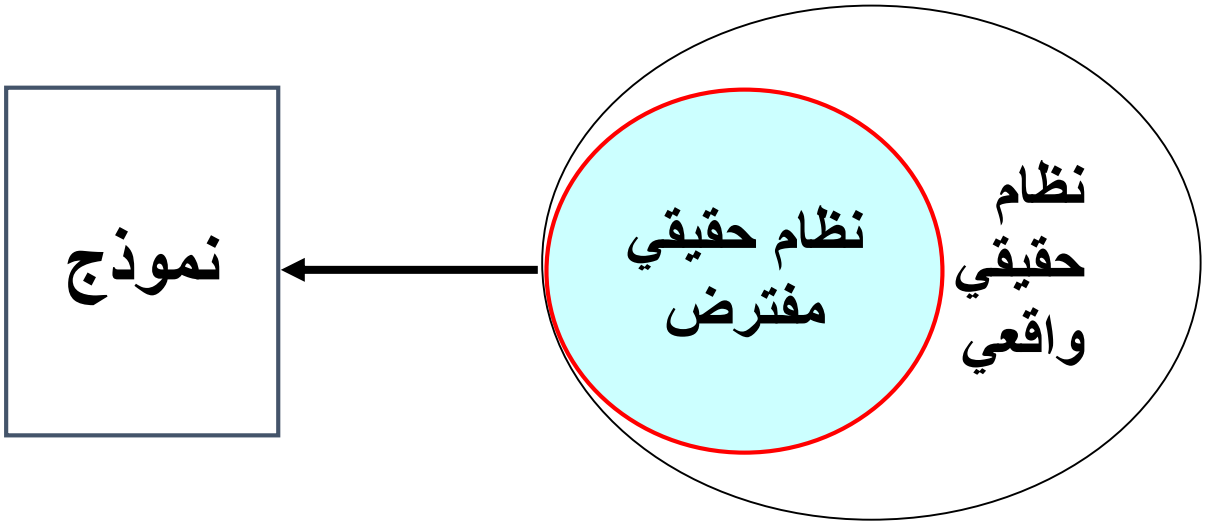
✓ **الانظمة الاحتمالية Probabilistic systems**

تخضع بعض العناصر الى مفهوم التوزيعات الاحصائية بسبب اعتمادها على الاحداث العشوائية التي تتغير باستمرار.

Modeling النمذجة

☒ النموذج The Model

صورة مبسطة للتعبير عن نظام عملي من واقع الحياة او فكرة مطروحة لنظام قابل للتنفيذ.



مراحل دراسة بحوث العمليات

١) الملاحظة Observation ادراك وجود المشكلة وتحديدها (حقائق، آراء , اعراض)

٢) تعريف المشكلة Problem definition تعريف المشكلة بعبارات محددة وواضحة (الهدف، المتغيرات، الثوابت والقيود المفروضة)

٣) بناء النموذج Model construction تطوير النموذج الرياضي الذي يتفق مع اهداف المسألة

٤) حل النموذج Model solution التوصل الى الحل الذي يحقق أفضل قرار

٥) التحقق من صحة النموذج Model validity عن طريق مقارنة النتائج مع قيم سبق اختبارها او عن طريق استخدام الاختبارات الاحصائية

٦) تنفيذ النتائج implementation ترجمة النتائج الى تعليمات تشغيلية تفصيلية

البرمجة الرياضية Mathematical Programming

العلم الذي يبحث في تحديد القيمة (او القيم) العظمى او الصغرى لدالة محددة تسمى دالة الهدف Objective function (O.F) والتي تعتمد على عدد نهائي من المتغيرات Variables. وهذه المتغيرات قد تكون مستقلة عن بعضها او قد تكون مرتبطة مع بعضها بما يسمى القيود Constraints

البرمجة الخطية Linear Programming

- ❖ حالة خاصة من البرمجة الرياضية
- ❖ دالة الهدف & القيـود ------> خطية
- ✓ البرمجة (Programming)
- ✓ الخطية ((Linearity

☒ مكونات نموذج البرمجة الخطية

- وجود عدد من المتغيرات (متغيرات القرار decision variables) التي يجب تحديد قيمها للوصول الى الهدف المنشود. سنرمز لهذه المتغيرات بـ

$$X_1, X_2, \dots, X_n$$

مثـــال:

1-كمية الانتاج لسلع معينة (طاولات، اقلام، سيارات، حقائب)

- وجود هدف يُراد الوصول اليه، ويعبر عنه رياضياً بدالة خطية تسمى دالة الهدف وتأخذ الشكل العام التالي:

$$Z = \sum_{j=1}^{n} C_j X_j$$

حيث C_j اعداد حقيقية تسمى بمعاملات المتغيرات

$$(j = 1, 2, \ldots, n)$$

وتصنف الاهداف الى مجموعتين:

A. تعظيم دالة الهدف (Maximization) السعي الى تحقيق الربح لأقصى حد ممكن. سنرمز له

$$Max \quad Z = \sum_{j=1}^{n} C_j X_j$$

B. تصغير دالة الهدف (Minimization) السعي الى تخفيض التكاليف لأدنى حد ممكن

$$Min \quad Z = \sum_{j=1}^{n} C_j X_j$$

- وجود علاقة بين المتغيرات يعبر عنها رياضياً بمتباينات تسمى القيود الخطية (قيود المسألة) constraints وتأخذ أحد الشكلين:

$$\sum_{i=1}^{m} a_{ij} x_j \leq b_i$$

غالباً إذا كانت الدالة من نوع التعظيم أي max

$$\sum_{i=1}^{m} a_{ij} x_j \geq b_i$$

غالباً إذا كانت الدالة من نوع التصغير أي Min

حيث

n تعبر عن عدد المتغيرات

m تعبر عن عدد قيود المسألة

a_{ij} اعداد حقيقية تسمى معاملات المتغيرات في القيود

b_i اعداد حقيقية تعبر عن الموارد المتاحة او المتطلبات اللازمة لكل قيد من القيود

المتغيرات = الأعمدة ,,,,,, القيود = الصفوف

وجود شروط اخرى بصرف النظر عن الهدف

- كأن لا تقل قيمة أحد المتغيرات عن كمية معينة بسبب التزامات معينة.
- كأن لا تزيد قيمة أحد المتغيرات عن كمية معينة بسبب وجود منافسة على سبيل المثال.
- الاشتراط على المتغيرات ان تكون غير سالبة (شرط مفروض على جميع النماذج)

قيد عدم السالبية $x_j \geq 0$

الشكل العام في حالة التعظيم

دالة الهدف

$$Max \quad \sum_{j=1}^{n} c_j x_j$$

$$s.t.$$

القيود عدم السالبية

$$\sum_{i=1}^{m} a_{ij} x_j \leq b_i$$

$$x_j \geq 0$$

صياغة نموذج برمجة خطية

١) تحديد المتغيرات x_j حيث j=1,2,…,n وتعريفها مع تعريف وحدات القياس المستعملة لكل متغير

٢) تحديد معاملات المتغيرات في دالة الهدف c_j مع تعريف الوحدات المستخدمة لقياس هذه المعامل

٣) تحديد دالة الهدف مع التأكد من استخدام وحدات القياس نفسها

٤) تحديد معاملات المتغيرات في القيود a_{ij} مع وحدات القياس المناسبة لكل معامل

٥) تحديد معاملات الطرف الايمن (الموارد او الالتزامات) bi مع وحدات القياس المناسبة لكل معامل

٦) قيد عدم السالبية

المحاضرة الثالثة

بحوث العمليات.

مراحل بناء النموذج الخطي

البرنامج الخطي لا يطالبنا بإيجاد ناتج فقط مطالبين بناء او صياغة برنامج خطي

مثال ١

تقوم الشركة العربية للمنظفات بإنتاج أنواع مختلفة من مساحيق غسيل الملابس. إذا تسلمت الشركة طلبات من أحد التجار للحصول على 12 كيلو جرام من مسحوق معين من منتجات الشركة. إذا كان المسحوق المطلوب يتم تصنيعه من خلال مزج ثلاثة أنواع من المركبات الكيميائية هي C,B,A

إذا علمت أن المواصفات المطلوبة لهذا المسحوق كما ورد في الطلب كانت ما يلي:

I. يجب أن يحتوي المسحوق على 3 كيلو جرام على الأقل من المركب B

II. يجب ألا يحتوي المسحوق على أكثر من 900 جرام من المركب A

III. يجب أن يحتوي المسحوق على 2 كيلو جرام بحد أدنى من المركب C

IV. يجب أن يحتوي المزيج على4 كيلو جرام على الأكثر من C , A.

إذا علمت أن تكلفة تصنيع الكيلو جرام الواحد من المركب A تساوي 6 ريال، وان تكلفة تصنيع الكيلو جرام من المركب B تساوي 12 ريال في حين تبلغ تكلفة تصنيع الكيلو جرام من المركب Cتساوي 9 ريال.

A=X1	A=6
B=X2	B=12
C= X3	C=9

المتباينة تكون عل ثلاثة أشكال ≥ (اكبر من او يساوي) و ≤ (أصغر من أو يساوي)و =(يساوي)

نبحث في القيود عن الكلمات التالية:

بحد أدني، لا يقل عن، على الأقل، وهذه تكون ≥ (أكبر من او يساوي)

بحد أعلى، بحد أقصى، لا يزيد عن، على الأكثر وهذه تكون ≤ (أصغر من أو يساوي)

المطلوب: صيـــاغة برنامج خطي

قبل بداية الحل:

- احدد دالة الهدف إذا تكلفة (min) وإذا أرباح (max)

  كلمة (تكلفة) تدل على أن الدالة من نوع التصغير (min)
- احدد المتغيرات وهي المعطيات مزيج (المركبات A_B_C) التي سوف نرمز لها برموز المتغير...X1,X2,X3 حسب معطيات المسألة مع الانتباه لوحدة القياس المطلوبة الكيلو جرام والمسألة يوجد بها جرام لذلك لابد ان نحول للكيلو جرام
- القيود
- الانتباه لوحدة القياس المطلوبة او المستخدمة (وتوحيدها مثل ريال /ريال، طن /طن كيلو، كيلو)

نبدأ بالحل من معطيات المسألة:

أ- دالة الهدف رياضيا

$$\text{Min } z = 6x_1 + 12x_2 + 9x_3$$

ب-المتغيرات

S.T

- $x_2 \geq 3$ المركب B
- $x1 \leq 900$ المركب A (ملاحظه هنا أعطاني 900جرام وأنا مطالب بالكيلو لذلك يجب ان أحول بقسمه 900جرام /1000كيلو =0.9كيلو جرام واعيد كتابة قيد المركب A)

- $x1 \le 0.9$ المركب A
- $x_3 \ge 2$ المركب C
- $x_1 + x_3 \le 4$ المركبين C,A

ج-قيد الطلبية (أي الشرط الذي يقيدني بمعنى أنظر لأي شرط بالمسألة واكتبه قيد طلبيه)

- $x_1 + x_2 + x_3 = 12$ قيد الطلبية
- $x_1, x_2, x_3 \ge 0$ قيد عدم السالبية (وهذا القيد لابد ان يكتب بكل البرنامج الخطي)

وبكذا أنهينا البرمجة الخطية للمسائلة.

- (ملاحظة: هذا الشكل العام للحل لكن بالاختبار يجي السؤال على شكل خيارات ويطلب مثلا ان نختار دالة الهدف او قيد او متغير)

مثال ٢

تمتلك شركة مصنعاً صغيراً لإنتاج السيراميك من النوع الممتاز والعادي وتوزيع الإنتاج على تجار حيث تبلغ الكميات المتاحة A, B الجملة. يحتاج إنتاج السيراميك إلى نوعين أساسين من المواد الخام

من كل منهما يومياً 12 طن, 25 طن على التوالي. الجدول التالي يظهر احتياجات إنتاج الطن من السيراميك الممتاز

وإنتاج الطن من السيراميك العادي من المادتين الخام A, B

	احتياجات السيراميك من المواد الخام الممتاز العادي	المتاح بالطن
مادة خام A	1 طن عادي 2 طن ممتاز	12طن
مادة خام B	3 طن ممتاز 4 طن عادي	25 طن

وقد أظهرت دراسات السوق ان الطلب على السيراميك العادي يزيد عن الطلب على السيراميك الممتاز، كما أظهرت دراسات السوق أيضا ان الحد الأقصى للطلب اليومي على السيراميك العادي هو 5 طن. يبلغ هامش ربح الطن من السيراميك الممتاز 3000 ريال في حين يبلغ هامش الربح من النوع العادي 2000 ريال.

المطلوب: صياغة برنامج خطي مناسب للمشكلة.

الحل:

نفس خطوات الحل للمسائلة الأول (نحدد داله الهدف +المتغيرات +القيود. ونضع بالأخير قيد عدم السالبيه)

١- المتغيرات: من المسائلة نوع السيراميك (ممتاز، والعادي) ونرمز لها برمز

X1=عدد الأطنان من السيراميك الممتاز

X2=عدد الأطنان من السيراميك العادي

٢-داله الهدف: من كلمة أرباح (MAX)

$$\max z = 3000x_1 + 2000x_2$$

٣-القيود: S.T

- **قيد المادة الخام A** $2x_1 + x_2 \le 12$
- **قيد المادة الخام B** $3x_1 + 4x_2 \le 25$
- **قيد الطلب على النوعين** $x_2 \ge x_1$
- **قيد الطلب على السيراميك العادي** $x_2 \le 5$
- **قيد عدم السالبية** $x_1, x_2 \ge 0$

المحاضرة الرابعة

حل مسائل البرمجة الخطية

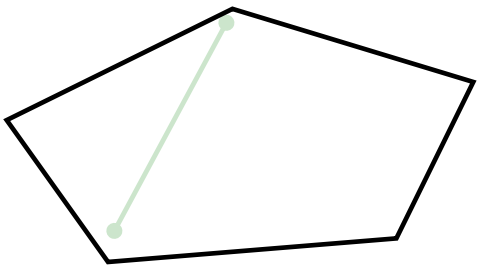
- ✓ Graphical Method طريقة الرسم البياني
- ✓ Simplex Method طريقة السمبلكس

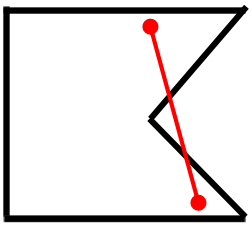
يعتمد على عدد المتغيرات في المسألة.

خصائص معالجة مشاكل البرمجة الخطية

تقع جميع الحلول الممكنة في منطقة محدبة، وتكون مجموعة نقاطها مجموعة محدبة.

المنطقة المحدبة: هي المنطقة التي تكون فيها كل النقاط الواقعة على الخط المستقيم الموصل بين أي نقطتين تقع كذلك في المنطقة المحدبة نفسها.





- ✓ مجموعة الحلول الممكنة محدودة بعدد نهائي من الجوانب
- ✓ أي حل أمثل لا بد وأن يقع على أحد أركان منطقة الحلول الممكنة (النقاط الركنية).

طريقة الرسم البياني

✓ **الخطوة الأولى.**

تحديد منطقة الحلول المقبولة أو الممكنة

Feasible solutions

التي تتحقق عندها المتباينات او القيود

(منطقة تقاطع مناطق الحل للقيود = التي تتحقق عندها جميع قيود المسـألة)

✓ **الخطوة الثانية**

الحصول على قيمة دالة الهدف عند كل نقطة من نقاط رؤوس المضلع المحدب (النقـاط الركنيـة) في منطقـة الحلول المقـبولة، تكون عندها دالة الهدف أكبر(أصغر) ما يمكن.

حالات خاصة في البرمجة الخطية

- ✓ **قد يوجد تكرار (تحلل) Degenerate (في الطريقة المبسطة)**
- ✓ **قد يوجد حلول مثلى متعددة Optimal solutions (بمجرد النظر الى المسألة)**
- ✓ **قد لا يوجد لها حل Infeasible (من الرسم البياني)**
- ✓ **قد يوجد لها حل غير محدود Unbounded (من الرسم البياني)**

خطوات طريقة الرسم البياني

- **تحويل متباينات القيود الى معادلات، وعملية التحويل هذه تجعل القيد في صيغة معادلة خطية يمكن تمثيلها بخط مستقيم.**
- **تحديد نقاط تقاطع كل قيد مع المحورين والتوصيل بين هاتين النقطتين بخط مستقيم لكل قيد.**
- **رسم القيود على الشكل البياني بعد ان يتم تحديد نقاط التقاطع وتحديد منطقة الحل الممكن.**
- **تحديد الحل الأمثل (الحلول المثلى) والذي يقع على أحد نقاط زوايا المضلع (نقطة ركنية) من خلال:**

أ-إيجاد قيم المتغيرات عند هذه النقاط.

ب-اختيار أكبر (أصغر) قيمة بعد التعويض بدالة الهدف

مثال معرض الهفوف للرفوف

	الطاولات (للطاولة)	الكراسي (للكرسي)	
ربح القطعة بالريال	7	5	الوقت المتاح يومياً
النجارة	3 ساعة	4 ساعة	2400
الطلاء	2 ساعة	1 ساعة	1000

قيود أخـــرى:

- **عدد الكراسي المُصنعة لا يزيد عن 450 كرسي**
- **يجب تصنيع 100 طاولة على الأقل يومياً**

صياغة البرنامج الخطي

المتغيرات:

x_1 = عدد الكراسي المصنعة

x_2 = عدد الطاولات المصنعة

دالة الهدف من نوع تعظيم: Maximize

$$\max z = 7x_1 + 5x_2$$

قيد النجارة

$$3x_1 + 4x_2 \leq 2400$$

قيد الطلاء:

$$2x_1 + 1x_2 \leq 1000$$

قيــود إضــافية:

لا يمكن انتــاج أكثر من 450 من الكراسي

$$x_2 \leq 450$$

يجب انتاج 100 طاولة بحد أدنـي

$$x_1 \geq 100$$

قيد عدم السالبية:

$$x_1, x_2 \geq 0$$

الشكل العام للمسـألة

$$\max z = 7x_1 + 5x_2$$

s.t.

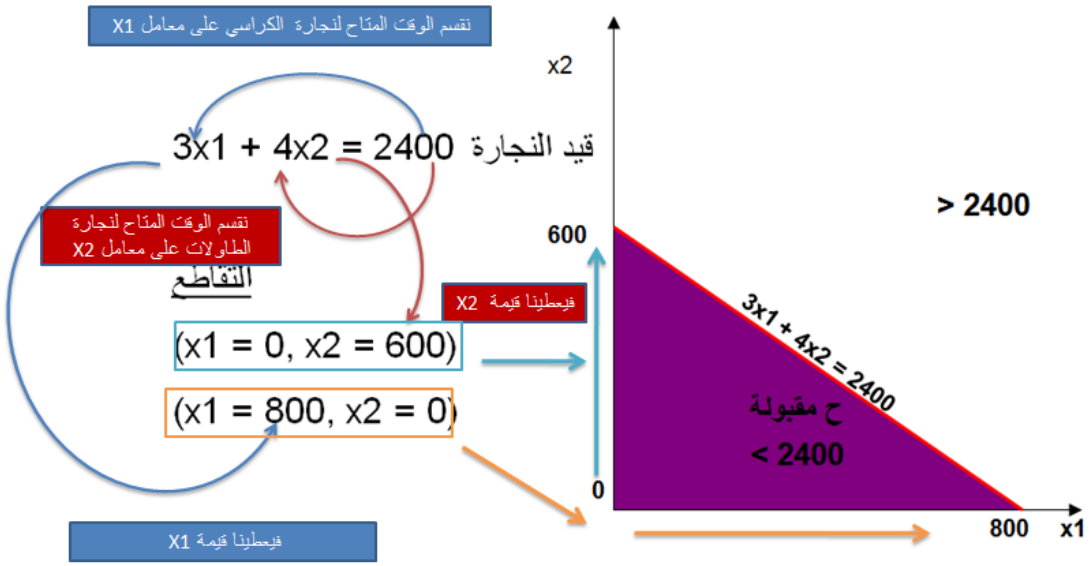
$$3x_1 + 4x_2 \leq 2400$$

$$2x_1 + 1x_2 \leq 1000$$

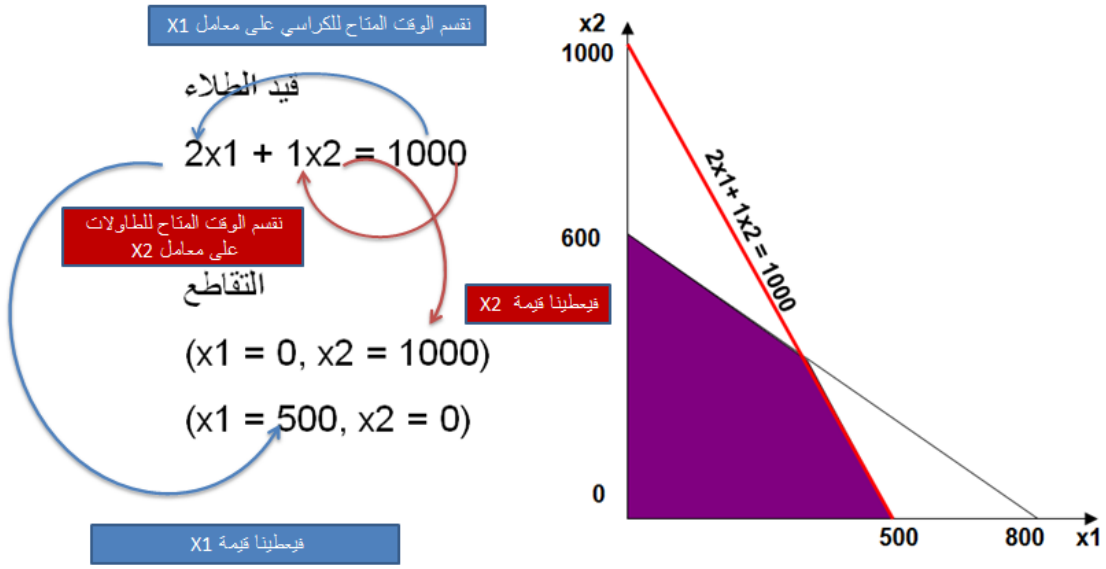
$$x_2 \leq 450$$

$$x_1 \geq 100$$

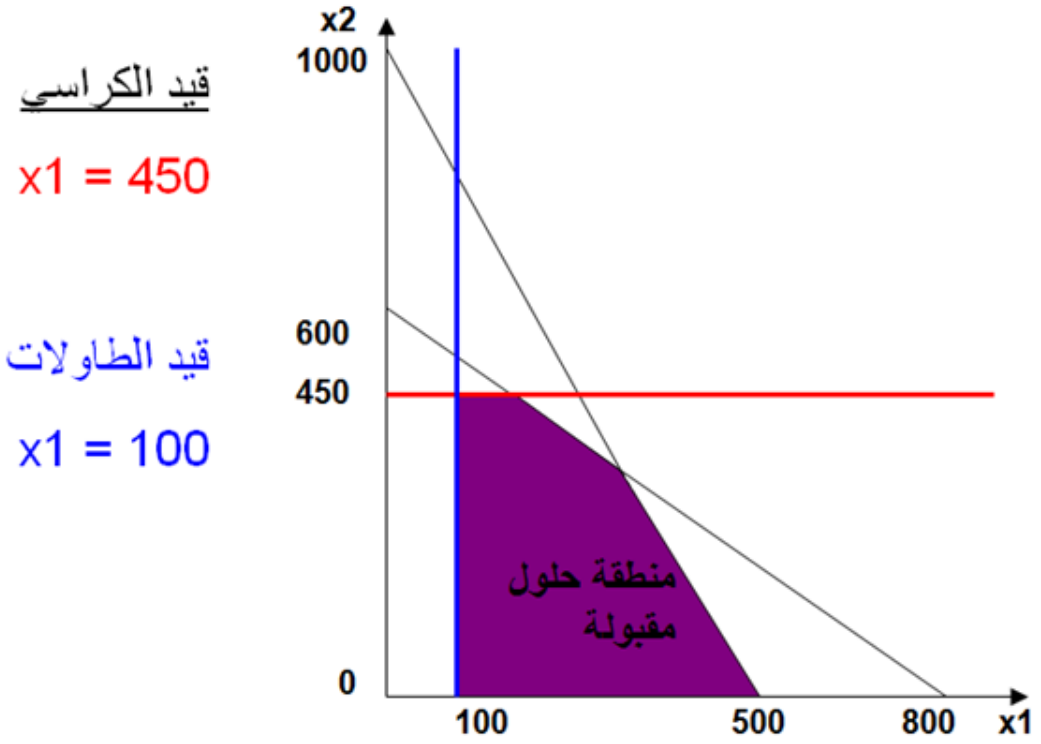
$$x_1, x_2 \geq 0$$



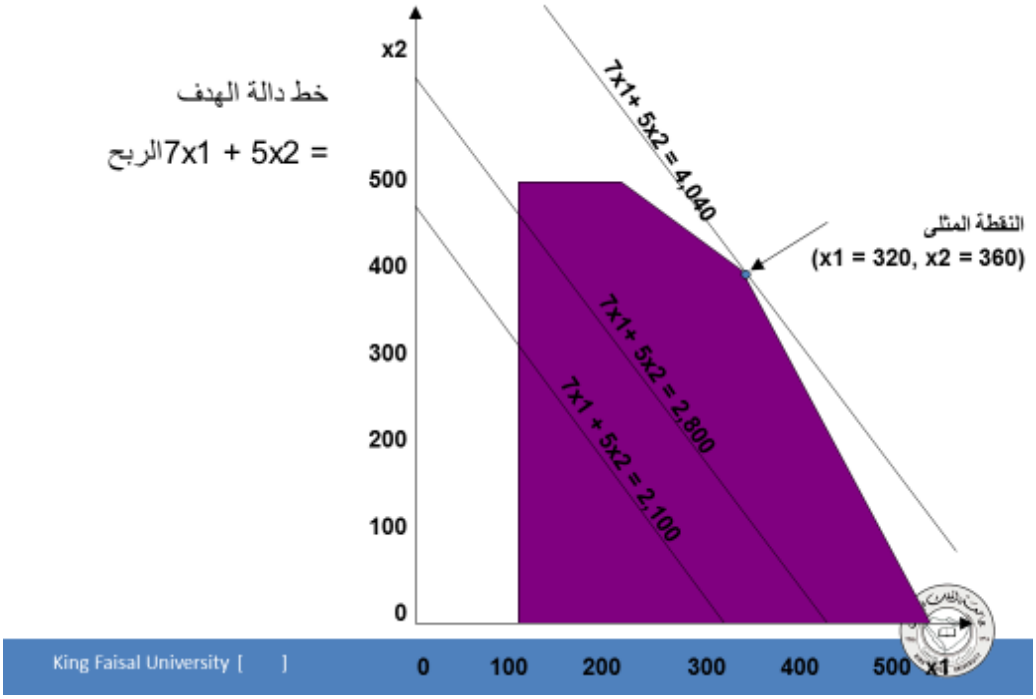
يجب ملاحظة انه
لتحديد النقطة الاولى على الرسم البياني فاننا نبدأ من الأسفل الى الأعلى
وعند تحديد النقطة الثانية نبدأ من اليسار الى اليمين



بعد رسم قيد الطلاء نقصت منطقة الحلول الممكنة



وهنا بعد تحديد عدد الكراسي وعدد الطاولات نقصت منطقة الحلول الممكنة



المحاضرة الخامسة

شرح المثال الأول باستخدام
الرسم البياني لتحديد الحل الأمثل

المسألة الأولى

دالة الهدف MAX Z = 45x1 + 65x2

s.t.

5x1 + 15x2 ≥ 375

3x1 +6x2 ≤ 450

X1 , x2 ≥ 0

الحل

اولا
نقوم بعمل مساواة بين طرفي القيود

القيد الأول 5x1 + 15x2 = 375
القيد الثاني 3x1 + 6x2 = 450

نقسم قيمة القيد الأول على معامل x2 لمعرفة قيمة x2
25 = 15 / 375
نقسم قيمة القيد الأول على معامل x1 لمعرفة قيمة x1
75 = 5 / 375

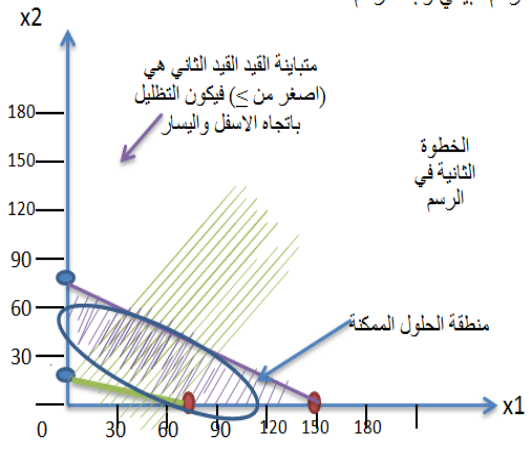
نقسم قيمة القيد الثاني على معامل x2 لمعرفة قيمة x2
75 = 6 / 450
نقسم قيمة القيد الثاني على معامل x1 لمعرفة قيمة x1
150 = 3 / 450

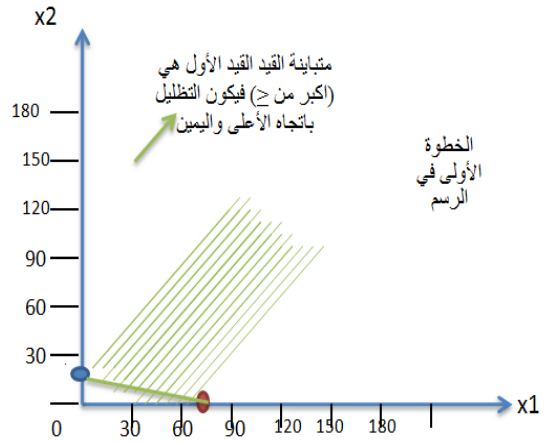
ثانيا
نقوم بعمل جداول لتحديد قيم x1 و x2 في جداول

X1	0	75
X2	25	0

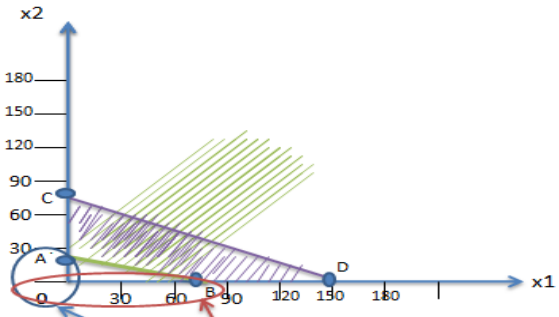
X1	0	150
X2	75	0

ثالثا
نبحث عن اكبر قيمة في الجداول (150) لتكون ضمن الرسم البياني ونبدأ الرسم





الخطوة الأخيرة
بعد ان عرفنا منطقة الحلول المقبولة (الممكنة) والتي تقع على احد اركان الشكل المقابل
نريد الوصول الى الحل الأمثل وذلك بالتعويض بقيمة x1 و x2 في دالة الهدف



قمنا بتحديد النقاط الركنية وسميناها A B C D

X1	0	75
X2	25	0

X1	0	150
X2	75	0

يجب قراءة الجدول بطريقة صحيحة
نقرأ الجدول من الأعلى الى الأسفل

النقاط	Z = 45x1 + 65x2
A (0,25)	Z = 45(0) + 65(25) = 1625
B (75,0)	Z = 45(75) + 65(0) = 3375
C (0,75)	Z = 45(0) + 65(75) = 4875
D (150,0)	Z = 45(150) + 65(0) = 6750

وبما ان دالة الهدف MAX يعني نأخذ اكبر قيمة
Z = 6750 عند النقطة D
حيث ننتج 150 من X1 و 0 من X2

شرح المثال الثاني باستخدام الرسم البياني لتحديد الحل الأمثل

المسألة الثانية

دالة الهدف MAX Z = 6x1 + 4x2

s.t.

$10x1 + 10x2 \leq 100$

$7x1 + 3x2 \leq 42$

$X1 , x2 \geq 0$

الحل

اولا

نقوم بعمل مساواة بين طرفي القيود

القيد الأول 10x1 + 10x2 = 100

القيد الثاني 7x1 + 3x2 = 42

نقسم قيمة القيد الأول على معامل x2 لمعرفة قيمة x2

10 = 10 / 100

نقسم قيمة القيد الأول على معامل x1 لمعرفة قيمة x1

10 = 10 / 100

نقسم قيمة القيد الثاني على معامل x2 لمعرفة قيمة x2

6 = 7 / 42

نقسم قيمة القيد الثاني على معامل x1 لمعرفة قيمة x1

14 = 3 / 42

X1	0	10
X2	10	0

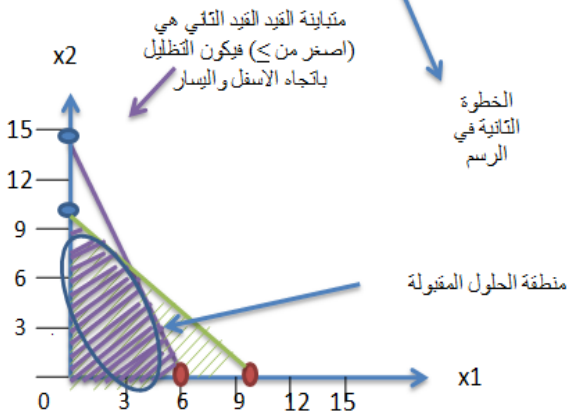
X1	0	6
X2	14	0

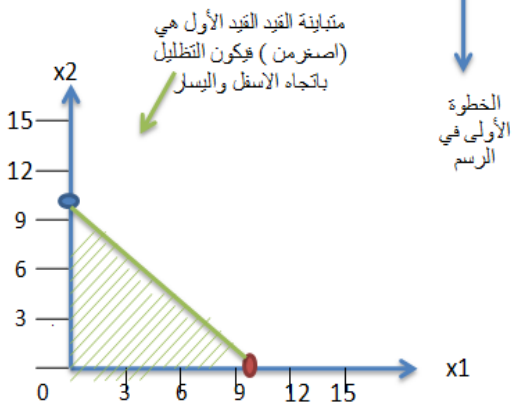
ثانيا

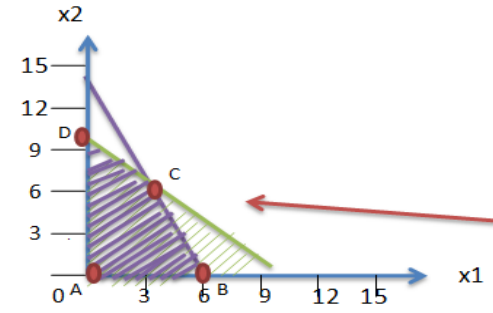
نقوم بعمل جداول لتحديد قيم x1 و x2 في جداول

ثالثا

نبحث عن اكبر قيمة في الجداول (14) لتكون ضمن الرسم البياني ونبدأ الرسم







الخطوة 1

قمنا بترقيم النقاط الركنية(A B C D) وجميع قيم النقاط معروفة ما عدا النقطة C التي هي تقاطع الخط الأول مع الخط الثاني

لمعرفة قيمة النقطة C نقوم بعملية ضرب عكسية للقيود

القيود هي

10x1 + 10x2 = 100

7x1 + 3x2 = 42

الخطوة 2

نضرب معامل X1 من القيد الثاني في كامل القيد الاول

ونضرب معامل X1 من القيد الاول في كامل القيد الثاني

ونطرح القيدين من بعض فتظهر لنا قيمة X2

70X1 + 70X2 = 700

70X1 + 30X2 = 420

الان نغير اشارات جميع القيم في القيد الثاني ثم نطرح

70X1 + 70X1 = 700

-70X1 - 30X2 = - 420

40X2 = 280

X2 = 280 / 40 = 7

قيمة X2 هي 7

الخطوة 3

تم تعويض بقيمة X2 في القيد الاخر لنحرف قيمة X1

10X1 + 10(7) = 100

10X1 + 70 = 100

10X1 = 100 – 700

10X1 = 30

X1= 30 / 10 = 3

قيمة X1 هي 3

الخطوة 4

النقاط	Z = 6x1 + 4x2
A (0,0)	Z = 6(0) + 4(25) = 0
B (6,0)	Z = 6 (6) + 4(0) = 36
C (3,7)	Z = 6(3) + 4(7) = 46
D (0,10)	Z = 6(0) + 4(10) = 40

دالة الهدف MAX , نبحث عن اكبر قيمة , Z=46 , عند النقطة C (7 و 3)

المحاضرة السادسة

الطريقة المبسطة Simplex Method

- **المؤسس:** Dr. Dantzing عام 1947
- وسيلة رياضية ذات كفاءة عالية في استخراج الحل الأمثل لمسائل البرمجة الخطية، بغض النظر عن عدد متغيرات المسألة.
- ساعد في انتشارها إمكانية برمجة المشكلات ذات العلاقة والتوصل الى نتائج باستخدام الحاسب الآلي.

اساسيات طريقة السمبلكس

- تقوم فكرة السمبلكس على وجود الحل الامثل دائما عند أحد اركان منطقة الحلول الممكنة. لكن بدلاً من ميزة رؤية هذه الاركان كما يظهرها الرسم البياني، تستخدم طريقة السمبلكس عملية التحسن التدريجي:

١) يجب ان يكون الركن التالي مجاور للركن الحالي

٢) لا يمكن ان يعود الحل في اتجاه عكسي الى ركن تم تركه.

❑ الشكل القياسي (الصورة القياسية) Standard Form

يعتبر الشكل القياسي من الأشكال المهمة حيث لا يمكن تطبيق الطريقة المبسطة إلا بعد تحويل نموذج البرمجة الخطية الى الشكل القياسي:

١. تتخذ دالة الهدف صفة التعظيم أو التصغير.

٢. جميع القيود الموجودة على شكل متباينات تتحول الى مساواة في الشكل القياسي على الشكل التالي:

- **إذا كانت إشارة القيد أقل من او يساوي فإننا نضيف متغير راكد الى الطرف الأيسر في القيد.**
- **إذا كانت إشارة القيد أكبر من او يساوي فإننا نطرح متغير راكد من الطرف الأيسر في القيد.**
- **جميع المتغيرات (بما فيها المتغيرات الراكدة) غير سالبة.**
- **نقوم بنقل الطرف الأيمن من دالة الهدف الى الطرف الأيسر (عند Z) مع اضافة المتغيرات الراكدة بمعاملات صفرية مساوية لعدد القيود.**

المثال الثاني : تحويل البرنامج الاولي الى البرنامج (الشكلي) القياسي

البرنامج الاولي

Max Z = $5*X_1 + 3*X_2$

s.t.

$4X_1 + 3X_2 <= 2$

$2X_1 + X_2 >= 3$

$X_1, X_2 >= 0$

ننقل جميع القيم التي بعد ال= الى قبل ال= مع تغيير جميع الاشارات

والدالة كاملة = 0

اذا كانت المتباينة (≤) اصغر من او يساوي **نضيف** متغير يعني **عنصر موجب** كما في القيد الاول **S1**
اذا كانت المتباينة (≥) اكبر من او يساوي **نطرح** متغير يعني **عنصر سالب** كما في القيد الثاني **S2**

البرنامج القياسي (الشكلي)

MAX Z $- 5X_1 - 3X_2 = 0$

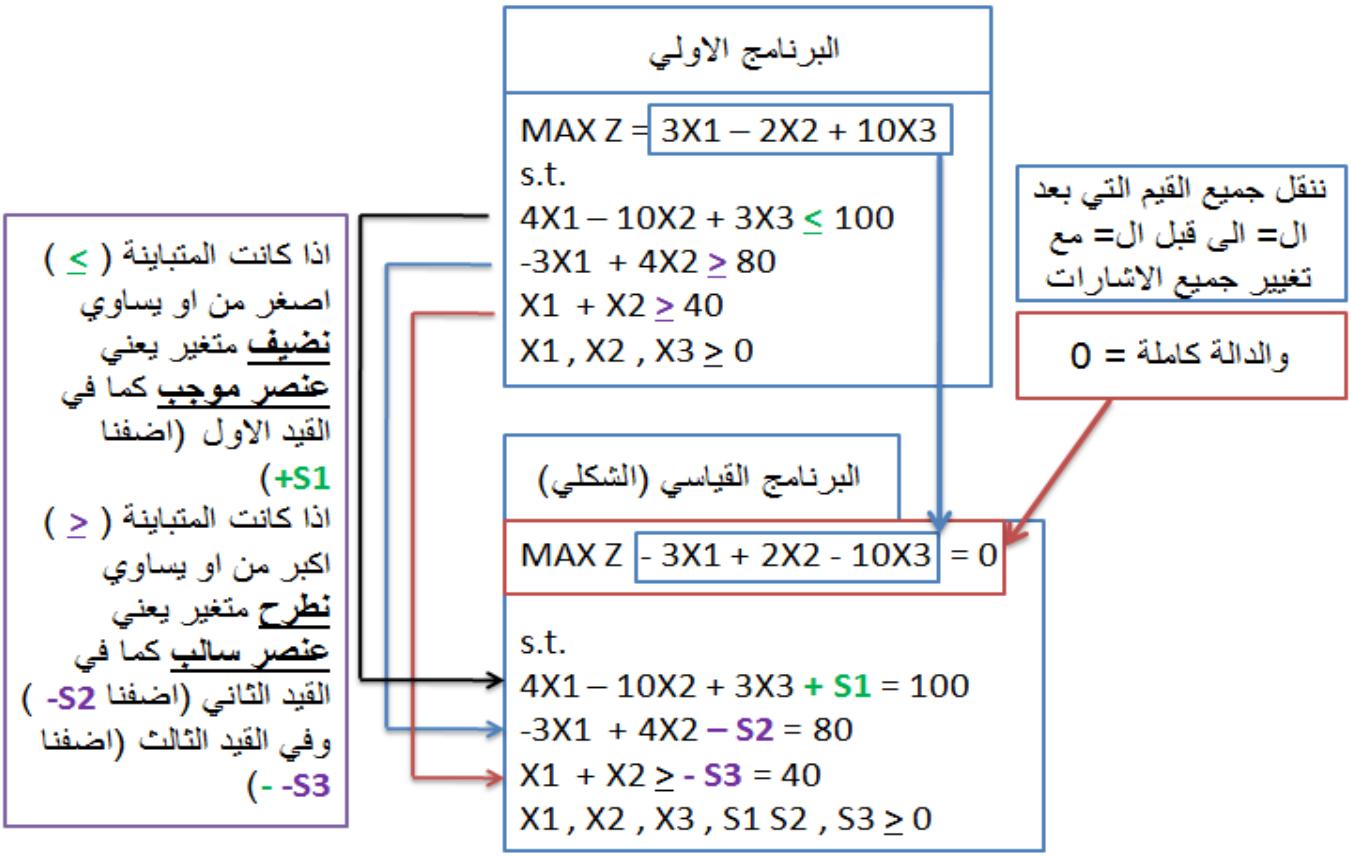
s.t.

$4X_1 + 3X_2 + S1 = 2$

$2X_1 + X_2 - S2 = 3$

$X1 , X2 , S1 S2 , \geq 0$

مثال على تحويل نموذج البرمجة الخطية الى الشكل القياسي Standard Form



خطوات الحل باستخدام طريقة السمبلكس

اولاً: تحويل نموذج البرمجة الخطية الى الشكل القياسي Standard Form

ثانياً: تفريغ المعاملات الواردة في النموذج القياسي في جدول يطلق عليه جدول الحل الابتدائي (الأولي)

المتغيرات الاساسية Basic Var.	المتغيرات غير الاساسية X_1 $X_2 \dots X_m$	S_1 $S_2 \dots S_n$	الثابت Solutions
S_1	a_{11} $a_{12} \dots a_{1m}$	1 0 … 0	b_1
S_2	a_{21} $a_{22} \dots a_{2m}$	0 1 … 0	b_2
:	: : :	: : :	:
S_n	a_{n1} a_{n2} a_{nm}	0 0 1	b_n
Z	c_1 $c_2 \dots c_m$	0 0 …0	0

$$MAX\ z=10x_1-3x_2$$

$$s.t.$$

$$4x_1+3x_2\le 12$$
$$x_1+5x_2\le 10$$
$$x_1\ge 2$$
$$x_1,x_2,\ge 0$$

الشكل القياسي:

$$\max z-10x_1+3x_2=0$$
$$s.t.$$
$$4x_1+3x_2+s_1=12$$
$$x_1+sx_2+s_2=10$$
$$x_1-s_3=2$$
$$x_1,x_2,s_1,s_2,s_3\ge 0$$

متغيرات اساسية	X1	X2	S1	S2	S3	الثابت
S1	4	3	1	0	0	12
S2	1	5	0	1	0	10
S3	1	0	0	0	-1	2
Z	-10	3	0	0	0	0

ثالثاً: التحقق من الأمثلية يتم الحكم من خلال النظر الى صف Z فإذا كانت جميع قيم المعاملات في هذا الصف صفريه او موجبه فهذا يعني أننا قد توصلنا للحل الامثل. أما إذا كان هناك على الاقل معامل واحد سالب فهذا يعني ان هناك مجال لتحسين الحل

رابعاً: تحسين الحل: تحديد المتغير الداخل والمتغير الخارج.

❖ المتغير الداخل:

في مسائل التعظيم، المتغير الداخل هو المتغير الذي له أكبر معامل سالب في دالة الهدف في جدول الحل. ويطلق عليه العمود المحوري Pivot Column

❖ المتغير الخارج:

يتحدد عن طريق قسمة عمود الثوابت على القيم المناظرة لها في العمود المحوري مع إهمال المتغيرات ذات القيم السالبة او الصفرية. ويكون المتغير الخارج هو ذلك المتغير في الصف الذي يتضمن أقل خارج قسمة. ويطلق عليه صف الارتكاز Pivot equation.

- ❖ **نطلق على صف المتغير الخارج اسم معادلة الارتكاز. كما نطلق أسم" عنصر الارتكاز (العنصر المحوري) "pivot element على نقطة تقاطع العمود الداخل مع الصف الخارج**
- ❖ **نبتدئ بتكوين الحل الاساسي الجديد بتطبيق طريقة" جاوس جوردان Gauss-Jordan"والتي تقوم على نوعين من العمليات الحسابية:**
- ❖ **خامساً: تكوين الجدول الجديد**

النوع ١ (معادلة الارتكاز)

معادلة الارتكاز الجديدة = معادلة الارتكاز القديمة / عنصر الارتكاز

النوع ٢ (كل المعادلات الاخرى بما فيها z).

المعادلة الجديدة = المعادلة القديمة – معاملها في العمود الداخل * معادلة الارتكاز الجديدة

يعني نضرب معامل المعادلة القديمة في المعادلة الجديدة ثم نطرح (المعادلة القديمة -ناتج الضرب)

فيعطينا المعادلة الجديدة

- **ملاحظات:**

عمليات النوع الاول: ستجعل من عنصر الارتكاز يساوي 1 في معادلة الارتكاز الجديدة.

عمليات النوع الثاني: ستجعل كل المعاملات الاخرى في العمود الداخل مساوية للصفر.

تمثل نتائج كلا النوعين من العمليات الحسابية الحل الاساسي الجديد من خلال احلال المتغير الداخل في كل المعادلات الاخرى ما عدا معادلة الارتكاز.

المحاضرة السابعة

تابع خطوات الحل باستخدام طريقة السمبلكس (ايجاد الحل الأمثل بالطريقة المبسطة" السمبلكس)"

مثال : أوجد الحل الأمثل للبرنامج الخطي التالي باستخدام طريقة السمبلكس

MAX Z = 2X1 + 3X2
s.t.
X1 + 2X2 ≤ 20
X1 + X2 ≤ 12
X1 , X2 ≥ 0

الخطوة الأولى : هي تحويل البرنامج الخطي الى الشكل القياسي

MAX Z - 2X1 - 3X2 = 0
s.t.
X1 + 2X2 + S1 = 20
X1 + X2 + S2 = 12
X1 , X2 , S1 S2 , ≥ 0

ننقل جميع القيم التي بعد ال= الى قبل ال= مع تغيير جميع الاشارات

والدالة كاملة = 0

المتباينة (≤) اصغر من او يساوي **نضيف** متغير يعني **عنصر موجب** كما في القيد الاول (اضفنا +S1)
وفي القيد الثاني(اضفنا + S2)

الخطوة الثانية : تفريغ معاملات النموذج القياسي في جدول الحل الابتدائي (الأولي)

MAX Z - 2X1 - 3X2 = 0
s.t.
X1 + 2X2 + S1 = 20
X1 + X2 + S2 = 12
X1 , X2 , S1 S2 , ≥ 0

تفريغ معاملات يعني نقل الأرقام بدون الأحرف

متغيرات اساسية	X1	X2	S1	S2	الثابت
S1	1	2	1	0	20
S2	1	1	0	1	12
Z	-2	-3	0	0	0

الخطوة الثالثة :
التحقق من الأمثلية : إذا كانت جميع قيم المعاملات في صف Z صفرية اوموجبة فهذا يعني أننا قد توصلنا للحل الامثل ولكن يوجد لدينا قيم سالبة فننتقل الى الخطوة الرابعة

الخطوة الرابعة : المفاضلة بين المتغيرين الداخل والخارج وذلك بالبحث عن **اكبر عدد سالب** في المتغير Z اسفل الجدول ويكون العمود الذي يحتوي على هو العمود المحوري (المتغير الداخل) (X2)

متغيرات اساسية	X1	X2	S1	S2	الثابت
S1	1	2	1	0	20
S2	1	1	0	1	12
Z	-2	-3	0	0	0

ثم نقسم قيم العمود "الثابت" على القيم في العمود المحوري ونبحث عن اقل خارج قسمة ليكون الصف المحوري (المتغير الخارج) (S1)

متغيرات اساسية	X1	X2	S1	S2	الثابت	
S1	1	2	1	0	20	20/2=10
S2	1	1	0	1	12	12/1=12
Z	-2	-3	0	0	0	

محور الارتكاز(عنصر الارتكاز) هو تقاطع صف الارتكاز مع عمود الارتكاز (2)

الخطوة الخامسة: تكوين الجدول الجديد

معادلة الارتكاز الجديدة = معادلة الارتكاز القديمة / عنصر الارتكاز

متغيرات اساسية	X1	X2	S1	S2	الثابت
S1	1	2	1	0	20
S2	1	1	0	1	12
Z	-2	-3	0	0	0

1 تقسم جميع قيم الصف على عنصر الارتكاز (2) ونكتب الناتج في الجدول التالي للحصول على معادلة الارتكاز الجديدة

1 / 2 = 0.5
2 / 2 = 1
1 / 2 = 0.5
0 / 2 = 0
20 / 2 = 10

متغيرات اساسية	X1	X2	S1	S2	الثابت
X1	0.5	1	0.5	0	10
S2	0.5	0	-0.5	1	2
Z	-0.5	0	1.5	0	30

2 (S2) الجديدة = (S2) القديمة – (معاملها في العمود الداخل * معادلة الارتكاز الجديدة)

نضرب ما بداخل القوس فيعطينا

1 * 0.5 = 0.5
1 * 1 = 1
1 * 0.5 = 0.5
1 * 0 = 0
1 * 10 = 10

3 نطرح : S2 القديمة – ناتج ضرب ما بداخل القوس

S2 القديمة	1	1	0	1	12
ناتج الضرب	0.5	1	0.5	0	10
=	0.5	0	-0.5	1	2

فيعطينا معادلة (S2) الجديدة

4 (Z) الجديدة = (Z) القديمة – (معاملها في العمود الداخل (-3) * معادلة الارتكاز الجديدة X1)

نضرب ما بداخل القوس فيعطينا

-3 * 0.5 = -1.5
-3 * 1 = -3
-3 * 0.5 = -1.5
-3 * 0 = 0
-3 * 10 = -30

5 نطرح : Z القديمة – ناتج ضرب ما بداخل القوس

Z القديمة	-2	-3	0	0	0
ناتج الضرب	-1.5	-3	-1.5	0	-30
=	-0.5	0	1.5	0	30

الخطوة السادسة: نبحث عن القيم السالبة في الصف Z

معادلة الارتكاز الجديدة X1= معادلة الارتكاز القديمة / عنصر الارتكاز

متغيرات اساسية	X1	X2	S1	S2	الثابت
X1	0.5	1	0.5	0	10
S2	0.5	0	-0.5	1	2
Z	-0.5	0	1.5	0	30

1 تقسم جميع قيم الصف على عنصر الارتكاز (0.5) ونكتب الناتج في الجدول التالي للحصول على معادلة الارتكاز الجديدة

0.5 / 0.5 = 1
0 / 0.5 = 0
-0.5 / 0.5 = -1
1 / 0.5 = 2
2 / 0.5 = 4

متغيرات اساسية	X1	X2	S1	S2	الثابت
X2	0	1	1	-1	8
X1	1	0	-1	2	4
Z	0	0	1	1	32

2 (X2) الجديدة = (X2) القديمة – (معاملها في العمود الداخل * معادلة الارتكاز الجديدة)

نضرب ما بداخل القوس فيعطينا

0.5 * 1 = 0.5
0.5 * 0 = 0
0.5 * -1 = -0.5
0.5 * 2 = 1
0.5 * 4 = 2

3 نطرح : X2 القديمة – ناتج ضرب ما بداخل القوس

X2 القديمة	0.5	1	0.5	0	10
ناتج الضرب	0.5	0	-0.5	1	2
=	0	1	1	-1	8

فيعطينا معادلة (X2) الجديدة

4 (Z) الجديدة = (Z) القديمة – (معاملها في العمود الداخل (-0.5) * معادلة الارتكاز الجديدة X1)

نضرب ما بداخل القوس فيعطينا

-0.5 * 1= -0.5
-0.5 * 0 = 0
-0.5 * -1 = 0.5
-0.5 * 2 = -1
-0.5 * 4 = -2

5 نطرح : Z القديمة – ناتج ضرب ما بداخل القوس

Z القديمة	-0.5	0	1.5	0	30
ناتج الضرب	-0.5	0	0.5	-1	-2
=	0	0	1	1	32

6 نبحث عن القيم السالبة في الصف Z وبما انه لا يوجد قيم سالبة فقد وصلنا الى الحل الأمثل عند (4,8) حيث ان

Z = 32 و X1 = 4 و X2 = 8

المحاضرة الثامنة

المثال الأول المحاضرة الثامنة

مثال : أوجد الحل الأمثل للبرنامج الخطي التالي باستخدام طريقة السمبلكس

MAX Z = 6X1 + 8X2
s.t.
30X1 + 20X2 ≤ 300
5X1 + 10X2 ≤ 110
X1 , X2 ≥ 0

الخطوة الأولى : هي تحويل البرنامج الخطي الى الشكل القياسي

المتباينة (≤) اصغر من او يساوي **نضيف** متغير يعني **عنصر موجب** كما في القيد الاول (اضفنا +S1)
وفي القيد الثاني(اضفنا + S2)

MAX Z - 6X1 - 8X2 = 0
s.t.
30X1 + 20X2 + S1 = 300
5X1 + 10X2 + S2 = 110
X1 , X2 , S1 S2 , ≥ 0

ننقل جميع القيم التي بعد ال= الى قبل ال= مع تغيير جميع الاشارات

والدالة كاملة = 0

الخطوة الثانية : تفريغ معاملات النموذج القياسي في جدول الحل الابتدائي (الأولي)

MAX Z - 6X1 - 8X2 = 0
s.t.
30X1 + 20X2 + S1 = 300
5X1 + 10X2 + S2 = 110
X1 , X2 , S1 S2 , ≥ 0

تفريغ معاملات يعني نقل الأرقام بدون الأحرف

متغيرات اساسية	X1	X2	S1	S2	الثابت
S1	30	20	1	0	300
S2	5	10	0	1	110
Z	-6	-8	0	0	0

الخطوة الثالثة :
التحقق من الأمثلية : إذا كانت جميع قيم المعاملات في صف Z صفرية اوموجبة فهذا يعني أننا قد توصلنا للحل الامثل ولكن يوجد لدينا قيم سالبة فننتقل الى الخطوة الرابعة

الخطوة الرابعة : المفاضلة بين المتغيرين الداخل والخارج وذلك بالبحث عن **اكبر عدد سالب** في المتغير Z اسفل الجدول ويكون العمود الذي يحتوي عليه هو **العمود المحوري (المتغير الداخل) (X2)**

متغيرات اساسية	X1	X2	S1	S2	الثابت
S1	30	20	1	0	300
S2	5	10	0	1	110
Z	-6	-8	0	0	0

ثم نقسم قيم العمود "الثابت" على القيم في العمود المحوري ونبحث عن **اقل خارج قسمة** ليكون الصف المحوري (المتغير الخارج) (S1)

متغيرات اساسية	X1	X2	S1	S2	الثابت	
S1	30	20	1	0	300	300/20=15
S2	5	10	0	1	110	110/10=11
Z	-6	-8	0	0	0	

محور الارتكاز(عنصر الارتكاز) هو تقاطع صف الارتكاز مع عمود الارتكاز (10)

الخطوة الخامسة: تكوين الجدول الجديد

معادلة الارتكاز الجديدة = معادلة الارتكاز القديمة / عنصر الارتكاز

متغيرات اساسية	X1	X2	S1	S2	الثابت
S1	30	20	1	0	300
S2	5	10	0	1	110
Z	-6	-8	0	0	0

1) نقسم جميع قيم الصف على عنصر الارتكاز (10) ونكتب الناتج في الجدول التالي للحصول على معادلة الارتكاز الجديدة

5 / 10 = 0.5
10 / 10 = 1
0 / 10 = 0
1 / 10 = 0.1
110 / 10 = 11

2) **(S1) الجديدة = (S1) القديمة – (معاملها في العمود الداخل * معادلة الارتكاز الجديدة)**

نضرب ما بداخل القوس فيعطينا

20 * 0.5 = 10
20 * 1 = 20
20 * 0 = 0
20 * 0.1 = 2
20 * 11 = 220

متغيرات اساسية	X1	X2	S1	S2	الثابت
S1	20	0	1	-2	80
X2	0.5	1	0	0.1	11
Z	-2	0	0	0.8	88

3) نطرح : S2 القديمة – ناتج ضرب ما بداخل القوس

(S1) القديمة →	30	20	1	0	300
ناتج الضرب →	10	20	0	2	220
=	20	0	1	-2	80

فيعطينا معادلة (S2) الجديدة

4) **(Z) الجديدة = (Z) القديمة – (معاملها في العمود الداخل (-8) * معادلة الارتكاز الجديدة X2)**

نضرب ما بداخل القوس فيعطينا

-8 * 0.5 = -4
-8 * 1 = -8
-8 * 0 = 0
-8 * 0.1 = 0.8
-8 * 11 = -88

5) نطرح : Z القديمة – ناتج ضرب ما بداخل القوس

Z القديمة	-6	-8	0	0	0
ناتج الضرب	-4	-8	0	-0.8	-88
=	-2	0	0	0.8	88

الخطوة السادسة: نبحث عن القيم السالبة في الصف Z ونكرر العملية

معادلة الارتكاز الجديدة X2= معادلة الارتكاز القديمة / عنصر الارتكاز

متغيرات اساسية	X1	X2	S1	S2	الثابت	
S1	20	0	1	-2	80	80/20=4
X2	0.5	1	0	0.1	11	11/0.5=22
Z	-2	0	0	0.8	88	

1) نقسم جميع قيم الصف على عنصر الارتكاز (20) ونكتب الناتج في الجدول التالي للحصول على معادلة الارتكاز الجديدة

20 / 20 = 1
0 / 20 = 0
1 / 20 = 0.05
-2 / 20 = -0.1
80 / 20 = 4

2) **(X2) الجديدة = (X2) القديمة – (معاملها في العمود الداخل * معادلة الارتكاز الجديدة)**

نضرب ما بداخل القوس فيعطينا

0.5 * 1 = 0.5
0.5 * 0 = 0
0.5*0.05 =0.025
0.5 *-0.1 = -0.05
0.5 * 4= 2

متغيرات اساسية	X1	X2	S1	S2	الثابت
X1	1	0	0.05	-0.1	4
X2	0	1	-0.025	1.05	9
Z	0	0	0.1	1	96

3) نطرح : X2 القديمة – ناتج ضرب ما بداخل القوس

X2 القديمة →	0.5	1	0	0.1	11
ناتج الضرب →	0.5	0	0.025	-0.05	2
=	0	1	-0.025	1.05	9

فيعطينا معادلة (X2) الجديدة

4) **(Z) الجديدة = (Z) القديمة – (معاملها في العمود الداخل (-2) * معادلة الارتكاز الجديدة X1)**

نضرب ما بداخل القوس فيعطينا

-2 * 1= -2
-2 * 0 = 0
-2 * 0.05 = -0.1
-2 * -0.1 = 0.2
-2 * 4 = -8

5) نطرح : Z القديمة – ناتج ضرب ما بداخل القوس

Z القديمة	-2	0	0	0.8	88
ناتج الضرب	-2	0	-0.1	-0.2	-8
=	0	0	0.1	1	96

6) نبحث عن القيم السالبة في الصف Z وبما انه لا يوجد قيم سالبة فقد وصلنا الى الحل الأمثل عند (4,9) حيث ان Z = 96 و **X1 = 4** و **X2 = 9**

المثال الثاني المحاضرة الثامنة

مثال : أوجد الحل الأمثل للبرنامج الخطي التالي باستخدام طريقة السمبلكس

MAX Z = 6X1 + 4X2 + 5X3
s.t.
X1 + X2 + 2X3 ≤ 12
X1 + 2X2 + X3 ≤ 12
2X1 + X2 + X3 ≤ 12
2X1 , X2 , X3 ≥ 0

الخطوة الأولى : هي تحويل البرنامج الخطي الى الشكل القياسي

MAX Z - 6X1 - 4X2 -5X3 = 0
s.t.
X1 + X2 + 2X3 + S1 = 12
X1 + 2X2 + X3 + S2 = 12
2X1 + X2 + X3 + S2 = 12
X1 , X2 , X3 , S1 , S2 , S3 ≥ 0

ننقل جميع القيم التي بعد ال= الى قبل ال= مع تغيير جميع الاشارات

والدالة كاملة = 0

المتباينة (≤) اصغر من او يساوي نضيف متغير يعني عنصر موجب كما في القيد الاول (اضفنا S1+) والثاني (اضفنا S2 +) والثالث S3 +

الخطوة الثانية : تفريغ معاملات النموذج القياسي في جدول الحل الابتدائي (الأولي)

تفريغ معاملات يعني نقل الأرقام بدون الأحرف

MAX Z - 6X1 - 4X2 -5X3 = 0
s.t.
X1 + X2 + 2X3 + S1 = 12
X1 + 2X2 + X3 + S2 = 12
2X1 + X2 + X3 + S2 = 12
X1 , X2 , X3 , S1 , S2 , S3 ≥ 0

الخطوة الثالثة : التحقق من الأمثلية : إذا كانت جميع قيم المعاملات في صف Z صفرية اوموجبة فهذا يعني أننا قد توصلنا للحل الامثل

متغيرات اساسية	X1	X2	X3	S1	S2	S3	الثابت
S1	1	1	2	1	0	0	12
S2	1	2	1	0	1	0	12
S3	2	1	1	0	0	1	12
Z	-6	-4	-5	0		0	0

ولكن يوجد لدينا قيم سالبة فننتقل الى الخطوة الرابعة

الخطوة الرابعة : المفاضلة بين المتغيرين الداخل والخارج وذلك بالبحث عن **اكبر عدد سالب** في المتغير Z اسفل الجدول ويكون العمود الذي يحتوي عليه هو **العمود المحوري (المتغير الداخل) (X1)**

متغيرات اساسية	X1	X2	X3	S1	S2	S3	الثابت
S1	1	1	2	1	0	0	12
S2	1	2	1	0	1	0	12
S3	2	1	1	0	0	1	12
Z	-6	-4	-5	0		0	0

ثم نقسم قيم العمود "الثابت" على القيم في العمود المحوري ونبحث عن **اقل خارج قسمة** ليكون **الصف المحوري (المتغير الخارج) (S3)**

متغيرات اساسية	X1	X2	X3	S1	S2	S3	الثابت	
S1	1	1	2	1	0	0	12	12/1=12
S2	1	2	1	0	1	0	12	12/1=12
S3	2	1	1	0	0	1	12	12/2=6
Z	-6	-4	-5	0		0	0	

محور الارتكاز(عنصر الارتكاز) هو تقاطع صف الارتكاز مع عمود الارتكاز (2)

الخطوة الخامسة: تكوين الجدول الجديد

معادلة الارتكاز الجديدة = معادلة الارتكاز القديمة / عنصر الارتكاز

م اساسية	X1	X2	X3	S1	S2	S3	الثابت
S1	1	1	2	1	0	0	12
S2	1	2	1	0	1	0	12
S3	2	1	1	0	0	1	12
Z	-6	-4	-5	0	0	0	0

الجدول القديم

1 نقسم جميع قيم الصف على عنصر الارتكاز (2) ونكتب الناتج في الجدول التالي للحصول على معادلة الارتكاز الجديدة

2 / 2 = 1
1 / 2 = 0.5
1 / 2 = 0.5
0 / 2 = 0
0 / 2 = 0
1 / 2 = 0.5
12 / 2 = 6

م اساسية	X1	X2	X3	S1	S2	S3	الثابت
S1	0	0.5	1.5	1	0	-0.5	6
S2	0	1.5	0.5	1	0	-0.5	6
X1	1	0.5	0.5	0	0	0.5	6
Z	0	-1	-2	0	0	3	36

الجدول الجديد

2 (S1) الجديدة = (S1) القديمة – (معاملها في العمود الداخل * معادلة الارتكاز الجديدة)

نضرب ما بداخل القوس فيعطينا

1 * 1 = 1
1 * 0.5 = 0.5
1 * 0.5 = 0.5
1 * 0 = 0
1 * 0 = 0
1 * 0.5 = 0.5
1 * 6 = 6

3 نطرح : S1 القديمة – ناتج ضرب ما بداخل القوس

(S1) القديمة	1	1	2	1	0	0	12
ناتج الضرب	1	0.5	0.5	0	0	0.5	6
=	0	0.5	1.5	1	0	-0.5	6

فيعطينا معادلة (S1) الجديدة

4 (S2) الجديدة = (S2)القديمة – (معاملها في العمود * معادلة الارتكاز الجديدة)

(S2) القديمة	1	2	1	0	1	0	12
ناتج الضرب	1	0.5	0.5	0	0	0.5	6
=	0	1.5	0.5	1	0	-0.5	6

فيعطينا معادلة (S2) الجديدة

5 (Z)الجديدة = (Z)القديمة – (معاملها في العمود * معادلة الارتكاز الجديدة)

نضرب ما بداخل القوس فيعطينا

-6 * 1 = -6
-6 * 0.5 = -3
-6 * 0.5 = -3
-6 * 0 = 0
-6 * 0 = 0
-6 * 0.5 = -3
-6 * 6 = -36

نطرح : Z القديمة – ناتج ضرب ما بداخل القوس

Z القديمة	-6	-4	-5	0	0	0	0
ناتج الضرب	-6	-3	-3	0	0	-3	-36
=	0	-1	-2	0	0	3	36

الخطوة السادسة: نبحث عن اكبر عدد سالب في الصف Z ونكرر العملية

معادلة الارتكاز الجديدة = معادلة الارتكاز القديمة / عنصر الارتكاز

م اساسية	X1	X2	X3	S1	S2	S3	الثابت	
S1	0	0.5	1.5	1	0	-0.5	6	6/1.5=4
S2	0	1.5	0.5	1	0	-0.5	6	6/0.5=12
X1	1	0.5	0.5	0	0	0.5	6	6/0.5=12
Z	0	-1	-2	0	0	3	36	

الجدول القديم

1 نقسم جميع قيم الصف على عنصر الارتكاز (1.5) ونكتب الناتج في الجدول التالي للحصول على معادلة الارتكاز الجديدة

0 / 1.5 = 0
0.5 / 1.5 = 0.33
1.5 / 1.5 = 1
1 / 1.5 = 0.66
0 / 1.5 = 0
-0.5 / 1.5 = -0.33
6 / 1.5 = 4

م اساسية	X1	X2	X3	S1	S2	S3	الثابت
X1	1	0.16	0.84	0.67	0	-0.16	3
S2	0	1.335	0	0.67	0	-0.665	4
X3	0	0.33	1	0.66	0	0.33	4
Z	0	-0.34	0	1.32	0	3.66	44

الجدول الجديد

2 (X1) الجديدة = (X1) القديمة – (معاملها في العمود الداخل * معادلة الارتكاز الجديدة)

نضرب ما بداخل القوس فيعطينا

0.5 * 0 = 0
0.5 * 0.33 = 0.16
0.5 * 1 = 0.5
0.5 * 0.66 = 0.33
0.5 * 0 = 0
0.5* 0.33 = 0.16
0.5 * 4 = 2

3 نطرح : X1 القديمة – ناتج ضرب ما بداخل القوس

(X1) القديمة	1	1	2	1	0	0	12
ناتج الضرب	0	0.16	0.5	0.33	0	0.16	2
=	1	0.16	0.84	0.67	0	-0.16	3

فيعطينا معادلة (X1) الجديدة

4 (S2) الجديدة = (S2)القديمة – (معاملها في العمود * معادلة الارتكاز الجديدة)

(S2) القديمة	0	1.5	0.5	1	0	-0.5	6
ناتج الضرب	0	0.165	0.5	0.33	0	0.165	2
=	0	1.335	0	0.67	0	-0.665	4

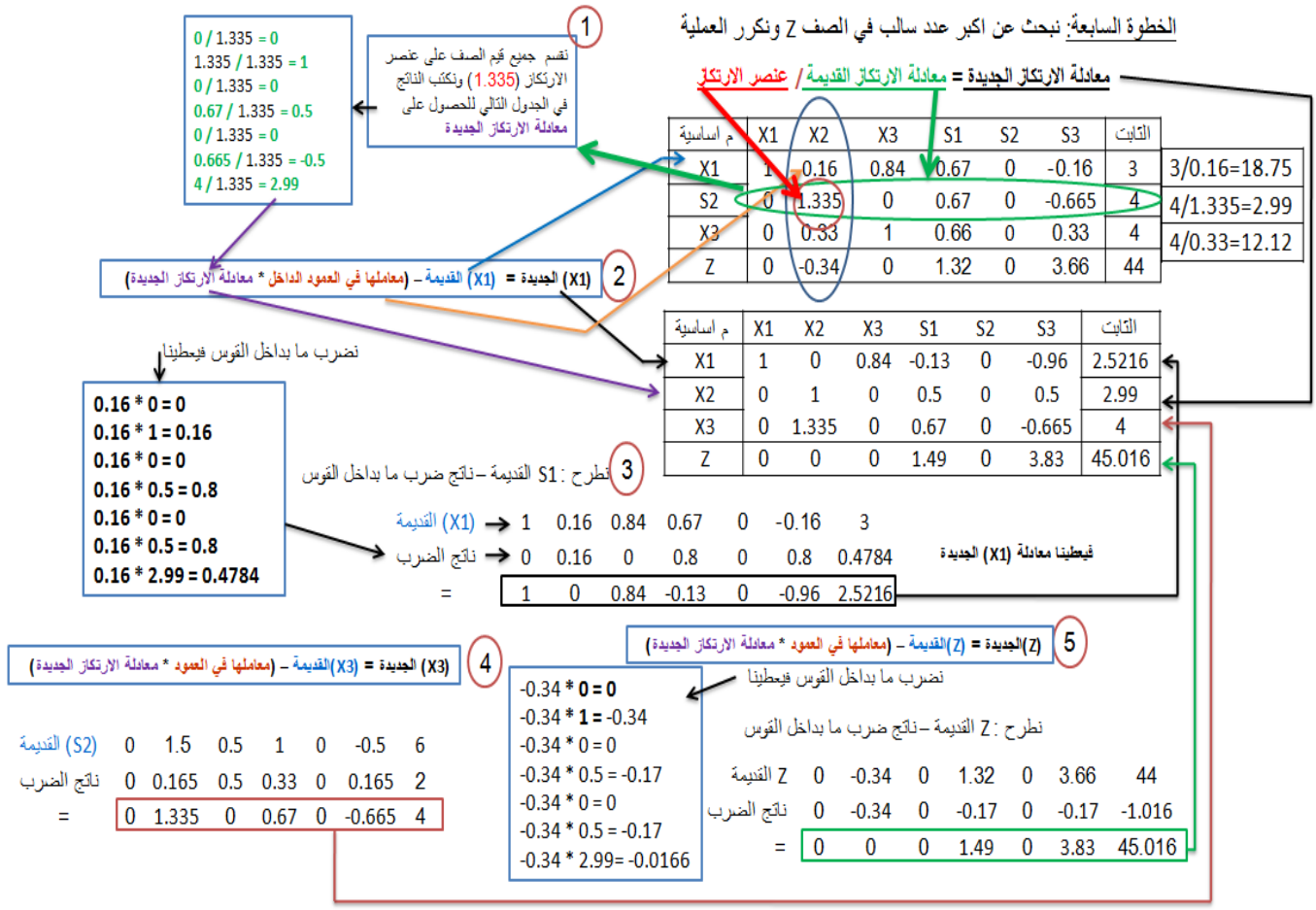
5 (Z)الجديدة = (Z)القديمة – (معاملها في العمود * معادلة الارتكاز الجديدة)

نضرب ما بداخل القوس فيعطينا

-2 * 0 = 0
-2 * 0.33 = - 0.66
-2 * 1 = -2
-2 * 0.66 = -1.32
-2 * 0 = 0
-2 * 0.33 = - 0.66
-2 * 4 = - 8

نطرح : Z القديمة – ناتج ضرب ما بداخل القوس

Z القديمة	0	-1	-2	0	0	3	36
ناتج الضرب	0	-0.66	-2	-1.32	0	-0.66	-8
=	0	-0.34	0	1.32	0	3.66	44



م اساسية	X1	X2	X3	S1	S2	S3	الثابت
X1	1	0	0.84	-0.13	0	-0.96	2.5216
X2	0	1	0	0.5	0	0.5	2.99
X3	0	1.335	0	0.67	0	-0.665	4
Z	0	0	0	1.49	0	3.83	45.016

انتهت القيم السالبة من الصف Z للمعاملات الأساسية X1 و X2 و X3 وعليه فقد وصلنا الى الحل الأمثل عند القيم التالية

(2.5216 , 2.99 , 4)

حيث أن :

Z = 45.016

X1 = 2.5216

X2 = 2.99

X3 = 4

المحاضرة التاسعة تحليل القرارات

Decision Analysis

- ✓ حالات اتخاذ القرارات
- ✓ معايير اتخاذ القرار في ظل عدم التأكد
- ✓ طرق اتخاذ القرار في ظل المخاطرة
- ✓ شجرة القرار
- ✓ مصفوفة القرارات

تحليل القرار

- ✓ تحليل القرار Decision Analysis يساعد على اتخاذ القرار وذلك باختيار قرار(بديل) من مجموعة من القرارات(البدائل) Alternatives الممكنة تحت ظروف معينة عندما يكون هناك عدم تأكد Uncertainity.

1. تحديد المشكلة.
2. تحديد البدائل المختلفة لحل المشكلة تمهيدا لاختيار إحداها.
3. تحديد بعض الأهداف والتي عليها يترتب المفاضلة بين البدائل المختلفة.
4. دراسة البدائل المطروحة لاختيار أفضلها في ظل الإمكانات المتاحة.
5. تحديد المناخ الذي يُتخذ في ظله القرار وما يتضمنه من اعتبارات مثل:
   - شخصية متخذ القرار مثل الشخصية التفاؤلية أو التشاؤمية.
   - الظروف المحيطة بعملية اتخاذ القرار: التأكد والمخاطرة، أو عدم التأكد.
   - المتغيرات البيئية الخارجة عن نطاق السيطرة.

جدول العوائد (payoff table)

البدائل: عبارة عن مجموعة الأساليب والطرق التي تمكن متخذ القرار من تحقيق اهدافه

Alternatives(Actions)ونرمز له $a_1, a_2, \ldots, a_n$

- ➢ الطبيعة او الحالة الفطرية للظروف التي تواجه متخذ القرار State of Nature ونرمز له

$$S_1, S_2, \ldots, S_k$$

- الاحتمالات الخاصة بإمكانية حدوث كل حالة Probability
- النتائج المتحققة-العائد-من احتمال حدوث كل حالة طبيعة Payoff

ونرمز له Π_{ij}

		State of Nature (حالة الطبيعة)				
		S_1	S_2	S_3	...	S_k
Action (الفعل)	a_1	π_{11}	π_{12}	π_{13}	...	π_{1k}
	a_2	π_{21}	π_{22}	π_{23}	...	π_{2k}
	a_3	π_{31}	π_{32}	π_{33}	...	π_{3k}
	⋮	⋮	⋮	⋮		⋮
	a_n	π_{n1}	π_{n2}	π_{n3}	...	π_{nk}

مثال على تحليل القرارات وجدول العوائد

يتضمن عملية اتخاذ القرارات عدة خطوات كما ذكر سابقا:

١-تحديد المشكلة فعلى سبيل المثال قد تواجه شركة ما مشكلة توسيع خط الإنتاج وزيادة إنتاجيتها لتغطية احتياجات السوق المختلفة.

٢-هنا تبدأ الإدارة العليا في الشركة تحديد الاستراتيجيات أو البدائل من أجل مواجهة هذه المشكلة وقد يكون أمامها البدائل الآتية وعلى سبيل المثال:

- **توسيع المصنع الحالي.**
- **بناء مصنع جديد بطاقات إنتاجية كبيرة.**
- **التعاقد مع منظمة أخرى لتلبية الطبيات الداخلية.**

٣-بعد ذلك تعمل الإدارة العليا بترتيب قائمة لتحديد الاتجاهات المستقبلية والتي ممكن وقوعها، والتي عادة تكون خارجة عن نطاق سيطرة متخذي القرار. أما بالنسبة للإدارة فقد تكون أكثر الحالات الطبيعية أو الأحداث المستقبلية المؤثرة هي الحالات الخاصة بحجم الطلب

على المنتج. فقد يحصل إن يكون حجم الطلب عالي High demand أو متوسط Moderate demand والذي قد ينتج نتيجة قبول الزبون للمنتج وحصول منافسة عالية. أو يحصل إن يكون حجم الطلب منخفض لتغير نظرة الزبون للمنتج أو وجود منتج بديل.

٤-ومن ثم تعمل الإدارة على إعداد قائمة للعوائد أو الأرباح التي يمكن تحقيقها في ظل الاستراتيجيات والحالات المختلفة (جدول العوائد)

البدائل والإستراتيجيات Alternative Strategies	حالات الطبيعة (الطلب على المنتج) State of nature			
	عالي	متوسط	منخفض	عدم الطلب
التوسع	30	15	-15	-23
بناء مصنع جديد	50	20	-30	-60
التعاقد	20	10	-1	-5

٥-بعد ذلك تعمل الإدارة على اختيار وتطبيق نموذج نظرية القرار. وتعتمد أنواع القرار الإدارية على مقدار المعلومات أو المعرفة حول الحالة المعنية باتخاذ القرار.

لذا يمكن تصنيف القرارات في المنظمة إلى:

- القرارات في حالة التأكد Decisions under certainty
- القرارات في حالة عدم التأكد Decisions under uncertainty
- القرارات في حالة المخاطرة Decisions under risk

٣-معايير اتخاذ القرار في ظل عدم التأكد

يكون متخذ القرار هنا على معرفة بحدوث حالات الطبيعة، ولكن تنقصه المعلومات بشأن احتمالات وقوعها ومثال ذلك القرار الخاص بإنتاج منتج جديد.

في ظل هذه الظروف لابد من الاستعانة بمعيار معين لاختيار الاستراتيجية وإقرار المناسب، ومن بين المعايير المستخدمة لمساعدة متخذ القرار الآتي:

أ-معيار أقصى الأقصى (المتفائل) (Maximax criterion)

ب-معيار أقصى الأدنى (المتشائم) (Maximin criterion)

ج-معيار الندم (ادني الأقصى) (Minimax Regret criterion)

أ-معيار أقصى الأقصى Maximax

- يوفر هذا المعيار لمتخذ القرار لاختيار البديل الأفضل ويطلق عليها بالاستراتيجية التفاؤلية (Optimistic strategy).إذ يتم اختيار أقصى الممكن من الأرباح لكل بديل، ثم نختار المكسب الأكبر ضمن هذه المجموعة (الحد الأقصى للحدود القصوى في حالة الربح).
- يطبق معيار أقصى الأقصى (الاستراتيجية التفاؤلية) كما في المثال التالي:

البدائل و الاستراتيجيات	حالات الطبيعة (الطلب على المنتج)				الأقصى في الصفوف
	عالي	متوسط	منخفض	عدم الطلب	
التوسع	30	15	-15	-23	30
بناء مصنع جديد	50	20	-30	-60	50 أقصى الاقصى
التعاقد	20	10	-1	-5	20

ب-معيار أقصى الأدنى Maximin

- يطلق عليه في بعض الأحيان معيار (Wald) أي الاستراتيجية التشاؤمية (Pessimistic strategy)، وفي هذه الظروف يحاول متخذ القرار تفادي الخسائر المحتملة من خلال اختيار أسوأ النتائج ومن ثم يتم اختيار أفضلها. (الحد الأقصى للحدود الدنيا في حالة الربح).
- يبين الجدول التالي كيفية تطبيق هذا المعيار.

البدائل و الاستراتيجيات	حالات الطبيعة (الطلب على المنتج)				الأقصى في الصفوف
	عالي	متوسط	منخفض	عدم الطلب	
التوسع	30	15	-15	-23	-23
بناء مصنع جديد	50	20	-30	-60	-60
التعاقد	20	10	-1	-5	-5 أقصى الادنى

معايير اتخاذ القرارات في حالة عدم التأكد

معيار أقصى الأقصى (MAXIMAX)
(الاستراتيجية التفاؤلية)
نبحث عن اكبر قيمة في الصفوف
فنجده 50 وهو في صف البديل
"بناء مصنع جديد"
فيكون بناء مصنع جديد هو البديل المناسب

البدائل والإستراتيجيات Alternative Strategies	حالات الطبيعة (الطلب على المنتج) State of nature			
	عالي	متوسط	منخفض	عدم الطلب
التوسع	30	15	-15	-23
بناء مصنع جديد	50	20	-30	-60
التعاقد	20	10	-1	-5

معيار أقصى الأدنى (MAXIMIN)
(الاستراتيجية التشاؤمية)
نبحث عن أصغر قيمة في كل صف
فنجده 23- في البديل "التوسع"
و60- في البديل "بناء مصنع جديد"
و 5- في البديل "التعاقد"
ثم نأخذ اكبر رقم من هذه الارقام الثلاثة
وهو (5-)
فيكون التعاقد هو البديل المناسب

ج-معيار الندم/الأسف (أدنى الأقصى) Minimax Regret

- **يطلق عليه معيار (Savage) او الفرصة الضائعة ويُفترض فيه إن متخذ القرار قد يندم على القرار الذي يتخذه، وعليه فإنه يحاول تقليل قيمة الندم أو الفرصة الضائعة، ويمكن تحديده بمقدار الفرق بين ما يفترض اختياره وما تم اختياره فعلا.**

أما عن خطوات الحل فهي كالآتي:

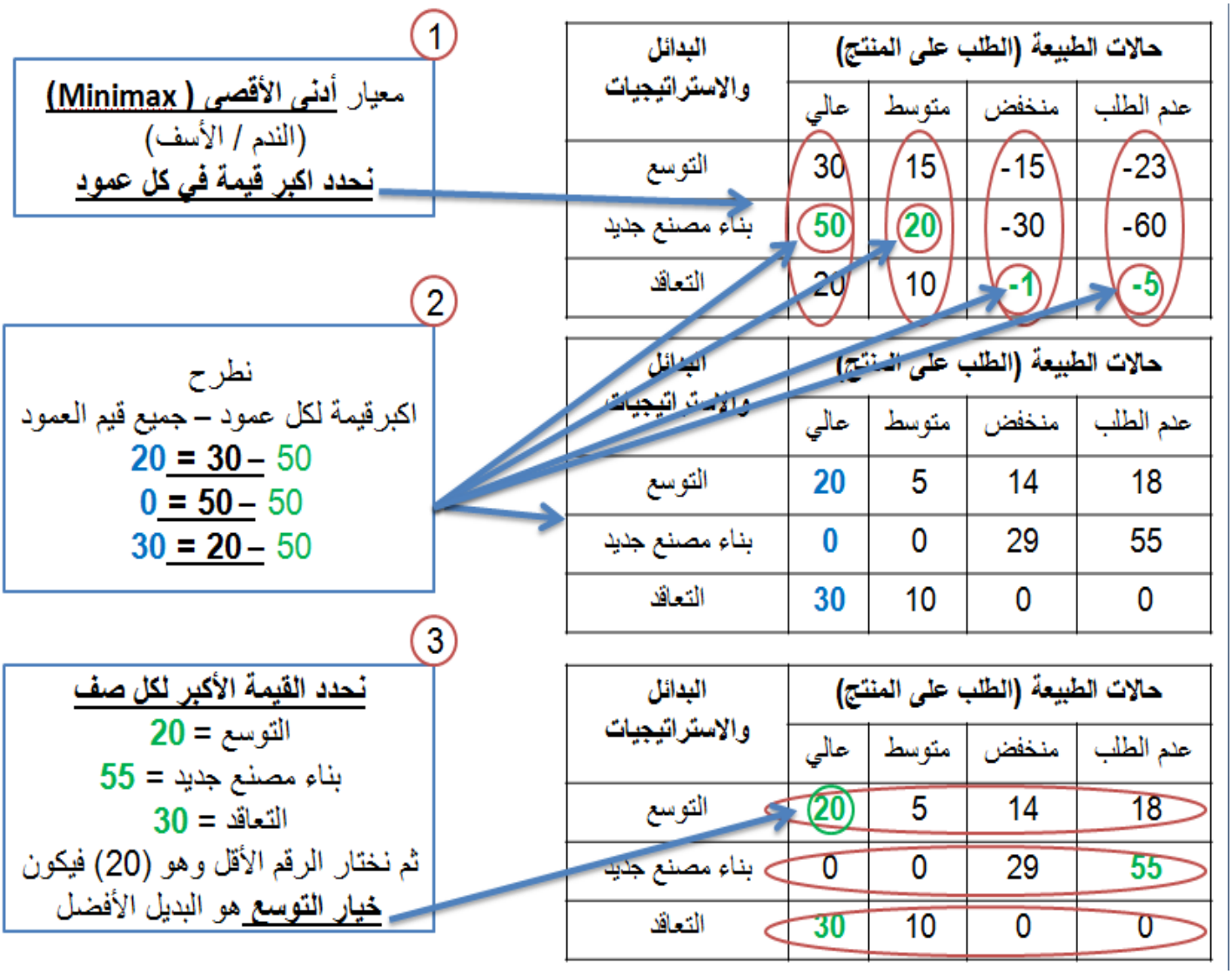
١-في البداية يتم تحديد أعلى قيمة لكل حالة من حالات الطبيعة، ومن ثم إيجاد الفرصة الضائعة من خلال حساب الفرق بين أعلى قيمة وكل قيمة لهذه الحالة.

٢-تحديد أقصى قيمة للندم لكل بديل او استراتيجية.

٣-اختيار البديل ذو القيمة الأقل في المجموعة.

الجدول التالي يمثل العوائد بآلاف الدولارات، المطلوب تطبيق معيار الندم لاتخاذ أفضل قرار.

البدائل والاستراتيجيات	حالات الطبيعة (الطلب على المنتج)			
	عالي	متوسط	منخفض	عدم الطلب
التوسع	30	15	-15	-23
بناء مصنع جديد	50	20	-30	-60
التعاقد	20	10	-1	-5



٤-معايير اتخاذ القرار في ظل المخاطرة

- **في هذه الظروف يكون متخذ القرار على علم باحتمال وقوع كل حالة من حالات الطبيعة، إذ تستخرج هذه الاحتمالات من سجلات الماضي أو من خلال حكم متخذ القرار فيها.**
- **توجد عدة معايير مساعدة وتسهل عملية اتخاذ القرار في حالة المخاطرة. مثل:**

أ- **معيار القيمة المتوقعة (Expected value criterion)و يطلق عليها أيضا بمعيار (Expected Monetary Value) حيث يتطلب هذا المعيار حساب القيمة المتوقعة لكل بديل والذي هو مجموع أوزان هذه البدائل، إذ تمثل الأوزان بحاصل ضرب الأرباح أو التكاليف بالاحتمالات المقابلة لها لحالات الطبيعة المختلفة. وعادة تستخدم شجرة القرارات في عرض وتحليل البيانات وخصوصا عندما يكون عدد البدائل كثيرة.**

- **متي نستخدم القيمة المتوقعة؟**

معيار القيمة المتوقعة يفيد في حالتين:

١-في حالة التخطيط لأمد طويل وحالات اتخاذ القرارات تكرر نفسها.

٢-متخذ القرار محايد بالنسبة للمخاطر.

- **القيمة المتوقعة للمعلومات الكاملة**

Expected Value of Perfect Information (EVPI)

الحصيلة Gain في العائد المتوقع Expected Return والذي نتحصل عليه من المعرفة الأكيدة عن حالات الطبيعة المستقبلية.

$$Erv = r1.p(r1) + r2.p(r2) + \ldots + rn.p(rn)$$

حيث Erv تمثل مجموع قيم العائد المتوقعة , r تمثل العائد، p احتماله

مثال/

ب-معيار خسارة الفرصة المتوقعة

(Expected opportunity loss criterion)

خسارة الفرصة هو مقدار ما يخسره متخذ القرار من العائد الامثل إذا حدثت حالة طبيعية j علما بأن قراره هو البديل Ai.

لدينا البدائل في الجدول التالي
مع احتمال ان يكون الاستثمار في السندات ممتاز بنسبة 30 %
ويكون احتمال الاستثمار ضعيف في الاسهم بنسبة 70 %

القاعدة
Eev = r1.p(r1) + r2.p(r2) + rn.p(rn)

شرح القاعدة
Erv هي مجموع قيم العائد المتوقعة
r هي العائد
P الاحتمالية

الحالات

	ممتاز30%	ضعيف70%
سندات	100	200
اسهم	300	100

نضرب الكميات في الاحتمالية ثم نجمع
(0.70 * 200) + (0.30 * 100)
(0.70 * 100) + (0.30 * 300)

Erv السندات = 30 + 140 = 170

Erv الأسهم = 90 + 70 = 160

ثم نأخذ اكبر قيمة متوقعة ويكون هو البديل الأمثل (170 هو العائد من الاستثمار في السندات

٥-شجرة القرار

شجرة القرار Decision Tree:

- **هي أداة مساعدة في عرض وتحليل أي مشكلة قرار في ظل المخاطرة. وهي تمثيل تصويري للعناصر المرتبطة بمشكلة القرار والعلاقات التي تربط بينهم. حيث تسهل على عملية اتخاذ القرار. وتكمن أهميتها في حالة القرارات ذات المراحل المتعددة والتي يصعب عرضها وتحليلها بمصفوفة عوائد أو تكاليف.**
- **غالبا ما تستخدم هذه الطريقة عند:**

١-اتخاذ قرارات بشأن المشاكل كبيرة الحجم أو متعددة المراحل (القرارات المتتالية).

٢-عندما يكون عدد الخيارات وكذلك حالات الطبيعة محصورة.

تمثيل شجرة القرار (Decision Tree Representation)

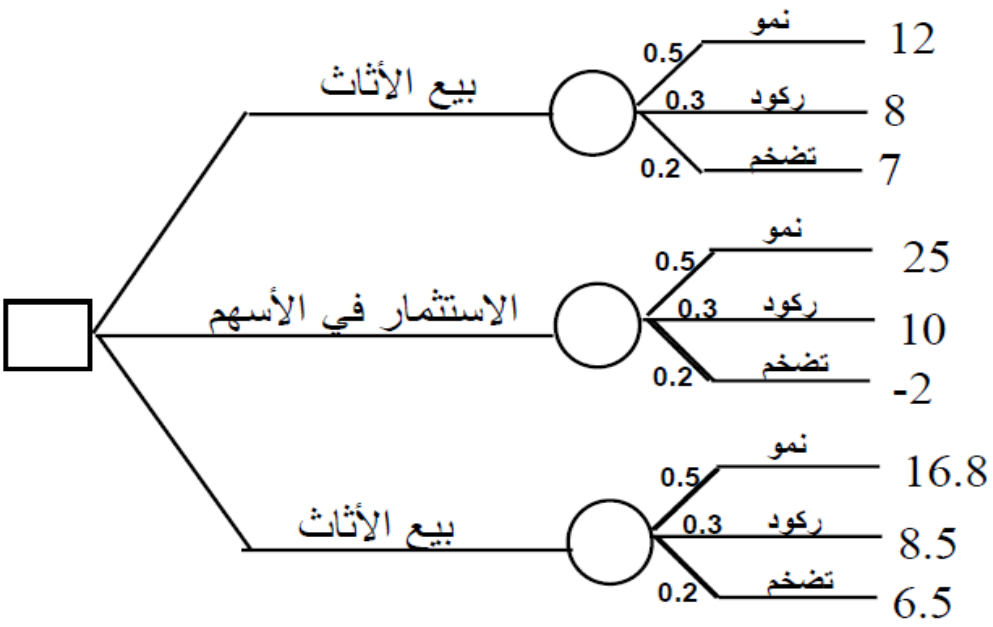
- عقدة قرار (اختيار بديل) تمثل بـ □
- عقدة مخاطرة أو عدم تأكد : القرار يمر بعدة حالات طبيعة تمثل بـ ○
- الروابط بين العقد تسلسل القرار
- أطراف الشجرة تمثل العائد النهائي للتابع القرار لهذا الطرف

مثال: ترغب شركة باستثمار مبلغ من المال خلال عام. ولدى الشركة ثلاث فرص استثمارية : شركة بيع أثاث ، أو شراء أسهم ، أو تسويق سيارات . وقد دلت الدراسات الإحصائية على أن الوضع الاقتصادي في البلد قد يكون إما في حالة نمو بنسبة 50% أو في حالة ركود بنسبة 30% أو في حالة تضخم بنسبة 20% . ومن خلال استقراء الشركة لحالات الاقتصاد تتوقع أن تكون نسبة الأرباح من كل نشاط كالتالي :

حالة النمو: بيع أثاث = 12 %	أسهم = 25 %	تسويق سيارات = 16.8 %
حالة الركود : بيع أثاث = 8 %	أسهم = 10 %	تسويق سيارات = 8.5 %
حالة التضخم :بيع أثاث = 7 %	أسهم = -2 %	تسويق سيارات = 6.5 %

ارسم شجرة القرار.

الشركة عليها أن تحدد أي البدائل ستختار في البداية
بعد بداية الاستثمار يمر القرار بحالات الطبيعة : نمو – ركود – تضخم

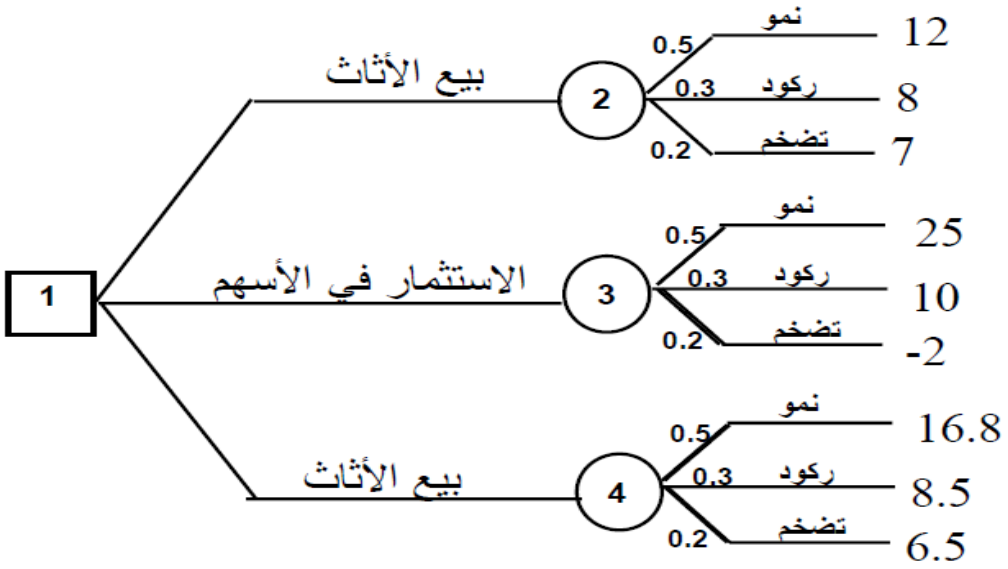


- لحل شجر القرار يجب تحديد معيار مناسب لتحديد القرار في حالة المخاطرة ومعيار مناسب لتحديد القرار في حالة عدم التأكد
- يتم تقييم العقد على شجرة القرار ابتداء من أطراف (أوراق) شجرة القرار رجوعاً إلى جذر الشجرة
- تقيم عقدة المخاطرة على أساس معيار المخاطرة المناسب
- تقيم عقدة عدم التأكد على أساس معيار حالة عدم التأكد المناسب
- تقيم عقدة القرار (الاختيار) على أساس أفضل البدائل عند هذه العقدة:
  - الأكبر في حالة الأرباح
  - الأقل في حالة التكاليف

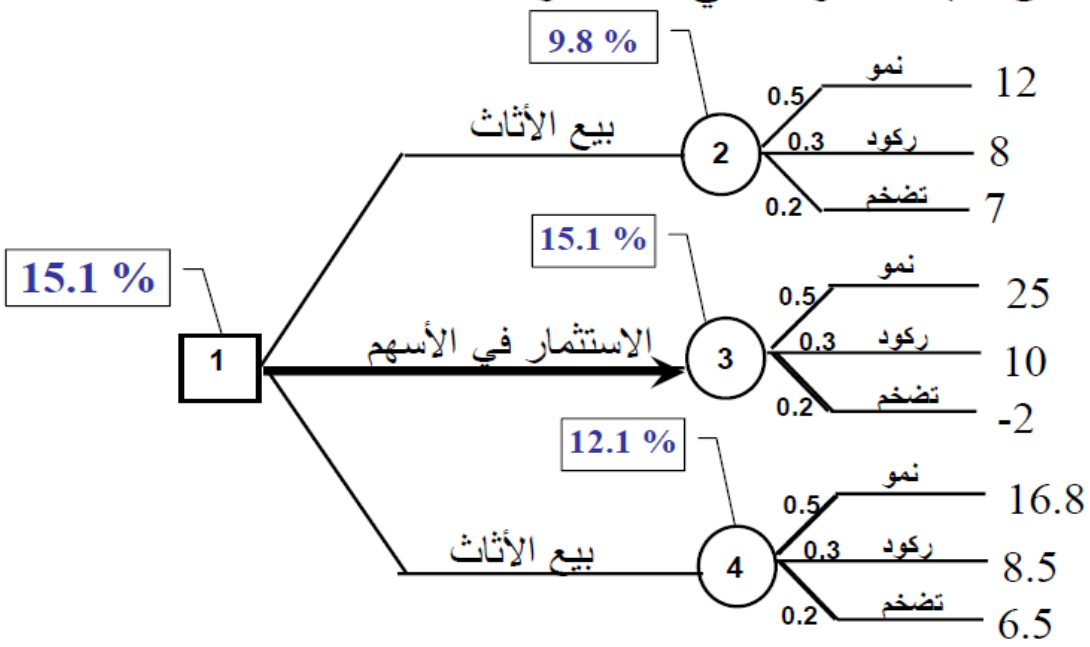
- تقييم عقدة المخاطرة i هو E[i]
- تقييم عقدة القرار i هو D[i]

$$E[2] = 0.5(12) + 0.3(8) + 0.2\ (7) = 9.8\ \%$$
$$E[3] = 0.5(25) + 0.3(10) + 0.2(-2) = 15.1\ \%$$
$$E[4] = 0.5(16.5) + 0.3(8.5) + 0.2(6.5) = 12.1\ \%$$

التقييم على أساس القيمة المتوقعة في المخاطرة



التقييم على أساس القيمة المتوقعة في المخاطرة



المحاضرة العاشرة: جدولة المشاريع CPM & PERT

- ✓ طريقة المســـار الحرجCPM = Critical Path Method
- ✓ **طريقة تقييم المشـــاريع ومـراجعتهـــا** PERT=Project Evaluation & Review Technique

❖ **الاختلاف:**

- **أزمنة مؤكدة في طريقة المسار الحرج**
- **أزمنة احتمالية في طريقة تقييم المشاريع ومراجعتها**

تستخدم جدولة المشاريع من قبل الإداريين لضمان إنجاز المشروع في الوقت المحدد لإيجاد مؤشرات منبهة للحالات الغير اعتيادية حين ظهورها والمرونة في إعادة تخطيط المشروع وفقا لذلك وتشخيصها في ثلاث مراحل تنفيذية:

أولاً: إنشاء شبكة الأعمال للمشروع :

- ✓ **تحليل المشاريع إلى أنشطة وأحداث .**
- ✓ **تتابع الأنشطة والأحداث .**
- ✓ **رسم تخطيطي للمشروع**
- ✓ **تقدير الأزمنة لكل نشاط**

ثانياً: تخطيط المشروع :

تعريف أنشطة المشروع حسب التسلسل الزمني وتحديد التالي :

- ✓ **أنشطة والأحداث الحرجة .**
- ✓ **المسار الحرج .**
- ✓ **حساب الفائض من كل نشاط .**

ثالثاً: ضـبـط المشروع :

تقدير مراقبة الأنشطة ومتابعتها :

- ✓ **مراقبة الأزمنة ومقارنتها مع خطة المشروع النظرية .**
- ✓ **محاولة قدر المستطاع إتباع الخطة المقرر تنفيذها .**

- ✓ نقل الإمكانيات من نشاط ذات فائض إلى الحرج إن أمكن

فإن أهمية أسلوب المسار الحرج، وبيرت تكمن في الخطوات التالية :

- ✓ مساعدة المدراء على التعرف على الأنشطة الحرجة .
- ✓ حساب مرونة الأنشطة غير الحرجة لإتاحة الفرص لنقل الموارد إلى الأنشطة الحرجة .
- ✓ التعرف على الأزمنة المبكرة والمتأخرة لانتهاء المشروع .
- ✓ حساب التكلفة النهائية للمشروع.

المصطلحات المستخدمة في جدولة المشاريع:

المصطلح	التعريف
الحدث Event	هو الوصول إلى نقطة معينة من الزمن و لا يحتاج إلى بداية ونهاية زمنية.
النشاط Activity	هو مجهود يحتاج إلى نقطة بداية ونهاية وموارد لتنفيذه.
النشاط الوهمي Dummy Activity	النشاط الذي لا يحتاج إلى زمن أو موارد لإتمامه ويستعمل فقط للدلالة على تتابع الأنشطة منطقيا ويرسم بسهم متقطع.
النشاط الحرج Critical Activity	النشاط الذي إذا تم تأخير انتهائه فإنه يتسبب في تأخير المشروع.
المسار الحرج Critical Path	مجموعة من الأنشطة الحرجة، تبدأ من بداية إلى نهاية المشروع.
المشروع Project	عبارة عن مجموعة من الأنشطة والأحداث مرتبة حسب تسلسل منطقي.
شبكة الأعمال Network	عبارة عن مجموعة من الأنشطة والأحداث مرتبة بطريقة منطقية لتسلسل الأنشطة.
زمن البداية المبكر للنشاط Earliest Start	هو الزمن الذي يبدأ فيه النشاط إذا أنجزت جميع الأنشطة السابقة في أوقاتها . (ES)
زمن النهاية المبكر Earliest Finish	هو الزمن الذي يمكن أن ينجز فيه النشاط إذا بدأ في وقته المبكر (EF) نهاية مبكرة = بداية مبكرة + وقت النشاط
زمن النهاية المتأخر Latest Finish	هو أخر زمن يمكن إتمام النشاط فيه بدون أن يسبب تأخير لأية أنشطة لاحقة . (LF)
زمن البداية المتأخر Latest Start	هو أخر وقت يمكن أن يبدأ فيه النشاط بشرط عدم تأخير الأنشطة اللاحقة (LS) بداية متأخرة = نهاية متأخرة – وقت النشاط
الفائض) Slack Time	الفائض في النشاط = زمن بداية متأخر – زمن بداية مبكر ST = LS – ES

قواعد هامة في رسم الشبكة:

- ✓ يبدأ المشروع عند نقطة بداية وينتهي عند نقطة نهاية، تسمى النقطة الوهمية (Milestone).
- ✓ الترقيم يبدأ من بداية الشبكة إلى النهاية .
- ✓ لا يمكن البدء في عدد من العقد .
- ✓ لا يجوز العودة إلى النشاط السابق .
- ✓ لا يجوز ترك نشاط بدون تسلسل .
- ✓ تحديد الأزمنة وفترة السماح لكل نشاط

ES زمن البداية المبكر	EF زمن النهاية المبكر
Activity رمز النشاط	Time الوقت
LS زمن البداية المتأخر	LF زمن النهاية المتأخر

كيفية رسم الشبكة: كيفية تحديد أقرب موعد لبداية النشاط (ES) وأقرب موعد لنهاية النشاط (EF):

١) ابدأ من بداية المشروع وتقدم أمام الشبكة.

٢) حدد أقرب موعد لبدء المشروع بحيث يكون مساوي للصفر.

٣) احسب أقرب موعد لنهاية كل نشاط من خلال إضافة المدة التي تستغرقها إلى أقرب موعد لبدايته.

٤) بالنسبة لكل نشاط متسلسل لا يسبقه مباشرة إلا نشاط واحد، حدد أقرب موعد لبدايته بحيث يكون مساوي لأقرب موعد لنهاية النشاط السابق .

٥) بالنسبة لكل نشاط متسلسل يسبقه أكثر من نشاط واحد، حدد أقرب موعد لبدايته بحيث يكون مساوياً لأقرب موعد نهاية للأنشطة السابقة .

٦) دوّن أقرب موعد بداية، وأقرب موعد نهاية .

٧) كرر الخطوات من (3) إلى (6) حتى تصل إلى نهاية المشروع. لا يمكن تحديد أقرب موعد لبداية نشاط إلا بعد تحديد أقرب موعد لنهاية جميع الأنشطة السابقة له .

حساب فترات السماح والأنشطة الحرجة:

١) بالنسبة لكل نشاط يتطابق أقرب موعد لبدايته مع آخر موعد لبدايته، وأقرب موعد لنهايته وآخر موعد لنهايته، فإن فترة سماحه تساوي صفر.

٢) وفيما عدا ذلك، فإن فترة السماح هي الفرق الزمني بين أقرب وآخر موعد لبداية كل نشاط، أو بين أقرب وآخر موعد لنهاية، أي:

$$ST = LS - ES \quad \text{أو} \quad ST = LF - EF$$

3) راجع الحسابات الخاصة بكل نشاط بإضافة المدة التي يستغرقها، وفترة السماح الخاصة به إلى تاريخ أقرب موعد لبدايته .حيث يجب أن يساوي المجموع تاريخ آخر موعد لنهاية النشاط.

4) أي نشاط تساوي فترة سماحة صفراً هو نشاط حرج.

5) تسلسل الأنشطة الحرجة من بداية إلى نهاية المشروع هو المسار الحرج للمشروع .

المحاضرة الحادية عشرة

✓ مثـــال على رسم شبكـات الأعمـــال

قوانين تحكم مرحلة التقدم الى الأمـــام Forward Pass

ES = Earliest Start for activity I وقت البداية المبكر

EF = Earliest Finish for activity I وقت النهاية المبكر

T = Time الوقت اللازم لإنجـاز النشـــاط

$$EF = ES + T$$

وقت النهاية المبكر = وقت البداية المبكرة + وقت النشاط.

ES = Max (EF of the activities directly preceding it)

وقت البداية المبكر = (أعظم قيمة) للنهايات المبكرة للأنشطة السابقة.

قوانين تحكم مرحلة الرجوع الى الخلف Backward Pass

LS = Latest Start for activity I وقت البداية المتأخر

LF = Latest Finish for activity I وقت النهاية المتأخر

$$LS = LF - T$$

وقت البداية المتأخرة = وقت النهاية المتأخرة - وقت النشاط

LF = Min (LS of the activities directly succeeding it)

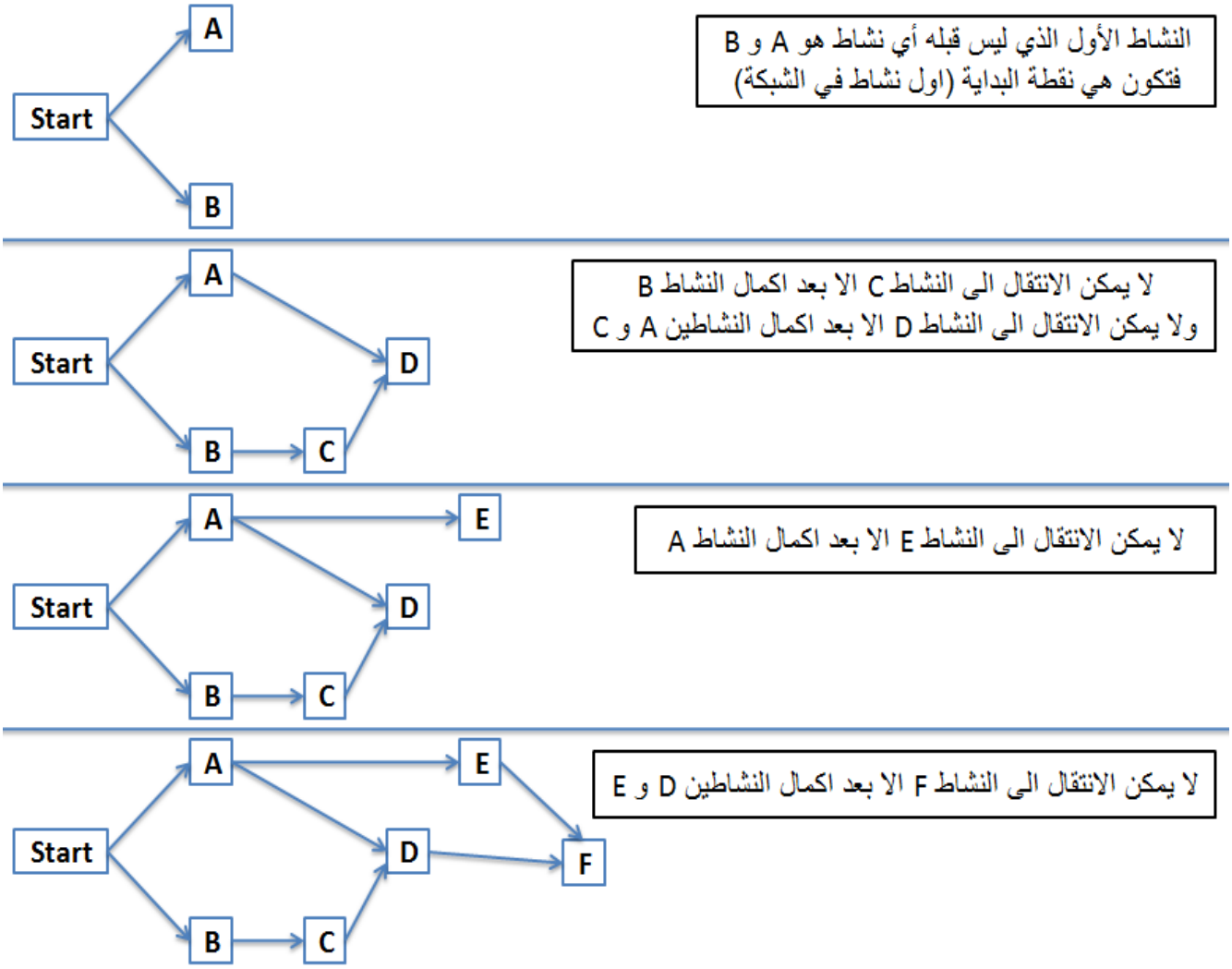
وقت النهاية المتأخرة = (اقل قيمة) للبدايات المتأخرة للأنشطة اللاحقة.

✓ **مثال على طريقة لرسم شبكة المشروع وطريقة المسار الحرج**

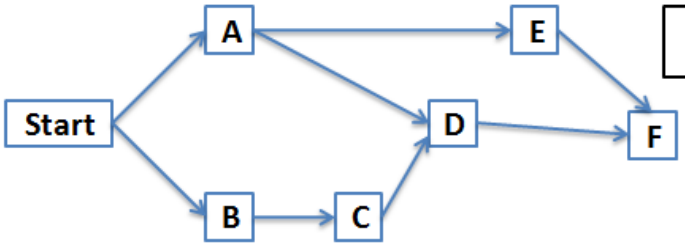
الجدول التالي يمثل الأنشطة والأنشطة السابقة لها مع الوقت اللازم لإكمـال النشـاط.

النشاط	النشاط السابق	الزمن
A	-	3
B	-	4
C	B	6
D	A,C	5
E	A	2
F	D,E	9

رسم الشبكة

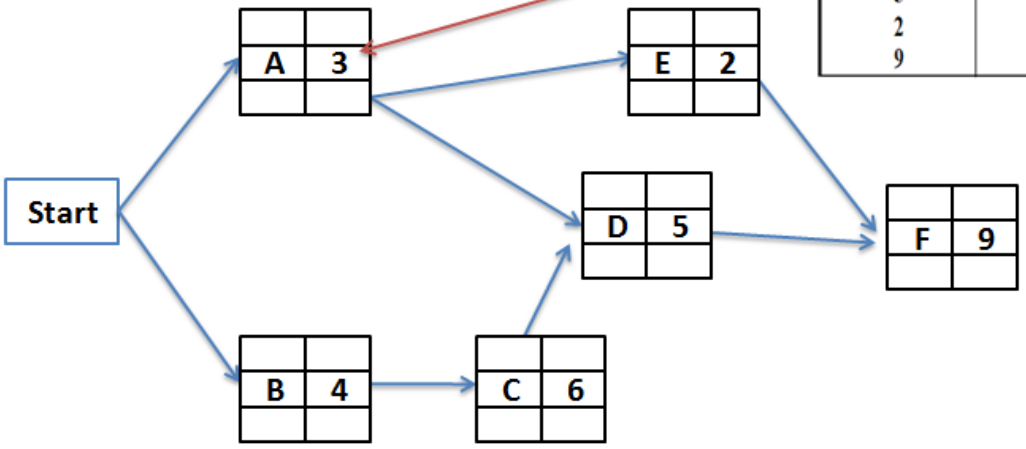


بعد اكتمال الشبكة يمكن تحويلها الى طريقة المسار الحرج



نفس مخطط الشبكة مع اضافة جداول لكل نشاط تحتوي على معطيات الوقت من الجدول

النشاط	النشاط السابق	الزمن
A	-	3
B	-	4
C	B	6
D	A,C	5
E	A	2
F	D,E	9



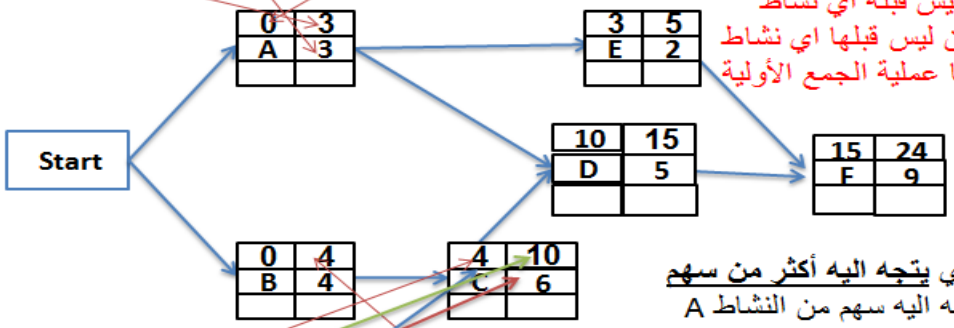
نطبق قانون التقدم الى الامام $EF = ES + T$

وقت النهاية المبكر = وقت البداية المبكرة + وقت النشاط (مدته)

Time + *Earliest Start* = *Earliest Finish*

نبدأ عملية التقدم للأمام FP (من اليسار الى اليمين) نقوم بعملية **جمع بداية النشاط الأول** + **مدته** والناتج في هذه الخانة

النشاط الأول هو الذي ليس قبله اي نشاط
وفي هذا المثال نجد نشاطين ليس قبلها اي نشاط
وهي A و B فتنطبق عليها عملية الجمع الأولية



يجب الانتباه الى النشاط الذي **يتجه اليه أكثر من سهم**
مثل النشاط D نجد انه يتجه اليه سهم من النشاط A وسهم من النشاط C
في هذه الحالة **نأخذ القيمة الأكبر** بين A(3) و C(10)
ثم نكمل عملية الجمع

ايضا النشاط F يتجه اليه سهم من النشاط E وسهم من النشاط D
في هذه الحالة نأخذ القيمة الأكبر بين D(15) و E(5)
ثم نكمل عملية الجمع

نهاية النشاط الأول تكون هي **بداية النشاط الذى يليه**

ونكمل عملية الجمع **بداية النشاط (4)** + **مدته(6)** = 10

المحاضرة الثانية عشر

يتبع PERT في حساب متوسط فترة إنجاز النشاط ثلاثة أزمنة تقديرية، وبالتالي فإن متوسط الفترة تفترض طريقة الأسلوب الاحتمالي.

١- أزمنة النشاط التقديرية: وتشمل ما يلي:

- الزمن المتفائل (S): هو أقل وقت لإتمام النشاط.
- الزمن الأكثر احتمالا (M): هو الزمن الأكثر تكرارا لإتمام النشاط.
- الزمن المتشائم (L): هو أطول زمن لإتمام النشاط.

٢- تقدير متوسط زمن أداء النشاط:

بعد تقدير الأزمنة الثلاثة يتم حساب متوسط زمن أداء النشاط، كالتالي:

$$\frac{S+4*M+L}{6}$$

زمن انتهاء المشروع النهائي يتبع التوزيع الطبيعي، وهذا يعني أن المشروع سوف ينتهي عند النقطة المحددة باحتمال ٥٠%.

1) تحديد أنشطة المشروع.

بعد حساب جميع التقديرات الزمنية للأنشطة ثم رسم شبكة الاعمال وتحديد المسار الحرج يتم تقدير التباين لجميع الانشطة الحرجة

$$\text{التباين} = \left(\frac{L-S}{6}\right)^2$$

ويقصد بالانحراف المعياري الابتعاد عن القيمة الزمنية المتوقعة (بالأيام، بالأسابيع، أو بالأشهر)، (إذا كان الانحراف المعياري يساوي (صفر) فيدل ذلك على أن التقديرات دقيقة، وإذا كبرت قيمة الانحراف المعياري، زادت درجة عدم اليقين في تقدير الأزمنة.

1) حساب التباين للمسار الحرج.

من خلال جميع التباين لكل الانشطة الحرجة

التباين للمسار الحرج = (تباين النشاط الحرج 1 + تباين النشاط الحرج 2 +٠ ٠ ٠+ تباين النشاط الحرج n)

المتفائل(S) + (4 * الأكثر احتمالا (M)) + المتشائم (L) / 6

$$\frac{S+4*M+L}{6}$$

رقم ثابت — رقم ثابت

لدينا المثال التالي والمطلوب :

الوقت المتوقع لكل نشاط

التباين لكل نشاط

زمن الانتهاء من المشروع (المسار الحرج)

النشاط	الزمن التقديري			الوقت المتوقع	التباين
	المتفائل S	الأكثر احتمالا M	المتشائم L		
A	2	4	6	4	0.44
B	1.5	3	4.5	3	0.25
C	3	4.5	7	4.6	0.44

نطبق قاعدة الوقت المتوقع : المتفائل(S) + (4 * الأكثر احتمالا (M)) + المتشائم (L) / $\frac{S+4*M+L}{6}$

الوقت المتوقع للنشاط A = 2 + 4(4) + 6 / 6 = 2 + 16 + 6 / 6 = 4

الوقت المتوقع للنشاط B = 1.5 + 4(3) + 4.5 / 6 = 1.5 + 12 + 4.5 / 6 = 3

الوقت المتوقع للنشاط C = 3 + 4(4.5) + 7 / 6 = 2 + 16 + 7 / 6 = 4.6

زمن انتهاء المشروع (طول المسار الحرج)

4 + 3 + 4.6 = 11.6

لتقدير التباين للأنشطة الحرجة نطبق قاعدة التباين = الزمن المتشائم (L) – الزمن المتفائل(S) / 6 الكل تربيع

$$\text{التباين} = \left(\frac{L-S}{6}\right)^2$$

رقم ثابت

تباين المسار الحرج

$$\left(\frac{6-2}{6}\right)^2 = \frac{4^2}{6^2} = \frac{16}{36} = 0.44$$

$$\left(\frac{4.5-1.5}{6}\right)^2 = \frac{3^2}{6^2} = \frac{9}{36} = 0.25$$

$$\left(\frac{7-3}{6}\right)^2 = \frac{4^2}{6^2} = \frac{16}{36} = 0.44$$

0.44 + 0.25 + 0.44 = 1.13

زمن انتهاء المشروع 11.6

تباين المسار الحرج 1.13

المحاضرة الثالثة عشر

المثال التالي يوضح كيفية:

١- رسم شبكة بسيطة

٢- حساب الوقت المتوقع

٣- تحديد المسار الحرج

٤- حساب التباين للأنشطة الحرجة

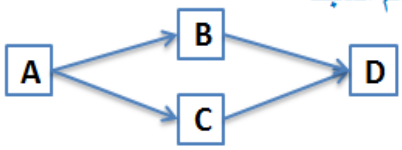
٥-

مثال: نفترض وجود مشروع بسيط مكون من أربعة أنشطة بالتسلسل التالي:

(هذا المثال شامل للمحاضرات 10 - 11 - 12)

النشاط	النشاط السابق	الزمن التقديري			الوقت المتوقع	التباين
		المتفائل S	الأكثر احتمالا M	المتشائم L		
A	..	2	4	7	4.1	0.69
B	A	3	16	20	14.5	8.02
C	A	4	7	7	6.5	—
D	B,C	3	6	8	5.8	0.69

① نرسم الشبكة



② نحسب الزمن المتوقع نطبق القاعدة

$$\frac{S+4*M+L}{6}$$

الوقت المتوقع للنشاط A = 2 + 4(4) + 7 / 6 = 2 + 16 + 7 / 6 = **4.1**

الوقت المتوقع للنشاط B = 3 + 4(16) + 20 / 6 = 3 + 64 + 20 / 6 = **14.5**

الوقت المتوقع للنشاط C = 4 + 4(7) + 7 / 6 = 4 + 28 + 7 / 6 = 6.5

الوقت المتوقع للنشاط D = 3 + 4(6) + 8 / 6 = 3 + 24 + 8 / 6 = **5.8**

③ نرسم مخطط الشبكة مع جداول لكل نشاط تحتوي على معطيات الوقت من الجدول ونقوم بعملية التقدم للامام والرجوع للخلف وتحديد الانشطة الحرجة

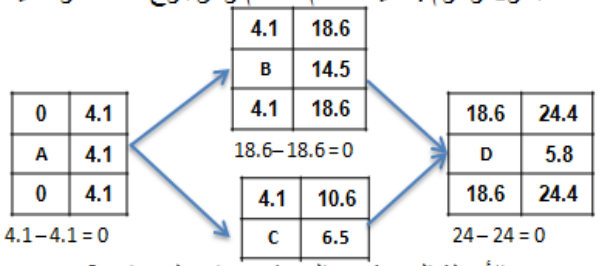
④ تقدير التباين للانشطة الحرجة نطبق القاعدة

$$\text{التباين} = \left(\frac{L-S}{6}\right)^2$$

$$A\ \left(\frac{7-2}{6}\right)^2 = \frac{5^2}{6^2} = \frac{25}{36} = 0.69$$

$$B\ \left(\frac{20-3}{6}\right)^2 = \frac{17^2}{6^2} = \frac{289}{36} = 8.02$$

$$D\ \left(\frac{8-3}{6}\right)^2 = \frac{5^2}{6^2} = \frac{25}{36} = 0.69$$



الأنشطة الحرجة هي التي يكون ناتج طرحها = 0

وهي A , B , D

وزمن المشروع هو مجموع اوقات الأنشطة الحرجة

A=4.1 , B=14.5 , D=5.8

4.1 + 14.5 + 5.8 = 24.4

زمن المشروع هو 24.4

⑤ تباين وقت المشروع = 0.69 + 8.02 + 0.69 = 9.4 الانحراف المعياري = $\sqrt{9.4}$

C لم يتم احتسابه في الجدول لأنه ليس له وقت حرج