

الأساليب الكمية في الإدارة

د/ملفي الرشدي

جامعه الملك فيصل تعليم عن بعد

الدفة الماسفة

المحاضرة الاولى

مفهوم الأساليب الكمية

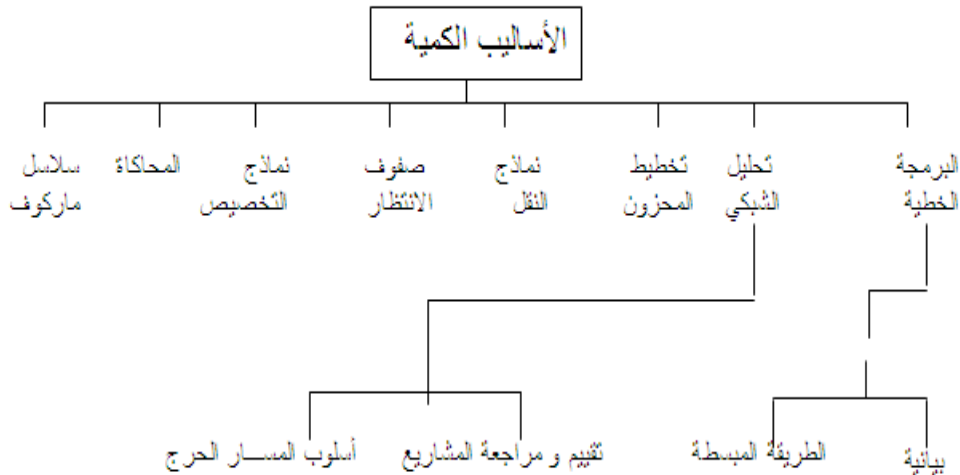
تعتبر الأساليب الكمية، أسلوب رياضي يتم من خلاله معالجة المشاكل الاقتصادية، الإدارية، التسويقية والمالية بمساعدة الموارد المتاحة من البيانات والأدوات والطرق التي تستخدم من قبل متخذي القرار لمعالجة المشاكل.

تعريف الأساليب الكمية

يمكن تعريفها بعدة تعاريف من بينها: " مجموعة الطرق والصيغ والمعدات والنماذج التي تساعد في حل المشكلات على أساس عقلائي " من هذا التعريف يمكننا إدراج مختلف هذه الأساليب تحت عنوان اشمل وهو بحوث العمليات حيث توجد عدة تعاريف من أبرزها.

التعريف الذي اعتمدته جمعية بحوث العمليات البريطانية بأنها " استخدام الأساليب العلمية لحل المعضلات المعقدة في إدارة أنظمة كبيرة من القوى العاملة، المعدات، المواد أولية، الأموال في المصانع والمؤسسات الحكومية وفي القوات المسلحة " أما جمعية بحوث العمليات الأمريكية فقد اعتمدت التعريف التالي: " تربط بحوث العمليات باتخاذ القرارات العلمية حول كيفية تصميم عمل أنظمة الصعدات، القوى العاملة وفقا للشروط تتطلب تخصيصها في الموارد النادرة "

الأساليب الكمية المستخدمة ضمن بحوث العمليات



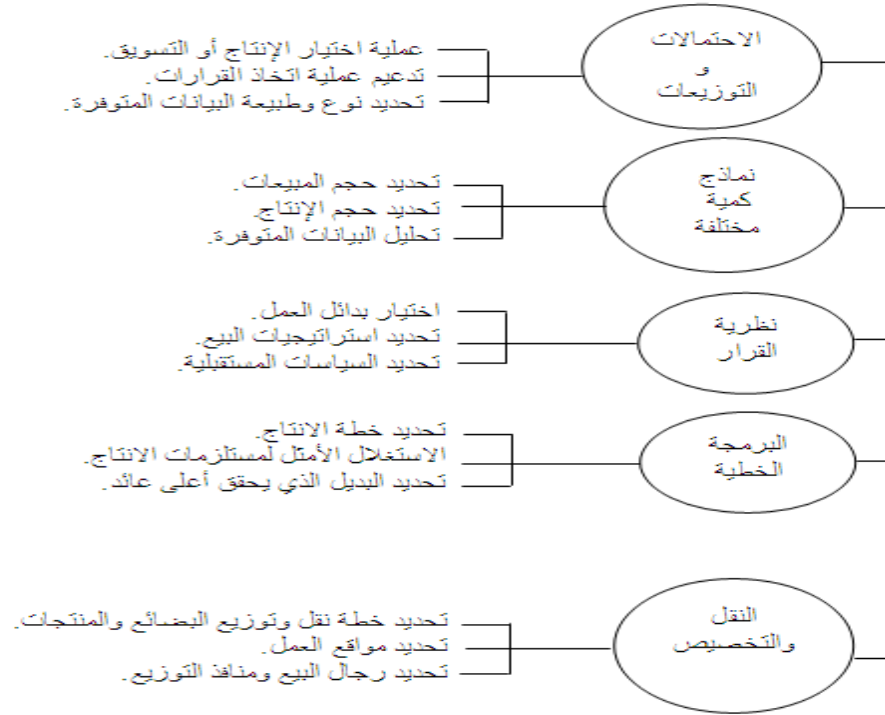
التطور التاريخي

- ✓ تعتبر بحوث العمليات امتداداً لحركة الإدارة العلمية على يد فردريك تايلور كتابه بعنوان (الإدارة العلمية 1911)، الذي دعا فيه إلى ضرورة استبدال طريقة الحكم الشخصي والتجربة والخطأ بطريقة أخرى تعتمد على البحث العلمي.
- ✓ بحوث العمليات ظهرت كحقل علمياً مستقلاً في بداية الحرب العالمية الثانية. حيث شكّلت بريطانيا والولايات المتحدة الأمريكية فرقاً من العلماء يشمل مختلف المجالات العلمية للبحث عن أفضل الأساليب والوسائل العلمية لاستخدامها في طريقة توزيع أفضل للقوات العسكرية، وكذلك في استخدام الأجهزة المتطورة كقاذفات القنابل والرادارات. سُمّيت مثل هذه الفرق بفرق بحوث العمليات.
- ✓ بعد نهاية الحرب، بدأت القطاعات الاقتصادية بالاستفادة من هذه الأساليب في زيادة إنتاجها وربحها عن طريق الاستغلال الأفضل لمواردها.
- ✓ أحد أهم العوامل التي ساعدت في تطور بحوث العمليات هو الرواج الاقتصادي الذي أعقب الحرب العالمية الثانية وما صاحب ذلك من الاتساع في استخدام المكننة والوسائل الآلية وتقسيم العمل والموارد، الأمر الذي أدى إلى ظهور مشاكل إدارية كثيرة ومعقدة مما دفع بعض العلماء والباحثين إلى دراسة تلك المشكلات وإيجاد أفضل الحلول لها.
- ✓ يعد ظهور الحاسب وتطوره السريع عاملاً أساسياً في ازدهار بحوث العمليات والتوسع في استخدامها.

أهمية بحوث العمليات

- وسيلة مساعدة في اتخاذ القرارات الكمية باستخدام الطرق العلمية الحديثة.
- يعتبر علم بحوث العمليات من الوسائل العلمية المساعدة في اتخاذ القرارات بأسلوب أكثر دقة وبعيد عن العشوائية الناتجة عن التجربة والخطأ.
- تعتبر بحوث العمليات فن وعلم في آن واحد فهي تتعلق بالتخصيص الكفاء للموارد المتاحة وكذلك قابليتها الجديدة في عكس مفهوم الكفاءة والندرة في نماذج رياضية تطبيقية.
- يسعى هذا العلم إلى البحث عن القواعد والأسس الجديدة للعمل الإداري، وذلك للوصول إلى أفضل المستويات من حيث الجودة الشاملة، ومقاييس المواصفات العالمية (الايزو).
- أنها تساعد على تناول مشاكل معقدة بالتحليل والحل والتي يصعب تناولها في صورتها العادية.
- أنها تساعد على تركيز الاهتمام على الخصائص الهامة للمشكلة دون الخوض في تفاصيل الخصائص التي لا تؤثر على القرار، ويساعد هذا في تحديد العناصر الملائمة للقرار واستخدامها للوصول إلى الأفضل.

استخدامات بحوث العمليات



نماذج بحوث العمليات

- I. البرمجة الخطية Linear programming
- II. البرمجة العددية Integer programming
- III. المحاكاة Simulation
- IV. التحليل الشبكي Network analysis
- V. نظرية صفوف الانتظار Queuing theory
- VI. البرمجة الديناميكية Dynamic programming
- VII. نظرية القرارات Decision Theory
- VIII. البرمجة اللاخطية Non-Linear Programming

استخدام بحوث العمليات في منظمات الأعمال

الإدارة المالية	إدارة الموارد البشرية	التخزين	النقل والتسويق	الإنتاج وإدارة العمليات	الوظائف الاساليب
توزيع الموارد الحالية بشكل أمثل للموارد البشرية	الاستغلال الأمثل للموارد البشرية			تخطيط الإنتاج	البرمجة الخطية
		نقل المشتريات من المخزن	تسويق المصانع	تداول بين خطوط الإنتاج	نماذج النقل
			تدفق الموارد والسلع	تنفيذ المشاريع	شبكات الأعمال
تحديد أفضل الفوائد المستثمرة		تحديد مصدر الشراء الأفضل		طرح منتج حديث	تحليل القرار
		تحديد حجم الدفعة الاقتصادية			السيطرة على المخزون

نموذج قرار بسيط

- **نموذج القرار:** أداة لتلخيص مشكلة القرار بطريقة تسمح بتعريف و تقييم منظم لكل بدائل القرار في المشكلة.

- **عناصر نموذج القرار:**

- تحديد بدائل القرار.
- تصميم مقاييس او معايير لتقييم كل بديل.
- استخدام هذا المعيار كأساس لاختيار أفضل بديل من البدائل المتاحة.

المحاضرة الثانية

❖ مصطلحات هامة في بحوث العمليات

System النظام

عبارة عن مجموعة من العناصر المتداخلة المرتبطة معاً في علاقات معينة ومعزولة الى حد ما عن أي نظام آخر.
مثال: الطائرة، شركة تجارية

✓ الانظمة الحتمية Deterministic systems

يتم التنبؤ عن سلوك عناصر النظام بطريقة محددة تماماً (جميع متغيرات النظام معروفة).

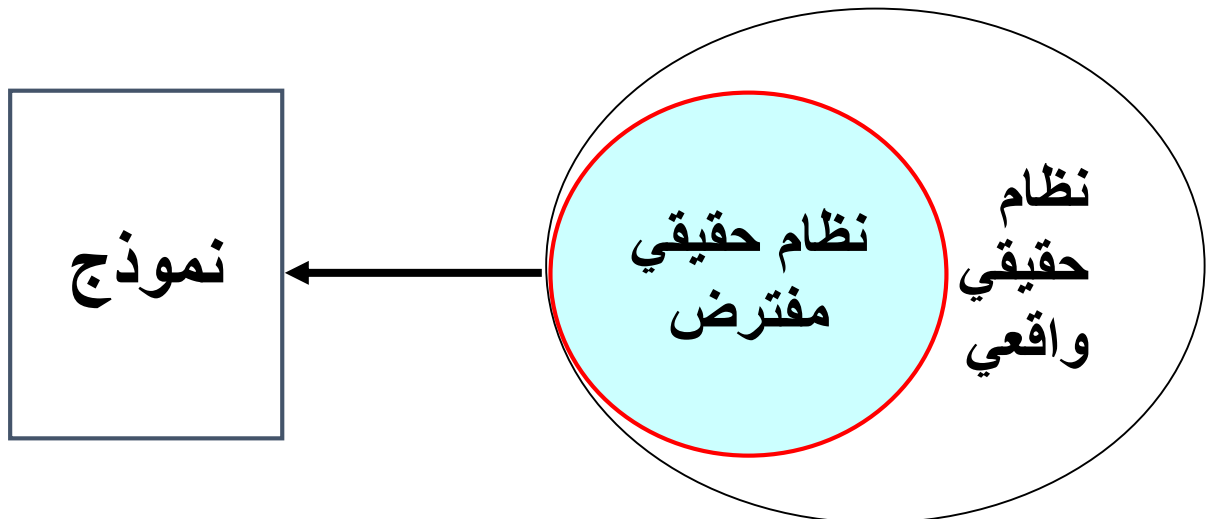
✓ الانظمة الاحتمالية Probabilistic systems

تخضع بعض العناصر الى مفهوم التوزيعات الاحصائية بسبب اعتمادها على الاحداث العشوائية التي تتغير باستمرار.

Modeling النمذجة

The Model النموذج

صورة مبسطة للتعبير عن نظام عملي من واقع الحياة او فكرة مطروحة لنظام قابل للتنفيذ.



➤ مراحل دراسة بحوث العمليات

- ١) الملاحظة Observation ادراك وجود المشكلة وتحديد لها (حقائق، آراء , اعراض)
- ٢) تعريف المشكلة Problem definition تعريف المشكلة بعبارات محددة وواضحة (الهدف، المتغيرات، الثوابت والقيود المفروضة)
- ٣) بناء النموذج Model construction تطوير النموذج الرياضي الذي يتفق مع اهداف المسألة
- ٤) حل النموذج Model solution التوصل الى الحل الذي يحقق أفضل قرار
- ٥) التحقق من صحة النموذج Model validity عن طريق مقارنة النتائج مع قيم سبق اختبارها او عن طريق استخدام الاختبارات الاحصائية
- ٦) تنفيذ النتائج implementation ترجمة النتائج الى تعليمات تشغيلية تفصيلية

➤ البرمجة الرياضية Mathematical Programming

العلم الذي يبحث في تحديد القيمة (او القيم) العظمى او الصغرى لدالة محددة تسمى دالة الهدف Objective function (O.F) والتي تعتمد على عدد نهائي من المتغيرات Variables. وهذه المتغيرات قد تكون مستقلة عن بعضها او قد تكون مرتبطة مع بعضها بما يسمى القيود Constraints

➤ البرمجة الخطية Linear Programming

- ❖ حالة خاصة من البرمجة الرياضية
- ❖ دالة الهدف & القيود ----- > خطية
- ✓ البرمجة (Programming)
- ✓ الخطية ((Linearity))

☒ مكونات نموذج البرمجة الخطية

- وجود عدد من المتغيرات (متغيرات القرار decision variables) التي يجب تحديد قيمها للوصول الى الهدف المنشود. سنرمز لهذه المتغيرات بـ

$$X_1, X_2, \dots, X_n$$

مثال:

1-كمية الانتاج لسلع معينة (طاولات، اقلام، سيارات، حقائب)

- وجود هدف يُراد الوصول اليه، ويعبر عنه رياضياً بدالة خطية تسمى دالة الهدف وتأخذ الشكل العام التالي:

$$Z = \sum_{j=1}^n C_j X_j$$

حيث C_j اعداد حقيقية تسمى بمعاملات المتغيرات
($j = 1, 2, \dots, n$)

وتصنف الاهداف الى مجموعتين:

- A. تعظيم دالة الهدف (Maximization) السعي الى تحقيق الربح لأقصى حد ممكن. سنرمز له

$$Max \quad Z = \sum_{j=1}^n C_j X_j$$

- B. تصغير دالة الهدف (Minimization) السعي الى تخفيض التكاليف لأدنى حد ممكن

$$Min \quad Z = \sum_{j=1}^n C_j X_j$$

- وجود علاقة بين المتغيرات يعبر عنها رياضياً بمتباينات تسمى القيود الخطية (قيود المسألة) constraints وتأخذ أحد الشكلين:

$$\sum_{i=1}^m a_{ij} x_j \leq b_i$$

غالباً إذا كانت الدالة من نوع التعظيم أي max

$$\sum_{i=1}^m a_{ij} x_j \geq b_i$$

غالباً إذا كانت الدالة من نوع التصغير أي Min

حيث

n تعبر عن عدد المتغيرات

m تعبر عن عدد قيود المسألة

a_{ij} اعداد حقيقية تسمى بمعاملات المتغيرات في القيود

b_i اعداد حقيقية تعبر عن الموارد المتاحة او المتطلبات اللازمة لكل قيد من القيود

المتغيرات = الأعمدة , , , , , القيود = الصفوف

✚ وجود شروط أخرى بصرف النظر عن الهدف

- ❖ كأن لا تقل قيمة أحد المتغيرات عن كمية معينة بسبب التزامات معينة.
- ❖ كأن لا تزيد قيمة أحد المتغيرات عن كمية معينة بسبب وجود منافسة على سبيل المثال.

- ❖ الاشتراط على المتغيرات ان تكون غير سالبة (شرط مفروض على جميع النماذج)

$$x_j \geq 0 \quad \text{قيد عدم السالبة}$$

⊗ الشكل العام في حالة التعظيم

داله الهدف

$$Max \quad \sum_{j=1}^n c_j x_j$$

s.t .

القيود عدم السالبة

$$\sum_{i=1}^m a_{ij} x_j \leq b_i$$
$$x_j \geq 0$$

⊗ صياغة نموذج برجة خطية

(١) تحديد المتغيرات x_j حيث $j=1,2,...,n$ وتعريفها مع تعريف وحدات القياس المستعملة لكل متغير

(٢) تحديد معاملات المتغيرات في دالة الهدف c_j مع تعريف الوحدات المستخدمة لقياس هذه المعامل

(٣) تحديد دالة الهدف مع التأكد من استخدام وحدات القياس نفسها

(٤) تحديد معاملات المتغيرات في القيود a_{ij} مع وحدات القياس المناسبة لكل معامل

(٥) تحديد معاملات الطرف الايمن (الموارد او الالتزامات) b_i مع وحدات القياس المناسبة لكل معامل

(٦) قيد عدم السالبة

المحاضرة الثالثة

مبحث العمليات.

مراحل بناء النموذج الخطي

البرنامج الخطي لا يطالبنا بإيجاد ناتج فقط مطالبين بناء او صياغة برنامج خطي

مثال ١

تقوم الشركة العربية للمنظفات بإنتاج أنواع مختلفة من مساحيق غسيل الملابس. إذا تسلمت الشركة طلبات من أحد التجار للحصول على 12 كيلو جرام من مسحوق معين من منتجات الشركة. إذا كان المسحوق المطلوب يتم تصنيعه من خلال مزج ثلاثة أنواع من المركبات الكيميائية هي C, B, A

إذا علمت أن المواصفات المطلوبة لهذا المسحوق كما ورد في الطلب كانت ما يلي:

I. يجب أن يحتوي المسحوق على 3 كيلو جرام على الأقل من المركب B

II. يجب ألا يحتوي المسحوق على أكثر من 900 جرام من المركب A

III. يجب أن يحتوي المسحوق على 2 كيلو جرام بحد أدنى من المركب C

IV. يجب أن يحتوي المزيج على 4 كيلو جرام على الأكثر من A , C.

إذا علمت أن تكلفة تصنيع الكيلو جرام الواحد من المركب A تساوي 6 ريال، وأن تكلفة تصنيع الكيلو جرام من المركب B تساوي 12 ريال في حين تبلغ تكلفة تصنيع الكيلو جرام من المركب C تساوي 9 ريال.

$A=X1$	$A=6$
$B=X2$	$B=12$
$C= X3$	$C=9$

المتباينة تكون على ثلاثة أشكال $\geq$ (أكبر من أو يساوي) و $\leq$ (أصغر من أو يساوي) و $=$ (يساوي)

نبحث في القيود عن الكلمات التالية:

بحد أدنى، لا يقل عن، على الأقل، وهذه تكون $\geq$ (أكبر من أو يساوي)

بحد أعلى، بحد أقصى، لا يزيد عن، على الأكثر وهذه تكون $\leq$ (أصغر من أو يساوي)

المطلوب: صياغة برنامج خطي

قبل بداية الحل:

- احدد دالة الهدف إذا تكلفة (min) وإذا أرباح (max)
- كلمة (تكلفة) تدل على أن الدالة من نوع التصغير (min)
- احدد المتغيرات وهي المعطيات مزيج (المركبات A_B_C) التي سوف نرمز لها برموز المتغير... x_1, x_2, x_3 حسب معطيات المسألة مع الانتباه لوحدة القياس المطلوبة الكيلو جرام والمسألة يوجد بها جرام لذلك لابد ان نحول للكيلو جرام
- القيود
- الانتباه لوحدة القياس المطلوبة او المستخدمة (وتوحيدها مثل ريال /ريال، طن /طن كيلو، كيلو)

نبدأ بالحل من معطيات المسألة:

أ- دالة الهدف رياضيا

$$\text{Min } z = 6x_1 + 12x_2 + 9x_3$$

ب-المتغيرات

S.T

$$x_2 \geq 3 \text{ المركب B}$$

$$x_1 \leq 900 \text{ المركب A (ملاحظه هنا أعطاني 900 جرام وأنا مطالب}$$

بالكيلو لذلك يجب ان أحول بقسمه 900 جرام /1000 كيلو = 0.9 كيلو جرام

واعيد كتابة قيد المركب A)

• $x_1 \leq 0.9$ المركب A

• $x_3 \geq 2$ المركب C

• $x_1 + x_3 \leq 4$ المركبين C,A

ج- قيد الطلبية (أي الشرط الذي يقيدني بمعنى أنظر لأي شرط بالمسألة واكتبه قيد طلبية)

• $x_1 + x_2 + x_3 = 12$ قيد الطلبية

• $x_1, x_2, x_3 \geq 0$ قيد عدم السالبية (وهذا القيد لابد ان يكتب بكل البرنامج الخطي)

وبكذا أنهينا البرمجة الخطية للمسألة.

▪ (ملاحظة: هذا الشكل العام للحل لكن بالاختبار يجي السؤال على شكل خيارات ويطلب مثلاً ان نختار دالة الهدف او قيد او متغير)

مثال ٢

تمتلك شركة مصنعاً صغيراً لإنتاج السيراميك من النوع الممتاز والعادي وتوزيع الإنتاج على تجار حيث تبلغ الكميات المتاحة A, B الجملة. يحتاج إنتاج السيراميك إلى نوعين أساسيين من المواد الخام

من كل منهما يومياً 12 طن, 25 طن على التوالي. الجدول التالي يظهر احتياجات إنتاج الطن من السيراميك الممتاز

A, B وإنتاج الطن من السيراميك العادي من المادتين الخام

المتاح بالطن	احتياجات السيراميك من المواد الخام الممتاز العادي	
12طن	1 طن عادي 2 طن ممتاز	A مادة خام
25 طن	3 طن ممتاز 4 طن عادي	B مادة خام

وقد أظهرت دراسات السوق ان الطلب على السيراميك العادي يزيد عن الطلب على السيراميك الممتاز، كما أظهرت دراسات السوق أيضا ان الحد الأقصى للطلب اليومي على السيراميك العادي هو 5 طن. يبلغ هامش ربح الطن من السيراميك الممتاز 3000 ريال في حين يبلغ هامش الربح من النوع العادي 2000 ريال.

المطلوب: صياغة برنامج خطى مناسب للمشكلة.

الحل:

نفس خطوات الحل للمسألة الأول (نحدد دالة الهدف + المتغيرات + القيود. ونضع بالأخير قيد عدم السالبية)

١- المتغيرات: من المسألة نوع السيراميك (ممتاز، والعادي) ونرمز لها برمز

x_1 = عدد الأطنان من السيراميك الممتاز

x_2 = عدد الأطنان من السيراميك العادي

٢- دالة الهدف: من كلمة أرباح (MAX)

$$\max z = 3000x_1 + 2000x_2$$

٣- القيود: S.T

- $2x_1 + x_2 \leq 12$ قيد المادة الخام A
- $3x_1 + 4x_2 \leq 25$ قيد المادة الخام B
- $x_2 \geq x_1$ قيد الطلب على النوعين
- $x_2 \leq 5$ قيد الطلب على السيراميك العادي
- $x_1, x_2 \geq 0$ قيد عدم السالبية

المحاضرة الرابعة

حل مسائل البرمجة الخطية

✓ Graphical Method طريقة الرسم البياني

✓ Simplex Method طريقة السمبلكس

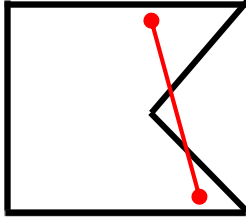
يعتمد على عدد المتغيرات في المسألة.

خصائص معالجة مشاكل البرمجة الخطية

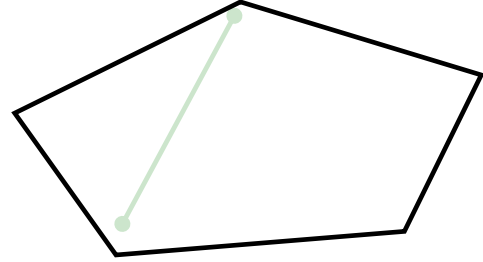
تقع جميع الحلول الممكنة في منطقة محدبة، وتكون مجموعة نقاطها مجموعة محدبة.

المنطقة المحدبة: هي المنطقة التي تكون فيها كل النقاط الواقعة على

الخط المستقيم الموصل بين أي نقطتين تقع كذلك في المنطقة المحدبة نفسها.



✓ مجموعة الحلول
الممكنة محدودة بعدد
نهائي من الجوانب



✓ أي حل أمثل لا بد وأن يقع على أحد أركان منطقة الحلول الممكنة (النقاط الركنية).

طريقة الرسم البياني

✓ الخطوة الأولى.

تحديد منطقة الحلول المقبولة أو الممكنة

Feasible solutions

التي تتحقق عندها المتباينات أو القيود

(منطقة تقاطع مناطق الحل للقيود = التي تتحقق عندها جميع قيود

المسألة)

✓ الخطوة الثانية

الحصول على قيمة دالة الهدف عند كل نقطة من نقاط رؤوس المضلع

المحدب (النقاط الركنية) في منطقة الحلول المقبولة، تكون عندها دالة

الهدف أكبر (أصغر) ما يمكن.

حالات خاصة في البرمجة الخطية

✓ قد يوجد تكرار (تحلل) Degenerate (في الطريقة المبسطة)

✓ قد يوجد حلول مثلى متعددة Optimal solutions (بمجرد النظر الى المسألة)

✓ قد لا يوجد لها حل Infeasible (من الرسم البياني)

✓ قد يوجد لها حل غير محدود Unbounded (من الرسم البياني)

خطوات طريقة الرسم البياني

- تحويل متباينات القيود الى معادلات، وعملية التحويل هذه تجعل القيد في صيغة معادلة خطية يمكن تمثيلها بخط مستقيم.
- تحديد نقاط تقاطع كل قيد مع المحورين والتوصيل بين هاتين النقطتين بخط مستقيم لكل قيد.
- رسم القيود على الشكل البياني بعد ان يتم تحديد نقاط التقاطع وتحديد منطقة الحل الممكن.
- تحديد الحل الأمثل (الحلول المثلى) والذي يقع على أحد نقاط زوايا المضلع (نقطة ركنية) من خلال:

- أ- إيجاد قيم المتغيرات عند هذه النقاط.
- ب- اختيار أكبر (أصغر) قيمة بعد التعويض بدالة الهدف

مثال معرض الهفوف للرفوف

الوقت المتاح يوميًا	الكراسي (للكراسي)	الطاولات (للتاولة)	ربح القطعة بالريال
2400	ساعة 4	ساعة 3	النجارة
1000	ساعة 1	ساعة 2	الطلاء

قيود أخرى:

- عدد الكراسي المصنعة لا يزيد عن 450 كرسي
- يجب تصنيع 100 طاولة على الأقل يوميًا

صياغة البرنامج الخطي

المتغيرات:

$$x_1 = \text{عدد الكراسي المصنعة}$$

$$x_2 = \text{عدد الطاومات المصنعة}$$

دالة الهدف من نوع تعظيم: Maximize

$$\max z = 7x_1 + 5x_2$$

قيد النجارة

$$3x_1 + 4x_2 \leq 2400$$

قيد الطلاء:

$$2x_1 + 1x_2 \leq 1000$$

قيود إضافية:

لا يمكن انتاج أكثر من 450 من الكراسي

$$x_2 \leq 450$$

يجب انتاج 100 طاولة بحد أدنى

$$x_1 \geq 100$$

قيود عدم السالبة:

$$x_1, x_2 \geq 0$$

الشكل العام للمسألة

$$\max z = 7x_1 + 5x_2$$

s.t.

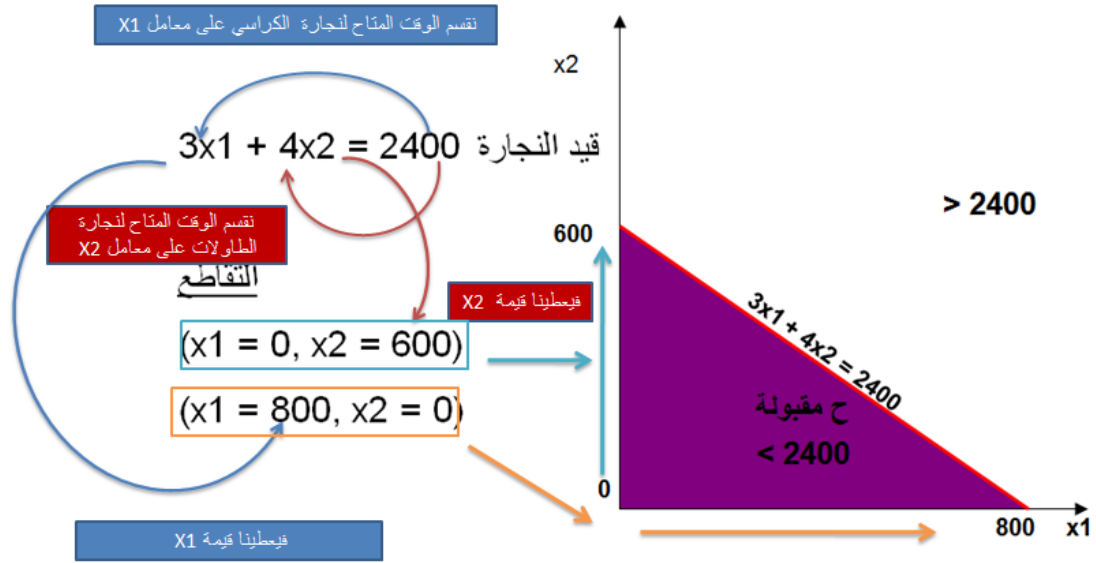
$$3x_1 + 4x_2 \leq 2400$$

$$2x_1 + 1x_2 \leq 1000$$

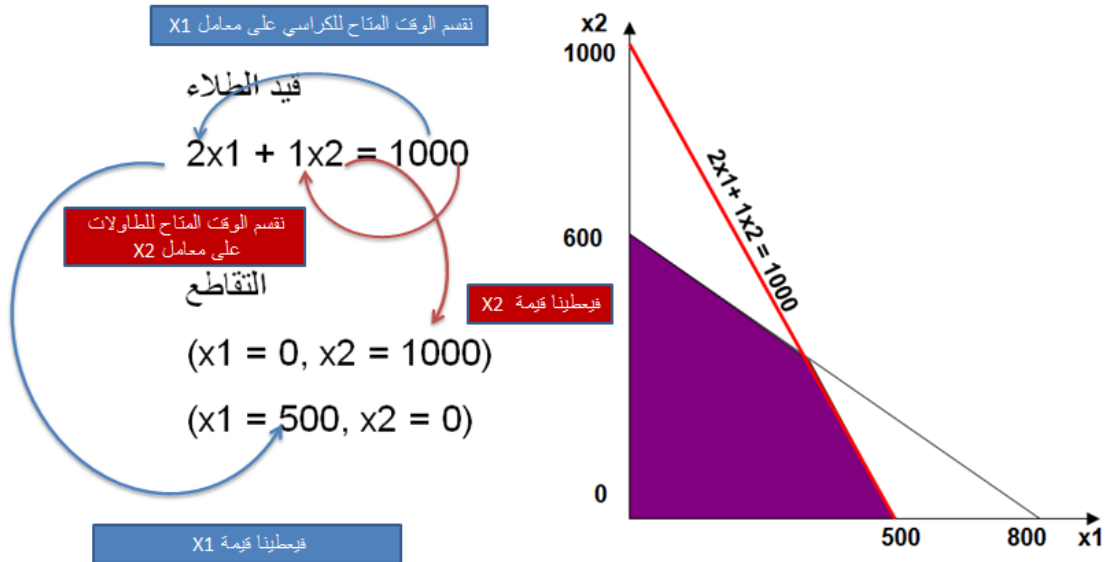
$$x_2 \leq 450$$

$$x_1 \geq 100$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$



يجب ملاحظة انه
لتحديد النقطة الاولى على الرسم البياني فاننا نبدأ من الأسفل الى الأعلى
وعند تحديد النقطة الثانية نبدأ من اليسار الى اليمين



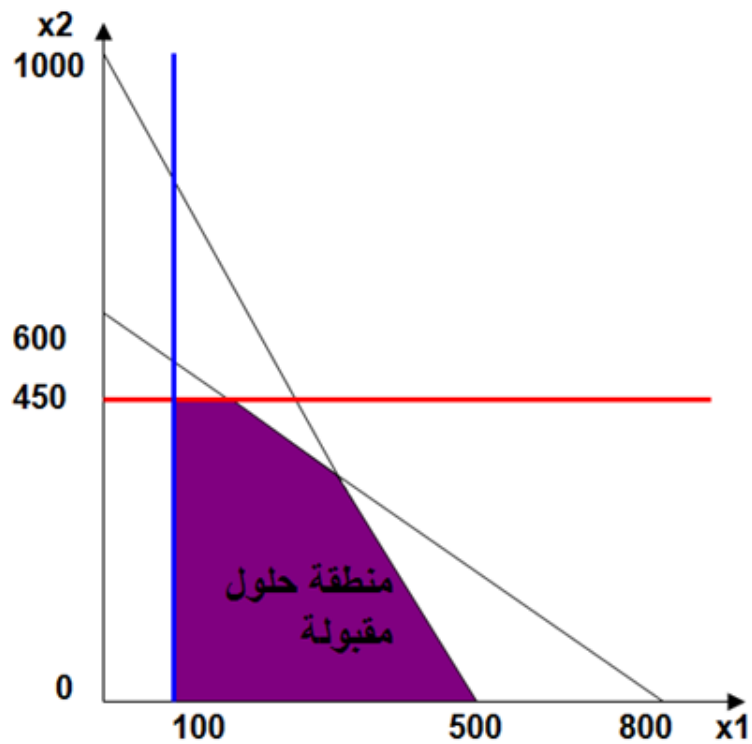
بعد رسم قيد الطلاء نقصت منطقة الحلول الممكنة

قيود الكراسي

$$x_1 = 450$$

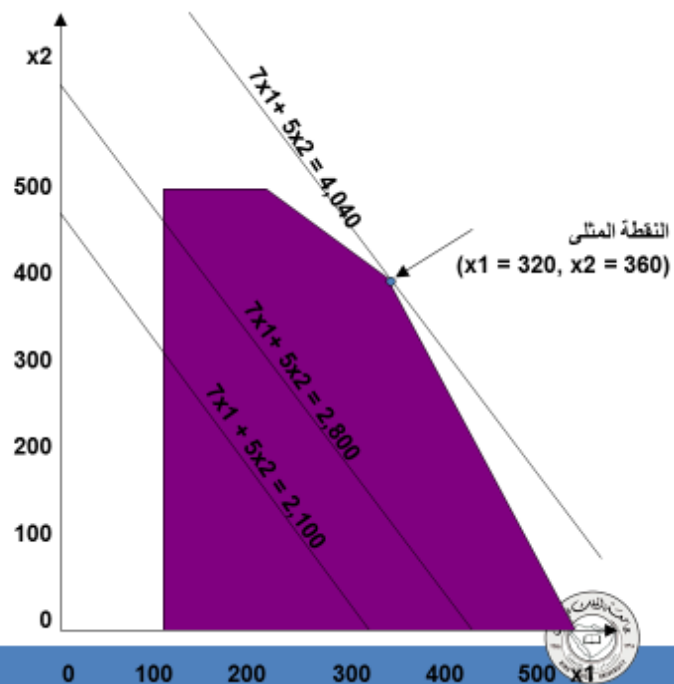
قيود الطاولات

$$x_1 = 100$$



وهنا بعد تحديد عدد الكراسي وعدد الطاولات نقصت منطقة الحلول الممكنة

خط دالة الهدف
 $7x_1 + 5x_2 =$ الربح



المحاضرة الخامسة

المسألة الأولى

دالة الهدف $\text{MAX } Z = 45x_1 + 65x_2$

s.t.

$$5x_1 + 15x_2 \geq 375$$

$$3x_1 + 6x_2 \leq 450$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

شرح المثال الأول باستخدام
الرسم البياني لتحديد الحل الأمثل

الحل

أولاً

نقوم بعمل مساواة بين طرفي القيود

نقسم قيمة القيد الثاني على معامل x_2 لمعرفة قيمة x_2
 $75 = 6 / 450$
نقسم قيمة القيد الثاني على معامل x_1 لمعرفة قيمة x_1
 $150 = 3 / 450$

x_1	0	150
x_2	75	0

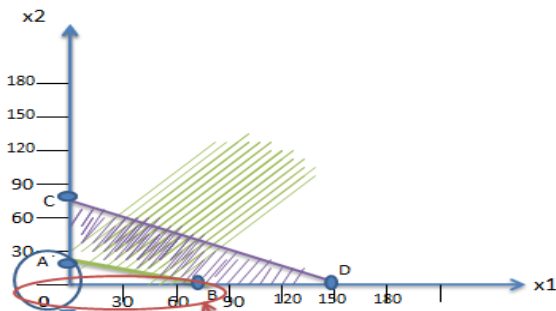
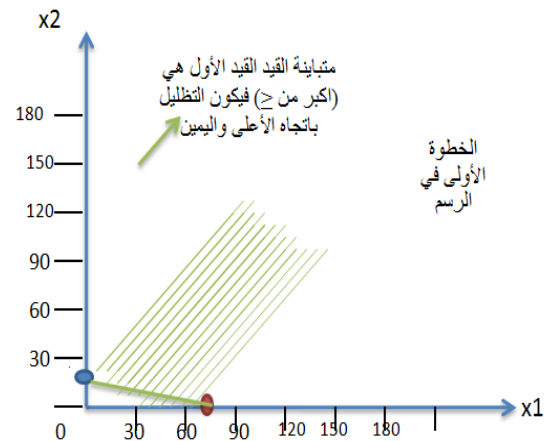
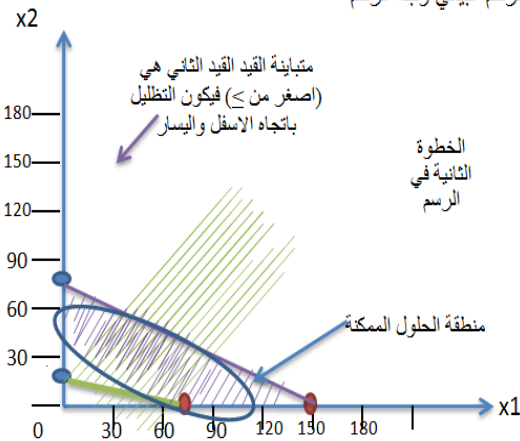
ثانياً
نقوم بعمل جداول لتحديد قيم x_1 و x_2 في جداول

نقسم قيمة القيد الأول على معامل x_2 لمعرفة قيمة x_2
 $25 = 15 / 375$
نقسم قيمة القيد الأول على معامل x_1 لمعرفة قيمة x_1
 $75 = 5 / 375$

x_1	0	75
x_2	25	0

ثالثاً

نبحث عن أكبر قيمة في الجداول (150) لتكون ضمن الرسم البياني ونبدأ الرسم



قمنا بتحديد النقاط الركنية وسميناها A B C D

x_1	0	75
x_2	25	0

x_1	0	150
x_2	75	0

النقاط	$Z = 45x_1 + 65x_2$
A (0,25)	$Z = 45(0) + 65(25) = 1625$
B (75,0)	$Z = 45(75) + 65(0) = 3375$
C (0,75)	$Z = 45(0) + 65(75) = 4875$
D (150,0)	$Z = 45(150) + 65(0) = 6750$

يجب قراءة الجدول بطريقة صحيحة
نقرأ الجدول من الأعلى إلى الأسفل

وبما أن دالة الهدف MAX يعني نأخذ أكبر قيمة
عند النقطة D $Z = 6750$
حيث ننتج 150 من x_1 و 0 من x_2

المسألة الثانية

دالة الهدف $\text{MAX } Z = 6x_1 + 4x_2$

s.t.

$$10x_1 + 10x_2 \leq 100$$

$$7x_1 + 3x_2 \leq 42$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

شرح المثال الثاني باستخدام الرسم البياني لتحديد الحل الأمثل

الحل

أولاً

نقوم بعمل مساواة بين طرفي القيود

نقسم قيمة القيد الثاني على معامل x_2 لمعرفة قيمة x_2
 $6 = 7 / 42$
 نقسم قيمة القيد الثاني على معامل x_1 لمعرفة قيمة x_1
 $14 = 3 / 42$

القيد الأول $10x_1 + 10x_2 = 100$
 القيد الثاني $7x_1 + 3x_2 = 42$

نقسم قيمة القيد الأول على معامل x_2 لمعرفة قيمة x_2
 $10 = 10 / 100$
 نقسم قيمة القيد الأول على معامل x_1 لمعرفة قيمة x_1
 $10 = 10 / 100$

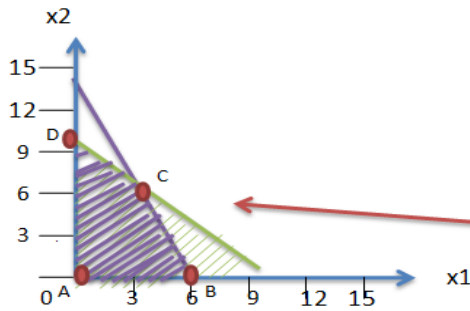
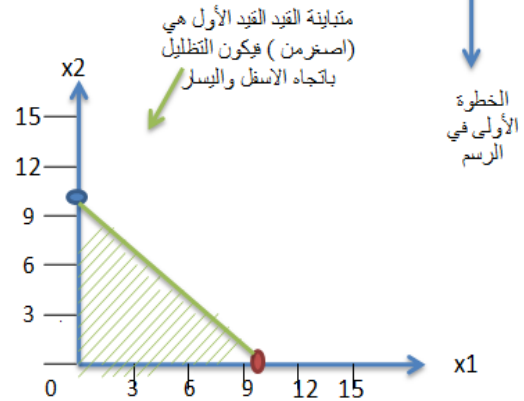
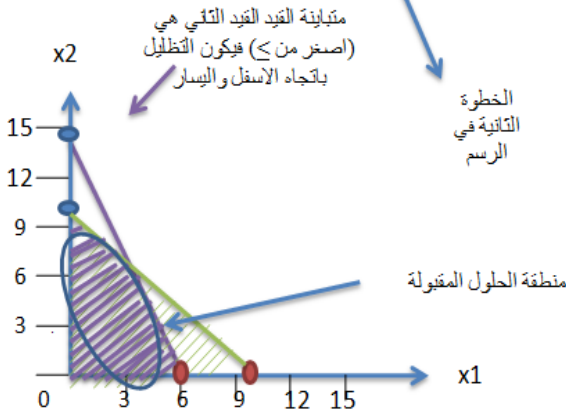
x_1	0	6
x_2	14	0

ثانياً
 نقوم بعمل جداول لتحديد قيم x_1 و x_2 في جداول

x_1	0	10
x_2	10	0

ثالثاً

نبحث عن أكبر قيمة في الجداول (14) لتكون ضمن الرسم البياني ونبدأ الرسم



الخطوة 1

كما نترجم النقاط الركنية (A B C D) وجميع قيم النقاط معروفة ما عدا النقطة C التي هي تقاطع الخط الأول مع الخط الثاني
 لمعرفة قيمة النقطة C نقوم بعملية ضرب عكسية للقيود

$$\begin{aligned} 10x_1 + 10x_2 &= 100 \\ 7x_1 + 3x_2 &= 42 \end{aligned}$$

الخطوة 2

نضرب معامل x_1 من القيد الثاني في كامل القيد الأول ونضرب معامل x_1 من القيد الأول في كامل القيد الثاني ونطرح القيدين من بعض فتظهر معنا قيمة x_2

تم نعرض بقيمة x_2 في القيد الآخر لنعرف قيمة x_1

الخطوة 4

النقاط	$Z = 6x_1 + 4x_2$
A (0,0)	$Z = 6(0) + 4(0) = 0$
B (6,0)	$Z = 6(6) + 4(0) = 36$
C (3,7)	$Z = 6(3) + 4(7) = 46$
D (0,10)	$Z = 6(0) + 4(10) = 40$

$$\begin{aligned} 10x_1 + 10(7) &= 100 \\ 10x_1 + 70 &= 100 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 10x_1 &= 100 - 70 \\ 10x_1 &= 30 \\ x_1 &= 30 / 10 = 3 \end{aligned}$$

قيمة x_1 هي 3

$$\begin{aligned} 70x_1 + 70x_2 &= 700 \\ 70x_1 + 30x_2 &= 420 \\ \text{الآن نغير اشارات جميع القيم في القيد الثاني ثم نطرح} \\ 70x_1 + 70x_2 &= 700 \\ -70x_1 - 30x_2 &= -420 \\ 40x_2 &= 280 \\ x_2 &= 280 / 40 = 7 \end{aligned}$$

قيمة x_2 هي 7

دالة الهدف MAX , نبحث عن أكبر قيمة , $Z=46$, عند النقطة C (3 و 7)

المحاضرة السادسة

الطريقة المبسطة Simplex Method

- المؤسس: Dr. Dantzing عام 1947
- وسيلة رياضية ذات كفاءة عالية في استخراج الحل الأمثل لمسائل البرمجة الخطية، بغض النظر عن عدد متغيرات المسألة.
- ساعد في انتشارها إمكانية برمجة المشكلات ذات العلاقة والتوصل الى نتائج باستخدام الحاسب الآلي.

اساسيات طريقة السمبلكس

- تقوم فكرة السمبلكس على وجود الحل الامثل دائما عند أحد اركان منطقة الحلول الممكنة. لكن بدلاً من ميزة رؤية هذه الاركان كما يظهرها الرسم البياني، تستخدم طريقة السمبلكس عملية التحسن التدريجي:

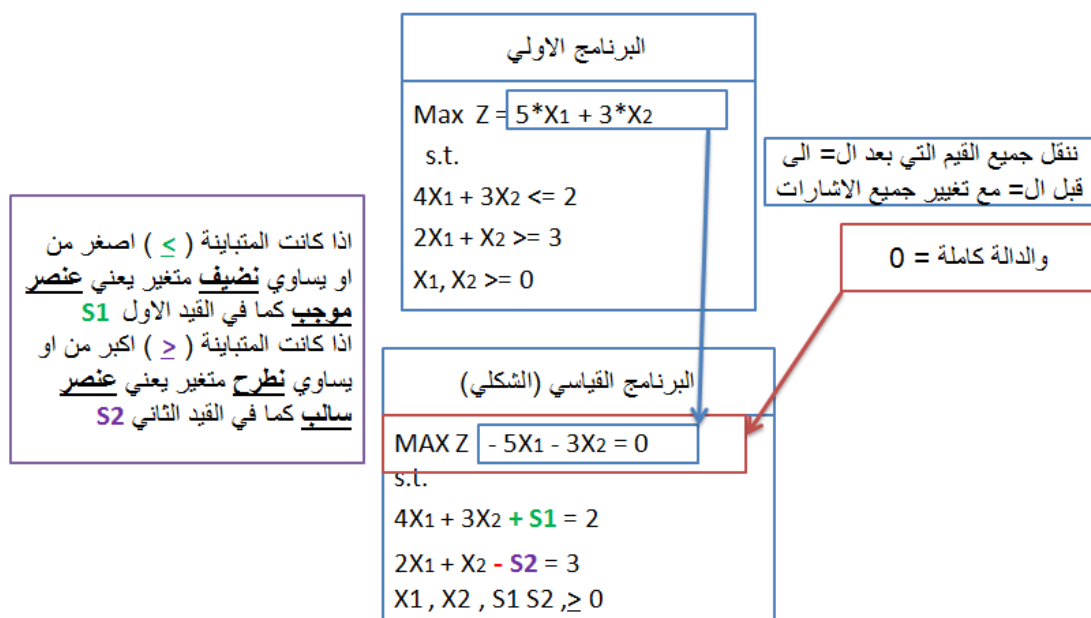
- (١) يجب ان يكون الركن التالي مجاور للركن الحالي
- (٢) لا يمكن ان يعود الحل في اتجاه عكسي الى ركن تم تركه.

الشكل القياسي (الصورة القياسية) Standard Form

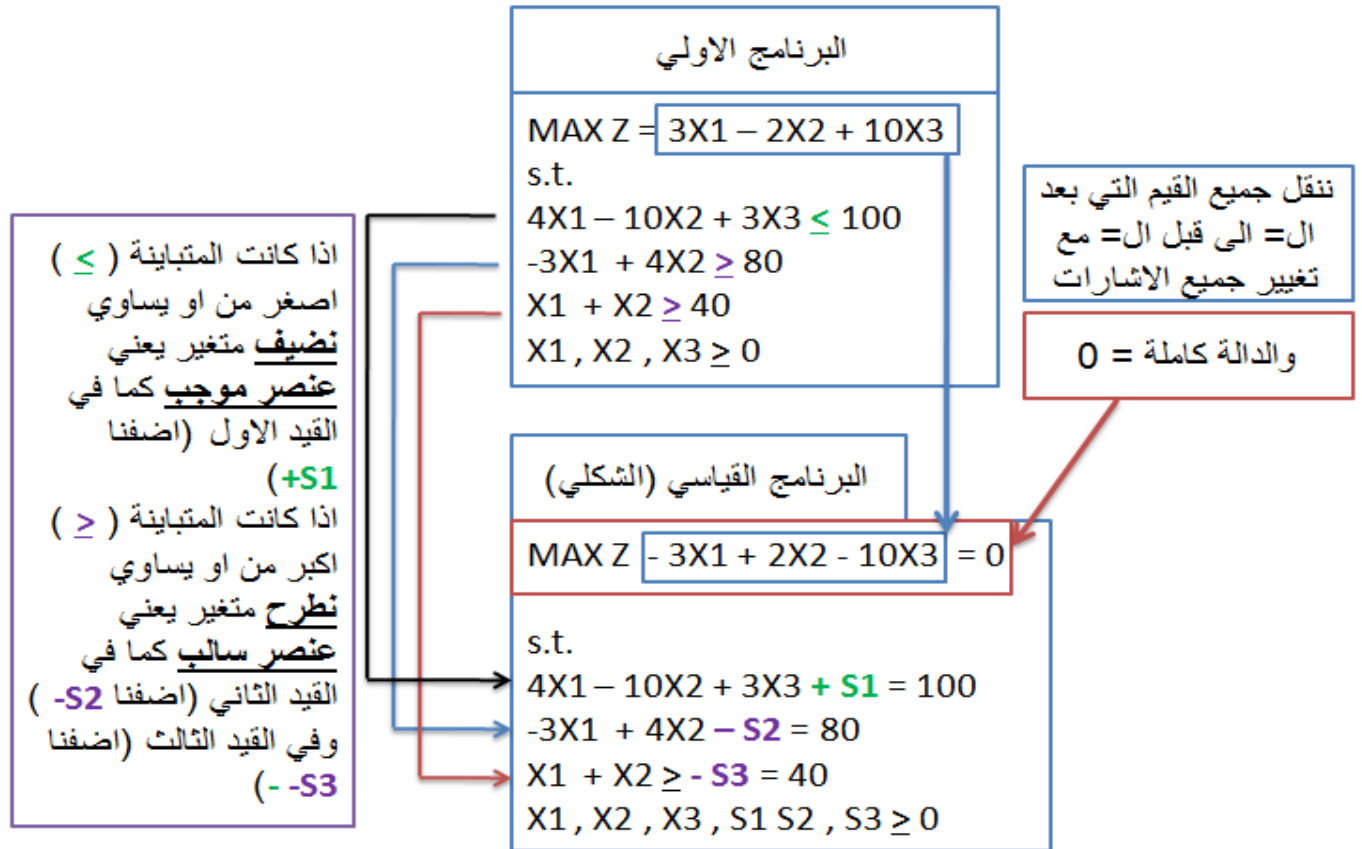
- يعتبر الشكل القياسي من الأشكال المهمة حيث لا يمكن تطبيق الطريقة المبسطة إلا بعد تحويل نموذج البرمجة الخطية الى الشكل القياسي:
١. تتخذ دالة الهدف صفة التعظيم أو التصغير.
 ٢. جميع القيود الموجودة على شكل متباينات تتحول الى مساواة في الشكل القياسي على الشكل التالي:

- إذا كانت إشارة القيد أقل من أو يساوي فإننا نضيف متغير راكد الى الطرف الأيسر في القيد.
- إذا كانت إشارة القيد أكبر من أو يساوي فإننا نطرح متغير راكد من الطرف الأيسر في القيد.
- جميع المتغيرات (بما فيها المتغيرات الراكدة) غير سالبة.
- نقوم بنقل الطرف الأيمن من دالة الهدف الى الطرف الأيسر (عند Z) مع اضافة المتغيرات الراكدة بمعاملات صفيرية مساوية لعدد القيود.

المثال الثاني : تحويل البرنامج الاولي الى البرنامج (الشكلي) القياسي



مثال على تحويل نموذج البرمجة الخطية الى الشكل القياسي Standard Form



خطوات الحل باستخدام طريقة السمبلكس

اولاً: تحويل نموذج البرمجة الخطية الى الشكل القياسي Standard Form

ثانياً: تفريغ المعاملات الواردة في النموذج القياسي في جدول يطلق عليه جدول
الحل الابتدائي (الأولي)

المتغيرات الاساسية Basic Var.	المتغيرات غير الاساسية X1 X2 ... Xm			S1 S2 ... Sn			الثابت Solutions
S1	a11	a12...	a1m	1	0	... 0	b1
S2	a21	a22 ...	a2m	0	1	... 0	b2
:	:	:	:	:	:	:	:
Sn	an1	an2	anm	0	0	1	bn
Z	c1	c2 ...	cm	0	0	...0	0

$$\text{MAX } z = 10x_1 - 3x_2$$

s.t.

$$4x_1 + 3x_2 \leq 12$$

$$x_1 + 5x_2 \leq 10$$

$$x_1 \geq 2$$

$$x_1, x_2, \geq 0$$

الشكل القياسي:

$$\max z - 10x_1 + 3x_2 = 0$$

s.t.

$$4x_1 + 3x_2 + s_1 = 12$$

$$x_1 + 5x_2 + s_2 = 10$$

$$x_1 - s_3 = 2$$

$$x_1, x_2, s_1, s_2, s_3 \geq 0$$

المتغيرات الأساسية	X1	X2	S1	S2	S3	الثابت
S1	4	3	1	0	0	12
S2	1	5	0	1	0	10
S3	1	0	0	0	-1	2
Z	-10	3	0	0	0	0

ثالثاً: التحقق من الأمثلية يتم الحكم من خلال النظر الى صف Z فإذا كانت جميع قيم المعاملات في هذا الصف صفريه او موجبه فهذا يعني أننا قد توصلنا للحل الأمثل. أما إذا كان هناك على الاقل معامل واحد سالب فهذا يعني ان هناك مجال لتحسين الحل

رابعاً: تحسين الحل: تحديد المتغير الداخل والمتغير الخارج.

❖ المتغير الداخلي:

في مسائل التعظيم، المتغير الداخلي هو المتغير الذي له أكبر معامل سالب في دالة الهدف في جدول الحل. ويطلق عليه العمود المحوري Pivot Column

❖ المتغير الخارج:

يتحدد عن طريق قسمة عمود الثوابت على القيم المناظرة لها في العمود المحوري مع إهمال المتغيرات ذات القيم السالبة أو الصفرية. ويكون المتغير الخارج هو ذلك المتغير في الصف الذي يتضمن أقل خارج قسمة. ويطلق عليه صف الارتكاز Pivot equation.

❖ نطلق على صف المتغير الخارج اسم معادلة الارتكاز. كما نطلق أسم "عصر الارتكاز (العصر المحوري)" pivot element على نقطة تقاطع العمود الداخل مع الصف الخارج

❖ نبتدئ بتكوين الحل الاساسي الجديد بتطبيق طريقة "جاوس جوردان - Gauss-Jordan" والتي تقوم على نوعين من العمليات الحسابية:

❖ خامساً: تكوين الجدول الجديد

النوع ١ (معادلة الارتكاز)

معادلة الارتكاز الجديدة = معادلة الارتكاز القديمة / عنصر الارتكاز

النوع ٢ (كل المعادلات الاخرى بما فيها z).

معاملها
معادلة
المعادلة الجديدة = المعادلة القديمة - في العمود * الارتكاز
الداخل الجديدة

يعني نضرب معامل المعادلة القديمة في المعادلة الجديدة ثم نطرح (المعادلة القديمة - ناتج الضرب)

فيعطينا المعادلة الجديدة

■ ملاحظات:

عمليات النوع الاول: ستجعل من عنصر الارتكاز يساوي 1 في معادلة الارتكاز الجديدة.

عمليات النوع الثاني: ستجعل كل المعاملات الاخرى في العمود الداخل مساوية للصفر.

تمثل نتائج كلا النوعين من العمليات الحسابية الحل الاساسي الجديد من خلال احلال المتغير الداخل في كل المعادلات الاخرى ما عدا معادلة الارتكاز.

المحاضرة السابعة

تابع خطوات الحل باستخدام طريقة السمبلكس (إيجاد الحل الأمثل بالطريقة المبسطة "السمبلكس")

مثال : أوجد الحل الأمثل للبرنامج الخطي التالي باستخدام طريقة السمبلكس

$$\begin{aligned} \text{MAX } Z &= 2X_1 + 3X_2 \\ \text{s.t.} \\ X_1 + 2X_2 &\leq 20 \\ X_1 + X_2 &\leq 12 \\ X_1, X_2 &\geq 0 \end{aligned}$$

المتباينة ($\leq$) اصغر من او يساوي نضيف متغير يعني عنصر موجب كما في القيد الاول (اضفنا $+S_1$) وفي القيد الثاني (اضفنا $+S_2$)

الخطوة الأولى : هي تحويل البرنامج الخطي الى الشكل القياسي

$$\begin{aligned} \text{MAX } Z &= 2X_1 + 3X_2 \\ \text{s.t.} \\ X_1 + 2X_2 + S_1 &= 20 \\ X_1 + X_2 + S_2 &= 12 \\ X_1, X_2, S_1, S_2 &\geq 0 \end{aligned}$$

ننقل جميع القيم التي بعد ال= الى قبل ال= مع تغيير جميع الاشارات

والدالة كاملة = 0

الخطوة الثانية : تفريغ معاملات النموذج القياسي في جدول الحل الابتدائي (الاولي)

$$\begin{aligned} \text{MAX } Z &= 2X_1 + 3X_2 = 0 \\ \text{s.t.} \\ X_1 + 2X_2 + S_1 &= 20 \\ X_1 + X_2 + S_2 &= 12 \\ X_1, X_2, S_1, S_2 &\geq 0 \end{aligned}$$

تفريغ معاملات يعني نقل الأرقام بدون الأحرف

متغيرات اساسية	X1	X2	S1	S2	الثابت
S1	1	2	1	0	20
S2	1	1	0	1	12
Z	-2	-3	0	0	0

الخطوة الثالثة :
التحقق من الأمثلية :
إذا كانت جميع قيم المعاملات في صف Z صفرية او موجبة فهذا يعني أننا قد توصلنا للحل الأمثل

ولكن يوجد لدينا قيم سالبة فننتقل الى الخطوة الرابعة

متغيرات اساسية	X1	X2	S1	S2	الثابت
S1	1	2	1	0	20
S2	1	1	0	1	12
Z	-2	-3	0	0	0

الخطوة الرابعة : المفاضلة بين المتغيرين الداخل والخارج وذلك بالبحث عن أكبر عدد سالب في المتغير Z أسفل الجدول ويكون العمود الذي يحتوي على هو العمود المحوري (المتغير الداخل) (X2)

متغيرات اساسية	X1	X2	S1	S2	الثابت
S1	1	2	1	0	20
S2	1	1	0	1	12
Z	-2	-3	0	0	0

ثم نقسم قيم العمود "الثابت" على القيم في العمود المحوري ونبحث عن أقل خارج قسمة ليكون الصف المحوري (المتغير الخارج) (S1)

محور الارتكاز (عنصر الارتكاز) هو تقاطع صف الارتكاز مع عمود الارتكاز (2)

الخطوة الخامسة: تكوين الجدول الجديد

معادلة الارتكاز الجديدة = معادلة الارتكاز القديمة / عنصر الارتكاز

$$\begin{aligned} 1/2 &= 0.5 \\ 2/2 &= 1 \\ 1/2 &= 0.5 \\ 0/2 &= 0 \\ 20/2 &= 10 \end{aligned}$$

نقسم جميع قيم الصف على
عنصر الارتكاز (2) ونكتب
الناتج في الجدول التالي
للحصول على معادلة الارتكاز
الجديدة

متغيرات أساسية	X1	X2	S1	S2	الثابت
S1	1	2	1	0	20
S2	1	1	0	1	12
Z	-2	-3	0	0	0

متغيرات أساسية	X1	X2	S1	S2	الثابت
X1	0.5	1	0.5	0	10
S2	0.5	0	-0.5	1	2
Z	-0.5	0	1.5	0	30

(S2) الجديدة = (S2) القديمة - (معاملها في العمود الداخل * معادلة الارتكاز الجديدة)

نضرب ما بداخل القوس فيعطينا

$$\begin{aligned} 1 * 0.5 &= 0.5 \\ 1 * 1 &= 1 \\ 1 * 0.5 &= 0.5 \\ 1 * 0 &= 0 \\ 1 * 10 &= 10 \end{aligned}$$

نطرح : S2 القديمة - ناتج ضرب ما بداخل القوس

S2 القديمة	1	1	0	1	12
ناتج الضرب	0.5	1	0.5	0	10
=	0.5	0	-0.5	1	2

فيعطينا معادلة (S2) الجديدة

(Z) الجديدة = (Z) القديمة - (معاملها في العمود الداخل * (-3) * معادلة الارتكاز الجديدة X1)

نضرب ما بداخل القوس فيعطينا

$$\begin{aligned} -3 * 0.5 &= -1.5 \\ -3 * 1 &= -3 \\ -3 * 0.5 &= -1.5 \\ -3 * 0 &= 0 \\ -3 * 10 &= -30 \end{aligned}$$

نطرح : Z القديمة - ناتج ضرب ما بداخل القوس

Z القديمة	-2	-3	0	0	0
ناتج الضرب	-1.5	-3	-1.5	0	-30
=	-0.5	0	1.5	0	30

الخطوة السادسة: نبحث عن القيم السالبة في الصف Z

معادلة الارتكاز الجديدة X1 = معادلة الارتكاز القديمة / عنصر الارتكاز

$$\begin{aligned} 0.5/0.5 &= 1 \\ 0/0.5 &= 0 \\ -0.5/0.5 &= -1 \\ 1/0.5 &= 2 \\ 2/0.5 &= 4 \end{aligned}$$

نقسم جميع قيم الصف على
عنصر الارتكاز (0.5) ونكتب
الناتج في الجدول التالي
للحصول على معادلة الارتكاز
الجديدة

متغيرات أساسية	X1	X2	S1	S2	الثابت
X1	0.5	1	0.5	0	10
S2	0.5	0	-0.5	1	2
Z	-0.5	0	1.5	0	30

متغيرات أساسية	X1	X2	S1	S2	الثابت
X2	0	1	1	-1	8
X1	1	0	-1	2	4
Z	0	0	1	1	32

(X2) الجديدة = (X2) القديمة - (معاملها في العمود الداخل * معادلة الارتكاز الجديدة)

نضرب ما بداخل القوس فيعطينا

$$\begin{aligned} 0.5 * 1 &= 0.5 \\ 0.5 * 0 &= 0 \\ 0.5 * -1 &= -0.5 \\ 0.5 * 2 &= 1 \\ 0.5 * 4 &= 2 \end{aligned}$$

نطرح : X2 القديمة - ناتج ضرب ما بداخل القوس

X2 القديمة	0.5	1	0.5	0	10
ناتج الضرب	0.5	0	-0.5	1	2
=	0	1	1	-1	8

فيعطينا معادلة (X2) الجديدة

(Z) الجديدة = (Z) القديمة - (معاملها في العمود الداخل * (-0.5) * معادلة الارتكاز الجديدة X1)

نضرب ما بداخل القوس فيعطينا

$$\begin{aligned} -0.5 * 1 &= -0.5 \\ -0.5 * 0 &= 0 \\ -0.5 * -1 &= 0.5 \\ -0.5 * 2 &= -1 \\ -0.5 * 4 &= -2 \end{aligned}$$

نطرح : Z القديمة - ناتج ضرب ما بداخل القوس

Z القديمة	-0.5	0	1.5	0	30
ناتج الضرب	-0.5	0	0.5	-1	-2
=	0	0	1	1	32

نبحث عن القيم السالبة في الصف Z
وبما انه لا يوجد قيم سالبة فقد وصلنا
الى الحل الأمثل عند (4,8) حيث ان
 $8 = X2$ و $4 = X1$ و $32 = Z$

المحاضرة الثامنة

المثال الأول المحاضرة الثامنة

مثال : أوجد الحل الأمثل للبرنامج الخطي التالي باستخدام طريقة السمبلكس

$$\begin{aligned} \text{MAX } Z &= 6X_1 + 8X_2 \\ \text{s.t.} \\ 30X_1 + 20X_2 &\leq 300 \\ 5X_1 + 10X_2 &\leq 110 \\ X_1, X_2 &\geq 0 \end{aligned}$$

المتباينة ($\leq$) اصغر من او يساوي نضيف متغير يعني عنصر موجب كما في القيد الاول (اضفنا $+S_1$) وفي القيد الثاني (اضفنا $+S_2$)

الخطوة الأولى : هي تحويل البرنامج الخطي الى الشكل القياسي

$$\begin{aligned} \text{MAX } Z &= 6X_1 + 8X_2 \\ \text{s.t.} \\ 30X_1 + 20X_2 + S_1 &= 300 \\ 5X_1 + 10X_2 + S_2 &= 110 \\ X_1, X_2, S_1, S_2 &\geq 0 \end{aligned}$$

ننقل جميع القيم التي بعد ال= الى قبل ال= مع تغيير جميع الاشارات

والدالة كاملة = 0

الخطوة الثانية : تفريغ معاملات النموذج القياسي في جدول الحل الابتدائي (الأولي)

$$\begin{aligned} \text{MAX } Z &= 6X_1 + 8X_2 \\ \text{s.t.} \\ 30X_1 + 20X_2 + S_1 &= 300 \\ 5X_1 + 10X_2 + S_2 &= 110 \\ X_1, X_2, S_1, S_2 &\geq 0 \end{aligned}$$

تفريغ معاملات يعني نقل الأرقام بدون الأحرف

متغيرات اساسية	X1	X2	S1	S2	الثابت
S1	30	20	1	0	300
S2	5	10	0	1	110
Z	-6	-8	0	0	0

الخطوة الثالثة :
التحقق من الأمثلية :
إذا كانت جميع قيم المعاملات في صف Z صفيرية او موجبة فهذا يعني أننا قد توصلنا للحل الأمثل ولكن يوجد لدينا قيم سالبة فننتقل الى الخطوة الرابعة

متغيرات اساسية	X1	X2	S1	S2	الثابت
S1	30	20	1	0	300
S2	5	10	0	1	110
Z	-6	-8	0	0	0

الخطوة الرابعة : المفاضلة بين المتغيرين الداخل والخارج وذلك بالبحث عن أكبر عدد سالب في المتغير Z أسفل الجدول ويكون العمود الذي يحتوي عليه هو العمود المحوري (المتغير الداخل) (X_2)

متغيرات اساسية	X1	X2	S1	S2	الثابت
S1	30	20	1	0	300
S2	5	10	0	1	110
Z	-6	-8	0	0	0

ثم نقسم قيم العمود "الثابت" على القيم في العمود المحوري ونبحث عن أقل خارج قسمة ليكون الصف المحوري (المتغير الخارج) (S_1)

محور الارتكاز (عنصر الارتكاز) هو تقاطع صف الارتكاز مع عمود الارتكاز (10)

الخطوة الخامسة: تكوين الجدول الجديد

معادلة الارتكاز الجديدة = معادلة الارتكاز القديمة / عنصر الارتكاز

$$\begin{aligned} 5 / 10 &= 0.5 \\ 10 / 10 &= 1 \\ 0 / 10 &= 0 \\ 1 / 10 &= 0.1 \\ 110 / 10 &= 11 \end{aligned}$$

نقسم جميع قيم الصف على عنصر الارتكاز (10) ونكتب الناتج في الجدول التالي للحصول على معادلة الارتكاز الجديدة

متغيرات أساسية	X1	X2	S1	S2	الثابت
S1	30	20	1	0	300
S2	5	10	0	1	110
Z	-6	-8	0	0	0

متغيرات أساسية	X1	X2	S1	S2	الثابت
S1	20	0	1	-2	80
X2	0.5	1	0	0.1	11
Z	-2	0	0	0.8	88

(S1) الجديدة = (S1) القديمة - (معاملها في العمود الداخل * معادلة الارتكاز الجديدة)

نضرب ما بداخل القوس فيعطينا

$$\begin{aligned} 20 * 0.5 &= 10 \\ 20 * 1 &= 20 \\ 20 * 0 &= 0 \\ 20 * 0.1 &= 2 \\ 20 * 11 &= 220 \end{aligned}$$

نطرح : S2 القديمة - ناتج ضرب ما بداخل القوس

(S1) القديمة → 30 20 1 0 300

ناتج الضرب → 10 20 0 2 220

= 20 0 1 -2 80

فيعطينا معادلة (S2) الجديدة

(Z) الجديدة = (Z) القديمة - (معاملها في العمود الداخل * معادلة الارتكاز الجديدة (X2))

نضرب ما بداخل القوس فيعطينا

$$\begin{aligned} -8 * 0.5 &= -4 \\ -8 * 1 &= -8 \\ -8 * 0 &= 0 \\ -8 * 0.1 &= -0.8 \\ -8 * 11 &= -88 \end{aligned}$$

(5) نطرح : Z القديمة - ناتج ضرب ما بداخل القوس

Z القديمة → -6 -8 0 0 0

ناتج الضرب → -4 -8 0 -0.8 -88

= -2 0 0 0.8 88

الخطوة السادسة: نبحث عن القيم السالبة في الصف Z ونكرر العملية

معادلة الارتكاز الجديدة X2 = معادلة الارتكاز القديمة / عنصر الارتكاز

$$\begin{aligned} 20 / 20 &= 1 \\ 0 / 20 &= 0 \\ 1 / 20 &= 0.05 \\ -2 / 20 &= -0.1 \\ 80 / 20 &= 4 \end{aligned}$$

نقسم جميع قيم الصف على عنصر الارتكاز (20) ونكتب الناتج في الجدول التالي للحصول على معادلة الارتكاز الجديدة

متغيرات أساسية	X1	X2	S1	S2	الثابت
S1	20	0	1	-2	80
X2	0.5	1	0	0.1	11
Z	-2	0	0	0.8	88

$$80 / 20 = 4$$

$$11 / 0.5 = 22$$

(X2) الجديدة = (X2) القديمة - (معاملها في العمود الداخل * معادلة الارتكاز الجديدة)

نضرب ما بداخل القوس فيعطينا

$$\begin{aligned} 0.5 * 1 &= 0.5 \\ 0.5 * 0 &= 0 \\ 0.5 * 0.05 &= 0.025 \\ 0.5 * -0.1 &= -0.05 \\ 0.5 * 4 &= 2 \end{aligned}$$

(3) نطرح : X2 القديمة - ناتج ضرب ما بداخل القوس

X2 القديمة → 0.5 1 0 0.1 11

ناتج الضرب → 0.5 0 0.025 -0.05 2

= 0 1 -0.025 1.05 9

فيعطينا معادلة (X2) الجديدة

(Z) الجديدة = (Z) القديمة - (معاملها في العمود الداخل * معادلة الارتكاز الجديدة (X1))

نضرب ما بداخل القوس فيعطينا

$$\begin{aligned} -2 * 1 &= -2 \\ -2 * 0 &= 0 \\ -2 * 0.05 &= -0.1 \\ -2 * -0.1 &= 0.2 \\ -2 * 4 &= -8 \end{aligned}$$

(5) نطرح : Z القديمة - ناتج ضرب ما بداخل القوس

Z القديمة → -2 0 0 0.8 88

ناتج الضرب → -2 0 -0.1 -0.2 -8

= 0 0 0.1 1 96

(6) نبحث عن القيم السالبة في الصف Z وبما انه لا يوجد قيم سالبة فقد وصلنا الى الحل الأمثل عند (4,9) حيث ان 96 = Z و 4 = X1 و 9 = X2

$$\begin{aligned} \text{MAX } Z &= 6X_1 + 4X_2 + 5X_3 \\ \text{s.t.} \\ X_1 + X_2 + 2X_3 &\leq 12 \\ X_1 + 2X_2 + X_3 &\leq 12 \\ 2X_1 + X_2 + X_3 &\leq 12 \\ 2X_1, X_2, X_3 &\geq 0 \end{aligned}$$

مثال : أوجد الحل الأمثل للبرنامج الخطي التالي باستخدام طريقة السمبلكس

الخطوة الأولى : هي تحويل البرنامج الخطي إلى الشكل القياسي

$$\begin{aligned} \text{MAX } Z &- 6X_1 - 4X_2 - 5X_3 = 0 \\ \text{s.t.} \\ X_1 + X_2 + 2X_3 + S_1 &= 12 \\ X_1 + 2X_2 + X_3 + S_2 &= 12 \\ 2X_1 + X_2 + X_3 + S_3 &= 12 \\ X_1, X_2, X_3, S_1, S_2, S_3 &\geq 0 \end{aligned}$$

ننقل جميع القيم التي بعد ال= إلى قبل ال= مع تغيير جميع الإشارات

والدالة كاملة = 0

المتباينة ($\leq$) أصغر من أو يساوي نضيف متغير يعني عنصر موجب كما في القيد الأول (اضفنا $+S_1$) والثاني (اضفنا $+S_2$) والثالث ($+S_3$)

الخطوة الثانية : تفريغ معاملات النموذج القياسي في جدول الحل الابتدائي (الأولي)

تفريغ معاملات يعني نقل الأرقام بدون الأحرف

$$\begin{aligned} \text{MAX } Z &- 6X_1 - 4X_2 - 5X_3 = 0 \\ \text{s.t.} \\ X_1 + X_2 + 2X_3 + S_1 &= 12 \\ X_1 + 2X_2 + X_3 + S_2 &= 12 \\ 2X_1 + X_2 + X_3 + S_3 &= 12 \\ X_1, X_2, X_3, S_1, S_2, S_3 &\geq 0 \end{aligned}$$

متغيرات أساسية	X1	X2	X3	S1	S2	S3	الثابت
S1	1	1	2	1	0	0	12
S2	1	2	1	0	1	0	12
S3	2	1	1	0	0	1	12
Z	-6	-4	-5	0	0	0	0

الخطوة الثالثة : التحقق من الأمثلية : إذا كانت جميع قيم المعاملات في صف Z صفرية أو موجبة فهذا يعني أننا قد توصلنا للحل الأمثل ولكن يوجد لدينا قيم سالبة فننتقل إلى الخطوة الرابعة

متغيرات أساسية	X1	X2	X3	S1	S2	S3	الثابت
S1	1	1	2	1	0	0	12
S2	1	2	1	0	1	0	12
S3	2	1	1	0	0	1	12
Z	-6	-4	-5	0	0	0	0

الخطوة الرابعة : المفاضلة بين المتغيرين الداخل والخارج وذلك بالبحث عن أكبر عدد سالب في المتغير Z أسفل الجدول ويكون العمود الذي يحتوي عليه هو العمود المحوري (المتغير الداخل) (X_1)

ثم نقسم قيم العمود "الثابت" على القيم في العمود المحوري ونبحث

عن أقل خارج قسمة ليكون الصف المحوري (المتغير الخارج) (S_3)

متغيرات أساسية	X1	X2	X3	S1	S2	S3	الثابت	
S1	1	1	2	1	0	0	12	12/1=12
S2	1	2	1	0	1	0	12	12/1=12
S3	2	1	1	0	0	1	12	12/2=6
Z	-6	-4	-5	0	0	0	0	

محور الارتكاز (عنصر الارتكاز) هو تقاطع صف الارتكاز مع عمود الارتكاز (2)

الخطوة الخامسة: تكوين الجدول الجديد

معادلة الارتكاز الجديدة = معادلة الارتكاز القديمة / عنصر الارتكاز

نقسم جميع قيم الصف على عنصر الارتكاز (2) ونكتب الناتج في الجدول التالي للحصول على معادلة الارتكاز الجديدة

2 / 2 = 1
1 / 2 = 0.5
1 / 2 = 0.5
0 / 2 = 0
0 / 2 = 0
1 / 2 = 0.5
12 / 2 = 6

1

الجدول القديم	أساسية	X1	X2	X3	S1	S2	S3	الثابت
S1	1	1	2	1	0	0	12	
S2	1	2	1	0	1	0	12	
S3	1	1	0	0	1	0	12	
Z	-6	-4	-5	0	0	0	0	

2

(S1) الجديدة = (S1) القديمة - (معاملها في العمود الداخل * معادلة الارتكاز الجديدة)

نضرب ما بداخل القوس فيحطينا

1 * 1 = 1
1 * 0.5 = 0.5
1 * 0.5 = 0.5
1 * 0 = 0
1 * 0 = 0
1 * 0.5 = 0.5
1 * 6 = 6

3

نطرح : S1 القديمة - ناتج ضرب ما بداخل القوس

(S1) القديمة → 1 1 2 1 0 0 12
ناتج الضرب → 1 0.5 0.5 0 0 0.5 6
= 0 0.5 1.5 1 0 -0.5 6

فيحطينا معادلة (S1) الجديدة

4

(S2) الجديدة = (S2) القديمة - (معاملها في العمود * معادلة الارتكاز الجديدة)

(S2) القديمة 1 2 1 0 1 0 12
ناتج الضرب 1 0.5 0.5 0 0 0.5 6
= 0 1.5 0.5 1 0 -0.5 6

فيحطينا معادلة (S2) الجديدة

5

(Z) الجديدة = (Z) القديمة - (معاملها في العمود * معادلة الارتكاز الجديدة)

نضرب ما بداخل القوس فيحطينا

نطرح : Z القديمة - ناتج ضرب ما بداخل القوس

Z القديمة -6 -4 -5 0 0 0 0
ناتج الضرب -6 -3 -3 0 0 -3 -36
= 0 -1 -2 0 0 3 36

الخطوة السادسة: نبحث عن أكبر عدد سالب في الصف Z ونكرر العملية

معادلة الارتكاز الجديدة = معادلة الارتكاز القديمة / عنصر الارتكاز

نقسم جميع قيم الصف على عنصر الارتكاز (1.5) ونكتب الناتج في الجدول التالي للحصول على معادلة الارتكاز الجديدة

0 / 1.5 = 0
0.5 / 1.5 = 0.33
1.5 / 1.5 = 1
1 / 1.5 = 0.66
0 / 1.5 = 0
-0.5 / 1.5 = -0.33
6 / 1.5 = 4

1

الجدول القديم	أساسية	X1	X2	X3	S1	S2	S3	الثابت
S1	0	0.5	1.5	1	0	-0.5	6	
S2	0	1.5	0.5	1	0	-0.5	6	
X1	1	0.5	0.5	0	0	0.5	6	
Z	0	-1	-2	0	0	3	36	

2

(X1) الجديدة = (X1) القديمة - (معاملها في العمود الداخل * معادلة الارتكاز الجديدة)

نضرب ما بداخل القوس فيحطينا

0.5 * 0 = 0
0.5 * 0.33 = 0.16
0.5 * 1 = 0.5
0.5 * 0.66 = 0.33
0.5 * 0 = 0
0.5 * 0.33 = 0.16
0.5 * 4 = 2

3

نطرح : X1 القديمة - ناتج ضرب ما بداخل القوس

(X1) القديمة → 1 1 2 1 0 0 12
ناتج الضرب → 0 0.16 0.5 0.33 0 0.16 2
= 1 0.16 0.84 0.67 0 -0.16 3

فيحطينا معادلة (X1) الجديدة

4

(S2) الجديدة = (S2) القديمة - (معاملها في العمود * معادلة الارتكاز الجديدة)

(S2) القديمة 0 1.5 0.5 1 0 -0.5 6
ناتج الضرب 0 0.165 0.5 0.33 0 0.165 2
= 0 1.335 0 0.67 0 -0.665 4

5

(Z) الجديدة = (Z) القديمة - (معاملها في العمود * معادلة الارتكاز الجديدة)

نضرب ما بداخل القوس فيحطينا

نطرح : Z القديمة - ناتج ضرب ما بداخل القوس

Z القديمة 0 -1 -2 0 0 3 36
ناتج الضرب 0 -0.66 -2 -1.32 0 -0.66 -8
= 0 -0.34 0 1.32 0 3.66 44

الخطوة السابعة: نبحث عن أكبر عدد سالب في الصف Z ونكرر العملية

معادلة الارتكاز الجديدة = معادلة الارتكاز القديمة / عنصر الارتكاز

م أساسية	X1	X2	X3	S1	S2	S3	الثابت	
X1	1	-0.16	0.84	0.67	0	-0.16	3	$3/0.16=18.75$
S2	0	1.335	0	0.67	0	-0.665	4	$4/1.335=2.99$
X3	0	0.33	1	0.66	0	0.33	4	$4/0.33=12.12$
Z	0	-0.34	0	1.32	0	3.66	44	

$$\begin{aligned} 0/1.335 &= 0 \\ 1.335/1.335 &= 1 \\ 0/1.335 &= 0 \\ 0.67/1.335 &= 0.5 \\ 0/1.335 &= 0 \\ 0.665/1.335 &= -0.5 \\ 4/1.335 &= 2.99 \end{aligned}$$

1
نقسم جميع قيم الصف على عنصر الارتكاز (1.335) ونكتب الناتج في الجدول التالي للحصول على معادلة الارتكاز الجديدة

2
 $(X1)_{\text{الجديدة}} = (X1)_{\text{القديمة}} - (\text{معاملها في العمود الداخل} * \text{معادلة الارتكاز الجديدة})$

نضرب ما بداخل القوس فيعطينا

$$\begin{aligned} 0.16 * 0 &= 0 \\ 0.16 * 1 &= 0.16 \\ 0.16 * 0 &= 0 \\ 0.16 * 0.5 &= 0.8 \\ 0.16 * 0 &= 0 \\ 0.16 * 0.5 &= 0.8 \\ 0.16 * 2.99 &= 0.4784 \end{aligned}$$

3
نطرح S1 القديمة - ناتج ضرب ما بداخل القوس

$$\begin{aligned} (X1)_{\text{القديمة}} &\rightarrow 1 \quad 0.16 \quad 0.84 \quad 0.67 \quad 0 \quad -0.16 \quad 3 \\ \text{ناتج الضرب} &\rightarrow 0 \quad 0.16 \quad 0 \quad 0.8 \quad 0 \quad 0.8 \quad 0.4784 \\ = &1 \quad 0 \quad 0.84 \quad -0.13 \quad 0 \quad -0.96 \quad 2.5216 \end{aligned}$$

فيعطينا معادلة (X1) الجديدة

4
 $(X3)_{\text{الجديدة}} = (X3)_{\text{القديمة}} - (\text{معاملها في العمود} * \text{معادلة الارتكاز الجديدة})$

$$\begin{aligned} (S2)_{\text{القديمة}} &0 \quad 1.5 \quad 0.5 \quad 1 \quad 0 \quad -0.5 \quad 6 \\ \text{ناتج الضرب} &0 \quad 0.165 \quad 0.5 \quad 0.33 \quad 0 \quad 0.165 \quad 2 \\ = &0 \quad 1.335 \quad 0 \quad 0.67 \quad 0 \quad -0.665 \quad 4 \end{aligned}$$

5
 $(Z)_{\text{الجديدة}} = (Z)_{\text{القديمة}} - (\text{معاملها في العمود} * \text{معادلة الارتكاز الجديدة})$

$$\begin{aligned} -0.34 * 0 &= 0 \\ -0.34 * 1 &= -0.34 \\ -0.34 * 0 &= 0 \\ -0.34 * 0.5 &= -0.17 \\ -0.34 * 0 &= 0 \\ -0.34 * 0.5 &= -0.17 \\ -0.34 * 2.99 &= -0.0166 \end{aligned}$$

نطرح Z القديمة - ناتج ضرب ما بداخل القوس

$$\begin{aligned} (Z)_{\text{القديمة}} &0 \quad -0.34 \quad 0 \quad 1.32 \quad 0 \quad 3.66 \quad 44 \\ \text{ناتج الضرب} &0 \quad -0.34 \quad 0 \quad -0.17 \quad 0 \quad -0.17 \quad -1.016 \\ = &0 \quad 0 \quad 0 \quad 1.49 \quad 0 \quad 3.83 \quad 45.016 \end{aligned}$$

م أساسية	X1	X2	X3	S1	S2	S3	الثابت
X1	1	0	0.84	-0.13	0	-0.96	2.5216
X2	0	1	0	0.5	0	0.5	2.99
X3	0	1.335	0	0.67	0	-0.665	4
Z	0	0	0	1.49	0	3.83	45.016

انتهت القيم السالبة من الصف Z للمعاملات الأساسية X1 و X2 و X3 وعليه فقد وصلنا الى الحل الأمثل عند القيم التالية

(2.5216 , 2.99 , 4)

حيث أن:

$$Z = 45.016$$

$$X1 = 2.5216$$

$$X2 = 2.99$$

$$X3 = 4$$

المحاضرة التاسعة تحليل القرارات

Decision Analysis

✓ حالات اتخاذ القرارات

✓ معايير اتخاذ القرار في ظل عدم التأكد

✓ طرق اتخاذ القرار في ظل المخاطرة

✓ شجرة القرار

✓ مصفوفة القرارات

تحليل القرار

✓ تحليل القرار Decision Analysis يساعد على اتخاذ القرار وذلك باختيار

قرار (بديل) من مجموعة من القرارات (البدايل) Alternatives الممكنة تحت

ظروف معينة عندما يكون هناك عدم تأكد Uncertainty.

1. تحديد المشكلة.

2. تحديد البدائل المختلفة لحل المشكلة تمهيدا لاختيار إحداها.

3. تحديد بعض الأهداف والتي عليها يترتب المفاضلة بين البدائل المختلفة.

4. دراسة البدائل المطروحة لاختيار أفضلها في ظل الإمكانيات المتاحة.

5. تحديد المناخ الذي يُتخذ في ظل القرار وما يتضمنه من اعتبارات مثل:

- شخصية متخذ القرار مثل الشخصية التفاؤلية أو التشاؤمية.
- الظروف المحيطة بعملية اتخاذ القرار: التأكد والمخاطرة، أو عدم التأكد.
- المتغيرات البيئية الخارجة عن نطاق السيطرة.

جدول العوائد (payoff table)

البدايل: عبارة عن مجموعة الأساليب والطرق التي تمكن متخذ القرار من تحقيق أهدافه

Alternatives (Actions) ونرمز له $a_1, a_2, \dots, a_n$

➤ الطبيعة أو الحالة الفطرية للظروف التي تواجه متخذ القرار State of Nature ونرمز له

$S_1, S_2, \dots, S_k$

➤ الاحتمالات الخاصة بإمكانية حدوث كل حالة Probability

➤ النتائج المتحققة-العائد-من احتمال حدوث كل حالة طبيعة Payoff

ونرمز له Π_{ij}

		State of Nature (حالة الطبيعة)				
Action (الفعل)		s_1	s_2	s_3	...	s_k
	a_1	π_{11}	π_{12}	π_{13}	...	π_{1k}
	a_2	π_{21}	π_{22}	π_{23}	...	π_{2k}
	a_3	π_{31}	π_{32}	π_{33}	...	π_{3k}
	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$		$\vdots$
	a_n	π_{n1}	π_{n2}	π_{n3}	...	π_{nk}

مثال على تحليل القرارات وجدول العوائد

يتضمن عملية اتخاذ القرارات عدة خطوات كما ذكر سابقا:

١- تحديد المشكلة فعلى سبيل المثال قد تواجه شركة ما مشكلة توسيع خط الإنتاج وزيادة إنتاجيتها لتغطية احتياجات السوق المختلفة.

٢- هنا تبدأ الإدارة العليا في الشركة تحديد الاستراتيجيات أو البدائل من أجل مواجهة هذه المشكلة وقد يكون أمامها البدائل الآتية وعلى سبيل المثال:

- توسيع المصنع الحالي.

- بناء مصنع جديد بطاقات إنتاجية كبيرة.

- التعاقد مع منظمة أخرى لتلبية الطيبات الداخلية.

٣- بعد ذلك تعمل الإدارة العليا بترتيب قائمة لتحديد الاتجاهات المستقبلية والتي ممكن وقوعها، والتي عادة تكون خارجة عن نطاق سيطرة متخذي القرار. أما بالنسبة للإدارة فقد تكون أكثر الحالات الطبيعية أو الأحداث المستقبلية المؤثرة هي الحالات الخاصة بحجم الطلب

على المنتج. فقد يحصل إن يكون حجم الطلب عالي High demand أو متوسط Moderate demand والذي قد ينتج نتيجة قبول الزبون للمنتج وحصول منافسة عالية. أو يحصل إن يكون حجم الطلب منخفض لتغير نظرة الزبون للمنتج أو وجود منتج بديل.

٤-ومن ثم تعمل الإدارة على إعداد قائمة للعوائد أو الأرباح التي يمكن تحقيقها في ظل الاستراتيجيات والحالات المختلفة (جدول العوائد)

البدائل والإستراتيجيات Alternative Strategies	حالات الطبيعة (الطلب على المنتج) State of nature			
	عالي	متوسط	منخفض	عدم الطلب
التوسع	30	15	-15	-23
بناء مصنع جديد	50	20	-30	-60
التعاقد	20	10	-1	-5

٥-بعد ذلك تعمل الإدارة على اختيار وتطبيق نموذج نظرية القرار. وتعتمد أنواع القرار الإدارية على مقدار المعلومات أو المعرفة حول الحالة المعنية باتخاذ القرار.

لذا يمكن تصنيف القرارات في المنظمة إلى:

- القرارات في حالة التأكد Decisions under certainty
- القرارات في حالة عدم التأكد Decisions under uncertainty
- القرارات في حالة المخاطرة Decisions under risk

٣-معايير اتخاذ القرار في ظل عدم التأكد

يكون متخذ القرار هنا على معرفة بحدوث حالات الطبيعة، ولكن تنقصه المعلومات بشأن احتمالات وقوعها ومثال ذلك القرار الخاص بإنتاج منتج جديد.

في ظل هذه الظروف لابد من الاستعانة بمعيار معين لاختيار الاستراتيجية وإقرار المناسب، ومن بين المعايير المستخدمة لمساعدة متخذ القرار الآتي:

أ-معيار أقصى الأقصى (المتفائل) (Maximax criterion)

ب-معيار أقصى الأدنى (المتشائم) (Maximin criterion)

ج-معيار الندم (الديني الأقصى) (Minimax Regret criterion)

أ- معيار أقصى أقصى Maximax

- يوفر هذا المعيار لمتخذ القرار لاختيار البديل الأفضل ويطلق عليها بالاستراتيجية التفاؤلية (Optimistic strategy). إذ يتم اختيار أقصى الممكن من الأرباح لكل بديل، ثم نختار المكسب الأكبر ضمن هذه المجموعة (الحد الأقصى للحدود القصوى في حالة الربح).
- يطبق معيار أقصى أقصى (الاستراتيجية التفاؤلية) كما في المثال التالي:

البدايل و الاستراتيجيات	حالات الطبيعة (الطلب على المنتج)				الأقصى في الصفوف
	عالي	متوسط	منخفض	عدم الطلب	
التوسع	30	15	-15	-23	30
بناء مصنع جديد	50	20	-30	-60	50 أقصى الأقصى
التعاقد	20	10	-1	-5	20

ب- معيار أقصى الأدنى Maximin

- يطلق عليه في بعض الأحيان معيار (Wald) أي الاستراتيجية التشاؤمية (Pessimistic strategy)، وفي هذه الظروف يحاول متخذ القرار تفادي الخسائر المحتملة من خلال اختيار أسوأ النتائج ومن ثم يتم اختيار أفضلها. (الحد الأقصى للحدود الدنيا في حالة الربح).
- يبين الجدول التالي كيفية تطبيق هذا المعيار.

البدايل و الاستراتيجيات	حالات الطبيعة (الطلب على المنتج)				الأقصى في الصفوف
	عالي	متوسط	منخفض	عدم الطلب	
التوسع	30	15	-15	-23	-23
بناء مصنع جديد	50	20	-30	-60	-60
التعاقد	20	10	-1	-5	-5 أقصى الأدنى

معايير اتخاذ القرارات في حالة عدم التأكد

مقياس أقصى الأقصى (MAXIMAX)

(الاستراتيجية التفاؤلية)

نبحث عن أكبر قيمة في الصفوف

فنجده 50 وهو في صف البديل

“بناء مصنع جديد”

فيكون بناء مصنع جديد هو البديل المناسب

البدايل والاستراتيجيات Alternative Strategies	حالات الطبيعة (الطلب على المنتج) State of nature			
	عالي	متوسط	منخفض	عدم الطلب
التوسع	30	15	-15	-23
بناء مصنع جديد	50	20	-30	-60
التعاقد	20	10	-1	-5

مقياس أقصى الأدنى (MAXIMIN)

(الاستراتيجية التشاؤمية)

نبحث عن أصغر قيمة في كل صف

فنجده -23 في البديل “التوسع”

و-60 في البديل “بناء مصنع جديد”

و -5 في البديل “التعاقد”

ثم نأخذ أكبر رقم من هذه الأرقام الثلاثة

وهو (-5)

فيكون التعاقد هو البديل المناسب

ج-مقياس الندم/الأسف (أدنى الأقصى) Minimax Regret

- يطلق عليه مقياس (Savage) او الفرصة الضائعة ويُفترض فيه إن متخذ القرار قد يندم على القرار الذي يتخذه، وعليه فإنه يحاول تقليل قيمة الندم أو الفرصة الضائعة، ويمكن تحديده بمقدار الفرق بين ما يفترض اختياره وما تم اختياره فعلا.

أما عن خطوات الحل فهي كالآتي:

- 1- في البداية يتم تحديد أعلى قيمة لكل حالة من حالات الطبيعة، ومن ثم إيجاد الفرصة الضائعة من خلال حساب الفرق بين أعلى قيمة وكل قيمة لهذه الحالة.
- 2- تحديد أقصى قيمة للندم لكل بديل أو استراتيجية.
- 3- اختيار البديل ذو القيمة الأقل في المجموعة.

الجدول التالي يمثل العوائد بالآلاف الدولارات، المطلوب تطبيق مقياس الندم لاتخاذ أفضل قرار.

البدايل والاستراتيجيات	حالات الطبيعة (الطلب على المنتج)			
	عالي	متوسط	منخفض	عدم الطلب
التوسع	30	15	-15	-23
بناء مصنع جديد	50	20	-30	-60
التعاقد	20	10	-1	-5

1
معيار أدنى الأقصى (Minimax)
(الندم / الأسف)
نحدد أكبر قيمة في كل عمود

البدائل والاستراتيجيات	حالات الطبيعة (الطلب على المنتج)			
	عالي	متوسط	منخفض	عدم الطلب
التوسع	30	15	-15	-23
بناء مصنع جديد	50	20	-30	-60
التعاقد	20	10	-1	-5

2
نطرح
أكبر قيمة لكل عمود - جميع قيم العمود
 $20 = 30 - 50$
 $0 = 50 - 50$
 $30 = 20 - 50$

البدائل والاستراتيجيات	حالات الطبيعة (الطلب على المنتج)			
	عالي	متوسط	منخفض	عدم الطلب
التوسع	20	5	14	18
بناء مصنع جديد	0	0	29	55
التعاقد	30	10	0	0

3
نحدد القيمة الأكبر لكل صف
 $20 =$ التوسع
 $55 =$ بناء مصنع جديد
 $30 =$ التعاقد
ثم نختار الرقم الأقل وهو (20) فيكون
خيار التوسع هو البديل الأفضل

البدائل والاستراتيجيات	حالات الطبيعة (الطلب على المنتج)			
	عالي	متوسط	منخفض	عدم الطلب
التوسع	20	5	14	18
بناء مصنع جديد	0	0	29	55
التعاقد	30	10	0	0

٤- معايير اتخاذ القرار في ظل المخاطرة

• في هذه الظروف يكون متخذ القرار على علم باحتمال وقوع كل حالة من حالات الطبيعة، إذ تستخرج هذه الاحتمالات من سجلات الماضي أو من خلال حكم متخذ القرار فيها.

• توجد عدة معايير مساعدة وتسهل عملية اتخاذ القرار في حالة المخاطرة. مثل:

أ- معيار القيمة المتوقعة (Expected value criterion) و يطلق عليها أيضا بمعيار (Expected Monetary Value) حيث يتطلب هذا المعيار حساب القيمة المتوقعة لكل بديل والذي هو مجموع أوزان هذه البدائل، إذ تمثل الأوزان بحاصل ضرب الأرباح أو التكاليف بالاحتمالات المقابلة لها لحالات الطبيعة المختلفة. وعادة تستخدم شجرة القرارات في عرض وتحليل البيانات وخصوصا عندما يكون عدد البدائل كثيرة.

• متى نستخدم القيمة المتوقعة؟

معيار القيمة المتوقعة يفيد في حالتين:

١- في حالة التخطيط لأمد طويل وحالات اتخاذ القرارات تكرر نفسها.

٢- متخذ القرار محايد بالنسبة للمخاطر.

• القيمة المتوقعة للمعلومات الكاملة

Expected Value of Perfect Information (EVPI)

الحصيلة Gain في العائد المتوقع Expected Return والذي نتحصل عليه من المعرفة الأكيدة عن حالات الطبيعة المستقبلية.

$$Erv = r1.p(r1) + r2.p(r2) + \dots + rn.p(rn)$$

حيث Erv تمثل مجموع قيم العائد المتوقعة، r تمثل العائد، p احتماله

مثال/

ب-معيار خسارة الفرصة المتوقعة

(Expected opportunity loss criterion)

خسارة الفرصة هو مقدار ما يخسره متخذ القرار من العائد الامثل إذا حدثت حالة طبيعية z علما بأن قراره هو البديل A_i .

لدينا البدائل في الجدول التالي
مع احتمال ان يكون الاستثمار في السندات ممتاز بنسبة 30 %
ويكون احتمال الاستثمار ضعيف في الاسهم بنسبة 70 %

القاعدة

$$Eev = r1.p(r1) + r2.p(r2) + rn.p(rn)$$

شرح القاعدة

Erv هي مجموع قيم العائد المتوقعة
 r هي العائد
 p الاحتمالية

الحالات

	ممتاز 30%	ضعيف 70%
سندات	100	200
اسهم	300	100

نضرب الكميات في الاحتمالية ثم نجمع
(0.70 * 200) + (0.30 * 100)
(0.70 * 100) + (0.30 * 300)

$$Erv \text{ السندات} = 30 + 140 = 170$$

$$Erv \text{ الأسهم} = 90 + 70 = 160$$

ثم نأخذ اكبر قيمة متوقعة ويكون هو
البديل الأمثل (170) هو العائد من
الاستثمار في السندات

٥- شجرة القرار

شجرة القرار Decision Tree:

- هي أداة مساعدة في عرض وتحليل أي مشكلة قرار في ظل المخاطرة. وهي تمثيل تصويري للعناصر المرتبطة بمشكلة القرار والعلاقات التي تربط بينهم. حيث تسهل على عملية اتخاذ القرار. وتكمن أهميتها في حالة القرارات ذات المراحل المتعددة والتي يصعب عرضها وتحليلها بمصفوفة عوائد أو تكاليف.
- غالبا ما تستخدم هذه الطريقة عند:

١- اتخاذ قرارات بشأن المشاكل كبيرة الحجم أو متعددة المراحل (القرارات المتتالية).

٢- عندما يكون عدد الخيارات وكذلك حالات الطبيعة محصورة.

تمثيل شجرة القرار (Decision Tree Representation)

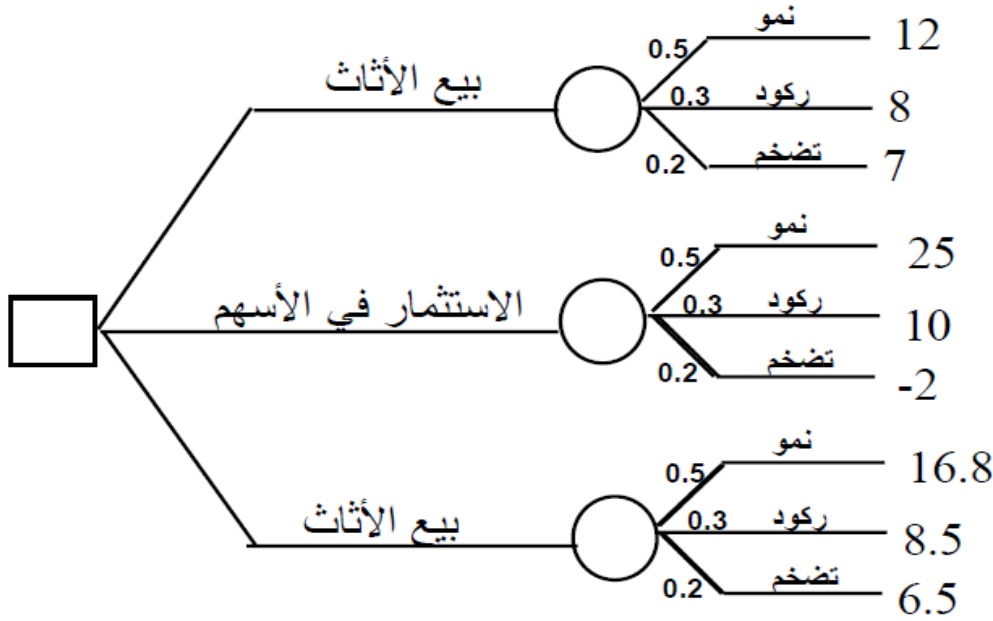
- عقدة قرار (اختيار بديل) تمثل بـ 
- عقدة مخاطرة أو عدم تأكد : القرار يمر بعدة حالات طبيعة تمثل بـ 
- الروابط بين العقد تسلسل القرار
- أطراف الشجرة تمثل العائد النهائي للتابع القرار لهذا الطرف

مثال: ترغب شركة باستثمار مبلغ من المال خلال عام. ولدى الشركة ثلاث فرص استثمارية : شركة بيع أثاث ، أو شراء أسهم ، أو تسويق سيارات . وقد دلت الدراسات الإحصائية على أن الوضع الاقتصادي في البلد قد يكون إما في حالة نمو بنسبة 50% أو في حالة ركود بنسبة 30% أو في حالة تضخم بنسبة 20% . ومن خلال استقراء الشركة لحالات الاقتصاد تتوقع أن تكون نسبة الأرباح من كل نشاط كالتالي :

حالة النمو:	بيع أثاث = 12%	أسهم = 25%	تسويق سيارات = 16.8%
حالة الركود:	بيع أثاث = 8%	أسهم = 10%	تسويق سيارات = 8.5%
حالة التضخم:	بيع أثاث = 7%	أسهم = -2%	تسويق سيارات = 6.5%

ارسم شجرة القرار.

الشركة عليها أن تحدد أي البدائل ستختار في البداية
بعد بداية الاستثمار يمر القرار بحالات الطبيعة : نمو - ركود - تضخم



- لحل شجر القرار يجب تحديد معيار مناسب لتحديد القرار في حالة المخاطرة ومعيار مناسب لتحديد القرار في حالة عدم التأكد
- يتم تقييم العقد على شجرة القرار ابتداء من أطراف (أوراق) شجرة القرار رجوعاً إلى جذر الشجرة
- تقييم عقدة المخاطرة على أساس معيار المخاطرة المناسب
- تقييم عقدة عدم التأكد على أساس معيار حالة عدم التأكد المناسب
- تقييم عقدة القرار (الاختيار) على أساس أفضل البدائل عند هذه العقدة:
 - الأكبر في حالة الأرباح
 - الأقل في حالة التكاليف

- تقييم عقدة المخاطرة i هو $E[i]$

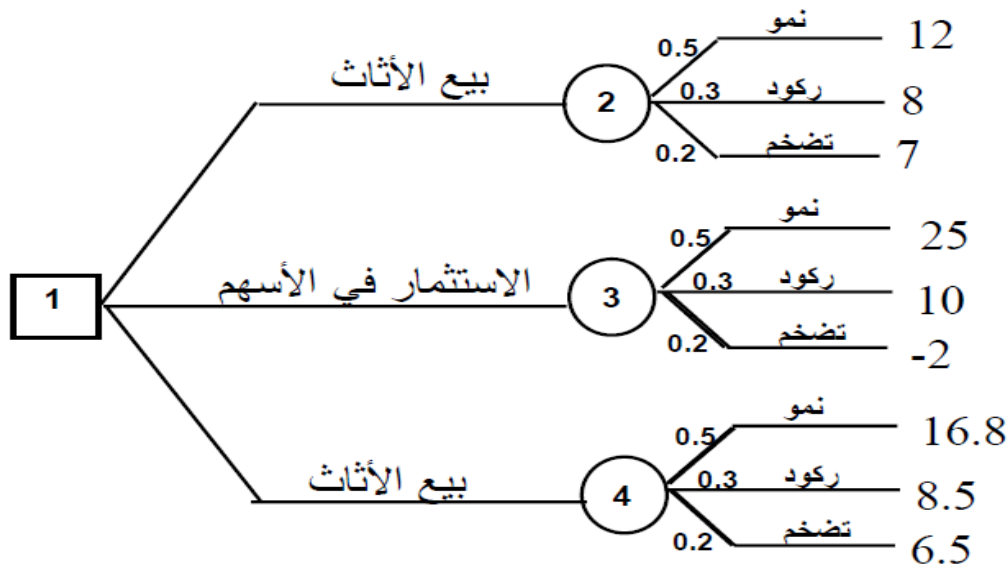
- تقييم عقدة القرار i هو $D[i]$

$$E[2] = 0.5(12) + 0.3(8) + 0.2(7) = 9.8 \%$$

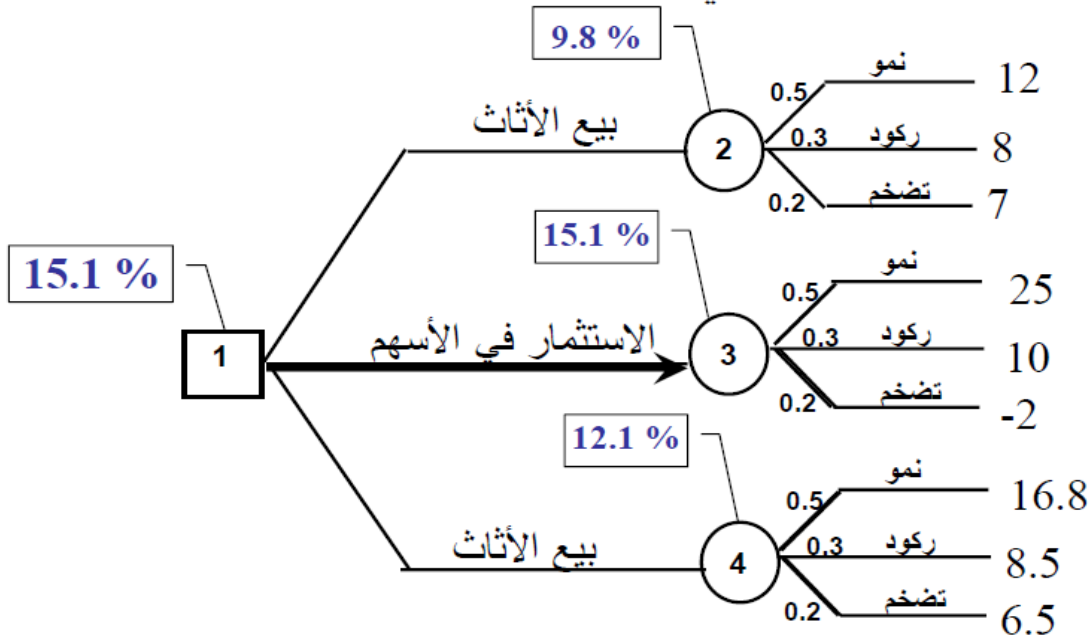
$$E[3] = 0.5(25) + 0.3(10) + 0.2(-2) = 15.1 \%$$

$$E[4] = 0.5(16.5) + 0.3(8.5) + 0.2(6.5) = 12.1 \%$$

التقييم على أساس القيمة المتوقعة في المخاطرة



التقييم على أساس القيمة المتوقعة في المخاطرة



المحاضرة العاشرة: جدولة المشاريع CPM & PERT

✓ طريقة المسار الحرج CPM = Critical Path Method

✓ طريقة تقييم المشاريع ومراجعتها PERT=Project Evaluation & Review Technique

❖ الاختلاف:

- أزمنة مؤكدة في طريقة المسار الحرج
 - أزمنة احتمالية في طريقة تقييم المشاريع ومراجعتها
- تستخدم جدولة المشاريع من قبل الإداريين لضمان إنجاز المشروع في الوقت المحدد لإيجاد مؤشرات منبهة للحالات الغير اعتيادية حين ظهورها والمرونة في إعادة تخطيط المشروع وفقا لذلك وتشخيصها في ثلاث مراحل تنفيذية:

أولاً: إنشاء شبكة الأعمال للمشروع :

- ✓ تحليل المشاريع إلى أنشطة وأحداث .
- ✓ تتابع الأنشطة والأحداث .
- ✓ رسم تخطيطي للمشروع
- ✓ تقدير الأزمنة لكل نشاط

ثانياً: تخطيط المشروع :

تعريف أنشطة المشروع حسب التسلسل الزمني وتحديد التالي :

- ✓ أنشطة والأحداث الحرجة .
- ✓ المسار الحرج .
- ✓ حساب الفائض من كل نشاط .

ثالثاً: ضبط المشروع :

تقدير مراقبة الأنشطة ومتابعتها :

- ✓ مراقبة الأزمنة ومقارنتها مع خطة المشروع النظرية .
- ✓ محاولة قدر المستطاع إتباع الخطة المقرر تنفيذها .

✓ نقل الإمكانيات من نشاط ذات فائض إلى الحرج إن أمكن

فإن أهمية أسلوب المسار الحرج، وببيرة تكمن في الخطوات التالية :

✓ مساعدة المدراء على التعرف على الأنشطة الحرجة .

✓ حساب مرونة الأنشطة غير الحرجة لإتاحة الفرص لنقل الموارد إلى الأنشطة الحرجة .

✓ التعرف على الأزمنة المبكرة والمتأخرة لانتهاه المشروع .

✓ حساب التكلفة النهائية للمشروع.

المصطلحات المستخدمة في جدولة المشاريع:

المصطلح	التعريف
الحدث Event	هو الوصول إلى نقطة معينة من الزمن و لا يحتاج إلى بداية ونهاية زمنية.
النشاط Activity	هو مجهود يحتاج إلى نقطة بداية ونهاية وموارد لتنفيذه.
النشاط الوهمي Dummy Activity	النشاط الذي لا يحتاج إلى زمن أو موارد لإتمامه ويستعمل فقط للدلالة على تتابع الأنشطة منطقيا ويرسم بسهم متقطع.
النشاط الحرج Critical Activity	النشاط الذي إذا تم تأخير انتهائه فإنه يتسبب في تأخير المشروع.
المسار الحرج Critical Path	مجموعة من الأنشطة الحرجة، تبدأ من بداية إلى نهاية المشروع.
المشروع Project	عبارة عن مجموعة من الأنشطة والأحداث مرتبة حسب تسلسل منطقي.
شبكة الأعمال Network	عبارة عن مجموعة من الأنشطة والأحداث مرتبة بطريقة منطقية لتسلسل الأنشطة.
زمن البداية المبكر للنشاط Earliest Start	هو الزمن الذي يبدأ فيه النشاط إذا أنجزت جميع الأنشطة السابقة في أوقاتها . (ES)
زمن النهاية المبكر Earliest Finish	هو الزمن الذي يمكن أن ينجز فيه النشاط إذا بدأ في وقته المبكر (EF) نهاية مبكرة - بداية مبكرة + وقت النشاط
زمن النهاية المتأخر Late Finish	هو آخر زمن يمكن إتمام النشاط فيه بدون أن يسبب تأخير لأية أنشطة لاحقة . (LF)
زمن البداية المتأخر Late Start	هو آخر وقت يمكن أن يبدأ فيه النشاط بشرط عدم تأخير الأنشطة اللاحقة (LS) بداية متأخرة = نهاية متأخرة - وقت النشاط
الفائض (الفائض) Slack Time	الفائض في النشاط - زمن بداية متأخر - زمن بداية مبكر $ST = LS - ES$

قواعد هامة في رسم الشبكة:

- ✓ يبدأ المشروع عند نقطة بداية وينتهي عند نقطة نهاية، تسمى النقطة الوهمية (Milestone).
- ✓ الترقيم يبدأ من بداية الشبكة إلى النهاية .
- ✓ لا يمكن البدء في عدد من العقد .
- ✓ لا يجوز العودة إلى النشاط السابق .
- ✓ لا يجوز ترك نشاط بدون تسلسل .
- ✓ تحديد الأزمنة وفترة السماح لكل نشاط

ES زمن البداية المبكر	EF زمن النهاية المبكر
Activity رمز النشاط	Time الوقت
LS زمن البداية المتأخر	LF زمن النهاية المتأخر

كيفية رسم الشبكة: كيفية تحديد أقرب موعد لبداية النشاط (ES) وأقرب موعد لنهاية النشاط (EF):

- (١) ابدأ من بداية المشروع وتقدم أمام الشبكة.
- (٢) حدد أقرب موعد لبدء المشروع بحيث يكون مساوي للصفر.
- (٣) احسب أقرب موعد لنهاية كل نشاط من خلال إضافة المدة التي تستغرقها إلى أقرب موعد لبدايته.
- (٤) بالنسبة لكل نشاط متسلسل لا يسبقه مباشرة إلا نشاط واحد، حدد أقرب موعد لبدايته بحيث يكون مساوي لأقرب موعد لنهاية النشاط السابق .
- (٥) بالنسبة لكل نشاط متسلسل يسبقه أكثر من نشاط واحد، حدد أقرب موعد لبدايته بحيث يكون مساوياً لأقرب موعد لنهاية للأنشطة السابقة .

٦) دَوْن أقرب موعد بداية، وأقرب موعد نهاية .

٧) كرر الخطوات من (3) إلى (6) حتى تصل إلى نهاية المشروع. لا يمكن تحديد أقرب موعد لبداية نشاط إلا بعد تحديد أقرب موعد لنهاية جميع الأنشطة السابقة له .

حساب فترات السماح والأنشطة الحرجة:

١) بالنسبة لكل نشاط يتطابق أقرب موعد لبدايته مع آخر موعد لبدايته، وأقرب موعد لنهايته وآخر موعد لنهايته، فإن فترة سماحه تساوي صفر.

٢) وفيما عدا ذلك، فإن فترة السماح هي الفرق الزمني بين أقرب وآخر موعد لبداية كل نشاط، أو بين أقرب وآخر موعد لنهاية، أي:

$$ST = LF - EF \quad \text{أو} \quad ST = LS - ES$$

3) راجع الحسابات الخاصة بكل نشاط بإضافة المدة التي يستغرقها، وفترة السماح الخاصة به إلى تاريخ أقرب موعد لبدايته. حيث يجب أن يساوي المجموع تاريخ آخر موعد لنهاية النشاط.

4) أي نشاط تساوي فترة سماحه صفرًا هو نشاط حرج.

5) تسلسل الأنشطة الحرجة من بداية إلى نهاية المشروع هو المسار الحرج للمشروع .

المحاضرة الحادية عشرة

✓ مثال على رسم شبكات الأعمال

قوانين تحكم مرحلة التقدم الى الأمام **Forward Pass**

وقت البداية المبكر $ES = \text{Earliest Start for activity } I$

وقت النهاية المبكر $EF = \text{Earliest Finish for activity } I$

الوقت اللازم لإنجاز النشاط $T = \text{Time}$

$$EF = ES + T$$

وقت النهاية المبكر = وقت البداية المبكرة + وقت النشاط.

$ES = \text{Max (EF of the activities directly preceding it)}$

وقت البداية المبكر = (أعظم قيمة) للنهايات المبكرة للأنشطة السابقة.

قوانين تحكم مرحلة الرجوع الى الخلف **Backward Pass**

وقت البداية المتأخر $LS = \text{Latest Start for activity } I$

وقت النهاية المتأخر $LF = \text{Latest Finish for activity } I$

$$LS = LF - T$$

وقت البداية المتأخرة = وقت النهاية المتأخرة - وقت النشاط

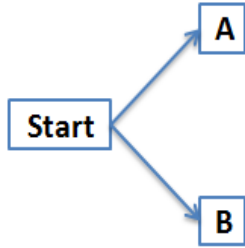
$LF = \text{Min (LS of the activities directly succeeding it)}$

وقت النهاية المتأخرة = (أقل قيمة) للبدايات المتأخرة للأنشطة اللاحقة.

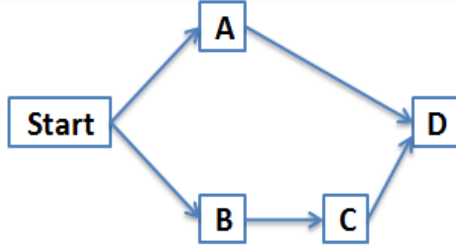
✓ مثال على طريقة لرسم شبكة المشروع وطريقة المسار الحرج
الجدول التالي يمثل الأنشطة والأنشطة السابقة لها مع الوقت اللازم لإكمال
النشاط.

النشاط	النشاط السابق	الزمن
A	-	3
B	-	4
C	B	6
D	A,C	5
E	A	2
F	D,E	9

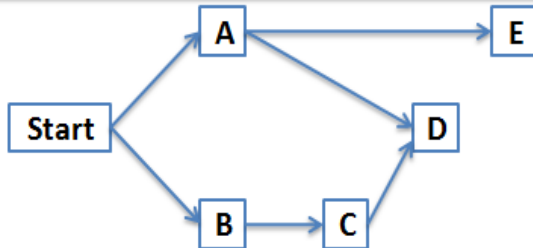
رسم الشبكة



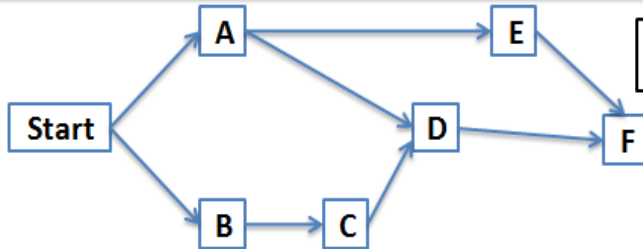
النشاط الأول الذي ليس قبله أي نشاط هو A و B
فتكون هي نقطة البداية (أول نشاط في الشبكة)



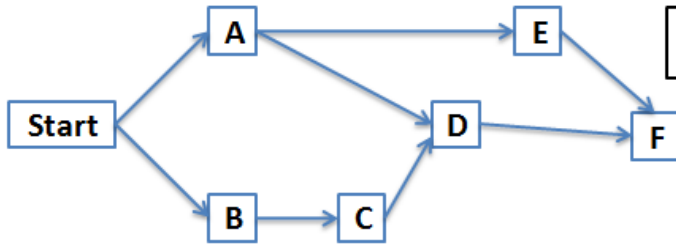
لا يمكن الانتقال الى النشاط C الا بعد اكمال النشاط B
ولا يمكن الانتقال الى النشاط D الا بعد اكمال النشاطين A و C



لا يمكن الانتقال الى النشاط E الا بعد اكمال النشاط A



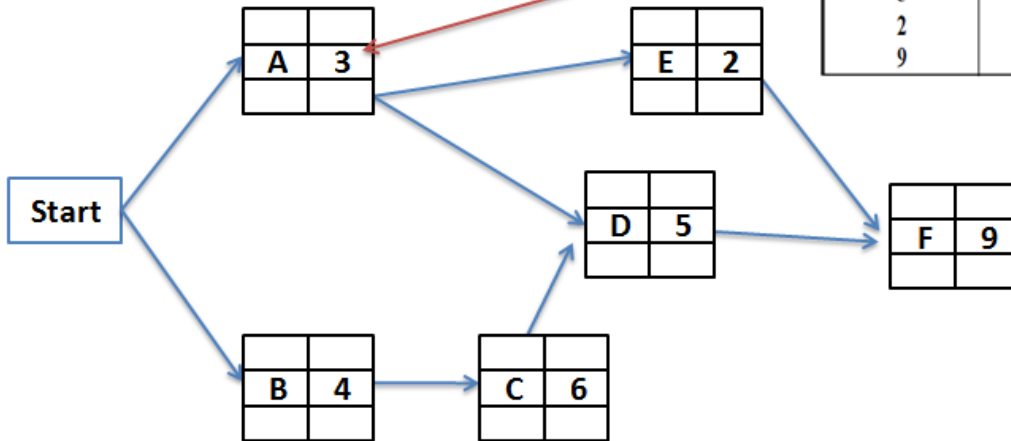
لا يمكن الانتقال الى النشاط F الا بعد اكمال النشاطين D و E



بعد اكتمال الشبكة يمكن تحويلها الى طريقة المسار الحرج

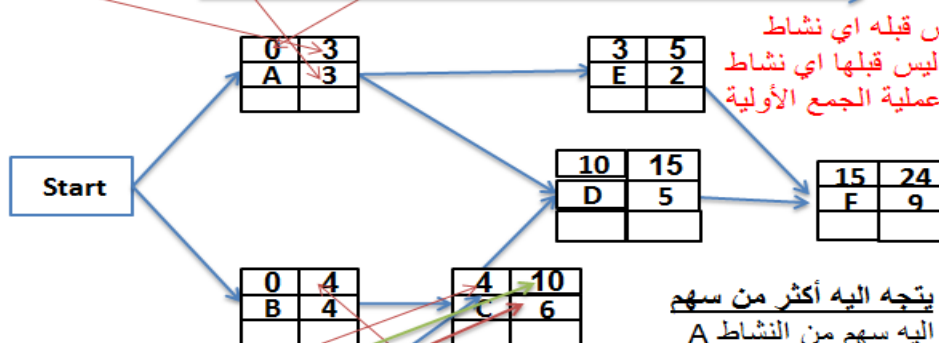
نفس مخطط الشبكة مع اضافة جداول لكل نشاط تحتوي على معطيات الوقت من الجدول

النشاط	النشاط السابق	الزمن
A	-	3
B	-	4
C	B	6
D	A,C	5
E	A	2
F	D,E	9



نطبق قانون التقدم الى الامام $EF = ES + T$
 وقت النهاية المبكر = وقت البداية المبكرة + وقت النشاط (مدته)
 $Time + Earliest Start = Earliest Finish$

نبدأ عملية التقدم للأمام FP (من اليسار الى اليمين) نقوم بعملية جمع بداية النشاط الأول + مدته والنتائج في هذه الخانة



النشاط الأول هو الذي ليس قبله اي نشاط
 وفي هذا المثال نجد نشاطين ليس قبلها اي نشاط
 وهي A و B فتطبق عليها عملية الجمع الأولية

نهاية النشاط الأول تكون هي بداية النشاط الذي يليه

ونكمل عملية الجمع بداية النشاط (4) + مدته (6) = 10

يجب الانتباه الى النشاط الذي يتجه اليه أكثر من سهم
 مثل النشاط D نجد انه يتجه اليه سهم من النشاط A
 وسهم من النشاط C
 في هذه الحالة نأخذ القيمة الأكبر بين A(3) و C(10)
 ثم نكمل عملية الجمع

ايضا النشاط F يتجه اليه سهم من النشاط E وسهم من
 النشاط D

في هذه الحالة نأخذ القيمة الأكبر بين D(15) و E(5)
 ثم نكمل عملية الجمع

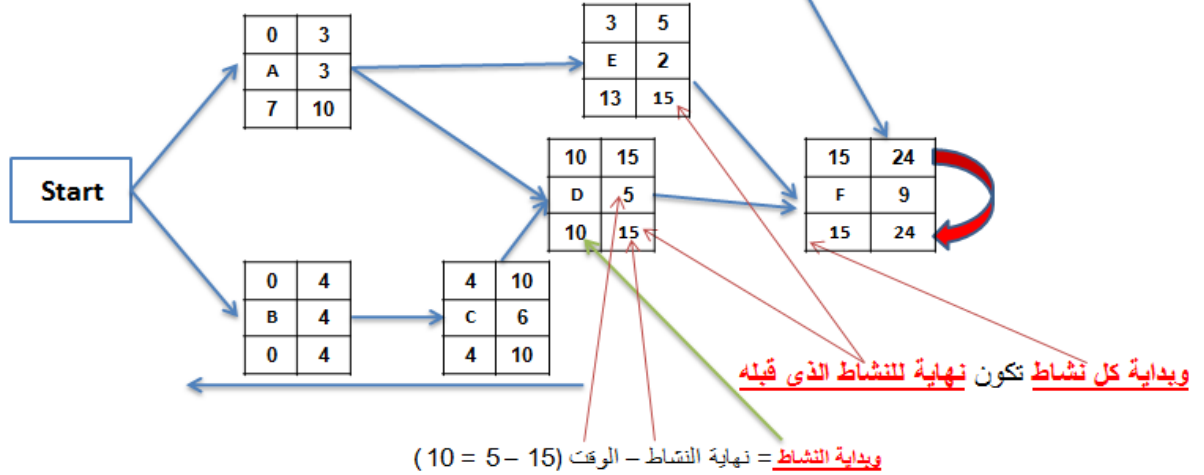
بعد الانتهاء من تطبيق قانون التقدم الى الامام نبدأ في تطبيق قانون الرجوع الى الخلف

قانون الرجوع الى الخلف $LS = LF - T$

وقت البداية المتأخرة = وقت النهاية المتأخرة - وقت النشاط (مدته)

Time - Latest Start = Latest Finish

نبدأ عملية الرجوع للخلف BP (من اليمين الى اليسار) بنقل القيمتين في الجدول الاخير من اعلى الجدول الى اسفل الجدول

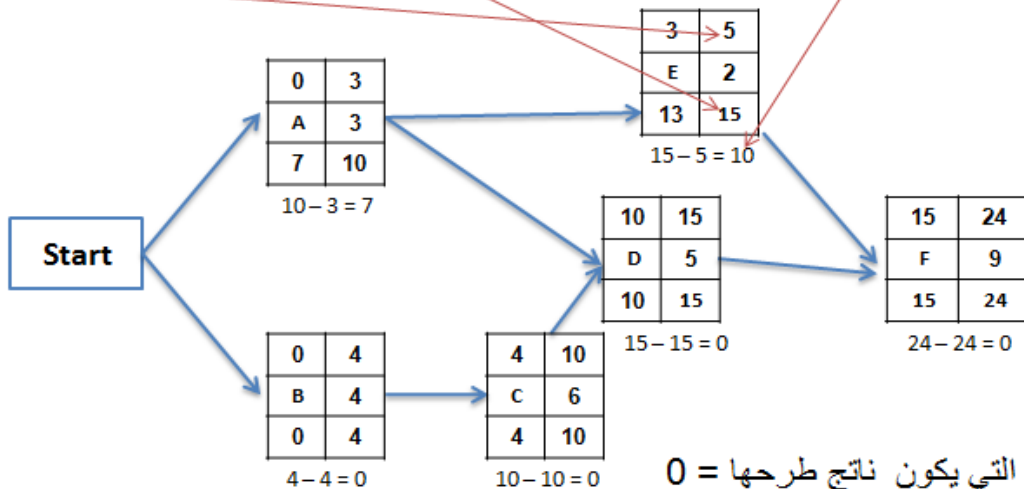


يجب الانتباه الى النشاط الذي يخرج منه أكثر من سهم مثل النشاط A يخرج منه سهم الى النشاط E وسهم الى النشاط D في هذه الحالة نأخذ القيمة الأصغر بين الجدولين التي تتجه اليها الاسهم E(13) و D(10) ثم نكمل عملية الطرح

بعد الانتهاء من تطبيق قانون التقدم الى الامام وقانون الرجوع الى الخلف

بقي أن نحسب فترة السماح (الفائض لكل نشاط) و زمن المشروع

لحساب فترة السماح (الفائض لكل نشاط) نطرح النهاية المتأخرة - النهاية المبكرة لكل نشاط



الأنشطة الحرجة هي التي يكون ناتج طرحها = 0

وهي B, C, D, F

وزمن المشروع هو مجموع اوقات الأنشطة الحرجة

B=4, C=6, D=5, F=9

4 + 6 + 5 + 9 = 24

24 هو زمن المشروع

النشاط	النشاط السابق	الزمن
A	-	3
B	-	4
C	B	6
D	A, C	5
E	A	2
F	D, E	9

المحاضرة الثانية عشر

يتبع PERT في حساب متوسط فترة إنجاز النشاط ثلاثة أزمنة تقديرية، وبالتالي فإن متوسط الفترة تفترض طريقة الأسلوب الاحتمالي.

١- أزمنة النشاط التقديرية: وتشمل ما يلي:

- الزمن المتفائل (S): هو أقل وقت لإتمام النشاط.
- الزمن الأكثر احتمالا (M): هو الزمن الأكثر تكرارا لإتمام النشاط.
- الزمن المتشائم (L): هو أطول زمن لإتمام النشاط.

٢- تقدير متوسط زمن أداء النشاط:

بعد تقدير الأزمنة الثلاثة يتم حساب متوسط زمن أداء النشاط، كالتالي:

$$\frac{S + 4 * M + L}{6}$$

زمن انتهاء المشروع النهائي يتبع التوزيع الطبيعي، وهذا يعني أن المشروع سوف ينتهي عند النقطة المحددة باحتمال ٥٠%.

١) تحديد أنشطة المشروع.

بعد حساب جميع التقديرات الزمنية للأنشطة ثم رسم شبكة الاعمال وتحديد المسار الحرج يتم تقدير التباين لجميع الأنشطة الحرجة

$$\text{التباين} = \left(\frac{L - S}{6} \right)^2$$

ويقصد بالانحراف المعياري الابتعاد عن القيمة الزمنية المتوقعة (بالأيام، بالأسابيع، أو بالأشهر)، (إذا كان الانحراف المعياري يساوي (صفر) فيدل ذلك على أن التقديرات دقيقة، وإذا كبرت قيمة الانحراف المعياري، زادت درجة عدم اليقين في تقدير الأزمنة.

١) حساب التباين للمسار الحرج.

من خلال جميع التباين لكل الأنشطة الحرجة

$$\text{التباين للمسار الحرج} = (\text{تباين النشاط الحرج } 1 + \text{تباين النشاط الحرج } 2 + \dots + \text{تباين النشاط الحرج } n)$$

المتفائل (S) + (4 * الأكثر احتمالا (M)) + المتشائم (L) / 6

لدينا المثال التالي والمطلوب :

الوقت المتوقع لكل نشاط

التباين لكل نشاط

زمن الانتهاء من المشروع (المسار الحرج)

النشاط	الوقت المتوقع	الزمن التقديري			التباين
		المتفائل S	الأكثر احتمالا M	المتشائم L	
A	4	2	4	6	0.44
B	3	1.5	3	4.5	0.25
C	4.6	3	4.5	7	0.44

$$\frac{S + 4 * M + L}{6}$$

رقم ثابت

رقم ثابت

نطبق قاعدة الوقت المتوقع : المتفائل (S) + (4 * الأكثر احتمالا (M)) + المتشائم (L) / 6

زمن انتهاء المشروع = $\frac{2 + 16 + 6}{6} = 4$ = الوقت المتوقع للنشاط A

(طول المسار الحرج) = $\frac{1.5 + 12 + 4.5}{6} = 3$ = الوقت المتوقع للنشاط B

$4 + 3 + 4.6 = 11.6$ = $\frac{3 + 16 + 7}{6} = 4.6$ = الوقت المتوقع للنشاط C

لتقدير التباين للنشطة الحرجة نطبق قاعدة التباين = الزمن المتشائم (L) - الزمن المتفائل (S) / 6 الكل تربيع = التباين

تباين المسار الحرج

$$\left(\frac{6 - 2}{6} \right)^2 = \frac{4}{6^2} = \frac{16}{36} = 0.44$$

$$\left(\frac{4.5 - 1.5}{6} \right)^2 = \frac{9}{6^2} = \frac{9}{36} = 0.25$$

$$\left(\frac{7 - 3}{6} \right)^2 = \frac{16}{6^2} = \frac{16}{36} = 0.44$$

رقم ثابت

$$0.44 + 0.25 + 0.44 = 1.13$$

زمن انتهاء المشروع 11.6

تباين المسار الحرج 1.13

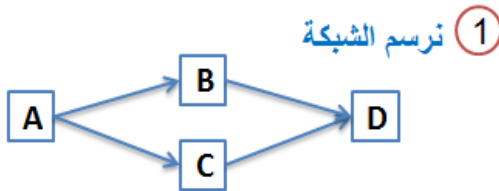
المحاضرة الثالثة عشر

المثال التالي يوضح كيفية:

- ١- رسم شبكة بسيطة
- ٢- حساب الوقت المتوقع
- ٣- تحديد المسار الحرج
- ٤- حساب التباين للأنشطة الحرجة
- ٥-

مثال: نفترض وجود مشروع بسيط مكون من أربعة أنشطة بالتسلسل التالي:

(هذا المثال شامل للمحاضرات 10 - 11 - 12)



② نحسب الزمن المتوقع
نطبق القاعدة

$$\frac{S + 4 * M + L}{6}$$

النشاط	النشاط السابق	الزمن التقديري			الوقت المتوقع	التباين
		المتساو L	الأكثر احتمالا M	المتفائل S		
A	..	7	4	2	4.1	0.69
B	A	20	16	3	14.5	8.02
C	A	7	7	4	6.5	—
D	B,C	8	6	3	5.8	0.69

A الوقت المتوقع للنشاط = $2 + 4(4) + 7 / 6 = 2 + 16 + 7 / 6 = 4.1$

B الوقت المتوقع للنشاط = $3 + 4(16) + 20 / 6 = 3 + 64 + 20 / 6 = 14.5$

C الوقت المتوقع للنشاط = $4 + 4(7) + 7 / 6 = 4 + 28 + 7 / 6 = 6.5$

D الوقت المتوقع للنشاط = $3 + 4(6) + 8 / 6 = 3 + 24 + 8 / 6 = 5.8$

③ نرسم مخطط الشبكة مع جداول لكل نشاط تحتوي على معطيات الوقت من الجدول ونقوم بعملية التقدم للامام والرجوع للخلف وتحديد الأنشطة الحرجة

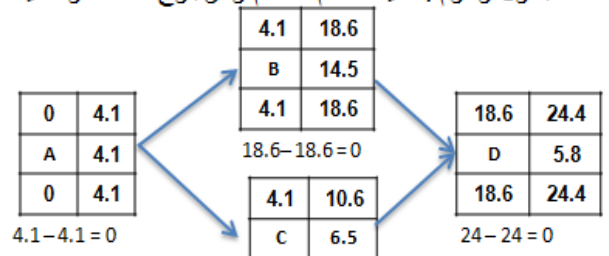
④ تقدير التباين للأنشطة الحرجة نطبق القاعدة

$$\sigma^2 = \left(\frac{L-S}{6} \right)^2$$

A $\left(\frac{7-2}{6} \right)^2 = \frac{5^2}{6^2} = \frac{25}{36} = 0.69$

B $\left(\frac{20-3}{6} \right)^2 = \frac{17^2}{6^2} = \frac{289}{36} = 8.02$

D $\left(\frac{8-3}{6} \right)^2 = \frac{5^2}{6^2} = \frac{25}{36} = 0.69$



الأنشطة الحرجة هي التي يكون ناتج طرحها = 0 وهي A , B , D
وزمن المشروع هو مجموع اوقات الأنشطة الحرجة
A=4.1 , B=14.5 , D=5.8
4.1 + 14.5 + 5.8 = 24.4
زمن المشروع هو 24.4

⑤ تباين وقت المشروع = $0.69 + 8.02 + 0.69 = 9.4$ الانحرار المعياري = $\sqrt{9.4}$

لم يتم احتسابه في الجدول لأنه ليس له وقت حرج C