** تمارين واجب **

☒ التمرين الأول :

١- عرف المصطلحات التالية :-
(التجربة العشوائية – فراغ العينة – الحادث – الحوادث المتنافية – الحوادث المستقلة – الحوادث الشاملة) .

التجربة العشوائية : هي تلك التجربة التي تكون جميع نتائجها معلومة مسبقا ولكن لا يمكن التنبؤ بحدوث أي من هذه النتائج بصفة.

فراغ العينة : هو المجموعة الشاملة التي تحتوي على جميع النتائج الممكنة للتجربة العشوائية ويرمز له بالرمز Ω ويطلق علية الحالات الممكنة .

الحادث : هي مجموعة جزئية من فراغ العينة وتمثل مجموعة النتائج التي تحقق الحدث وتسمى أيضا الحالات المواتية Favorable Cases ، فمثلا الحصول على رقم زوجي في تجربة رمي زهرة النرد مرة واحدة تكون الحادثة هي {٢ ، ٤ ، ٦} ، ويمكن أن تحتوي الحادثة على عنصر واحد أو أكثر.

الحوادث المتنافية : يقال عن الحادثين A و B أنهما متنافيان إذا استحال حدوثهما معا. فمثلاً عند رمي عملة معدنية لا يمكن الحصول على وجهين في وقت واحد.

الحوادث المستقلة : يعتبر الحادثين A أو B حادثين مستقلين إذا كان وقوع إحداهما أو عدم وقوعه لا يؤثر في وقوع الآخر. فمثلاً عند رمي قطعة عملة واحدة مرتين متتاليتين فإن نتيجة الرمية الثانية لا تتأثر بنتيجة الأولى.

الحوادث الشاملة : تسمى الحوادث A ، B ، C ... حوادث شاملة في تجربة ما إذا كان لابد من حدوث إحداها عند إجراء التجربة.

☒ التمرين الثاني :

٢- الجدول التالي يمثل توزيع موظفي أحد الشركات حسب الحالة الاجتماعية للموظف والمستوى الاداري الذي يعمل به

الحالة الاجتماعية	أعزب	متزوج	المجموع
مستوى الإدارة الدنيا	١٠	١٤	٢٤
مستوى الإدارة المتوسطه	١٦	٢٨	٤٤
مستوى الإدارة العليا	٢٠	١٢	٣٢
المجموع	٤٦	٥٤	١٠٠

أولاً :-اختر موظف من الجدول السابق بطريقة عشوائية، احسب الاحتمالات التالية:

- أن يكون أعزبا.
- أن يكون متزوجا .
- أن يكون من مستوى الادارة الدنيا.
- أن يكون من مستوى الادارة الدنيا أو المتوسطة .
- أن يكون من مستوى الادارة الدنيا وأعزب .

الحل :

نفرض أن الحادثة A أن يكون الموظف أعزب أي A= {أن يكون الموظف أعزب } فيكون الاحتمال المطلوب :

$$P(A) = \frac{\text{عدد الموظفين العزاب}}{\text{عدد الموظفين الكلي}} = \frac{46}{100} = 0.46$$

نفرض أن الحادثة B أن يكون الموظف متزوج أي أن B = {أن يكون الموظف متزوج} فيكون الإحتمال المطلوب :

$$P(B) = \frac{\text{عدد الموظفون المتزوجون}}{\text{عدد الموظفين الكلي}} = \frac{54}{100} = 0.54$$

نفرض أن الحادثة C أن يكون الموظف من مستوى الإدارة الدنيا

أي أن C = { أن يكون الموظف من مستوى الإدارة الدنيا } فيكون الإحتمال المطلوب :

$$P(C) = \frac{\text{عدد موظفين مستوى الإدارة الدنيا}}{\text{عدد الموظفين الكلي}} = \frac{24}{100} = 0.24$$

نتفرض ان الحادثة D ان يكون الموظف من مستوى الادارة الدنيا أو المتوسطة .

D أي أن = { ان يكون الموظف من مستوى الإدارة الدنيا أو المتوسطة }

فيكون الاحتمال المطلوب :

$$P(D) = \frac{\text{عدد موظفين مستوى الإدارة الدنيا أو المتوسطة}}{\text{عدد الموظفين الكلي}} = \frac{24+44}{100} = \frac{68}{100} 0.68$$

- **حادثتان متنافياتان أي لا يمكن حدوثهما معاً وذكرت أو بالسؤال أو = + يتم جمع الحوادث**

نفترض ان الحادثة E ان يكون الموظف من مستوى الإدارة الدنيا وأعزب أي ان E = { أن يكون الموظف من مستوى الإدارة الدنيا وأعزب } فيكون الاحتمال المطلوب :

$$P(E) = \frac{\text{عدد موظفين مستوى الإدارة الدنيا و أعزب}}{\text{عدد الموظفين الكلي}} = \frac{10}{100} = 0.1$$

الحل بطريقة الضرب :

$$P(E) = \frac{\text{عدد موظفين مستوى الإدارة الدنيا و أعزب}}{\text{عدد الموظفين الكلي}} = \frac{24}{100} \times \frac{46}{100} = 0.24 \times 0.46 = 0.1$$

- **حادثتان مستقلتان أي يمكن حدوث احدهما مما لا يأثر على الاخرى وذكرت و بالسؤال و= × يتم ضرب الحوادث او اختيار نقطة التقاء الحادثتين كم تم بحل السؤال .**

ثانياً : اختير موظف من الجدول السابق بطريقة عشوائية، احسب الاحتمالات التالية:

- احسب احتمال أن يكون موظفي الادارة الدنيا بشرط أنه متزوج؟
- احتمال أن يكون الموظف أعزب بشرط أنه من موظفي الادارة العليا ؟

الحل :

نفرض أن A_1= {أن يكون الموظف من مستوى الإدارة الدنيا }

A_2= {أن يكون الموظف متزوج}

B_3 = {أن يكون الموظف من مستوى الإدارة العليا }

B_4= {أن يكون الموظف أعزب}

فيكون بالتالي:

١- احتمال أن يكون الموظف من موظفي الإدارة الدنيا بشرط أن يكون متزوج :

احتمال أن يكون من موظفي الإدارة الدنيا بشرط انه متزوج

احتمال أن يكون متزوج

$$P(A1 \mid A2) = \frac{P(A_1 \cap A_2)}{P(A_2)} = \frac{\frac{14}{100}}{\frac{54}{100}} = \frac{14}{54}$$

إذا احتمال أن يكون الموظف من موظفي الإدارة الدنيا بشرط أنه متزوج هو : 0.259

٢- احتمال أن يكون الموظف أعزب بشرط أنه من موظفي الادارة العليا :

احتمال أن يكون العامل أعزب بشرط أنه من موظفي الإدارة العليا

احتمال أن يكون موظفي الإدارة العليا

$$P(B1 \mid B2) = \frac{P(A_1 \cap A_2)}{P(A_2)} = \frac{\frac{20}{100}}{\frac{32}{100}} = \frac{20}{32}$$

إذا احتمال أن يكون الموظف أعزب بشرط أنه من موظفي الادارة العليا هو 0.625

- **تم تطبيق القانون السابق الخاص بحالة (الإحتمال الشرطي) :** $P(A1 \mid A2) = \frac{P(A_1 \cap A_2)}{P(A_2)}$

لكن بهذه الحالة لا يهم حفظ القانون فقط طريقة تطبيقه
احتمال شرطي / (لا يتحقق الحدث الاول الإ بشرط تحقق الحدث الثاني) ياخذ تقاطع الحدثين ثم يقسم على الحدث الثاني

ثالثاً : تم اختيار ٢ موظف من الجدول السابق بطريقة عشوائية، احسب الاحتمالات التالية:

- احتمال أن يكون الموظفين من الادارة الدنيا ؟
- احتمال أن يكون الموظفين متزوجان؟
- احتمال أن يكون للموظفين نفس الحالة الاجتماعية؟
- احتمال أن يكون الموظفين من القسم نفسه؟

الحل:

- بدون حفظ القوانين فقط طريقة تطبيقها

١- احتمال أن يكون الموظفان من موظفي الإدارة الدنيا يعني أن يكون :
الموظف الأول من الإدارة الدنيا (الحادثة A_1) و الموظف الثاني من الإدارة الدنيا (الحادثة A_2)
وحيث أنهما مستقلان (لأن السحب مع الإرجاع) فإن:

تم ضرب الحوادث

$$P(A_1 \cap A_2) = P(A_1) \times (P(A_2) = \frac{24}{100} \times \frac{24}{100} = \frac{576}{10000} = 0.0576$$

٢- احتمال أن يكون الموظفان متزوجان ، يعني أن يكون :
الموظف الأول متزوج (الحادثة B1) والموظف الثاني متزوج (الحادثة B2)
وحيث أنهما مستقلان (لأن السحب مع الإرجاع) فإن:

$$P(B_1 \cap B_2) = P(B_1) \times (P(B_2) = \frac{54}{100} \times \frac{54}{100} = \frac{2916}{10000} = 0.2916$$

٣- احتمال أن يكون للموظفين نفس الحالة الاجتماعية يعني أن يكون:
الموظفان كلاهما متزوجين (الحادثة A) أو أن يكون كلاهما أعزبين (الحادثة B) فإن:

$$P(A \cup B) = P(A) + (P(B)$$

$$= P(A_1 A_2) + P(B_1 B_2)$$

$$= P(A_1 \times A_2) + P(B_1 \times B_2)$$

$$= \left[\frac{54}{100} \times \frac{54}{100}\right] + \left[\frac{46}{100} \times \frac{46}{100}\right] = \left[\frac{2916}{10000}\right] + \left[\frac{2116}{10000}\right]$$

$$= 0.2916 + 0.2116$$

$$= 0.5032$$

الاول متزوج و الثاني متزوج

أو

الأول أعزب و الثاني أعزب

وبما ان : و = ضرب ، أو = +
تم ضرب الحوادث المستقله لكل حاله على حدى ثم جمعهما

٤- احتمال أن يكون الموظفان من القسم نفسه يعني أن يكون:
الموظفان كلاهما من الإدارة الدنيا (الحادثة A) أو أن يكون كلاهما من الأدارة المتوسطه (الحادثة B) أو أن يكون كلاهما من الإدارة العليا (الحادثة C) فإن:

$$P(A \cup B \cup C) = P(A) + (P(B) + (P(C)$$

$$= P(A_1 A_2) + P(B_1 B_2) + P(C_1 C_2)$$

$$= P(A_1 \times A_2) + P(B_1 \times B_2) + P(C_1 \times C_2)$$

$$= \left[\frac{24}{100} \times \frac{24}{100}\right] + \left[\frac{44}{100} \times \frac{44}{100}\right] + \left[\frac{32}{100} \times \frac{32}{100}\right] = \left[\frac{576}{10000}\right] + \left[\frac{1936}{10000}\right] + \left[\frac{1024}{10000}\right]$$

$$= 0.0576 + 0.1936 + 0.1024$$

$$= 0.3536$$

مثل الحاله السابقة: لكن هنا ٣ حالات مستقلة
وبما ان : و = ضرب ، أو = +
تم ضرب الحوادث المستقله لكل حاله على حدى ثم جمعهما

٣- مصنع يقوم بإنتاج سلعة معينة به ثلاث آلات، تنتج الآلة الأولى ٤٠% من إجمالي إنتاج السلعة وتنتج الآلة الثانية نسبة ٢٥% والباقي من إنتاج الالة الثالثة، فإذا كانت نسبة الإنتاج المعيب في الثلاث آلات على الترتيب هو ٤% و ٣% و ٥.٥% ، سحبت وحدة عشوائيا من إنتاج المصنع فوجد أنها جيدة ، احسب الاحتمالات التالية:

- أن تكون القطعة الجيدة من إنتاج الآلة الأولى؟
- أن تكون القطعة الجيدة من إنتاج الآلة الثانية؟

الحل :

بالبداية نخطط انتاج المصنع لكل آله واستخراج انتاج الالة الثالثة من باقي انتاج الآلتان الأولى والثانية ونسبة الإنتاج الجيد من باقي نسبة المعيب حسب التالي: على اساس ان انتاج المصنع بالكامل = ١٠٠%

الآلات	نسبة الإنتاج	انتاج المعيب	انتاج الجيد
الآلة الأولى	٤٠%	٤%	٩٦%
الآلة الثانية	٢٥%	٣%	٩٧%
الآلة الثالثة	٣٥%	٥.٥%	٩٤.٥%

فتكون هي
الاولى = ١٠٠%- ٤% =٩٦ %
الثانية =١٠٠% - ٣% =٩٣ %
الثالثة = ١٠٠ % - ٥,٥%=٩٤,٥%

بتطبيق قانون نظرية بايز $1 \le r \le n$

$$P(A_r|B) = \frac{P(A_r)P(B|A_r)}{\sum_{i=1}^{n} P(A_i)P(B|A_i)}$$

والحل بطريقة مباشره بفهم طريقة تطبيق القانون بدون حفظة او الحل بشكل مطول كالتالي :

بما ان القانون ينص على :

نظرية بايز / يضرب كل حدث بالأحتمال الخاص فيه .. ثم يتم اخذ الحدث المطلوب ويقسم على / جميع الاحداث الأخرى مضروبه بإحتمالاتها بما فيهم الحدث المطلوب والجمع بينها.

وبما ان المطلوب أن تكون القطعة الجيدة من إنتاج الآلة الأولى :

فالحل كالتالي :

$$\frac{\text{الجيد للألة}_1 \times \text{نسبة انتاج الآلة}_1}{(\text{الجيد للألة}_1 \times \text{نسبة انتاج الألة}_1) + (\text{الجيد للألة}_2 \times \text{نسبة انتاج الألة}_2) + (\text{الجيد للألة}_3 \times \text{نسبة انتاج الألة}_3)}$$

$$\frac{0.40 \times 0.96}{(0.40 \times 0.96) + (0.25 \times 0.97) + (0.35 \times 0.94.5)}$$

المطلوب الثاني أن تكون القطعة الجيدة من إنتاج الآلة الثانية:

نفس الطريقة السابقة لكن الحدث الثاني بالبسط على بقية الأحداث بالمقام .

$$\frac{(0.25 \times 0.97)}{(0.40 \times 0.96) + (0.25 \times 0.79) + (0.35 \times 0.94.5)}$$

اسئلة الإختبار الخاصة بالمحاضرة الثانية ... نموذج c (السؤال ٤٤/٤٥)

أجب عن الفقرات (٤٤) و (٤٥) باستخدام المعلومات التالية :

"مصنع لانتاج لعب الاطفال يمتلك ثلاث آلات A و B و C ، تنتج الآلة الأولى ٢٥% من الانتاج والآلة الثانية ٤٠% والباقي من انتاج الآلة الثالثة فإذا كانت نسبة المعيب في الآلات الثلاثة على الترتيب هو ٣% و ٤% و ٦% .

سحبت وحدة واحدة عشوائيا من انتاج المصنع" ، احسب الاحتمالات التالية :-

(٤٤) احتمال ان تكون الوحدة المسحوبة معيبة :

أ- $٠.٩٤ \times ٠.٣٥ + ٠.٩٦ \times ٠.٤٠ + ٠.٩٧ \times ٠.٢٥$

ب- $٠.٠٦ \times ٠.٣٥ + ٠.٠٤ \times ٠.٤٠ + ٠.٠٣ \times ٠.٢٥$

ج- $٠.٠٦ \times ٠.٦٥ + ٠.٠٤ \times ٠.٦٠ + ٠.٠٣ \times ٠.٧٥$

د- لا شيء مما سبق

بالحالة السابقة / كانت الحوادث شاملة اي لا بد من حدوث احداها عند عمل التجربه ..

فهنا حدد وحده معيبه فقط . ولم يكمل من اي انتاج آله ممكن أن تكون ..

بالبداية يتم استخراج انتاج الآلة الثالثه لانه لم يذكر بالسؤال :

انتاج الألة الاولى + انتاج الآلة الثانية = ٢٥% +٤٠% = ٦٥%

انتاج المصنع بالكامل = ١٠٠% إذن انتاج الآلة الثالثة = ١٠٠% -٦٥% = ٣٥%

فيتم ضرب المعيب لكل آله بنسبة انتاجها .. $٠.٠٦ \times ٠.٣٥ + ٠.٠٤ \times ٠.٤٠ + ٠.٠٣ \times ٠.٢٥$

والحل الصحيح المطابق للأرقام الموجوده بالسؤال الفقرة (ب)

(٤٥) احتمال ان تكون الوحدة المسحوبة معيبة ومن انتاج الآلة الثالثة :-

أ- $$\frac{(0.35\times0.49)}{(0.25\times0.03)+(0.40\times0.04)+(0.35\times0.06)}$$

ب- $$\frac{(0.40\times0.04)}{(0.25\times0.03)+(0.40\times0.04)+(0.35\times0.06)}$$

ج- $$\frac{(0.35\times0.06)}{(0.25\times0.03)+(0.40\times0.04)+(0.35\times0.06)}$$

د- لا شيء مما سبق

تحل بقانون نظرية بايز لانه حدد ان تكون الوحده المسحوبه معيبه ومن الآلة الثالثة ..

المعيب للألة٣ × نسبة انتاج الآلة٣

(المعيب للألة١× نسبة انتاج الألة١) +(المعيب للألة٢ × نسبة انتاج الألة٢) + (المعيب للألة٣× نسبة انتاج الألة٣)

وبالتعويض من الارقام .. تكون الإجابة الصحيحه الفقره (ج)