المستوى الرابع

المملكة العربية السعودية
وزارة التعليم
جامعة الملك فيصل

هـ ق ر ر

التحليل الإحصائي
Statistical Analysis

د. محمد زايد

إعداد/ لوسيندآ & Wesh & Totoo & Noufa

المحاضرة الأولى

المجموعات

تعريف المجموعة:

المجموعه ببساطه هئي تجمع من الأشياء او العناصر المحددة تماما. وقد تكون هذه الاشياء اعدادا أو اشخاصا او احداثا أو أي شيء اخر.

ترمز للمجموعات بواسطه حروف كبيره مثل :

A , B , C ...

الأشياء التي تتكون منها المجموعه تسمى عناصر المجموعه وترمز للعناصر بواسطه حروف صغيره مثل:

a ,b , c,...

الانتماء:

يستخدم الرمز ∈ "ينتمي إلى" ليبين عناصر المجموعة ، فمثلاً إذا كان العنصر a من ضمن عناصر المجموعة A فإننا نقول أن a ينتمي إلى المجموعة A ويكتب بالصورة $a \in A$

أما إذا كان A ليس عنصرا من عناصر المجموعة A فإننا نقول أن a لا ينتمي إلى المجموعة A ويكتب بالصورة

$a \notin A$

ملاحظة : تعد دراسة المجموعات ذات أهمية كبيرة في دراسة العلاقات والدوال.

أمثلة على المجموعات:

مثال:

A={a, b, c, d}

أي أن المجموعة A تتكون من العناصر a و b و c و d

$b \in A$

أي أن العنصر b ينتمي إلى المجموعة A

$f \notin A$

أي أن العنصر f لا ينتمي إلى المجموعة A

طرق كتابة المجموعات:

- طريقة العد (سرد العناصر):

يتم فيها وضع جميع عناصر المجموعة، أو جزء منها ، بين قوسي المجموعة { } بحيث يفصل بين كل عنصرين بعلامة فاصلة ","

مثال:

$A = \{1 ، 3 ، 5، 7\}$

$B = \{ a ، b ، c ، d \}$

$C = \{ 1،2 ،3.... \}$

بحيث لا يتم تكرار العناصر

2- طريقة القاعدة (الصفة المميزة):

ويتم فيها وصف المجموعة بذكر صفة يمكن بواسطتها تحديد عناصرها، أي الصفة التي تحدد ارتباط عناصر المجموعة ، فمثلاً :

A= {x: عدد طبيعي زوجي x }

B = {x: كلية بجامعة الملك فيصل x}

C = {x: طالب مسجل بالمقرر الحالي x}

D ={x : 0<x<12 ،عدد صحيح x }

مثال على طرق كتابة المجموعات:

فمن خلال رمي حجر نرد مرتين نستطيع أن نعبر عن الحادثة (الحصول على مجموع يساوي 7) من خلال التالي:

- طريقة سرد جميع العناصر وبينهما فاصلة كالتالي:

$A=\{(1,6), (2,5), (3,4), (4,3), (5,2), (6,1)\}$

-ويمكن أن نعبر عن الحادثة نفسها بطريقة الصفة المميزة وهي كتابة مميزات العناصر بين القوسين {} عوضا عن كتابة العناصر نفسها كالتالي:

$A=\{ (x,y) : x + y = 7$

إذا المجموعة بشكل عام يمكن أن تكتب بميزة عناصرها بأشكال مختلفة طالما كانت الميزة كافيه لتحديد العناصر بشكل دقيق.

أنواع المجموعات:

١- المجموعة الخالية:

وهي مجموعة الأعداد الصحيحة التي بين العددين 0,1 مجموعة خالية, أيضا مجموعة أسماء الأسماك التي تتحدث اللغة العربية مجموعة خالية بالتأكيد. ويرمز للمجموعة الخالية بالرمز Ø أو بقوسين { }.

A={x: عدد طبيعي زوجي وفردي x }

B={x: دولة عربية تقع في اوروبا x }

2- المجموعة المنتهية:

المجموعة التي تكون عناصرها محدودة.

مثال: المجموعات التالية مجموعات منتهية

$A = \{2 ، 4 ، 6، 8 \}$

$B = \{ 1 ، 2 ، 3 ،...، 100 \}$

$C = \{ x، y ،z ،w ،u \}$

3-المجموعه الغير منتهيه:

المجموعه التي تكون عناصرها غير محدوده

مثال : المجموعات التاليه مجموعات غير منتهيه:

A={x عدد فردي طبيعي X}

B ={ 10 ، 20 ،30 ،...}

4- المجموعه الشاملة :

هي المجموعه التي تدرس جميع المجموعات باعتبارها مجموعات جزئيه منها, ويرمز لها بالرمز U

5- المجموعه الجزئية

فنقول عن مجموعة A أنها مجموعة جزئية subset من مجموعة B إذا كان كل عنصر ينتمي إلى A ينتمي إلى B ونعبر عن هذا بكتابة

فإذا كانت $A \subset B$ وكانت $A \neq B$ قلنا أن A جزئية فعلية proper subset من B أو A محتواه في B أو المجموعة B تحتوي A

أما إذا كانت A=B فإن كل عنصر ينتمي إلى أحدهما ينتمي للأخرى وبالتالي

$A \subset B$ و $B \subset A$

أمثلة:

١- إذا كانت $A = \{2,4,6\}$ و $B = \{1,2,3,4,5,6,7,8\}$

فان $A \subset B$

٢- مجموعة جميع طلاب التعليم الالكتروني بجامعة الملك فيصل مجموعة جزئية من مجموعة طلاب هذه الجامعة.

6- تساوي المجموعات:

تكون المجموعتان A ،B متساويتان إذا كانت $A \subseteq B, B \subseteq A \Rightarrow A = B$

مثال: $\{-1,+1\} = \{x : x^2 = 1\}$

{ x حرف من كلمة سلام : x} ≠ {س, ل, م}

أما المجموعتان المتكافئتان فهما المجموعتان اللتان تتساويان في عدد عناصرهما وتكتب على الصورة $A \equiv B$

مثال:

أي المجموعات التالية متكافئة وأيها متساوية؟

1) $A = \{1,3,5,7\}$, $B = \{3,1,5,7\}$

2) $A = \{0,1,2\}$, $B = \{a,b,c\}$

الحل: 1) $A = B$

2) $A \equiv B$

العمليات على المجموعات:

الاتحاد

اتحاد المجموعتين A ، B $(A \cup B)$ هو مجموعة كل العناصر الموجودة في A أو في B أو في كليهما. مثال :

A={1 , 2, -6 , -7}

B={-6, -7, -11}

$(A \cup B)$ = {1, 2, -6, -7, -11}

التقاطع

تقاطع المجموعتين A ، B $(A \cap B)$هو مجموعة كل العناصر الموجودة في A و في B معاً. أي العناصر المشتركة بين A و B . مثال على ذلك:

A={1 , 2, -6 , -7}

B={-6, -7, -11}

$A \cap B$ = {-6, -7}

المكملة أو المتممة:

يقال أن $\overline{A}$مكملة المجموعة A إذا كانت تحتوي على جميع عناصر المجموعة الكلية U باستثناء عناصر A. أي أن

مثال:

S={1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20}

A={1, 3, 5, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19}

B={1, 2, 3, 6, 8, 11, 12, 14, 16}

$\overline{A}$ ={2, 4, 6, 20}

$\overline{B}$ ={4, 5, 7, 9, 10, 13, 15, 17, 18, 19, 20}

الفرق

إذا كانت مجموعتان A، B فان A-B يسمى بالفرق وهو مجموعة كل العناصر الموجودة A وليست في B.أي أن

إذا كانت A={1,2,3,X,Y} و $B = \{3,4,5,x,w\}$

فإن $A - B = \{1,2,y\}$

$B - A$= {4,5,w}

مثال:

إذا كانت $A = \{1,2,3,x,y\}$ و $B = \{3,4,5,x,w\}$

وكانت المجموعة الكلية $U = \{1,2,3,4,5,w,x,y,z\}$

فأوجد 1) $A \cup B$

الحل: $A \cup B = \{1,2,3,4,5,x,y,w\}$

مثال:

إذا كانت $A = \{1,2,3, x, y\}$ **و** $B = \{3,4,5, x, w\}$

وكانت المجموعة الكلية $U = \{1,2,3,4,5, w, x, y, z\}$

فأوجد 2) $A \cap B$

الحل : $A \cap B = \{3, x\}$

مثال:

إذا كانت $A = \{1,2,3, x, y\}$ **و** $B = \{3,4,5, x, w\}$

وكانت المجموعة الكلية $U = \{1,2,3,4,5, w, x, y, z\}$

فأوجد: 3) $A - B$

الحل : $A - B = \{1,2, y\}$

مثال:

إذا كانت $A = \{1,2,3, x, y\}$ **و** $B = \{3,4,5, x, w\}$

وكانت المجموعة الكلية $U = \{1,2,3,4,5, w, x, y, z\}$

فأوجد: 4) $\overline{A}$

الحل : $\overline{A} = \{4,5, w, z\}$

مثال :

إذا كانت $A = \{1,2,3, x, y\}$ **و** $B = \{3,4,5, x, w\}$

وكانت المجموعة الكلية $U = \{1,2,3,4,5, w, x, y, z\}$

فأوجد: 5) $\overline{B}$

الحل : $\overline{B} = \{1,2, y, z\}$

تدريبات

١. **نفترض أن** $A = \{3,4,5, x, y\}$ **و** $B = \{4, x, y, z\}$ **ضع الرمز** $\in$ **أو** $\notin$ **في المكان الفارغ لتكون الجملة صحيحة .**

$(i)\ 3$ ——— A

$(ii)\ 3$ ——— B

$(iii)\ x$ ——— A

$(iv)\ x$ ——— B

$(v)\ z$ ——— A

$(vi)\ z$ ——— B

$(vii)\ 1$ ——— A

$(viii)\ 1$ ——— B

٢. **اسرد عناصر كل مجموعة من المجموعات التالية . يمكن استخدام النقط للتعبير عن استمرار سرد عناصر المجموعة عندما يكون بها عدد لانهائي من العناصر**

A = {x: 7 عددطبيعي أصغر من X }

B ={ X: 2 عدد طبيعي زوجي يقبل القسمه على X}

c ={y: c وh حرف من حروف الهجاء المحصوره بين Y}

D = { x 17 عددطبيعي فردي اقل من X}

مجموعات الأعداد : Sets of numbers

أ - مجموعة الأعداد الطبيعية : (Natural numbers)

وهي أصغر مجموعات الأعداد وتسمى أيضا مجموعة العد وتحتوي على الأعداد الصحيحة الموجبة.

$$N=\{ 1 , 2 , 3 , 4 , \dots \}$$

ب - مجموعة الأعداد الصحيحة : (Integer numbers)

هي مجموعة الأعداد الموجبة والسالبة بالإضافة إلى الصفر.

$$I = \{ \dots , -3 , -2 , -1 , 0 , 1 , 2 , 3 , \dots \}$$

ج - مجموعة الأعداد النسبية : (Rational numbers)

العدد النسبي هو العدد الذي يكتب على الصورة $\frac{a}{b}$ بحيث $a,b\in I$ ، $b\neq 0$
وتحوي مجموعة الأعداد النسبية على الأعداد الصحيحة بالإضافة إلى الكسور مثل $\frac{2}{3},\frac{5}{4},\frac{7}{6},\frac{8}{10},\frac{9}{1},\frac{14}{1},\dots\dots\dots$ ويرمز لها بالرمز Q .

د - مجموعة الأعداد غير النسبية : (Irrational numbers)

العدد غير النسبي هو العدد الذي لا يمكن كتابه على الصورة $\frac{a}{b}$ مثل جذور الأعداد التي ليست مربع كامل $\sqrt{2},\sqrt{6},\sqrt{10},\sqrt{20},\dots\dots$

هـ - مجموعة الأعداد الحقيقية : (Real numbers)

وتحوي مجموعة الأعداد النسبية وغير النسبية ويرمز لها بالرمز R. و تمثل بخط مستقيم يسمى خط الأعداد حيث يمتد من طرفيه من ∞- إلى ∞ ومنتصفه تكون نقطة الصفر وعلى يسار الصفر الأعداد السالبة وعلى يمينه الأعداد الموجبة كالأتي

$$-\infty \longleftarrow\!\!-\!\!-\!\!-\!\!-\!\!\longrightarrow \infty$$

- 0 +

وأي جزء من هذا الخط يكون مجموعة جزئية من مجموعة الأعداد الحقيقية ويسمى فترة (Interval).

الفترة : Interval

تعرف الفترة كما ذكرنا سابقا بأنها مجموعة جزئية من مجموعة الأعداد الحقيقية وهي الأعداد التي تقع بين أي نقطتين a و b على خط الأعداد ، وتكتب حسب نوعها كالأتي:

1- الفترة المفتوحة: $(a , b) = \{x \in R : a < x < b\}$

2- الفترة نصف المغلقة: $[a , b) = \{x \in R : a \leq x < b\}$

3- الفترة المغلقة: $[a , b] = \{x \in R : a \leq x \leq b\}$

مثال:

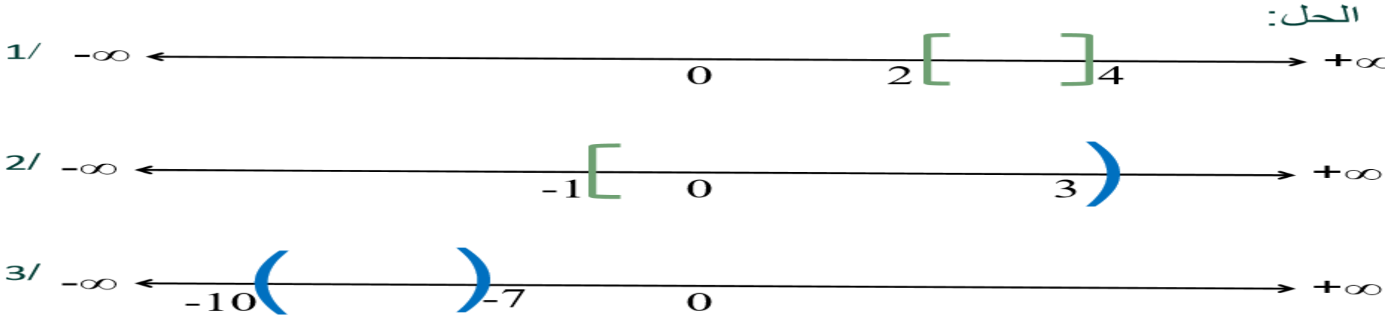
مثل الفترات التالية على خط الأعداد:

1- $[2 , 4]$

2- $[-1 , 3)$

3- $(-10 , -7)$

الحل:



مثال:

إذا كانت الفترات $B = [1 , 4]$ و $A = [-2 , 3)$ فأحسب ما يلي:

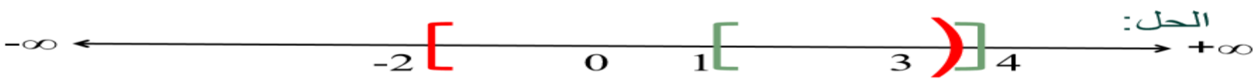
1- $A \cap B$

2- $A \cup B$

3- $A - B$

4- $B - A$

الحل:



1- $A \cap B = [1 , 3)$

2- $A \cup B = [-2 , 4]$

3- $A - B = [-2 , 1)$

4- $B - A = [3 , 4]$

المحاضره الثانيه

نظرية الاحتمالات

معنى الاحتمال

يمكن تعريف الاحتمال بطرق عديدة أبسطها أنه << مقياس لإمكانيه وقوع حدث (Event) معين>> أو قيمة تعبر عن فرصة تحقق حدث معين.»

والاحتمال هو كسر موجب تتراوح قيمته بين الصفر والواحد الصحيح، ويرمز الحتمال تحقق الحدث A بالرمز P(A) وحدود هذا الاحتمال

هي ، $0 \le P(A) \le 1$ ويحسب كالتالي

احتمال تحقق حدث معين = عدد حالات تحقق هذا الحدث / عدد الحالات الكلية

الحدث والفراغ العيني والتجربة:

- افترض أننا نقوم بإجراء تجربة ما كرمي زهرة النرد مثلا ونلحظ كل النتائج الممكنة وهي ظهور أحد األوجه الستة 1 أو 2 أو 3 أو 4 أو 5 أو 6.

- نفترض أننا مهتمون بحدث ظهور رقم فردي أي ظهور أحد األرقام 1 أو 3 أو 5 على الوجه العلوي للنرد.

هكذا فإن

- عملية رمي الزهرة تسمى تجربة (Experiment)
- مجموعة جميع الحاالت الممكنة الظهور تسمى بالفراغ العيني (Sample Space).
- ظهور رقم فردي وهو محل اهتمامنا يسمى حديثاا (Event)

ويلاحظ أن الحدث قد يكون حالة أو أكثر من الفراغ العيني.

ووفقا لتعريف الاحتما

احتمال تحقق حدث معين= عدد حالات تحقق هذا الهدف / عدد الحالات الكليه

وبالتالي يكون احتمال تحقق الحدث محل الاهتمام وهو ظهور رقم فردي هو:

احتمال ظهور رقم فردي =عدد اوجه النرد التي تحمل رقما فرديا / عدد اوجه النرد

$= \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$

مثال -:

صندوق به مجموعة من الكرات مقسمة كما يلي

20 -: كرة بيضاء

30كرة حمراء

50كرة سوداء

فإذا سحبنا كرة واحدة عشوائيا من الصندوق احسب احتمال أن تكون هذه الكرة:

. 1 ;حمراء

. 2بيضاء

. 3سوداء

. 4حمراء أو سوداء

. 5حمراء أو سوداء أو بيضاء

الحل

١- احتمال أن تكون حمراء = عدد الكرات حمراء /العدد الكلي = $\frac{30}{100}$

– 2 أحتمال أن تكون حمراء = عددالكرات بيضاء/ العددالكلي = $\frac{20}{100}$

- 3 أحتمال أن تكون سوداء = عددالكرات سوداء / العددالكلي = $\frac{50}{100}$

- 4أحتمال أن تكون حمراء أو سوداء $\frac{50+30}{100} = \frac{80}{100}$

- 5أحتمال أن تكون حمراء أو سوداء أو بيضاء= $\frac{50+20+30}{100} = \frac{100}{100} = 1$

<u>مثال</u>

-: في دراسة لتخصص مجموعة من الطالب تبين التالي

60 -: طالب يدرسون محاسبة

30 . طالب يدرسون تسويق

10 . طالب يدرسون مالية

. إذا تم اختيار طالب بطريقة عشوائية أحسب االحتماالت التالية

(1 -: احتمال أن يكون تخصص تسويق

(2 . احتمال أن يكون تخصص مالية

(3 . احتمال أن يكون تخصص محاسبة أو تسويق

الحل

(1 احتمال أن يكون تخصص تسويق= $\frac{30}{100}$

(2إحتمال أن يكون تخصص مالية = $\frac{10}{100}$

(3 إحتمال أن يكون تخصص محاسبة أو تسوي = $\frac{60+30}{100} = \frac{90}{100}$

رموز ومفاهيم أساسية-:

P(A) هو احتمال تحقق الهدف A

P(A) هو احتمال عدم تحقق الحدث. A وهو الاحتمال المكمل الحتمال تحقق الحدث A وحيث أن مجموع الاحتمالات تساوي واحد فإن-:

$$P(\overline{A}) = 1 - P(A)$$

p(B∩A) التقاطع ويشير إلى إحتمال تحقق الحدثين معا (الاول و الثاني.)

: p(B∪A)االتحاد ويشير إلى إحتمال تحقق أحد الحدثين على االقل (الاول أو الثاني)

أنواع الاحداث A وB

- 1أحداث متنافية (متعارضة) وهي الاحداث التي لا يمكن أن تقع معا أي أن حدوث أحدهما يمنع حدوث الاخر فعلى سبيل المثال فاحتمال تواجدك في الرياض وفي مكة في نفس الوقت هو احتمال مستحيل وفي هذه الحالة فإن:

- احتمال تحقق الحدثين معا يساوي صفر$p = (A \cap B)$

احتمال تحقق احدهما على الاقل .. $P(A \cup B)=P(A)+P(B)$

أنواع الاحداث AوB

--أحداث مستقلة:

أي أن حدوث أحدهما لا يؤثر على حدوث الاخر فعلى سبيل المثال شراء جريدة الرياض قد لا يتعارض مع شراء جريدة المال وفي هذه الحالة فإن

احتمال تحقيق الحدثين معا يساوي : $(A \cap B) = P(A) \times P(B)$:

أحداث غير مستقلة:

وهي الاحداث التي يؤثر تحقق أحدها على تحقق الاخرى ، وكمثال على ذلك زيادة عدد ساعات مذاكرة مادة الاحصاء في الادارة يؤثر على تخفيض عدد ساعات مذاكرة مادة المحاسبة ، ومن ثم فإن:

- احتمال تحقق الحدثين معا : $P(A \cap B) \neq P(A) \times P(B)$

<u>نظرية (اتحاد الاحداث -:)</u>

احتمال تحقق حادث واحد على الاقل من حادثين A أو B هو أن يتحقق أحدهما أو أن يتحقق االثنين معا ويسمي الاتحاد يساوي $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$ -:

حيث أن

P(A) هو إحتمال تحقق الحدث A

P(B)هو إحتمال تحقق الحدث B

: $P. (B \cap A)$ التقاطع ويشير إلى احتمال تحقق الحدثين معا.

-: مثال

إذا تقدم لإختبار المحاسبة و الاقتصاد 50 طالب نجح في المحاسبة 30 طالب و نجح في الاقتصاد 40 طالب فإذا علمتأن هناك 25 طالب قد نجحوا في الاثنين مع ا فاحسب احتمال النجاح في أحد المقررين على الاقل ؟

نرمز إلى إحتمال النجاح في المحاسبة بالرمز $P(A) = 50/30 = 0.60$

- نرمز إلى إحتمال النجاح في الاقتصاد بالرمز $P(B) = 50/40 = 80.$

- احتمال النجاح في المادتين معا يشير إلى إحتمال النجاح في المادة الاولى و إحتمال النجاح في المادة الثانية و هو مايعني التقاطع =

$P(A \cap B) = 50/25 = 0.50$

المطلوب هو إحتمال النجاح في مادة واحدة على الاقل وهو ما يعني النجاح في المادة الاولى أو النجاح في المادةالثانية و ذلك ما نطلق عليه الاتحاد = $P(A \cup B)$ =

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = 0.60 + 0.80 - 0.50 = 0.90$$

مثال:

إذا علمت أن $0P(A)=.2$ و $0P(B)=.4$ وأن هذه الاحداث هي أحداث متنافية فاحسب كل من الاحتمالات التالية :-

1) $P(A \cap B)$

2) $P(A \cup B)$

3) $P(\bar{A})$

4) $P(\bar{B})$

الحل

1- حيث أن هذه الاحداث هي أحداث متنافية إذ ا فإن إحتمال تحققهما معا يساوي :-

$$P(A \cap B) = 0$$

٢- و من ثم فإن إحتمال تحقق أحد الحدثين على الاقل أو ما يعرف بالاتحاد يساوي

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) = 0.2 + 0.4 = 0.6$$

٣- إحتمال $P(\bar{A})$ هو الاحتمال المكمل لإحتمال تحقق الحدث $\bar{A}$ و حيث أن مجموع الاحتمالات تساوي واحد فإن :-

$P(\bar{A}) = 1 - P(A)$
$= 1-0.2 = 0.8$
$P(\bar{B}) = 1 - P(B)$
$= 1-0.4 = 0.6$

مثال :-

في بيان لدراسه المستوى الثقافي في المملكه العربيه السعوديه تم اختيارعينه عشوائيه مكونه من ١٠٠ شخص وجد بينهم ٥٠ شخص يتصفحوا جريده الرياض و ٦٠ شخص يتصفحون جريده المال ،، أحسب احتمال تصفح احد الجريدتين على الأقل ؟؟

الحل

نرمز إلى إحتمال تصفح جريدة الرياض بالرمز $P(A)$، ونرمز إلى إحتمال تصفح جريدة المال بالرمز $P(B)$

احتمال تصفح أحد الجريدتين على الاقل هو ما نطلق عليه الاتحاد: $P(A \cup B)$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) =$$

$$50/100 + 60/100 - 50/100 * 60/100 = 0.80$$

احتمال التقاطع $P(A \cap B)$

مثال

تقدم الى اختبار مقرر الإحصاء في الاداره والتحليل الاحصائي 10000 طالب نجح منهم 9000 طالب في مقرر الإحصاء في الاداره كما نجح 8000 طالب في مقرر التحليل الاحصائي المطلوب :

حساب احتمال نجاح الطالب في مقرر الاحصاء في الادارة .

حساب احتمال رسوب الطالب في مقرر الاحصاء في الادارة .

حساب احتمال نجاح الطالب في مقرر التحليل الاحصائي .

حساب احتمال رسوب الطالب في مقرر التحليل الاحصائي .

حساب احتمال نجاح الطالب في المقررين معا.

حساب احتمال رسوب الطالب في المقررين مع

حساب احتمال نجاح الطالب في احد المقررين فقط

حساب احتمال نجاح الطالب في احد المقررين على الأقل

الحل

١- احتمال نجاح الطالب في مقرر الاحصاء في الادارة = 10000/9000 = 90%

٢- احتمال رسوب الطالب في مقرر الاحصاء في الادارة

= 10000/1000= 10%

٣- احتمال نجاح الطالب في مقرر التحليل الاحصائي

10000 /8000=80%

٤- احتمال رسوب الطالب في مقرر التحليل الاحصائي= 10000/2000 =20%

بما أن النجاح في أي مقرر هو حدث مستقل عن النجاح في الآخر ، يتم تطبيق القاعدة

$P(A\cap B) = P(A) \times P(B)$ وبالتالي فإن:.

احتمال نجاح الطال في المقررين معا =

10000/9000 X 10000 /8000=0.72 = 72%

احتمال رسوب الطالب في المقررين معا =

10000/1000 X 10000/2000 = 0.02 =2%

احتمال نجاح الطالب في احد المقررين فقط =

10000/9000 X 10000/2000 X 10000/8000 X 10000/2000

= 0.9 X 0.2 + 0.8 X 0.1=0.26

-احتمال رسوب الطالب في احد المقررين فقط =

$P(A\cup B) = P(A) + P(B) - P(A\cap B)$ =8000/10000 +9000/10000=0.72=0.98

الاحتمال الشرطي Conditional Probability

<u>الاحتمال الشرطي :</u>

إذا كان لدينا الحادثين A2,A1 وكان P(A2) لا يساوي الصفر فإن الاحتمال الشرطي للحادث A1 بشرط وقوع الحادث A2 يعطي بالمعادلة التالية:

$$p(A1 \mid A2) = \frac{P(A_1 \cap A_2)}{P(A_2)}$$

أي أن الاحتمال الشرطي للحادث A1 بشرط وقوع الحادث A2 يساوي حاصل قسمة الاحتمال المركب ل A1 , A2 على احتمال الحادثA2

مثال:

إذا كان احتمال نجاح طالب في مقرر الرياضيات 0.64 واحتمال نجاحه في مقرر الإحصاء ومقرر الرياضيات معا 0.32 فما هو احتمال نجاحه في مقرر الإحصاء؟ علما بأنه نجح في مقرر الرياضيات.

الحل:

نفرض أن A1= {نجاح الطالب في مقرر الإحصاء}

A2= {نجاح الطالب في مقرر الرياضيات}

وبذلك يكون:

$$P(A2)=0.64$$

$$P(A1 \cap A2)=0.32$$

ويكون المطلوب في هذه المسألة هو حساب $P(A1 \mid A2)$ وبتطبيق العلاقة :

$$P(A1 \mid A2) = \frac{P(A_1 \cap A_2)}{P(A_2)} = \frac{0.32}{0.64} = 0.5$$

إذا احتمال نجاح الطالب في مقرر الإحصاء علما بأنه نجح في مقرر الرياضيات هو 0.5

مثال:

الجدول التالي يمثل توزيع عمال أحد المصانع حسب الحالة الاجتماعية للعامل والقسم الدي يعمل به:

الحالة الاجتماعية	أعزب	متزوج	المجموع
القسم الأول	5	7	12
القسم الثاني	8	14	22
القسم الثالث	10	6	16
المجموع	23	27	50

اختير عامل من الجدول السابق بطريقة عشوائية، احسب الاحتمالات التالية:

- احسب احتمال أن يكون العامل من القسم الأول بشرط أنه متزوج؟
- احتمال أن يكون العامل أعزب بشرط أنه من القسم الثالث؟

الحل :

نفرض أن $A1$= {أن يكون العامل من القسم الأول}

$A2$= {أن يكون العامل متزوج}

$B3$= {أن يكون العامل من القسم الثالث}

$B4$= {أن يكون العامل أعزب}

فيكون بالتالي:

1- احتمال أن يكون العامل من القسم الأول بشرط أنه متزوج هو:

$$\frac{\text{احتمال أن يكون من القسم الأول ومتزوج}}{\text{احتمال أن يكون متزوج}}$$

$$P(A1 \mid A2) = \frac{P(A_1 \cap A_2)}{P(A_2)} = \frac{\frac{7}{50}}{\frac{27}{50}} = \frac{7}{27}$$

إذا احتمال أن يكون العامل من القسم الأول بشرط أنه متزوج هو 0.259

2- احتمال أن يكون العامل أعزب بشرط أنه من القسم الثالث هو:

$$\frac{\text{احتمال أن يكون العامل أعزب بشرط أنه من القسم الثالث}}{\text{احتمال أن يكون من القسم الثالث}}$$

$$p(B1|B2) = \frac{P(B_1 \cap B_2)}{P(B_2)} = \frac{\frac{10}{50}}{\frac{16}{50}} = \frac{10}{16}$$

تمرين (1):

إذا أعطيت الجدول التالي :-

المجموع	B	A	
55	45	10	X
45	15	30	Y
100	60	40	المجموع

المطلوب حساب الاحتمالات التالية :-

1- $P(A)$	2- $P(\overline{A})$	3- $P(X)$	4- $P(\overline{X})$
5- $P(A \cap X)$	6- $P(B \cap X)$	7- $P(A \cup Y)$	8- $P(B \cup Y)$
9- $P(A \mid Y)$	10- $P(B \mid Y)$	11- $P(X \mid B)$	

تمرين (2):

الجدول التالي يوضح توزيع مجموعة من الاشخاص تبعاً للنوع و تقديرات التخرج :-

النوع / المستوى التعليمي	جيد A	ممتاز B	المجموع
ذكر X	200	300	500
أنثى Y	400	100	500
المجموع	600	400	1000

من خلال الجدول السابق المطلوب :-

1- أحسب إحتمال أن يكون ذكر أو حاصل على تقدير جيد ؟

2- أحسب أحتمال أن تكون أنثى و حاصلة على تقدير ممتاز ؟

3- إذا علمت أنها أنثى فما هو أحتمال أن تكون حاصلة على تقدير جيد ؟

تمرين (3):

الجدول التالي يوضح توزيع مجموعة من الاشخاص :-

النوع / المستوى التعليمي	x	y	المجموع
A	5	10	15
B	12	3	15
المجموع	17	13	30

من خلال الجدول السابق المطلوب حساب الاحتمالات التالية :-

$P(y)$ $\qquad$ $P(B\cup y)$

$P(\overline{B})$ $\qquad$ $P(x\cap A)$

$P(B|x)$ $\qquad$ $P(A|y)$

تمارين

- 1عرف المصطلحات التالية:-

(التجربة العشوائية – فراغ العينة – الحادث – الحوادث المتنافية – الحوادث المستقلة–
الحوادث الشامله)

2-الجدول التالي يمثل توزيع موظفي أحد الشركات حسب الحالة الاجتماعية للموظف
والمستوى الاداري الذي يعمل به:

الحالة الاجتماعية	أعزب	متزوج	المجموع
مستوى الادارة الدنيا	10	14	24
مستوى الادارة المتوسطة	16	28	44
مستوى الادارة العليا	20	12	32
المجموع	46	54	100

أولاً :-اختر موظف من الجدول السابق بطريقة عشوائية، احسب الاحتمالات التالية:

أن يكون أعزبا.

أن يكون متزوجا .

أن يكون من مستوى الادارة الدنيا.

أن يكون من مستوى الادارة الدنيا أو المتوسطة .

أن يكون من مستوى الادارة الدنيا وأعزب .

ثانياً : اختير موظف من الجدول السابق بطريقة عشوائية، احسب الاحتمالات التالية:

احسب احتمال أن يكون موظفي الادارة الدنيا بشرط أنه متزوج؟

احتمال أن يكون الموظف أعزب بشرط أنه من موظفي الادارة العليا ؟

ثالثاً : تم اختيار 2 موظف من الجدول السابق بطريقة عشوائية، احسب الاحتمالات التالية:

احتمال أن يكون الموظفين من الادارة الدنيا ؟

احتمال أن يكون الموظفين متزوجان؟

احتمال أن يكون للموظفين نفس الحالة الاجتماعية؟

احتمال أن يكون الموظفين من القسم نفسه

تمت

المحاضره الثالثه

المتغيرات العشوائية

<u>المتغير العشوائي Random Variable:</u>

المتغير العشوائي هو الذي يأخذ قيما حقيقية مختلفة تعبر عن نتائج فراغ العينة، ومن ثم مجال هذا المتغير، يشمل كل القيم الممكنة له، ويكون لكل قيمة من القيم التي يأخذها المتغير احتمال معين .

<u>وينقسم المتغير العشوائي إلى قسمين هما:</u>

المتغيرات العشوائية المنفصلة Discrete Random Variables

المتغيرات العشوائية المتصلة(المستمرة) Continuous Random Variables

<u>-المتغير العشوائي المنفصل-:</u>

هو المتغير العشوائي الذي يأخذ قيماً حقيقية مختلفة(وبمعنى أخر فهو يشمل جميع القيم الصحيحة دون القيم الكسرية مثل عدد الطلاب في فصل دراسي- عدد الوحدات التالفة من منتج معين – عدد أفراد الأسرة كلها أرقام 4،3،2،1 ، 5.....لا يمكن أن تأخذ صورة كسرية.)

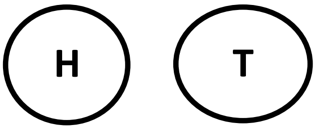
<u>المتغير العشوائي المتصل-:</u>

ويطلق علية المتغير العشوائي المستمر فذلك المتغير يأخذ عدد لا نهائي من القيم المتصلة(ومن ثم فإنه يأخذ القيم الصحيحة و جميع القيم الكسرية التي تقع بين هذه القيم و كمثال على هذه المتغيرات درجات الحرارة أو أطوال الطلاب أو المعدلات التراكمية للطلاب)

مثال-:

في تجربة إلقاء قطعة نقود مرتين متتاليتين إذا كان المتغير العشوائي Xهو عدد مرات ظهور الصورة ، فأوجد القيم التي يأخذها ذلك المتغير واحتمالاته ؟

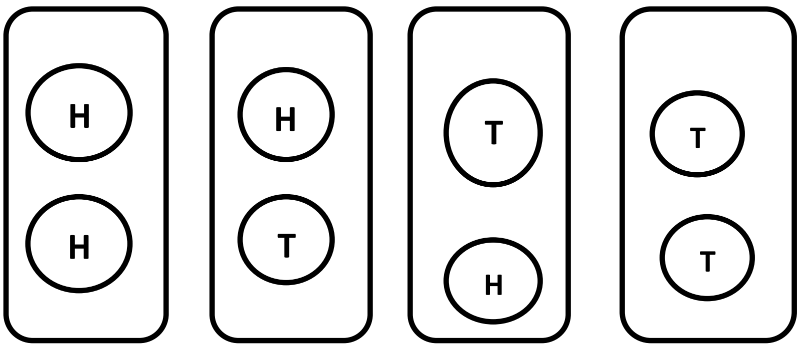
5



الحل

- فراغ العينة:- (S)

S = {HH ,HT, TH, TT}



S={HH, HT, TH ,TT}

- 2المتغير العشوائي:- (X)

هو وَصف رقميً

لعدد مًرات ظًهور اًلصورة

X={2 ,1 ,0}

- 3احتمال تحقق القيم المختلفة للمتغير:- p(x)

عند ظهور الناتج TT   : P(X=0) =¼

عند ظهور الناتج HT أو TH   : P(X=1)=2/4=½

عند ظهور الناتج HH   : P(X=2)=¼

لاحظ أن مجموع الاحتمالات دائماً تساوي واحد :

P(x=0)+P(x=1)+P(x=2) =¼ + ½ + ¼ =1

مثال- :

في تجربة إلقاء حجر نرد مرتين متتاليتين إذا كان المتغير العشوائي

Xهو مجموع العددين الظاهرين .ما القيم التي يأخذها المتغير X وما

احتمال الحصول على كل من هذه القيم ؟

الحل

- 1فراغ العينة:- (S)

S = {(1,1), (1,2) , (1,3) , (1,4) , (1,5) ,(1,6) ,
(2,1) , (2,2) , (2,3) , (2,4) , (2,5) , (2,6) ,
(3,1) , (3, 2) , (3, 3) , (3, 4) , (3, 5) , (3, 6) ,
(4, 1) , (4, 2) , (4, 3) , (4, 4) , (4, 5) , (4, 6) ,
(5, 1) , (5, 2) , (5, 3) , (5, 4) , (5, 5) , (5, 6) ,
(6, 1) , (6, 2) , (6, 3) , (6, 4) , (6, 5) , (6, 6) }

المتغير العشوائي:- (X)

(وصف رقمي لمجموع العددين الظاهرين)

X = {2 , 3 , 4 , 5 , 6 , 7 , 8 , 9 , 10 , 11 , 12 }

- احتمال تحقق القيم المختلفة للمتغير:- p(x)

P(x=2)=1/36   P(x=3)=2/36

P(x=4)=3/36   P(x=5)=4/36

$P(x=6)=5/36 \quad P(x=7)=6/36$

$P(x=8)=5/36 \quad P(x=9)=4/36$

$P(x=10)=3/36 \quad P(x=11)=2/36$

$P(x=12)=1/36$

نلاحظ أن مجموع الاحتمالات تساوي واحد:-

$$P(x=2) + P(x=3) + P(x=4) \ldots\ldots + P(x = 12) = 1$$

التوزيع الاحتمالي:-

التوزيع الاحتمالي ، هو الذي يبين احتمالات حدوث القيم التي يمكن أن يأخذها المتغير العشوائي ، والتي ترتبط باحتمالات النتائج الممكنة في فراغ العينة، وبمعنى آخر هو التكراري النسبي للقيم التي يمكن أن يأخذها المتغير.

وهو جدول مكون من صفين ، الأول به القيم الممكنة للمتغير ، والثاني به القيم الاحتمالية لهذا المتغير.

مثال:-

كون جدول التوزيع الاحتمالي للمتغير العشوائي(X مجموع العددين الظاهرين على النرد)في المثال السابق ؟

الحل :نضع قيم X واحتمالاتها p(x) في جدول ليمثل التوزيع الاحتمالي:

X	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	المجموع
P(x)	$\frac{1}{36}$	$\frac{2}{36}$	$\frac{3}{36}$	$\frac{4}{36}$	$\frac{5}{36}$	$\frac{6}{36}$	$\frac{5}{36}$	$\frac{4}{36}$	$\frac{3}{36}$	$\frac{2}{36}$	$\frac{1}{36}$	1

مثال:-

كون جدول التوزيع الاحتمالي للمتغير العشوائي X المعبر عن عدد مرات ظهور الصورة عند إلقاء عملة معدنية مرتين متتاليتين ؟

الناتج (TT) $P(x=0)=1/4$

الناتج (HT,TH) $P(x=1)=2/4=1/2$

الناتج (HH) $P(x=2)=1/4$

X	0	1	2	المجموع
P(x)	1/4	1/2	1/4	1

شروط التوزيع الاحتمالي

يجيب أن يتوافر في أي توزيع احتمالي الشرطين التاليين(:شروط تتعلق فقط ب (p(x)

- 1جميع الاحتمالات يجب أن تقع بالفترة. [0,1]

- 2مجموع الاحتمالات يساوي الواحد الصحيح.

مثال :- هل يمثل الجدول التالي توزيعا احتماليا؟(الإجابة :لا)

X	0	1	2	3	4
P(x)	0.2	0.3	0.1	0.4	0.1

الشرط الأول متحقق(جميع الاحتمالات موجبة وتقع بين الصفر والواحد)

الشرط الثاني غير متحقق(مجموع الاحتمالات لا يساوي الواحد)

مثال :- هل يمثل الجدول التالي توزيعا احتماليا؟(الإجابة :نعم)

X	-2	0	1	3	4
P(x)	0.1	0.3	0.2	0.3	0.1

الشرط الأول متحقق(جميع الاحتمالات موجبة وتقع بين الصفر والواحد)

الشرط الثاني متحقق(مجموع الاحتمالات يساوي الواحد)

مثال :- احسب الاحتمال غير المعلوم (A) في التوزيع الاحتمالي التالي.

X	0	1	2	3
P(x)	0.15	A	0.30	0.20

حيث أن مجموع الاحتمالات في أي توزيع احتمالي يساوي الواحد:

$$A= p(1) = 1 -[0.15 + 0.3 + 0.2] = 1 -0.65 = 0.35$$

<u>التوقع الرياضي</u>

هو القيمة المتوقعة(أو الوسط الحسابي)للمتغير العشوائي ويرمز له بالرمز μ أو $E(x)$

وفي حالة المتغير المتقطع يتم حسابه باستخدام القانون التالي

$$\mu = E(x) =\sum (xPx)$$

بمعنى أن التوقع يساوي حاصل جمع كل قيمة من قيم المتغير العشوائي مضروبة في احتمالها .ويوضح الجدول التالي كيفية الوصول إلى قيمة التوقع الرياضي:-

x	الصف (1)	المجموع
P(x)	الصف (2)	1
E(x)	الصف (1) × الصف (2)	القيمة المتوقعة

المتغيرات العشوائية:-

التوقع الرياضي

إذا كان X متغير عشوائي منفصل.

و كان $p(x)$ هو توزيعه الاحتمالي.

فإن وسطه الحسابي أو توقعه الرياضي يعطى بالعلاقة:

$$\mu = EX = \sum XP(X)$$

لجميع قيم X

مثال:-

أوجد القيمة المتوقعة للمتغير العشوائي X المعبر عن عدد مرات ظهور الصورة عند إلقاء عملة معدنية مرتين متتاليتين ؟

Σ	2	1	0	الصف (1)	X
1	¼	½	¼	الصف (2)	P(X =x)
1	½	½	0	(1) × (2)	µ = E(x)

مثال:

إذا كان التوزيع الاحتمالي لعدد الأعطال اليومية لجهاز الحاسب كما يلي ، فأوجد معدل العطل اليومي للجهاز؟

x	0	1	2	3	4	Σ
P(X =x)	0.20	0.30	0.25	0.15	0.10	1
µ = E(x)	0	0.30	0.50	0.45	0.40	1.65

$$\mu = EX = \sum x.p(x) = 1.65$$

التباين والانحراف المعياري:-

التباين للمتغير العشوائي X الذي قيمته متوقعة E(x) هو:-

$$\text{Var}(X) = \sigma^2 = E(x^2) - (E(x))^2$$

$$= [\sum x^2 p(x)] - \mu^2$$

والانحراف المعياري يمثل الجذر التربيعي للتباين المعياريً يمثل الجذر التربيعي للتباين

$$\sigma = \sqrt{\sigma 2}$$

وللوصول إلى قيمة التباين والانحراف المعياري يتم اتباع الخطوات التالية :-μ

صف (1)	X	قيم المتغير X	Σ
صف (2)	P(X =x)	الاحتمالات الخاصة بقيم X	1
صف (3)	μ = E(x)	صف3 = صف 1 × صف 2	القيمة المتوقعة
صف (4)	$E(x^2)$	صف4 = صف 1 × صف 3	

التباين = ناتج صف 4 – (ناتج صف 3)^2

تمرين

أوجد القيمة المتوقعة والتباين والانحراف المعياري للتوزيع الاحتمالي التالي:-

x	0	1	2	3
P(x)	0.3	0.2	0.4	0.1

الحل :-

x	0	1	2	3	Σ	قيم المتغير
P(x)	0.3	0.2	0.4	0.1	1	الاحتمال
E(X) = x .P(x)	0	0.2	0.8	0.3	1.3	التوقع
$E(X^2) = x^2 . P(x)$	0	0.2	1.6	0.9	2.7	
σ^2	$=E(x^2)-(E(x))^2$				1.01	التباين
σ	$=\sqrt{\sigma^2}$		$=\sqrt{1.01}$		1.005	الانحراف المعياري

تمرين :

اذا أعطيت الجدول الاحتمالي التالي :

x	2	4	5	6
P(x)	0.15	0.35	0.25	0.25

المطلوب :

١- الوسط الحسابي

٢- التباين

٣- الانحراف المعياري

٤- $P(X \geq 4)$

٥- $P(2 \leq X \leq 5)$

x	2	4	5	6	Σ	قيم المتغير
P(x)	0.15	0.35	0.25	0.25	1	الاحتمال
E(x)=x.P(x)	0.3	1.4	1.25	1.5	4.45	التوقع
$E(X^2) = x^2 . P(x)$	0.6	5.6	6.25	9	21.45	
$v(x) = \sigma^2$	$=E(x^2)-E(x)^2$		$=21.45-(4.45^2)=$		1.647	التباين
σ	$=\sqrt{\sigma^2}$		$=\sqrt{1.647}$		1.284	الانحراف المعياري

١) الوسط الحسابي = التوقع الرياضي = 4.45

٢) التباين = 1.647

٣) الانحراف المعياري = 1.28535

$)4\ P(x \geq 4) = P(4) + P(5) + P(6) = 0.35 + 0.25 + 0.25 = 0.85$

$= 1 - 2P() = 1 - 0.15 = 0.85$ (طريقة أخرى للحل)

$5)\ P(2 \leq x < 5) = P(2) + P(4) = 0.15 + 0.35 = 0.5$

تمرين :-

إذا أعطيت الجدول الاحتمالي التالي :-

x	0	2	4	6
P(x)	0.1	0.2	0.4	?

المطلوب :

١) P(6)

٢) الوسط الحسابي

٣) التباين

٤) الانحراف المعياري

٥) $P(X \geq 4)$

x	0	2	4	6	Σ	قيم المتغير
P(x)	0.1	0.2	0.4	0.3	1	الاحتمال
E(x)=x.P(x)	0	0.4	1.6	1.8	3.8	التوقع
$E(X^2) = x^2 . P(x)$	0	0.8	6.4	10.8	18	مربع التوقع
$v(x) = \sigma^2$	$=E(x^2)-E(x)^2$		$=18-3.8^2=3.56$		3.56	التباين
σ	$=\sqrt{\sigma^2}$		$=\sqrt{3.56}$		1.89	الانحراف المعياري

$6P(6) = 0.3, \quad P(x \geq 4) = P(4) + P) = 4.0 + 3.0 = 7.$

إذا أعطيت الجدول الاحتمالي التالي :-

x	0	1	2	3
P(x)	0.2	0.1	0.3	?

المطلوب :

١) (P3)

٢) الوسط الحسابي

٣) التباين

٤) الانحراف المعياري

٥) $P(X \geq 2)$

٦- $P(2 \leq X \leq 5)$

تمت

المحاضره الرابعه

تابع ...المتغيرات العشوائية

التوزيعات الاحتمالية للمتغيرات المتصلة:

ذكرنا في ما سبق أن المتغير العشوائي المستمر أو المتصل هو الذي يأخذ قيما متصلة، ويأخذ عددا لانهائيا من القيم الممكنة له داخل مجاله، فإذا كان متغيرا عشوائيا متصلا، ويقع في المدى : X (a,b)أي أن ،

$$\{ X = x : a < x < b \}$$

عدد لانهائي من القيم تقع بين الحدين الأدنى والأعلى X فإن للمتغير (a,b).( )

يرمز لدالة الاحتمال الخاصة بالمتغير العشوائي المتصل بالرمز

f(x) ويطلق عليها دالة كثافة الاحتمال Probability Density Function (bdf)

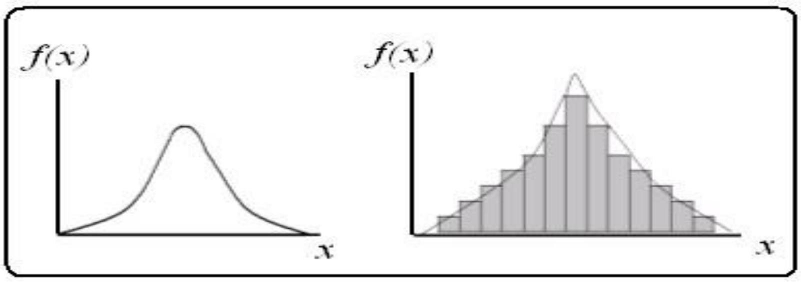
ويقال أن الداله f(x) هي دالة كثافة احتمال لمتغير متصل إذا تحقق الشرطان التاليان

- $f\ x \geq 0$ f(x) موجبه

-(كامل المساحة تحت المنحنى =1) $\int f(x)\ = 1$

$$\int_a^b \mathbf{f(x) = 1}$$

وعند تمثيل بيانات المتغير الكمي المتصل في شكل مدرج تكراري نسبي، نجد أن شكل هذا المدرج هو أقرب وصف لمنحنى التوزيع الاحتمالي للمتغير المتصل، وكلما ضاقت الفترات بين مراكز الفئات، يمكن الحصول على رسم دقيق للمنحنى الخاص بدالةاحتمال المتغير المتصل، كما هو مبين بالشكل التالي:

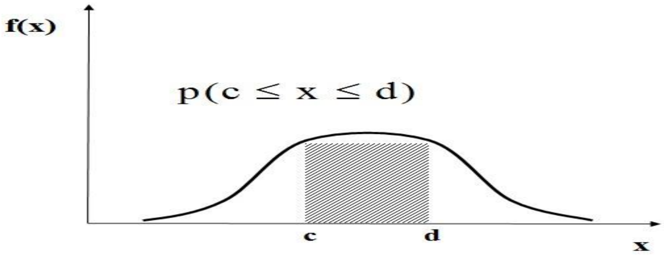


وبفرض أن المتغير العشوائي المتصل يقع في المدى $[a,b]$ ،فإن المساحة أسفل منحنى الدالة f(x) بين النقطتين a وbتعبر عن مجموع الاحتمالاتا لكلية،ولذا تساوي هذه المساحة الواحد الصحيح.

❑ ويكون احتمال أن تقع قيمة المتغير العشوائي المتصل بين أي نقطتين $[c,d]$ هو:

$$P(c \leq X \leq d)$$

ويعبر عن الاحتمال السابق بالمساحة أسفل منحنى الدالة f(x) والواقعة بين النقطتين c وd. وتحسب المساحات تحت المنحنى باستخدام التكامل.



❑ ولأي متغير عشوائي متصل (X) فإن احتمال أن تكون قيمة هذا المتغير هينقطة محددةx يساوي الصفر،

أي أن:

$$P(X = x) = 0 , x \in X$$

<u>قواعد التكامل المحدود:</u>

1. $\int a dx = a x$

2_ $\int dx = x$

3_ $\int x^n \, dx = \frac{x^{n+1}}{n+1}$

$n \neq -1$

4_ $\int a f(x) dx = a \int f(x) dx$

مثال

إذا كان X متغير عشوائي دالة كثافة احتماله هي:

$F(x)=1/2 \quad , \quad 0 \leq x \leq 2$

أحسب الاحتمالات التاليه

P (0.5 > x > 1.5)

P (x < 0.25)

P (x > 0.75)

P (x = 1.5)

P (x > 2)

الحل

1- $P(0.5 > x > 1.5) = \int_{0.5}^{1.5} f(x) dx$

$= \int_{0.5}^{1.5} \frac{1}{2}) \, dx$

$= \frac{1}{2} x I_{0.5}^{1.5}$

$= \frac{1}{2} (1.5 - 0.5) = 0.5$

2- $P(x < 0.25) = \int_{0.25}^{2} f(x)dx$

$= \int_{0.25}^{2} \frac{1}{2})dx$

$= \frac{1}{2} x |_{0.25}^{2}$

$= \frac{1}{2}(2\_0.25) = 0.875$

3- $P(x > 0.75) = \int_{0}^{0.75} f(x)dx$

$= \int_{0}^{0.75} (\frac{1}{2})dx$

$= \frac{1}{2} x |_{0}^{0.75}$

$= \frac{1}{2}(0.75 - 0) = 0.375$

4- $P(x = 1.5) = 0$ الاحتمال عند أي نقطه يساوي صفر

5- $P(x > 2) = 0$ ألقيم أكبر من 2 تقع خارج مجال الداله

مثال 2

هل الدوال التالية هي دوال كثافة احتمال لمتغير متصل؟

1- $f\ x = \frac{1}{3},\ 0 \le x \le 3$

2- $Fx = \frac{2}{5},\quad 1 \le x \le 2$

الحل

نتحقق من شروط دالة كثافة الاحتمال.

$f\ x = \frac{1}{3},\ 0 \le x \le 3$

- **الشرط الأول محقق (قيم الدالة موجبة)**

- **الشرط الثاني (مجموع الاحتمالات):**

$\int_0^3 f(x)dx = \int_0^3 (\frac{1}{3})dx = \frac{1}{3} x I_0^3 = \frac{1}{3}(3\_0) = 1$ **الداله هي داله كثافه احتمال**

نتحقق من شروط دالة كثافة الاحتمال

$f\, x = \frac{2}{5},\ 1 \le x \le 2$

الشرط الأول محقق (قيم الدالة موجبة)

الشرط الثاني (مجموع الاحتمالات)

$$\int_1^2 f(x)dx = \int_1^2 \left(\frac{2}{5}\right) dx == \frac{2}{5} x I_1^2 = (2-1) = 0.4 \neq 1$$

الداله ليست داله كافه احتمال.

<u>التوقع والتباين للمتغير العشوائي المتصل:</u>

إذا كانت $F(x)$ هي داله كثافه الاحتمال للمتغير العشوائي X حيث $a<x<b$ فإن معادله القيمه المتوقعه والتباين يمكن كتابتها كما يلي

(القيمة المتوقعة) $\mu = E(X) = \int_a^b x\, f(x)\, dx$

(التباين) $\sigma^2 = V(X) = E(X^2) - (E(X))^2$

حيث $E(X^2) = \int_a^b x^2\, f(x)\, dx$

الذي له داله كافه الاحتمالات التاليه

احسب التوقع والتباين للمتغير العشوائي x

$(FX) = \frac{1}{3},\ \ 0 \le x \le 3$

الحـل :

القيمه المتوقعه ؛

$E(x) = \int x\, f(x)\, dx$

$= \int_0^3 x\left(\frac{1}{3}\right)dx$

$= \left(\frac{1}{3}\right) \int_0^3 x\ \ dx$

$= \frac{1}{3}\left(\frac{x^2}{2} I_0^3 = \frac{1}{3}\left(\frac{3^2}{2} - \frac{0^2}{2}\right) = \frac{1}{3}\left(\frac{9}{2}\right) = \frac{3}{2} = 1.5\right.$

<u>ألتباين :</u>

$V(x) = E(X^2) - (E(X))^2$

$E(X^2) = \int X^2\, F(X)\, dx$

$= \int_0^3 x^2 \left(\frac{1}{3}\right) dx$

$= \left(\frac{1}{3}\right) \int_0^3 x^2 dx$

$=\frac{1}{3}(\frac{x}{3}\ I_0^3 = \frac{1}{3}\left(\frac{3^3}{3}-\frac{0^3}{3}\right) = 3$

V(X) = E(X²) _ (E(X))²

$=3\_(1.5)^2 = 0.75$

مثال 4

إذا كانت دالة كثافة الاحتمال لأوزان الرسائل (بالجرام) التي تنقلها إحدى شركات البريد معطاه على النحو التالي:

$$f\ (x) = 0.003x^2, \qquad 0<x<10$$

أوجد:

1) احتمال أن يزيد وزن الرسالة عن 7 جرامات.

2) القيمة المتوقعة لوزن الرسالة.

3) الانحراف المعياري لوزن الرسالة.

$1\_\ p\ (x>7) = \int_7^{10} f(x)dx$

$= \int_7^{10}(0.003x^2)dx$

$=0.003\ \frac{x^3}{3}|\ I_7^{10}$

$=0.003\ (\frac{10^3}{3}-\frac{7^3}{3})=0,657$

القيمه المتوقعه

$E(x)= \int xf(x)\ dx$

$\int_0^{10} X\ (0.003\ x^2)\ dx$

$\int_0^{10} X(0.003\ x^2)\ dx$

$= 0.003\int_0^{10} x^3\ dx$

$= 0.003\ (\frac{X^4}{4}|_0^{10} = 0.003\ (\frac{10^4}{4}) = 7.5$

الجزء الأول في صيغه حساب التباين :

$E(x^2)=\int x^2\ f(x)\ dx$

$\int_0^{10} X^2(0.003x^2)dx$

$=0.003\int_0^{10} X^4 dx$

$=0.003(\frac{x^5}{5}\Big|_0^{10} = 0.003(\frac{10^5}{5}) = 60$

التباين =

$Vx = E(x^2) - (E(x))^2$

$60\_(7,5)^2 = 3,75$

<u>**الانحراف المعياري**</u>

$$\sigma = \sqrt{V(X) = 3.75} \sqrt{= 1.94}$$

<u>**تمت**</u>

المحاضره الخامسه

توزيعات إحصائية منفصلة خاصة

التوزيع الإحصائي :-

التوزيع الإحصائي هو ببساطة الشكل الذي تأخذه مجموعة البيانات .وشكل البيانات مهم جدا في تحليها ووصفها وكخطوة تسبق قرار استخدام أي أسلوب إحصائي . ويرتبط التوزيع الإحصائي عادة بنوع البيانات سواء كانت متصلة أم منفصلة , ويناسب غالبا المقاييس الاسمية والرتيبة أما التوزيعات الإحصائية المتصلة فهي الأنسب للبيانات الكمية المتصلة ولها أهمية كبيرة في العلوم الإحصائية وذلك لأن اغلب الاختبارات الإحصائية تتعامل مع هذا النوع من البيانات .

أ- التوزيع ذو الحدين : Binomial Distribution

توزيع ذو الحدين (التوزيع الثنائي) يستخدم هذا التوزيع في الحالات التي يكون للظاهرة محل الدراسة نتيجتان فقط متنافيتان , النتيجة محل الاهتمام وتسمى بحالة النجاح , والأخرى بحالة الفشل ,

ومن أمثلة ذلك :

إذا كان احتمال أن يكون الفرد مدخن = $\frac{1}{3}$

عند سؤال ١٠ أفراد فكل منهم قي يكون ⟸ غير مدخن / مدخن

أذا كان احتمال وجود مصباح تالف في صندوق =$\frac{2}{7}$

عند سحب مصباح من كل صندوق من ٥٠ صندوق في كل مرة قد يكون .. ⟸ سليم / تالف

عند رمي قطعة النقد ، الناتج يكون .... ⟸ صورة / كتابة

أذا كان احتمال حضور الطلبة للمحاضرة $\frac{1}{4}$

بمتابعة حضور الطالبة في 5 محاضرات قد تكون .... ⟸ حاضرة / غائبة

جميع التجارب السابقة تحقق الشروط التالية :

١. نتيجة كل محاولة للتجربة إما نجاح أو فشل .
٢. نتيجة كل محاولة مستقلة عن الأخرى .
٣. احتمال النجاح في كل محاولة يكون ثابت وليكن p واحتمال الخطأ الفشل $q = 1 - p$
٤. إجراء التجربة عدة مرات فتكون هناك n محاولة .

تجربة ذات الحدين

أذا كان x متغيرا عشوائيا لتجربة ذات الحدين , عند إجراء التجربة n من المرات وكان احتمال الحصول على حالة نجاح في أي مرة يساوي p واحتمال الفشل $q = 1 - p$, فإن احتمال تحقق عدد x من حالات النجاح هو :

التوزيع الاحتمالي لمتغير ذات الحدين X عند إجراء التجربة n مرة :

$$p(X = x) = p(x) = \binom{n}{x} p^x q^{n-x}$$

حيث أن p احتمال النجاح و $q = 1 - p$ و $x = 0، 1، 2، 3 .... n$

مراجعة على التوافيق :

القانون الأساسي : $\binom{n}{x} = \frac{n!}{x!(n-x)!}$

- $\binom{n}{x} = \binom{n}{n-x}$
- $\binom{n}{1} = \binom{n}{n-1} = n$
- $\binom{n}{0} = \binom{n}{n} = 1$

إذا كان X متغير ذات الحدين n , p فإن : $X \sim Bin(n, p)$

التوقع الرياضي

$$E(X) = \mu = np$$

التباين

$$V(X) = \sigma^2 = npq$$

شكل التوزيع :

يتحدد شكل التوزيع ذي الحدين وفقا لقيمة احتمال النجاح كما يلي :

- إذا كان $p = 0.5$ فإن التوزيع يكون متماثل .
- إذا كان $p < 0.5$ فإن التوزيع يكون موجب الالتواء .
- إذا كان $p > 0.5$ فإن التوزيع يكون سالب الالتواء .

تمرين :-

في تجربة إلقاء قطعة نقود خمس مرات أوجد احتمال ظهور الوجه H ثلاث مرات واحسب التوقع والتباين ؟

الحل

1. $P(X=3) = \binom{5}{3} p^3 p^{5-3} = \binom{5}{3}\left(\frac{1}{2}\right)^3\left(\frac{1}{2}\right)^2$
2. $E(X) = \mu = np = 5 \times \frac{1}{2} = \frac{5}{2}$
3. $\sigma^2 = npq = 5 \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{5}{4}$

مثال أذا كان احتمال نجاح الطالب في مقرر التحليل الإحصائي يساوي 80 % وتم اختيار 4 طلاب عشوائيا , المطلوب :-

١. كون جدول توزيع ذي الحدين .
٢. أوجد احتمال نجاح 3 طلاب .
٣. أوجد احتمال رسوب 3 طلاب .
٤. أوجد احتمال نجاح طالبين على الأقل .
٥. القيمة المتوقعة (الوسط الحسابي) .
٦. الانحراف المعياري .

الحل :- $p = 0.80 , q = 1 - p = 0.20 ,\ n = 4$

١ - جدول التوزيع ذي الحدين :-

الناتج	الاحتمال	عدد الطلاب الراسبين	عدد الطلاب الناجحين
0.0016	$= 4c0 \times (0.80)^0 \times (0.20)^4$	4	0
0.0256	$= 4c1 \times (0.80)^1 \times (0.20)^3$	3	1
0.1536	$= 4c2 \times (0.80)^2 \times (0.20)^2$	2	2
0.4096	$= 4c3 \times (0.80)^3 \times (0.20)^1$	1	3
0.4096	$= 4c4 \times (0.80)^4 \times (0.20)^0$	0	4

٢- احتمال نجاح 3 طلاب : $p(3) = 0.4069$

٣- احتمال رسوب 3 طلاب : $p(1) = 0.0256$

٤- احتمال نجاح طالبين على الأقل -: $p(2) + p(3) + p(4) = 0.9728$

٥- القيمة المتوقعة (الوسط الحسابي)= $\mu = n \times p = 4 \times 0.80 = 3.2$

٦- الانحراف المعياري = $\sigma = \sqrt{n \times p \times (1-p)} = \sqrt{4 \times 0.8 \times 0.2} = 0.8$

مثال: إذا كان احتمال انسحاب موظف من العمل قبل بلوغ سن التقاعد هو 60 % , وتم اختيار 5 موظفين عشوائيا , المطلوب :-

١. كون جدول توزيع ذي الحدين .
٢. أوجد احتمال انسحاب 4 موظفين .
٣. أوجد احتمال استمرار 3 موظفين في العمل حتى التقاعد .
٤. أوجد احتمال انسحاب 3 موظفين على الأقل .
٥. القيمة المتوقعة (الوسط الحسابي) .
٦. الانحراف المعياري .

$$p = 0.60 \quad , \quad (1 - p = 0.40) \; , \quad n = 5$$

١- جدول التوزيع ذي الحدين :-

الناتج	الاحتمال	عدد الموظفين غير المنسحبين	عدد الموظفين المنسحبين
0.01024	$= 5C0 \times (0.60)^0 \times (0.40)^5$	5	0
0.0768	$= 5C1 \times (0.60)^1 \times (0.40)^4$	4	1
0.2304	$= 5C2 \times (0.60)^2 \times (0.40)^3$	3	2
0.3456	$= 5C3 \times (0.60)^3 \times (0.40)^2$	2	3
0.2592	$= 5C4 \times (0.60)^4 \times (0.40)^1$	1	4
0.07776	$= 5C4 \times (0.60)^5 \times (0.40)^0$	0	5

٢- احتمال انسحاب 4 موظفين :- $p(4) = 0.2592$

٣- احتمال استمرار 3 موظفين :- $p(2) = 0.2304$

٤- احتمال انسحاب 3 موظفين على الأقل :-

$$P = (p(3) + p(4) + p(5)) = 0.07776 + 0.2592 + 0.3456 = 0.68256$$

٥- القيمة المتوقعة (الوسط الحسابي) :- $\mu = n \times p = 5 \times 0.60 = 3$

٦- الانحراف المعياري =

$$\sigma = \sqrt{n \times p \times (1-p)} = \sqrt{5 \times 0.6 \times 0.4} = 1.095445$$

مثال :-

وجد في إنتاج احد المصانع أنه من بين 1000 وحدة إنتاج يوجد 150 وحدة معيبة . أخذت عينة بإرجاع مكونة من 5 وحدات , أوجد الاحتمالات التالية :

١- الوحدات المختارة كلها سليمة 2- على الأكثر توجد واحدة معيبة

3-على الأقل توجد وحدتان معيبتان 4- القيمة المتوقعة والتباين للوحدات المعيبة .

الحل

احتمال النجاح (الحصول على وحده معيبة) $p = 150 / 1000 = 0.15$

احتمال الفشل (عدم الحصول على وحدة معيبة) $q = 1- p = 1 - 0.15 = 0.85$

عدد المحاولات (عينة بإرجاع مكونة من 5 وحدات) $n = 5$

x متغير عشوائي يمثل عدد الوحدات المعيبة يأخذ القيم $5 , 4 , 3 , 2 , 1 , 0$ **ويكون له توزيع ذي الحدين**

$$p(X = x) = \binom{5}{x}(0.15)^{x} (0.85)^{5-x} , x = 0 , 1 , 2 , 3 , 4 , 5$$

1- الوحدات كلها سليمة يعني أن $x = 0$

$$P (X = 0) = \binom{5}{0} (0.15)^{0} (0.85)^{5-0} = \frac{5!}{0!(5-0)!} (1) (0.85)^{5} = 0.4437$$

2-على الأكثر توجد وحدة معيبة يعني أن $X \leq$

$$P(X \leq 1) = p (X = 0) + p (X = 1)$$

$$P(X \leq 1) = \binom{5}{0} (0.15)^{0} (0.85)^{5} + \binom{5}{1} (0.15)^{1} (0.85)^{4}$$

$$= 0.4437 + \frac{5!}{1!5!} (0.15)(0.522)$$

$$= 0.4437 + 5 \times 0.0783 = 0.4437+ 0.3915 = 0.8352$$

3-على الأقل توجد وحدتان معيبتان , أي أن $X \geq 2$

$$P (X \geq 2) = 1 - p (X < 2)$$

$$= 1 - [p(X = 0) + p (X = 1)]$$

$$= 1 - 0.8325 = 0.1648$$

٣- القيمة المتوقعة والتباين للوحدات المعيبة .

القيمة المتوقعة = $n \cdot p = 5 \times 0.15 = 0.75$

التباين = $n \times p \times (1 - p)$

= $5 \times 0.15 \times 0.85 = 0.6375$

ب : توزيع بواسون :- Poisson Distribution

توزيع بواسون هو توزيع احتمالي منفصل آخر يستخدم لتحديد احتمال وقوع عدد معين من النجاحات في وحدة الزمن , وذلك عندما تكون الأحداث أو"النجاحات" مستقلة عن بعضها البعض وعندما يبقى متوسط النجاحات ثابتاً لوحدة الزمن عندئذ :

$$P(X) = \frac{e^{-\lambda}\lambda^{x}}{x!} \quad X = 0, 1, 2, \ldots$$

حيث : $p(X)$ = احتمال حدوث عدد X من النجاحات .

λ = متوسط أو معدل تكرار الحدث في وحدة الزمن .

حيث $\lambda = np$

e = أساس نظام اللو غاريتمات الطبيعي , وقيمتها تساوي 2.718 تقريبا , ويمكن حسابها باستخدام الآلة الحاسبة .

$x!$ = مضروب العدد X " ويساوي : $x(x-1)(x-2)\ldots(2)(1)$

- يعتبر بديلا لتوزيع ذي الحدين ولكن عندما تكون n كبيرة وp صغيرة جدا .
- يصف متغيرات عشوائية متقطعة تعبر عن عدد كبير من الظواهر مثل :
  - عدد الكرات الحمراء في عينة الدم
  - عدد الأخطاء المطبعية في الصفحات المختلفة للكتاب
  - عدد القطع التالفة في الإنتاج الكلي لسلعة معينة
- إذا كان للمتغير العشوائي X توزيع بواسون فإن :

التوقع : $E(X) = \lambda$

التباين : $Var(X) = \lambda$

مثال :-

في كمية من القطع المصنعة , كان من المعلوم أن نسبة القطع المعيبة بها هي 0.3%. أخذت عينة عشوائية حجمها 350 قطعة . احسب الاحتمالات الآتية :

١) عدم وجود أية قطع معيبة

٢) وجود قطعة معيبة

٣) وجود قطعتان معيبتان

٤) وجود على الأكثر قطعتان معيبتان

<u>الحل</u>

عملية سحب العينة تمثل سلسلة عددها $n = 350$

واحتمال أن تكون القطعة معيبة (النجاح) $p = 0.003$

واضح أن n كبيرة و p صغيرة ’ ولذلك يرجح استخدام توزيع بواسون

$$\lambda = n\,p = 350\,(0.003\,) = 1.05$$

بفرض أن X يمثل عدد القطع المعيبة في العينة له توزيع بواسون

$$p\,(X = x\,) = e^{-\lambda}\,\frac{\lambda^x}{x!} = e^{-1.05}\,\frac{1.05^x}{x!} \qquad x = 0\,.1.2\,. \ldots$$

١. <u>عدم وجود أي قطع معيبة في العينة</u>

$$p\,(X = 0\,) = e^{-1.05}\,\frac{1.05^0}{0!} = 0.350$$

٢. <u>وجود قطعة واحدة معيبة في العينة</u>

$$p\,(X = 1\,) = e^{-1.05}\,\frac{1.05^1}{1!} = (\,0.3499\,)(\,1.05\,) = 0.367$$

3.<u>وجود قطعتان معيبتان في العينة</u>

$$p\,(X = 2\,) = e^{-1.05}\,\frac{1.05^2}{2!} = (\,0.3499\,)(\,0.55125\,) = 0.193$$

4.<u>وجود على الأكثر وحدتان معيبتان</u>

$$p\,(X \le 2\,) = p\,(X = 0\,) + p\,(X = 1\,) + p\,(X = 2\,)$$

$= 0.350 + 0.367 + 0.193$

$= 0.91$

<u>مثال :-</u>

إذا كان عدد الأخطاء المطبعية في كتاب يتكون من 600 صفحة هو 50 خطأ فإذا كانت الأخطاء تتوزع توزيعا عشوائيا . فما احتمال إذا اختيرت 10 صفحات عشوائيا أن لا تحتوى على أخطاء

الحل

بفرض أن X يمثل عدد الأخطاء في كل صفحة وأن عدد المحاولات (الصفحات) تمثل سلسلة من محاولات برنولي عددها n = 10

ونسبة الخطاء (النجاح) هي $p = \frac{50}{600} = 0.083$

وعلية فإن : $\lambda = np = 10\ (0.083\ ) = 0.83$

وبالتالي فإن لـ X توزيع بواسون :

$$p\ (X = x\ ) = e^{-\lambda}\ \frac{\lambda^x}{x!} = e^{-0.83}\ \frac{0.83^x}{x!} \qquad x = 0\ .\ 1\ .\ 2\ .\ 3\ .\ ....$$

احتمال أن لا يوجد أخطاء يساوي

$$p\ (X = 0\ ) = e^{-0.83}\ \frac{0.83^0}{0!} = 0.436$$

3**مثال :-** إذا كان من المعلوم أن عدد الوحدات التي تستهلكها الأسرة من سلعة معينة خلال الشهر تتبع توزيع بواسون بمتوسط وحدات شهريا , إذا عرف المتغير العشوائي X بأنه عدد الوحدات التي تستهلكها الأسرة خلال الشهر من هذه السلعة .

المطلوب :

- ما نوع المتغير العشوائي ؟
- اكتب شكل دالة الاحتمال لهذا المتغير .
- احسب الاحتمالات التالية :
  - احتمال أن الأسرة تستهلك وحدتين خلال الشهر ؟
  - احتمال أن الأسرة تستهلك 3 وحدات على الأكثر خلال الشهر ؟
- احسب الوسط الحسابي , والانحراف المعياري لعدد الوحدات المستهلكة .
- حدد شكل التوزيع .

الحل :-

عدد الوحدات التي تستهلكها الأسرة متغير كمي منفصل ' ومدى هذا المتغير في هذه الحالة هو :

$$X:\ \{x = 0\ .\ 1\ .\ 2\ .\ 3\ .\ ...\}$$

شكل دالة الاحتمال:

بما أن متوسط عدد الوحدات التي تستهلكها الأسرة خلال الشهر هو $\lambda = 3$, إذا دالة الاحتمال هي:

$$p\ (x\ ) = \frac{e^{-\lambda}\lambda^x}{x!} = \frac{e^{-3}3^x}{x!}\ , \quad x = 0.1.2.\ ....$$

حساب الاحتمالات :

حساب احتمال أن أسرة ما تستهلك وحدتين خلال الشهر , p (2)

$$p\,(\,2\,) = \frac{e^{-3}3^2}{2!} = \frac{0.0498(9)}{2\times1} = 0.22404$$

احتمال أن أسرة ما تستهلك 3 وحدات على الأكثر خلال الشهر هو :

$$p\,(\,X \le 3\,) = p\,(3) + p(2) + p(1) + p(0)$$

$$= \left[\frac{3^3}{3!} + \frac{3^2}{2!} + \frac{3^1}{1!} + \frac{3^0}{0!}\right]\left[\frac{0.0498}{1}\right]$$

$$[0.0498]\left(\frac{27}{6} + \frac{9}{2} + \frac{3}{1} + \frac{1}{1}\right) = 0.0498(13) = 0.6474$$

حساب الوسط الحسابي , والانحراف المعياري لعدد حالات الاستجابة :

- الوسط الحسابي (μ) في حالة توزيع بواسون هو معلمة معطاة هي : $\mu=3$
- التباين يساوي الوسط الحسابي : أي أن : $\sigma^2 = \mu = 3$
- ومن ثم يكون الانحراف المعياري هو : $\sigma = \sqrt{3} = 1.732$

ويمكن حساب معامل الاختلاف النسبي , بتطبيق المعادلة التي سبق استخدامها , وهو :

$$C.V = \frac{\sigma}{\mu}\times100 = \frac{1.732}{3}\times100 = 57.7\%$$

تحديد شكل التوزيع : <u>دائما توزيع بواسون موجب الالتواء</u>

تمت

المحاضرة السادسة

توزيعات احتمالية متصلة خاصة

التوزيع الطبيعي

هناك بعض التوزيعات الاحتمالية المتصلة التي لها دوال كثافة احتمال محددة ومنها:

التوزيع الطبيعي

التوزيع الطبيعي (القياسي) المعياري

توزيع T

ويعتبر التوزيع الطبيعي Normal Distribution من أكثر التوزيعات الاحتمالية المتصلة استخداما في النواحي التطبيقية، ومنها الاستدلال الإحصائي شاملا التقدير، واختبارات الفروض، كما أن معظم التوزيعات يمكن تقريبها إلى هذا التوزيع والتوزيع الطبيعي هو توزيع احتمالي متصل، وهو جرسي الشكل ومتماثل حول الوسط الحسابي، ويمتد إلى مالا نهاية في الاتجاهين، ولكن معظم المساحة (الاحتمال) تتركز حول الوسط الحسابي .

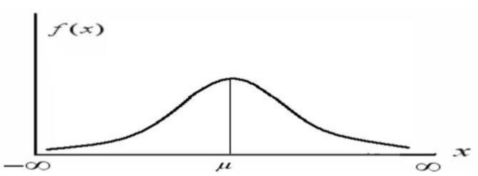
خصائص التوزيع الطبيعي:

منحنى التوزيع له شكل ناقوسي أو جرسي (أي يشبه الجرس)

متماثل حول المتوسط ، بمعنى أن الجزء الذي على يمين المتوسط مطابق للجزء الأيسر

التوزيع الطبيعي له وسط ووسيط ومنوال واحد وكلها متساوية القيمة.
التوزيع معتدل ، بمعنى أن الالتواء (الأطراف) والتفلطح (القمة) يساوي صفر.
الذيلين الأيمن والأيسر يقتربان من الخط الأفقي ولكن لا يلامسانه
المساحة الكلية تحت المنحنى تساوي واحد صحيح
يتحدد شكل منحنى التوزيع الطبيعي تماما بمعلومية قيمتين هما الوسط الحسابي μ والانحراف المعياري σ لهذا التوزيع.
تدل قيمة μ على مكان مركز المنحنى، كما تدل σ على كيفية الانتشار.
القيمة الصغيرة لـ σ تعني أن لدينا منحنى طويل مدبب، والقيمة الكبيرة لها تعني أن المحنى قصير ومفرطح.

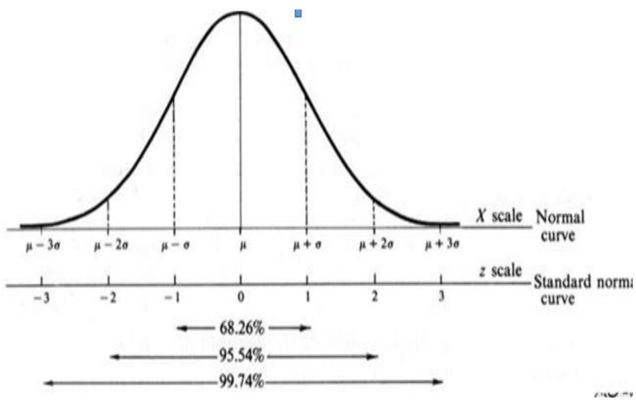
والشكل التالي يوضح ذلك:



احتمال وقوع أية مشاهدة على بعد انحراف معياري واحد من الوسط الحسابي هو **0.6827**

احتمال وقوع أي مفردة على بعد انحرافين معياريين من الوسط الحسابي هو **0.9545**

احتمال وقوع أية مفردة على بعد ثلاثة انحرافات معيارية من الوسط الحسابي هو **0.9973**



معالم التوزيع الطبيعي:

توجد معلمتين لهذا التوزيع هما

الوسط الحسابي : $\mu = E(X)$

التباين : $VAR(X) = \sigma^2$

ومن ثم يعبر عن توزيع المتغير بالرموز $X \sim N(\mu, \sigma^2)$

ويعني ذلك أن المتغير العشوائي x يتبع التوزيع الطبيعي بمتوسط μ ، وتباين σ^2

شكل دالة كثافة الاحتمال:

إذا كان لدينا توزيع طبيعي ذو وسط حسابي **μ** وانحراف معياري **σ** فإن معادلة منحنى

/*دالة كثافة الاحتمال تكون على الصورة التالية

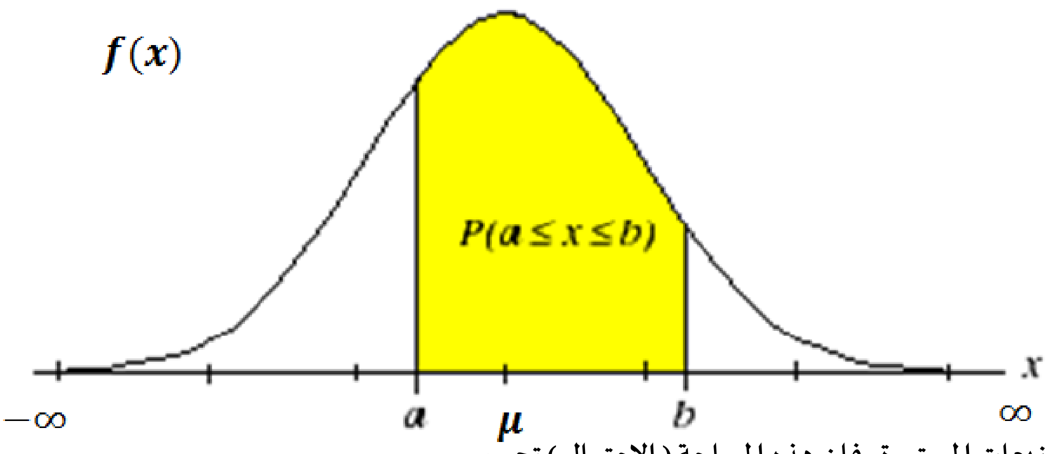
$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2}$$

$$-\infty < x < \infty, \qquad \pi = 22/7$$

كيفية حساب الاحتمالات :

بفرض أن الاحتمال المطلوب حسابه هو $P\ (a < \chi < b)$

وهذا الاحتمال يحدد بالمساحة التالية



وحيث أن هذا التوزيع من التوزيعات المستمرة، فإن هذه المساحة (الاحتمال) تحسب

بإيجاد التكامل التالي :

$$p(a < x < b) = \int_a^b f(x)dx = \int_a^b \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2} dx$$

وهذا التكامل يصعب حسابه، ومن ثم لجأ الاحصائيون إلى عمل تحويلة رياضية يمكن

استخدام توزيعها الاحتمالي في حساب مثل هذه الاحتمالات

حساب الاحتمالات : التوزيع الطبيعي القياسي

نلاحظ من الخصائص السابقة للتوزيع الطبيعي أن شكل التوزيع يختلف مع اختلاف المتوسط

والتباين ، ولتسهيل حساب الاحتمالات فقد أعد الاحصائيون جدولا خاصا لحساب الاحتمالات

المتعلقة بالتوزيع الطبيعي وذلك في حالة واحدة فقط هي عندما تكون قيمة μ تساوي الصفر وقيمة **σ** تساوي واحد ، ويطلق على التوزيع في هذه الحالة » التوزيع الطبيعي القياسي «.

التوزيع الطبيعي القياسي (المعياري)

العلاقة ين التوزيع الطبيعي و التوزيع الطبيعي القياسي Z

إذا كان: $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ فإن: $Z \sim N(0, 1)$

حيث: $$Z = \frac{x-\mu}{\sigma}$$

ويطلق على القيمة (Z) قيمة قياسية أو معيارية.

ولحساب أي احتمالات تخص التوزيع الطبيعي يجب أولا تحويل القيم إلى قيم قياسية أو معيارية ثم الاستعانة بجدول التوزيع الطبيعي القياسي لحساب الاحتمالات

مثال 1

إذا كانت لدينا مجموعة من درجات الحرارة خلال شهر مارس هي

$30, 33, 35, 40, 42$ **وإذا علم أن درجات الحرارة خلال هذا الشهر لها توزيع طبيعي بتوقع رياضي مقداره** 35 **وانحراف معياري** 2. **أوجد القيم المعيارية (القياسية) لدرجات الحرارة المعطاة.**

الحل

بفرض أن X **يمثل درجات الحرارة خلال شهر مارس**

$\mu = 35 \quad , \quad \sigma = 2 \quad , \quad Z = (X-35)/2$

1. $X = 30 \Rightarrow Z = (30-35)/2 = (-5)/2 = -2.5$
2. $X = 33 \Rightarrow Z = (33-35)/2 = (-2)/2 = -1$
3. $X = 35 \Rightarrow Z = (35-35)/2 = (0)/2 = 0$
4. $X = 40 \Rightarrow Z = (40-35)/2 = (5)/2 = 2.5$
5. $X = 42 \Rightarrow Z = (42-35)/2 = (7)/2 = 3.5$

مثال ٢

إذا كان z متغيرا عشوائيا توزيعه هو التوزيع الطبيعي المعياري. احسب الاحتمالات الآتية:

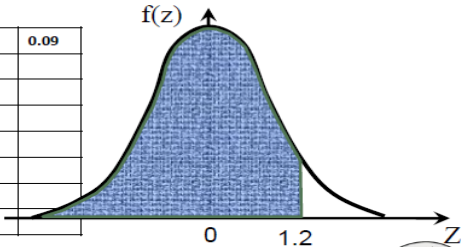
1. $P(Z < 1.2)$ 2. $P(Z < -0.11)$ 3. $P(0.32 < Z < 1.24)$

الحل

يمثل هذا الاحتمال المساحة المظللة تحت المنحنى ويتم إيجاد هذه المساحة (الاحتمال) من جدول التوزيع الطبيعي المعياري

1. $P(Z < 1.2) = 0.8849$

z	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05			0.09
0.0		.5040							
0.1									
0.2									
1.2	.8849					.8944			

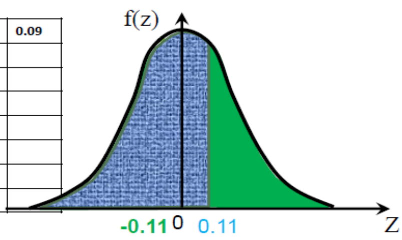


2. $P(Z < -0.11) = 1 - P(Z < 0.11)$

يمثل هذا الاحتمال المساحة المظللة الخضراء يسار المنحنى وهى تساوى المساحة الخضراء يمين المنحنى وبالتالي فهي تساوى المساحة الكلية تحت المنحنى (تساوى الواحد) مطروحا منها المساحة الزرقاء (من الجدول)

2. $P(Z < -0.11) = 1 - P(Z < 0.11) = 1 - 0.5438 = 0.4562$

z	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05			0.09
0.0		.5040							
0.1		.5438							
0.2									
1.2	.8849					.8944			

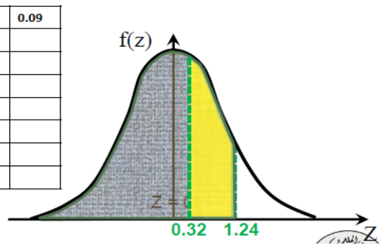


3. P(0.32 <Z < 1.24) = P(Z < 1.24) - P(Z < 0.32)

يمثل هذا الاحتمال المساحة المظللة الصفراء وهى تساوى المساحة البنى (تستخرج من الجدول) مطروحا منها المساحة الزرقاء (تستخرج من الجدول)

3. P(0.32 <Z < 1.24) = P(Z < 1.24) - P(Z < 0.32) = 0.8925 – 0.6293 = 0.6270

Z	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05			0.09
0.0		.5040							
0.1		.5438							
0.2									
0.3			.6293						
1.2	.8849				.8925	.8944			



Tables of the Normal Distribution

Probability Content from -oo to Z

Z	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	0.5000	0.5040	0.5080	0.5120	0.5160	0.5199	0.5239	0.5279	0.5319	0.5359
0.1	0.5398	0.5438	0.5478	0.5517	0.5557	0.5596	0.5636	0.5675	0.5714	0.5753
0.2	0.5793	0.5832	0.5871	0.5910	0.5948	0.5987	0.6026	0.6064	0.6103	0.6141
0.3	0.6179	0.6217	0.6255	0.6293	0.6331	0.6368	0.6406	0.6443	0.6480	0.6517
0.4	0.6554	0.6591	0.6628	0.6664	0.6700	0.6736	0.6772	0.6808	0.6844	0.6879
0.5	0.6915	0.6950	0.6985	0.7019	0.7054	0.7088	0.7123	0.7157	0.7190	0.7224
0.6	0.7257	0.7291	0.7324	0.7357	0.7389	0.7422	0.7454	0.7486	0.7517	0.7549
0.7	0.7580	0.7611	0.7642	0.7673	0.7704	0.7734	0.7764	0.7794	0.7823	0.7852
0.8	0.7881	0.7910	0.7939	0.7967	0.7995	0.8023	0.8051	0.8078	0.8106	0.8133
0.9	0.8159	0.8186	0.8212	0.8238	0.8264	0.8289	0.8315	0.8340	0.8365	0.8389
1.0	0.8413	0.8438	0.8461	0.8485	0.8508	0.8531	0.8554	0.8577	0.8599	0.8621
1.1	0.8643	0.8665	0.8686	0.8708	0.8729	0.8749	0.8770	0.8790	0.8810	0.8830
1.2	0.8849	0.8869	0.8888	0.8907	0.8925	0.8944	0.8962	0.8980	0.8997	0.9015
1.3	0.9032	0.9049	0.9066	0.9082	0.9099	0.9115	0.9131	0.9147	0.9162	0.9177
1.4	0.9192	0.9207	0.9222	0.9236	0.9251	0.9265	0.9279	0.9292	0.9306	0.9319
1.5	0.9332	0.9345	0.9357	0.9370	0.9382	0.9394	0.9406	0.9418	0.9429	0.9441
1.6	0.9452	0.9463	0.9474	0.9484	0.9495	0.9505	0.9515	0.9525	0.9535	0.9545
1.7	0.9554	0.9564	0.9573	0.9582	0.9591	0.9599	0.9608	0.9616	0.9625	0.9633
1.8	0.9641	0.9649	0.9656	0.9664	0.9671	0.9678	0.9686	0.9693	0.9699	0.9706
1.9	0.9713	0.9719	0.9726	0.9732	0.9738	0.9744	0.9750	0.9756	0.9761	0.9767
2.0	0.9772	0.9778	0.9783	0.9788	0.9793	0.9798	0.9803	0.9808	0.9812	0.9817
2.1	0.9821	0.9826	0.9830	0.9834	0.9838	0.9842	0.9846	0.9850	0.9854	0.9857
2.2	0.9861	0.9864	0.9868	0.9871	0.9875	0.9878	0.9881	0.9884	0.9887	0.9890
2.3	0.9893	0.9896	0.9898	0.9901	0.9904	0.9906	0.9909	0.9911	0.9913	0.9916
2.4	0.9918	0.9920	0.9922	0.9925	0.9927	0.9929	0.9931	0.9932	0.9934	0.9936
2.5	0.9938	0.9940	0.9941	0.9943	0.9945	0.9946	0.9948	0.9949	0.9951	0.9952
2.6	0.9953	0.9955	0.9956	0.9957	0.9959	0.9960	0.9961	0.9962	0.9963	0.9964
2.7	0.9965	0.9966	0.9967	0.9968	0.9969	0.9970	0.9971	0.9972	0.9973	0.9974
2.8	0.9974	0.9975	0.9976	0.9977	0.9977	0.9978	0.9979	0.9979	0.9980	0.9981
2.9	0.9981	0.9982	0.9982	0.9983	0.9984	0.9984	0.9985	0.9985	0.9986	0.9986
3.0	0.9987	0.9987	0.9987	0.9988	0.9988	0.9989	0.9989	0.9989	0.9990	0.9990

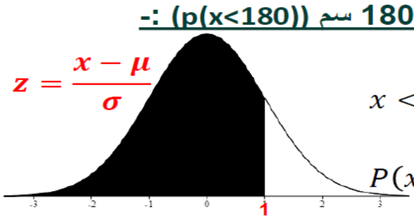
مثال 3: إذا كان متوسط طول الطالب يتبع توزيعا طبيعيا بمتوسط 170 سم وانحراف معياري 10 سم. تم اختيار أحد الطالب عشوائياً ، فأوجد :-

1- احتمال أن يكون طول الطالب أقل من 180 سم.
2- احتمال أن يكون طول الطالب أكبر من 150 سم.
3- احتمال أن يكون طول الطالب أكبر من 175 سم.
4- احتمال أن يكون طول الطالب أقل من 160 سم.
5- احتمال أن ينحصر طول الطالب بين 175 سم و 185 سم.
6- احتمال أن ينحصر طول الطالب بين 150 سم و 165 سم.
7- احتمال أن ينحصر طول الطالب بين 162 سم و 178 سم.

الحل

1- احتمال أن يكون طول الطالب أقل من 180 سم (p(x<180)) :-

$$z = \frac{x-\mu}{\sigma}$$



$$x < 180 \longrightarrow z < \frac{180-170}{10}$$

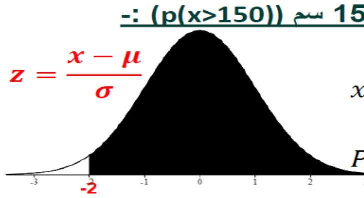
$$P(x < 180) = P(z < 1)$$

بالرجوع إلى جدول التوزيع الطبيعي القياسي:

$P(z < 1)$ = 0.8413

2- احتمال أن يكون طول الطالب أكبر من 150 سم (p(x>150)) :-

$$z = \frac{x-\mu}{\sigma}$$



$$x > 150 \longrightarrow z > \frac{150-170}{10}$$

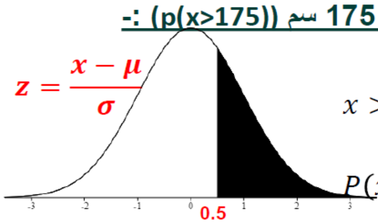
$$P(x > 150) = P(z > -2)$$

بالرجوع إلى جدول التوزيع الطبيعي القياسي:

$P(z > -2) = P(z < 2)$

= 0.9772

3- احتمال أن يكون طول الطالب أكبر من 175 سم (p(x>175)) :-



$z = \frac{x-\mu}{\sigma}$

$x > 175 \longrightarrow z > \frac{175-170}{10}$

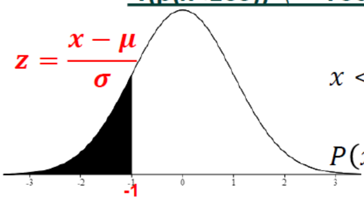
$P(x > 175) = P(z > 0.5)$

بالرجوع إلى جدول التوزيع الطبيعي القياسي:

$P(z > 0.5) = 1 - P(z < 0.5)$

$= 1 - 0.6915 = 0.3085$

4- احتمال أن يكون طول الطالب أقل من 160 سم (p(x<160)):-



$z = \frac{x-\mu}{\sigma}$

$x < 160 \longrightarrow z < \frac{160-170}{10}$

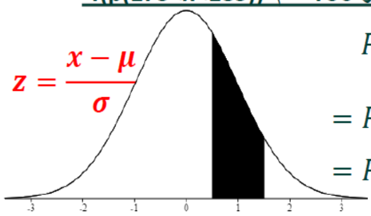
$P(x < 160) = P(z < -1)$

بالرجوع إلى جدول التوزيع الطبيعي القياسي:

$P(z < -1) = P(z > 1)$

$= 1 - 0.8413 = 0.1587$

5- احتمال أن ينحصر طول الطالب بين 175 سم و 185 سم (p(175<x<185)):-



$z = \frac{x-\mu}{\sigma}$

$P(175 < x < 185)$

$= P(\frac{175-170}{10} < z < \frac{185-170}{10})$

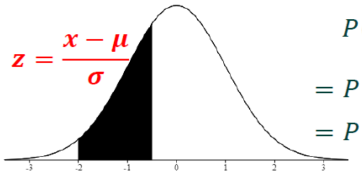
$= P(0.5 < z < 1.5)$

بالرجوع إلى جدول التوزيع الطبيعي القياسي:

$P(z < 1.5) - P(z < 0.5)$

$= 0.9332 - 0.6915 = 0.2417$

6- احتمال أن ينحصر طول الطالب بين 150 سم و 165 سم (p(150<x<165)):-



$z = \frac{x-\mu}{\sigma}$

$P(150 < x < 165)$

$= P(\frac{150-170}{10} < z < \frac{165-170}{10})$

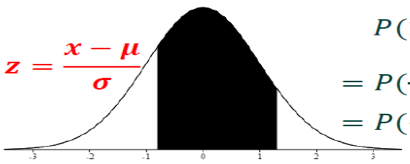
$= P(-2 < z < -0.5)$

بالرجوع إلى جدول التوزيع الطبيعي القياسي:

$P(z < 2) - P(z < 0.5)$

$= 0.9772 - 0.6915 = 0.2857$

7- احتمال أن ينحصر طول الطالب بين 162 سم و 183 سم (p(162<x<183)):-



$z = \frac{x-\mu}{\sigma}$

$P(162 < x < 178)$

$= P(\frac{162-170}{10} < z < \frac{183-170}{10})$

$= P(-0.8 < z < 1.3)$

بالرجوع إلى جدول التوزيع الطبيعي القياسي:

$P(z < 1.3) - P(z < -0.8)$

$P(z < 1.3) + P(z < 0.8) - 1$

$= 0.9032 + 0.7881 - 1 = 0.6913$

تعليق على المثال السابق: حالات حساب الاحتمالات بالاستعانة بالجدول:

1- أقل من قيمة موجبة.
2- أكبر من قيمة سالبة.
نفس القاعدة : احتمال من الجدول مباشرة

3- أكبر من قيمة موجبة.
4- أقل من قيمة سالبة.
نفس القاعدة : 1 – الاحتمال من الجدول

5- بين قيمتين موجبتين.
6- بين قيمتين سالبتين.
نفس القاعدة : احتمال القيمة الأكبر – احتمال القيمة الأصغر

7- بين قيمتين إحداهما موجبة والأخرى سالبة.
احتمال القيمة الأولى + احتمال القيمة الثانية - 1

مثال 4:

افترض أن إدارة المرور بالاحساء وضعت جهازا للرادار على طريق الدمام عند مدخل المبرز وذلك لضبط السيارات المسرعة في فترة معينة من اليوم، افترض أن X تمثل السرعة في الساعة للسيارات التي تمر بمدخل المبرز في فترة عمل الرادار، إذا كانت X تتوزع توزيعا معتدلا وسطه الحسابي 60 ميال وتباينه 25 ميال، أوجد التالي:

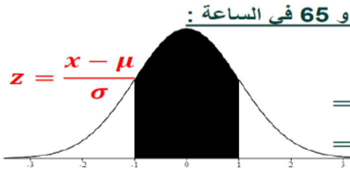
نسبة السيارات التي تكون سرعتها بين 55 ميال و 65 ميال في الساعة .

نسبة السيارات التي تكون سرعتها بين 50 ميال و 70 ميال في الساعة .

نسبة السيارات التي تكون سرعتها بين 45 ميال و 75 ميال في الساعة .

عدد السيارات التي تكون سرعتها بين 55 ميال و 65 ميال من بين 5000 سيارة.

1- نسبة السيارات التي تكون سرعتها بين 55 ميلا و 65 في الساعة :



$$z = \frac{x-\mu}{\sigma}$$

$$P(55 < x < 65)$$
$$= P\left(\frac{55-60}{\sqrt{25}} < z < \frac{65-60}{\sqrt{25}}\right)$$
$$= P(-1 < z < 1)$$

بالرجوع إلى جدول التوزيع الطبيعي القياسي:

= 2 * $P(z < 1)$ - 1

= 2 (0.8413) - 1 = 0.6826

∴ النسبة = 68.26%

2- نسبة السيارات التي تكون سرعتها بين 50 ميلا و 70 في الساعة :

$$z = \frac{x-\mu}{\sigma}$$

$$P(50 < x < 70)$$
$$= P\left(\frac{50-60}{\sqrt{25}} < z < \frac{70-60}{\sqrt{25}}\right)$$
$$= P(-2 < z < 2)$$

بالرجوع إلى جدول التوزيع الطبيعي القياسي:

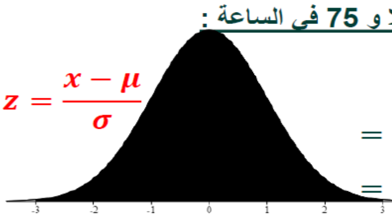
= 2 * $P(z < 2)$ - 1

= 2(0.9772) – 1 = 0.9544

∴ النسبة = 95.44%

3- نسبة السيارات التي تكون سرعتها بين 45 ميلا و 75 في الساعة :

$$z = \frac{x-\mu}{\sigma}$$



$$P(45 < x < 75)$$
$$= P\left(\frac{45-60}{\sqrt{25}} < z < \frac{75-60}{\sqrt{25}}\right)$$
$$= P(-3 < z < 3)$$

بالرجوع إلى جدول التوزيع الطبيعي القياسي:

$= 2 * P(z < 3) - 1$

$= 2(0.9987) - 1 = 0.9974$

∴ النسبة = 99.74%

الحل السابق يؤكد خصائص التوزيع الطبيعي السابق ذكرها ، حيث:

احتمال وقوع أية مشاهدة على بعد انحراف معياري واحد من الوسط الحسابي هو 0.6826

احتمال وقوع أي مفردة على بعد انحرافين معياريين من الوسط الحسابي هو 0.9544

احتمال وقوع أية مفردة على بعد ثالثة انحرافات معيارية من الوسط الحسابي هو 0.9974

4- عدد السيارات المتوقع سرعتها بين 55 ميال و 65 ميال من بين 5000 سيارة

العدد = **إجمالي عدد السيارات × نسبة السيارات التي تتراوح سرعتها بين 55 و 65 ميال العدد** × 0.6826 = 3413

= 5000 سيارة

توزيع t

توجد عائلة أخرى من المتغيرات العشوائية المتصلة المستخدمة في الإحصاء الاستدلالي وهي مجموعة المتغيرات العشوائية t

ويعتبر وليم جوست W. S. Gosset **هو أول من درس تلك المتغيرات حيث سجل نتائجه عام** 1908 **تحت اسم مستعار هو** student **ولذلك يسمى توزيع** t **في بعض الأحيان بتوزيع ستيودنت.**

ويرمز لهذه العائلة من التوزيعات بالرموز $t_1, t_2, t_3 \ldots\ldots t_{dF}$**، كما يرمز لمعلمة التوزيع الوحيدة ويطلق عليها درجات الحرية بالرمز** υ **حرف إغريقي ينطق نيو**

وهي تأخذ القيم (1,2, … , df).

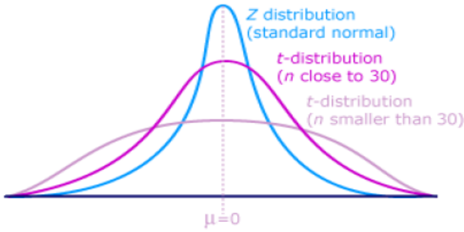
العلاقة بين توزيع t والتوزيع الطبيعي:

لاشتقاق المتغير العشوائي t من المتغير العشوائي (الطبيعي) الاعتدالي ، فإن ذلك يتطلب معرفة قيمة المتوسط μ للمتغير العشوائي الاعتدالي ، بينما لا نحتاج إلي معرفة انحرافه المعياري.

وبفرض أن قيمة المتغير العشوائي الاعتدالي قد تم ملاحظتها n من المرات $(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ **وأن هذه الملاحظات البالغ عددها n تكون عينة متوسطها** $\bar{x}$ **وانحرافها المعياري s ، فإن قيم المتغير العشوائي t تحسب باستخدام الصيغة التالية :**

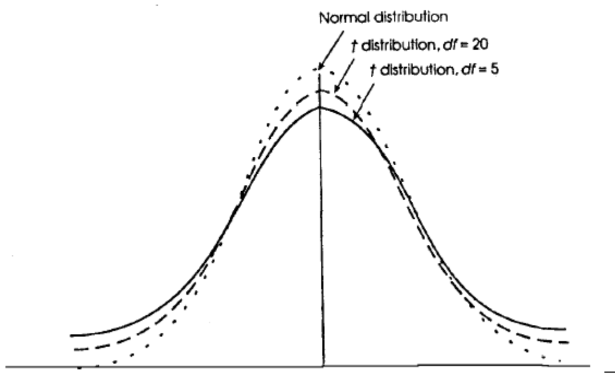
$$t = \frac{\bar{x}-\mu}{\frac{s}{\sqrt{n}}}$$

وتتحدد درجة حرية المتغير العشوائي t بأنها تساوي (n-1) كذلك فإنه لكل قيم n نجد أن توزيع t له قيمة واحدة عند النقطة صفر، وهو توزيع متماثل يقل تدريجيا كلما اتجهنا ناحيتي الذيلين الأيمن والأيسر، وهذا ما يوضحه الشكل التالي :



ونلاحظ من الشكل السابق ان توزيع t يشبه توزيع z فيما عدا أنه أكثر انتشارا diffuse لأنه أكثر كثافة عند الذيلين وخاصة عندما تكون n صغيرة.

أما إذا كانت n كبيرة فإن توزيع t يكون أقل انتشارا وأكثر قربا من شكل توزيع z ، **وبزيادة درجات الحرية يقترب توزيع t من التوزيع الاعتدالي** ، وهذا ما يوضحه الشكل التالي:



دالة الاحتمال لتوزيع t :

لأي متغير عشوائي يتبع توزيع t بدرجات حرية ν ، فإن معادلة منحنى دالة كثافة الاحتمال تكون على الصورة التالية:

$$f(t) = \frac{\Gamma(\frac{\nu+1}{2})}{\sqrt{\nu\pi}\,\Gamma(\frac{\nu}{2})}\left(1+\frac{t^2}{\nu}\right)^{-\frac{\nu+1}{2}}$$

حيث: Γ هي دالة جاما ، $\Gamma(n) = (n-1)!$

ويوجد جدول خاص بتوزيع t عند درجات حرية مختلفة يعطي القيم المناظرة لبعض الاحتمالات الخاصة بالتوزيع.

خصائص توزيع t :

- ❑ **متوسط المتغير العشوائي t يساوي صفر لجميع درجات الحرية.**
  وهذا يعني أن $E(t) = 0$
- ❑ **التباين للمتغير العشوائي t بدرجات حرية أكبر من اثنين يساوي :**

$$\sigma^2 = V(t) = \frac{\nu}{\nu-2}$$

حيث ν هي درجة حرية المتغير العشوائي t .

خصائص توزيع t :

ويتبين من المعادلة السابقة أنه كلما زادت درجات حرية المتغير العشوائي t بحيث تصل إلي 30 فأكثر، فإن الانحراف المعياري يقترب من الواحد الصحيح، وبصفة عامة فإن الانحراف المعياري لتوزيع t يتراوح بين 1.035 $(\nu = 30)$ و 1.732 $(\nu = 3)$.

ولذلك فإن التوزيع الاحتمالي للمتغير t يكون قريبا جدا من التوزيع الطبيعي المعياري (المتغير العشوائي z) وبصفة خاصة عندما تكون $\nu > 30$ وفي هذه الحالة نستخدم جدول z للإجابة على الأسئلة الاحتمالية حول المتغير العشوائي t .

مثال (1)

أوجد قيمة كل من: (أ) t(0.05 , 10) ، (ب) t(0.025 , 20)

الحل:

(أ) بالبحث في جدول t عند تقاطع الصف 10 والعمود 0.05 نجد القيمة 1.812

(ب) بالبحث في جدول t عند تقاطع الصف 20 والعمود 0.025 نجد القيمة 2.086

مثال (2)

أوجد المتوسط والانحراف المعياري للمتغير العشوائي $X \sim t(8)$

الحل:

- من خصائص التوزيع نعلم أن المتوسط يساوي الصفر.
- حيث أن درجات الحرية = 8 ، فإن الانحراف المعياري يساوي

$$\sigma = \sqrt{\frac{\nu}{\nu-2}} = \sqrt{\frac{8}{8-2}} = 1.155$$

مثال 3 :

احسب القيمة الحرجة (نقطة القطع) من الجانبين لتوزيع t بدرجات حرية 15 عند مستوى الدلالة 0.1.

الحل :

نقطة القطع من الجانبين هي التي تقسم مستوى الدلالة إلى قسمين متساويين أحدهما بالذيل الأيمن والآخر بالذيل الأيسر للتوزيع ، وبالتالي يخص كل جانب 0.05

بالبحث في الجدول توزيع t عند صف درجات الحرية 15 والعمود الخاص بمستوى الدلالة 0.05. نجد أن القيمة عند تقاطع الصف والعمود تساوي 1.753 ، ويكون:

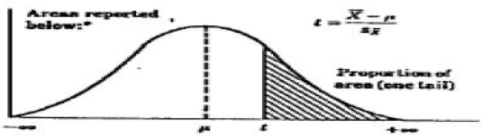
$$P(t_{15} \geq 1.753) = P(t_{15} \leq -1.753) = 0.05$$

$$P(-1.753 \leq t_{15} \leq 1.753) = 0.90$$

الجدول أدناه يعطي قيمة t ∝

المقابلة للمساحة المظللة وقيمتها ∝

Proportions of Area for the t Distributions



df	0.10	0.05	0.025	0.01	0.005
1	3.078	6.314	12.706	31.821	63.657
2	1.886	2.920	4.303	6.965	9.925
3	1.638	2.353	3.182	4.541	5.841
4	1.533	2.132	2.776	3.747	4.604
5	1.476	2.015	2.571	3.365	4.032
6	1.440	1.943	2.447	3.143	3.707
7	1.415	1.895	2.365	2.998	3.499
8	1.397	1.860	2.306	2.896	3.355
9	1.383	1.833	2.262	2.821	3.250
10	1.372	1.812	2.228	2.764	3.169
11	1.363	1.796	2.201	2.718	3.106
12	1.356	1.782	2.179	2.681	3.055
13	1.350	1.771	2.160	2.650	3.012
14	1.345	1.761	2.145	2.624	2.977
15	1.341	1.753	2.131	2.602	2.947
16	1.337	1.746	2.120	2.583	2.921
17	1.333	1.740	2.110	2.567	2.898

df	0.10	0.05	0.025	0.01	0.005
18	1.330	1.734	2.101	2.552	2.878
19	1.328	1.729	2.093	2.539	2.861
20	1.325	1.725	2.086	2.528	2.845
21	1.323	1.721	2.080	2.518	2.831
22	1.321	1.717	2.074	2.508	2.819
23	1.319	1.714	2.069	2.500	2.807
24	1.318	1.711	2.064	2.492	2.797
25	1.316	1.708	2.060	2.485	2.787
26	1.315	1.706	2.056	2.479	2.779
27	1.314	1.703	2.052	2.473	2.771
28	1.313	1.701	2.048	2.467	2.763
29	1.311	1.699	2.045	2.462	2.756
30	1.310	1.697	2.042	2.457	2.750
40	1.303	1.684	2.021	2.423	2.704
60	1.296	1.671	2.000	2.390	2.660
120	1.289	1.658	1.980	2.358	2.617
∞	1.282	1.645	1.960	2.326	2.576

t Table

cum. prob	$t_{.50}$	$t_{.75}$	$t_{.80}$	$t_{.85}$	$t_{.90}$	$t_{.95}$	$t_{.975}$	$t_{.99}$	$t_{.995}$	$t_{.999}$	$t_{.9995}$
one-tail	0.50	0.25	0.20	0.15	0.10	0.05	0.025	0.01	0.005	0.001	0.0005
two-tails	1.00	0.50	0.40	0.30	0.20	0.10	0.05	0.02	0.01	0.002	0.001
df											
1	0.000	1.000	1.376	1.963	3.078	6.314	12.71	31.82	63.66	318.31	636.62
2	0.000	0.816	1.061	1.386	1.886	2.920	4.303	6.965	9.925	22.327	31.599
3	0.000	0.765	0.978	1.250	1.638	2.353	3.182	4.541	5.841	10.215	12.924
4	0.000	0.741	0.941	1.190	1.533	2.132	2.776	3.747	4.604	7.173	8.610
5	0.000	0.727	0.920	1.156	1.476	2.015	2.571	3.365	4.032	5.893	6.869
6	0.000	0.718	0.906	1.134	1.440	1.943	2.447	3.143	3.707	5.208	5.959
7	0.000	0.711	0.896	1.119	1.415	1.895	2.365	2.998	3.499	4.785	5.408
8	0.000	0.706	0.889	1.108	1.397	1.860	2.306	2.896	3.355	4.501	5.041
9	0.000	0.703	0.883	1.100	1.383	1.833	2.262	2.821	3.250	4.297	4.781
10	0.000	0.700	0.879	1.093	1.372	1.812	2.228	2.764	3.169	4.144	4.587
11	0.000	0.697	0.876	1.088	1.363	1.796	2.201	2.718	3.106	4.025	4.437
12	0.000	0.695	0.873	1.083	1.356	1.782	2.179	2.681	3.055	3.930	4.318
13	0.000	0.694	0.870	1.079	1.350	1.771	2.160	2.650	3.012	3.852	4.221
14	0.000	0.692	0.868	1.076	1.345	1.761	2.145	2.624	2.977	3.787	4.140
15	0.000	0.691	0.866	1.074	1.341	1.753	2.131	2.602	2.947	3.733	4.073
16	0.000	0.690	0.865	1.071	1.337	1.746	2.120	2.583	2.921	3.686	4.015
17	0.000	0.689	0.863	1.069	1.333	1.740	2.110	2.567	2.898	3.646	3.965
18	0.000	0.688	0.862	1.067	1.330	1.734	2.101	2.552	2.878	3.610	3.922
19	0.000	0.688	0.861	1.066	1.328	1.729	2.093	2.539	2.861	3.579	3.883
20	0.000	0.687	0.860	1.064	1.325	1.725	2.086	2.528	2.845	3.552	3.850
21	0.000	0.686	0.859	1.063	1.323	1.721	2.080	2.518	2.831	3.527	3.819
22	0.000	0.686	0.858	1.061	1.321	1.717	2.074	2.508	2.819	3.505	3.792
23	0.000	0.685	0.858	1.060	1.319	1.714	2.069	2.500	2.807	3.485	3.768
24	0.000	0.685	0.857	1.059	1.318	1.711	2.064	2.492	2.797	3.467	3.745
25	0.000	0.684	0.856	1.058	1.316	1.708	2.060	2.485	2.787	3.450	3.725
26	0.000	0.684	0.856	1.058	1.315	1.706	2.056	2.479	2.779	3.435	3.707
27	0.000	0.684	0.855	1.057	1.314	1.703	2.052	2.473	2.771	3.421	3.690
28	0.000	0.683	0.855	1.056	1.313	1.701	2.048	2.467	2.763	3.408	3.674
29	0.000	0.683	0.854	1.055	1.311	1.699	2.045	2.462	2.756	3.396	3.659
30	0.000	0.683	0.854	1.055	1.310	1.697	2.042	2.457	2.750	3.385	3.646
40	0.000	0.681	0.851	1.050	1.303	1.684	2.021	2.423	2.704	3.307	3.551
60	0.000	0.679	0.848	1.045	1.296	1.671	2.000	2.390	2.660	3.232	3.460
80	0.000	0.678	0.846	1.043	1.292	1.664	1.990	2.374	2.639	3.195	3.416
100	0.000	0.677	0.845	1.042	1.290	1.660	1.984	2.364	2.626	3.174	3.390
1000	0.000	0.675	0.842	1.037	1.282	1.646	1.962	2.330	2.581	3.098	3.300
z	0.000	0.674	0.842	1.036	1.282	1.645	1.960	2.326	2.576	3.090	3.291
	0%	50%	60%	70%	80%	90%	95%	98%	99%	99.8%	99.9%
	Confidence Level										

تمت

المحاضرة السابعة

مقدمة في المعاينة

مقدمة

تهتم نظرية المعاينة بدراسة العالقة بين المجتمع والعينات المسحوبة منه فيما يسمى بالاستدلال الإحصائي statistical inference

يعتبر الاستدلال الإحصائي من أهم الأدوات المساعدة على اتخاذ القرارات في الاقتصاد والأعمال وباقي العلوم، ويعني الاستدلال الإحصائي تقدير قيمة أو قيم غير معلومة تخص مجتمع الدراسة اعتمادا على بيانات عينة مأخوذة من هذا المجتمع ، وبمعنى آخر هو تعميم نتائج العينة على مجتمع الدراسة بكامله.

تتمثل أدوات الاستدلال أو الاستنتاج الإحصائي بشكل أساسي في كل من التقدير واختبار الفرضيات.

لكي يكون التقدير واختبار الفرضيات سليما ، ينبغي أن يبنى على عينة ممثلة للمجتمع يتم اختيارها وفقا لطبيعة الهدف من الدراسة.

المجتمع والعينة:-

المجتمع Population

أي مجموعة من المفردات تشترك في صفة أو صفات محددة وتكون موضوع دراسة أو بحث ، فإن هذه المجموعة يطلق عليها إحصائيا مجتمع الدراسة أو اختصارا المجتمع Population.

والمجتمع قد يكون مجموعة ما من البشر أو أشجار أنواع معينة من الفاكهة أو الحيوانات الزراعية أو إنتاج دولة ما لسلع معينه خلال فترة زمنية محدده...الخ.

والمجتمع قد يكون محدودا إذا كان يمكن حصر عدد أفراده مثل سكان مدينة ما أو طالب مرحلة تعليمية معينة ، وقد يكون المجتمع غير محدود (النهائي) إذا كان لا يمكن حصر عدد أفراده مثل النجوم والكواكب أو الكائنات الحية بمياه المحيطات والأنهار.

وعند دراسة صفة ما أو صفات معينه لمجتمع ما فإن البيانات الإحصائية عن تلك الصفة أو الصفات تجمع بأحد أسلوبين:-

أولا: أسلوب الحصر الشامل (census): وفيه تجمع البيانات عن كل مفرده من مفردات المجتمع، وهذا الأسلوب لا يتبع عادة إلا في حالة التعدادات التي تجريها الدول وتدعمها بإمكانيات ضخمه مثل تعدادات السكان والتعدادات الصناعية والتعدادات الزراعية

ثانيا: أسلوب المعاينة (Sampling): وفيه يتم جمع البيانات عن جزء من مفردات المجتمع يختار بطريقة أو بأخرى ويطلق عليه عينة (Sample) ثم بعد ذلك يتم تعميم نتائج الدراسة على المجتمع بأكمله .

المعالم Parameters والإحصاءات Statistics : -

اعتاد البعض على معاملة القيم التي يحصل عليها من العينة وكأنها قيم مجتمعها، وهذا خطأ فادح.

فالمقاييس الإحصائية التي تحسب من بيانات مجتمع الدراسة بأكمله يطلق عليها معالم أو مؤشرات المجتمع (Parameters of population) ، أما المقاييس الإحصائية التي تحسب من بيانات عينة مسحوبة من مجتمع الدراسة فيطلق عليها إحصاءات (Statistics).

وللتفرقة بين المعالم والإحصاءات يجب أن نرمز لكل منها برموز تختلف عن رموز الأخرى، على سبيل المثال يرمز للمتوسط الحسابي للمجتمع بالرمز μ بينما يرمز للمتوسط الحسابي للعينة بالرمز ، أيضا يرمز للانحراف المعياري للمجتمع بالرمز σ بينما يرمز للانحراف المعياري للعينة بالرمز s ... $\bar{x}$ ذا

بعض مزايا أسلوب المعاينة :

يتميز أسلوب المعاينة عن أسلوب الحصر الشامل بمزايا عديدة منها :

_ يؤدي استخدام العينات العشوائية إلى خفض تكاليف الدراسات الميدانية بسبب صغر حجم العينة بالنسبة إلى حجم المجتمع وهو ما يؤدي إلى تخفيض الأعباء الإدارية والفنية التي تتطلبها أي دراسة ميدانية.

_ يتحقق وفر واضح في الوقت الذي ينفق في دراسة ميدانية على أساس عينة بدال من الحصر الشامل وتتضح أهمية الوقت عندما نقوم بدراسة ظاهرة تتغير بمرور الوقت، فتكون البيانات المجموعة والنتائج وقت ظهورها غير مطابقة لواقع المجتمع وتصبح النتائج ذات قيمه محدودة بعد أن فقدت عنصر المطابقة مع واقع الظاهرة وتوزيعها الحالي في المجتمع.

_ في المجتمعات غير المحدودة (اللانهائية) مثل مجتمع الكائنات الحية في البحار والمحيطات لا يمكن أن تتم الدراسة على أساس الحصر الشامل ولكن البد وأن تتم الدراسة بأسلوب المعاينة.

_ أيضا هناك بعض الاختبارات لابد وأن تتم بأسلوب المعاينة لان إجراء مثل هذه الاختبارات على أساس الحصر الشامل يؤدي إلى تلف المادة المختبرة

أو هلاكها.. فاختبار صلاحية شحنة من المفرقعات مثال لابد وأن يتم على أساس العينة وبالمثل تحليل دم المرضى يتم على أساس عينة.

أقسام العينات:-

هناك عدة طرق لأخذ العينات من المجتمع لاستخدامها في الاستدلال الإحصائي. وبشكل عام تنقسم العينات عادة إلى قسمين رئيسين وهما عينات عشوائية وعينات غير عشوائية.

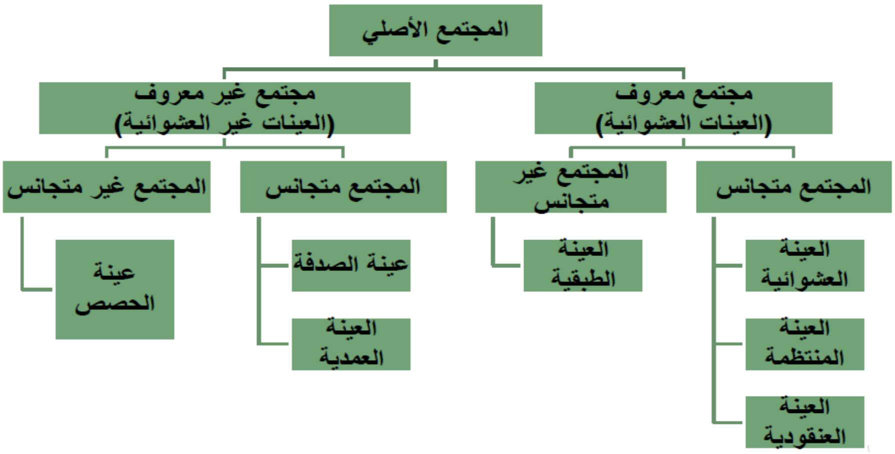
1. العينات العشوائية:

وهي تلك العينات التي يتم اختيار مفرداتها حسب خطه إحصائية لا يكون فيها للباحث أو لمفردات العينة دخل في اختيار أي مفردة فيها ، حيث يتم الاختيار باستخدام أساليب معينة تلعب الصدفة خلالها الدور الأول في اختيار المفردة ولكن بشرط أن يتحقق لجميع المفردات احتمال ثابت ومحدد للاختيار. والعينات العشوائية إذا ما تم اختيارها بالطريقة العلمية السليمة والمناسبة يمكن أن تكفل درجه عالية من دقة التمثيل للمجتمعات المسحوبة منها لذلك فهي الوسيلة الأساسية في حالة البحوث العلمية الدقيقة.

2 العينات غير العشوائية:

وهي تلك العينات التي لا تكفل لجميع مفردات المجتمع احتمال ثابت ومحدد للاختيار، وغالبا يتدخل الباحث في عملية الاختيار بصورة أو بأخرى. وفيما يلي استعراض ألهم أنواع العينات العشوائية والعينات غير العشوائية.

أقسام العينات :-



أ- العينات الاحتمالية :-

العينة العشوائية البسيطة	جميع عناصر المجتمع لها نفس الفرصة في الظهور في العينة
العينة الطبقية	يقسم المجتمع إلى طبقتين على الأقل ثم نختار عينة عشوائية من كل طبقة تتناسب وحجمها.
العينة المنتظمة	ترتب مفردات المجتمع ثم نختار نقطة بداية للمعاينة ونحدد بعد ثابت من هذه النقطة لاختيار باقي النفاط تباعا.
العينة العنقودية	يقسم المجتمع إلى مساحات أو أجزاء ثم نختار عشوائيا بعض هذه المساحات، ثم نختار جميع أو بعض عناصرها بالعينة.

ب- العينات غير الاحتمالية :

عينة الصدفة	يتم اختيارها عن طريق الصدفة
العينة العمدية (القصدية)	يتم اختيار أفراد العينة تحت شروط معينة لتحقيق الهدف من التجربة
عينة الحصص	يقسم المجتمع إلى أجزاء ثم نختار العينة من كل جزء من أجزاء المجتمع وفقا للنسب المحددة

اختيار العينة :

ـ يطلق على المصدر الذي تؤخذ منه العينة إطار المعاينة وهو حصر شامل لجميع مفردات مجتمع الدراسة.
يمكن أن يقسم إطار المعاينة إلي أقسام تسهل عملية الاختيار يطلق على كل قسم منها وحدة معاينة.
ـ يؤثر حجم مجتمع الدراسة في اختيار مفردات العينة. إذا كان حجم المجتمع صغيرا جدا من الممكن عدم الحصول على عدد كاف من المفردات أما إذا كان حجم المجتمع كبيرا .وهذا هو المتوقع دائما .تكون المشكلة في كيفية اختيار العينة.
-كلما كثرت الشروط التي يجب توفرها في مفردات العينة كلما صعب الحصول على العدد المطلوب.

خطوات اختيار العينة:

أ- تحديد أهداف البحث.

ب- تحديد كل من المجتمع الأصل الذي تختار منه العينة ووحدة المعاينة

(إطار المعاينة)

ج- إعداد قائمة بالمجتمع الأصل بحيث يكون لكل مفردة فيه رقم أو تمييز محدد

د- اختيار الطريقة المتبعة في المعاينة وتحديد حجم العينة.

هـ- الحصول على عينة مناسبة.

تحديد حجم العينة:

يعتبر تحديد حجم العينة المناسب من أهم قرارات الباحث للحصول على بيانات تزوده بمعلومات يمكن الاعتماد عليها لتعميم النتائج. ويتوقف حجم العينة الواجب دراسته على تفاعل بعض العوامل من أهمها :

1. حجم المجتمع.

(كلما زاد حجم مجتمع الدراسة، يزيد حجم العينة المطلوب)

2- مدى التباين في خصائص المجتمع المراد دراسته.

(كلما زاد التباين، يزيد حجم العينة المطلوب)

3- مدى الخطأ الذي يسمح به في نتائج العينة كتقديرات لخصائص المجتمع.

(كلما قل مدى الخطأ الذي يمكن السماح به، زاد حجم العينة)

4- درجة الثقة التي نود أن نتمتع بها في تحقق السمات السابقة.

(كلما زادت درجة الثقة المطلوبة، زاد حجم العينة اللازم)

تحديد حجم العينة:

توجد عدة طرق لتحديد حجم العينة المناسب بما يلائم منهج البحث، وحجم وطبيعة المجتمع، وكذلك الغرض من العينة.

وتعتمد طرق حساب حجم العينة على معادلات أو صيغ رياضية مختلفة ، كما توجد مجموعة من الجداول التي صممت وفقا لبعض هذه الصيغ تحدد الحجم المناسب للعينة من المجتمع الأصلي، ويستفيد منها الباحثون الذين لا يميلون إلى الأسلوب الرياضي.

وسنهتم هنا فقط بصيغتين مبسطتين لحساب حجم العينة تستخدم إحداهما إذا كان الغرض من العينة هو تقدير متوسط المجتمع وتستخدم الأخرى إذا كان الغرض من العينة هو تقدير نسبة وجود صفة أو خاصية معينة بين مفردات المجتمع.

١) حجم العينة المناسب لتقدير متوسط المجتمع

$$n = \left(\frac{z\ \sigma}{d}\right)^2$$

N: **حجم العينة المطلوب**

Z **قيمة مستخرجة من جدول التوزيع الطبيعي المعياري تتحدد بناء على درجة الثقة المطلوبة.**

(**درجة ثقة** 95% : z = 1.96 ، **درجة ثقة** 99% : z = 2.58)

σ: **الانحراف المعياري لقيم المجتمع.**

(إذا لم يكن معلوما من دراسات سابقة ، يمكن تقديره بربع المدى المتوقع لقيم المجتمع)

d : **خطأ التقدير الذي يحدده الباحث وفقا لطبيعة دراسته:**

مثال 1

حدد حجم العينة المناسب لتقدير متوسط أعمار طالب كلية إدارة الأعمال إذا كنا نرغب في إلا يزيد خطأ التقدير عن 2 سنة و بدرجة ثقة 95% علما بأن الانحراف المعياري لأعمار الطالب من واقع الخبرة السابقة هو 4 سنوات.

الحل

حيث ان درجة الثقة المطلوبة هي 95% **فإن** Z= 1.96

$$n = \left(\frac{z\ \sigma}{d}\right)^2 = \left(\frac{(1.96)\ (4)}{2}\right)^2 = 15.37 = 16$$

أي ان حجم العينة المطلوب يساوي 16 **طالبا**

مثال 2

حدد حجم العينة المناسب لتقدير متوسط دخل العامل في صناعة معينة بالمملكة العربية السعودية إذا كنا نرغب في ألا يزيد خطأ التقدير عن 50 ريال وبدرجة ثقة 95% علما بأن الانحراف المعياري لدخول العمال في هذا المجال من واقع الخبرة السابقة هو 200 ريال

الحل

حيث أن درجة الثقة المطلوبة هي 95% ، فإن $z = 1.96$

$$n = \left(\frac{z\ \sigma}{d}\right)^2 = \left(\frac{(1.96)\ \ (200)}{50}\right)^2 = 61.47 = 62$$

أي ان حجم العينة المطلوبة يساوي 62 عاملا

مثال (3)

حدد حجم العينة المناسب لتقدير متوسط أطوال طالب جامعة الملك فيصل إذا كنا نرغب في ألا يزيد خطأ التقدير عن 10 سم وبدرجة ثقة 99%.

الحل

حيث أن درجة الثقة المطلوبة هي 99% ، فإن $z = 2.58$

حيث أن الانحراف المعياري لأطوال الطلاب غير معلوم ، نقوم بتقدير المدى الممكن للطول، فمثال نتوقع أن تكون الأطوال بين 120 سم و 200 سم ، ثم يقدر الانحراف المعياري بربع المدى ، ويكون:

$$\sigma = \frac{200-120}{4} = 20$$

$$n = \left(\frac{z\ \sigma}{d}\right)^2 = \left(\frac{(2.58)\ \ (20)}{10}\right)^2 = 26.63 = 27$$

أي أن حجم العينة المطلوب يساوي 27 طالبا

<u>2- حجم العينة المناسب لتقدير النسبة في المجتمع</u>

$$n = \left(\frac{z}{d}\right)^2 p(1-p)$$

حيث:

n : حجم العينة المطلوب.

Z : القيمة من جدول التوزيع الطبيعي المعياري (z = 2.58 or z = 1.96) p : نسبة الصفة المطلوب تقديرها في المجتمع من واقع الخبرة السابقة أو الدراسات المشابهة.)إذا كانت هذه النسبة غير معلومة ، نضع $p = 0.5$(

d : خطأ التقدير الذي يحدده الباحث وفقا لطبيعة دراسته.

مثال)4(

حدد حجم العينة المناسب لتقدير نسبة البطالة في إحدى المدن إذا كنا نرغب في ألا يزيد خطأ التقدير عن 3% وبدرجة ثقة 99% علما بأن هذه النسبة من واقع الخبرة السابقة كانت 30%.

الحل

حيث أن درجة الثقة المطلوبة هي 95% ، فإن $z = 2.58$

$$n = \left(\frac{z}{d}\right)^2 p(1-p) = \left(\frac{2.58}{0.03}\right)^2 (0.3)(0.7) = 1553.16 = 1554$$

أي أن حجم العينة المطلوب يساوي 1554 فردا.

مثال)5(

حدد حجم العينة المناسب لتقدير نسبة المدخنين من بين طالب جامعة الملك فيصل إذا كنا نرغب في ألا يزيد خطأ التقدير عن 5% وبدرجة ثقة 95%.

الحل

حيث أن درجة الثقة المطلوبة هي 95% ، فإن $z = 1.96$

حيث أن النسبة p غير معلومة من مصادر سابقة ، $p = 0.5$.

$$n = \left(\frac{z}{d}\right)^2 p(1-p) = \left(\frac{1.96}{0.05}\right)^2 (0.5)(0.5) = 384.16$$

أي أن حجم العينة المطلوب يساوي 385 طالبا.

أخطاء البيانات الإحصائية:-

تتعرض البيانات الإحصائية التي يتم جمعها إلى نوعين من الأخطاء:

خطأ التمييز أو التحيز: وهو ذلك الخطأ الناتج عن مصادر متعددة، منها أخطاء في تصميم البحث أو التجربة أو

أخطاء فنيه أثناء جمع البيانات أو خلال العمليات الحسابية التي تتم على البيانات المتجمعة.

خطأ المعاينة العشوائية أو خطأ الصدفة: وهو الخطأ الناتج عن فروق الصدفة بين مفردات المجتمع التي دخلت العينة وبين تلك المفردات التي لم تشأ الصدفة أن تدخل العينة.

الأسباب:

_ الاختيار غير العشوائي للعينة: تعتمد بعض طرق الاختيار للعينة على خاصية معينة كالاعتماد على دليل الهاتف)عند دراسة الدخل والإنفاق(.

_ التحيز المقصود) تعمد إدخال بعض الوحدات (

_ استبدال وحدة بوحدة أخرى غير مدرجة ضمن الإطار العام للدراسة.

تفادي خطأ التحيز:

_ اختيار جميع وحدات العينة عشوائيا باستخدام إحدى طرق الاختيار العشوائي

_ عدم استبدال أية وحدة تم اختيارها بوحدة أخرى

_ تدريب الباحثين بشكل جيد على جمع البيانات والتقيد بالتعليمات

خطأ المعاينة العشوائية Random Sampling Error

عند اختيار العينة العشوائية هناك خطأ ينتج عن الاختلاف أو التشتت بين قيم الوحدات التي تتكون منها العينة وتلك الوحدات التي كان لها فرصة أن تدخل في العينة ، وهذا الخطأ يسمى بخطأ المعاينة العشوائي أو خطأ الصدفة.

ويمكن تفادي أو تقليل خطأ المعاينة العشوائي عن طريق:

_ زيادة حجم العينة)في حدوت التكلفة والوقت المتاح للمعاينة(

_ تحري الدقة في اختيار أسلوب المعاينة المناسب)كالأسلوب الطبقي أو العينة المنتظمة...الخ (، مما يسهم في تقليل الاختلاف بين الوحدات المختارة في العينة والوحدات التي كان يمكن أن يشملها الاختيار

تمت .

المحاضره الثامنه

توزيعات المعاينة

توزيعات المعاينة

إن الهدف من اخذ العينة هو معرفة خصائص مجتمعها، فاخذ العينات ليس القصد منه العينة لذاتها بل المجتمع الذي أخذت منه ، فالعينة وسيلة وليست الهدف.

وتقدم العينات تقديرات لخصائص مجتمعها، وهذه التقديرات تدور حول القيم الحقيقية لمجتمع الدراسة. فمثال متوسط العينة ليس هو متوسط مجتمعها، بل قيمة تمثل العينة ذاتها ، ويمكن الاعتماد على هذه القيمة في تقدير القيمة المحتملة لمتوسط المجتمع وفق حدود معينة للثقة.

توزيع المعاينة

هو التوزيع التكراري ألحد المقاييس الإحصائية المحسوب من بيانات جميع العينات العشوائية ذات حجم محدد والتي يمكن سحبها من مجتمع إحصائي واحد.

نفرض أننا أخذنا عينه حجمها n من مجتمع ما، ثم حسبنا بعض المقاييس الإحصائية مثل المتوسط الحسابي، التباين، ... فإن كل مقياس من هذه المقاييس يعتبر متغيرا عشوائيا في حد ذاته يختلف من عينة إلى أخرى ، هذا المتغير العشوائي يخضع لتوزيع معين يسمى بتوزيع المعاينة.

ولدراسة خصائص توزيعات المعاينة ، سنفترض عند سحب العينات أن السحب يتم مع الإعادة) مع الإرجاع (بمعنى أنه يمكن تكرار نفس المفردة أكثر من مرة في العينة الواحدة.

فمثال نقول إن توزيع المعاينة للمتوسط الحسابي هو عبارة عن توزيع جميع المتوسطات الحسابية للعينات المأخوذة من نفس هذا المجتمع ذو الحجم n ، وكذلك فإن توزيع المعاينة للتباين هو توزيع جميع التباينات المحسوبة من عينات لها نفس الحجم n ومأخوذة من نفس المجتمع ، وهكذا ...

إذا أخذنا عينات متكررة من مجتمع ما وقمنا بحساب متوسط كل عينة، فإننا نجد أن معظم هذه المتوسطات تختلف عن بعضها البعض، ويسمى التوزيع الاحتمالي لمتوسطات العينات " توزيع المعاينة للوسط الحسابي

خصائص توزيع المعاينة للوسط الحسابي:

إذا كان X متغيرا عشوائيا له توزيع متوسطه μ وتباينه σ^2 ، وكان $\bar{x}$ يمثل الوسط الحسابي لعينة حجمها n مسحوبة من مجتمع قيم X فإن:

$$E(\bar{X}) = \mu_{\bar{X}} = \mu$$

$$Var(\bar{X}) = \sigma_{\bar{X}}^2 = \frac{\sigma^2}{n}$$

أي أنه إذا سحبت .مع الإرجاع .كل العينات الممكنة من الحجم n من أي مجتمع فإن:

متوسط متوسطات العينات يساوي متوسط المجتمع.

تباين متوسطات العينات يساوي تباين المجتمع مقسوما على حجم العينة.

توزيعات المعاينة

إذا كان لدينا مجتمع إحصائي مكون من أربع مفردات (N=4)، هي القيم {0, 2, 4, 6} ، فإن:

$$\mu = \frac{0+2+4+6}{4} = 3$$ (متوسط المجتمع)

$$\sigma^2 = \frac{(0-3)^2+(2-3)^2+(4-3)^2+(6-3)^2}{4} = 5$$ (تباين المجتمع)

نفرض أننا سحبنا جميع العينات الممكنة مع الإعادة ذات الحجم n=2 ثم حسبنا متوسطاتها ، فإن:

- عدد العينات الممكن سحبها مع الإعادة يعطى بالعلاقة:

$$N^n = 4^2 = 16$$

حيث N هو عدد مفردات المجتمع و n هو عدد مفردات العينة.

- متوسطات العينات العشوائية المسحوبة تتأرجح بين (0 ، 6) أنظر الجدول التالي:

رقم العينة	العينة		المتوسط	رقم العينة	العينة		المتوسط
1	0	0	0	9	4	0	2
2	0	2	1	10	4	2	3
3	0	4	2	11	4	4	4
4	0	6	3	12	4	6	5
5	2	0	1	13	6	0	3
6	2	2	2	14	6	2	4
7	2	4	3	15	6	4	5
8	2	6	4	16	6	6	6

ويكون جدول التوزيع الاحتمالي لتوزيع معاينة الأوساط الحسابية $\overline{x}_i$ كالتالي:

المتوسط	0	1	2	3	4	5	6
$P(\overline{x}_i)$	1/16	2/16	3/16	4/16	3/16	2/16	1/16

ولو رسمنا المدرج التكراري، نلاحظ أن توزيع المعاينة للأوساط الحسابية للعينات يمكن أن يقترب وبشكل جيد من منحنى التوزيع الطبيعي .

ويمكننا التحقق من الخاصيتين السابق ذكرهما عن متوسطات العينات ، حيث:

$$\mu_{\bar{x}} = \sum \overline{X}_i P = 0.(1/16) + 1.(2/16) + 2.(3/16) + 3.(4/16)$$
$$+ 4.(3/16) + 5.(2/16) + 6.(1/16) = 3$$

وهي نفس قيمة متوسط المجتمع ، إذاً: $E(\overline{X}) = \mu_{\overline{X}} = \mu$

وبالمثل يمكن حساب تباين متوسطات العينات حيث نجد أن $\sigma^2_{\overline{X}} = 2.5$ وهي قيمة تباين المجتمع (5) مقسوما على حجم العينة (2) ، وبالتالي فإن:

$$Var(\overline{X}) = \sigma^2_{\overline{X}} = \frac{\sigma^2}{n}$$

نظرية (1)

إذا كان المتغير العشوائي X يتبع توزيعا طبيعيا بمتوسط μ وتباين σ^2 ، وسحبت جميع العينات الممكنة ذات الحجم n من مجتمع قيم X وكان $\bar{x}$ يمثل الوسط الحسابي للعينة ، فإن المتغير العشوائي $\overline{X}$ (متوسطات العينات) يتبع التوزيع الطبيعي بمتوسط μ وتباين $\frac{\sigma^2}{n}$. أي أن: $\overline{X} \sim N(\mu, \frac{\sigma^2}{n})$

أي أنه إذا كان المجتمع الأصلي يتبع التوزيع الطبيعي وتباينه معلوم فإن متوسطات العينات ذات حجم محدد المسحوبة من هذا المجتمع يكون لها أيضا توزيع طبيعي.

وبالتالي فإن المتغير العشوائي $Z = \frac{\overline{X} - \mu}{\sigma / \sqrt{n}}$ له توزيع طبيعي معياري.

مثال: أخذت عينة عشوائية حجمها 9 من الأطفال حديثي الولادة في أحد المستشفيات، فإذا علم أن وزن الطفل حديث الولادة يخضع لتوزيع طبيعي 2900 غرام وانحرافه المعياري 600 غرام.

(أ) أوجد معدل وتباين والانحراف المعياري للوسط الحسابي لأوزان الأطفال في العينة.

$$X \sim N(2900, (600)^2)$$

$$\bar{X} \sim N\left(2900, \frac{(600)^2}{n}\right)$$

$$\mu_{\bar{X}} = \mu, \qquad \sigma_{\bar{X}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

(ب) أوجد احتمال أن الوسط الحسابي لأوزان الأطفال في العينة يزيد عن 3100 غرام.

$$P(\bar{X} > 3100) = P\left(\frac{\bar{X}-\mu}{\sigma/\sqrt{n}} > \frac{3100-\mu}{\sigma/\sqrt{n}}\right)$$

$$= P\left(Z > \frac{3100-2900}{600/\sqrt{9}}\right)$$

$$= P\left(Z > \frac{200}{200}\right)$$

$$= P(Z > 1)$$

$$= 1 - P(Z < 1) = 1 - 0.8413 = 0.1587$$

(ج) أوجد احتمال أن الوسط الحسابي لأوزان الأطفال في العينة يقع بين 2700 و 3200 غرام.

$$P(2700 < \bar{X} < 3200) = P\left(\frac{2700-\mu}{\sigma/\sqrt{n}} < \frac{\bar{X}-\mu}{\sigma/\sqrt{n}} < \frac{3200-\mu}{\sigma/\sqrt{n}}\right)$$

$$= P\left(\frac{2700-2900}{600/\sqrt{9}} < Z < \frac{3200-2900}{600/\sqrt{9}}\right)$$

$$= P\left(\frac{-200}{200} < Z < \frac{300}{200}\right)$$

$$= P(-1 < Z < 1.5)$$

$$= P(Z < 1.5) + P(Z < 1) - 1$$

$$= 0.9332 + 0.8413 - 1 = 0.7745$$

نظرية (2): النهاية المركزية (تقارب التوزيعات)

إذا كان المتغير العشوائي X متوسطه μ وتباينه σ^2 ، وسحبت جميع العينات الممكنة ذات الحجم n من مجتمع قيم X وكان $\bar{x}$ يمثل الوسط الحسابي للعينة ، فإن المتغير العشوائي $\bar{X}$ (متوسطات العينات) يقترب من التوزيع الطبيعي بمتوسط μ وتباين $\frac{\sigma^2}{n}$ كلما زاد حجم العينة ويكون التوزيع طبيعيا إذا كان حجم العينة كبيرا $(n \geq 30)$.

أي أنه إذا كان المجتمع الأصلي لا يتبع بالضرورة التوزيع الطبيعي وتباينه معلوم وكانت العينة كبيرة فإن متوسطات العينات ذات الحجم n المسحوبة من هذا المجتمع يكون لها توزيع طبيعي، وبالتالي فإن المتغير العشوائي $Z = \frac{\bar{X}-\mu}{\sigma/\sqrt{n}}$ له توزيع طبيعي معياري.

مثال: تخضع أوزان علب سائل غسل الصحون من نوع معين لتوزيع معدله 1000 غرام، وانحرافه المعياري 80 غرام. إذا أخذت عينة عشوائية حجمها 48 علبة.

(أ) فما المعدل والتباين والانحراف المعياري للوسط الحسابي $\bar{X}$ لأوزان العلب في العينة؟

حجم العينة كبير ($n = 48 \geq 30$)، المعدل والانحراف المعياري للمجتمع معلومة، ولذلك فشروط نظرية (3) متحققة أي أن:

$$\bar{X} \sim N\left(1000, \frac{(80)^2}{48}\right)$$

$$\mu_{\bar{X}} = \mu = 1000 \ , \ \sigma^2{}_{\bar{X}} = \frac{\sigma^2}{n} = \frac{(80)^2}{48} = \frac{6400}{48} \approx 133.33$$

$$\sigma_{\bar{X}} = \sqrt{\sigma^2{}_{\bar{X}}} = \sqrt{\frac{\sigma^2}{n}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{80}{\sqrt{48}} \approx \sqrt{133.33} = 11.55$$

(ب) ما احتمال أن يزيد الوسط الحسابي لأوزان العلب في العينة عن 1072 غرام؟

$$P(\bar{X} > 1072) = P\left(\frac{\bar{X} - \mu}{\sigma/\sqrt{n}} > \frac{1072 - 1000}{\sigma/\sqrt{n}}\right)$$

$$= P\left(Z > \frac{1072 - 1000}{80/\sqrt{48}}\right)$$

$$\approx P\left(Z > \frac{72}{11.55}\right)$$

$$\approx P(Z > 6.23) = 1 - P(Z < 6.23) \approx 1 - 1 = 0$$

(ج) ما احتمال أن يقل الوسط الحسابي عن 980 غرام؟

$$P(\bar{X} < 980) = P\left(\frac{\bar{X} - \mu}{\sigma/\sqrt{n}} < \frac{980 - \mu}{\sigma/\sqrt{n}}\right)$$

$$= P\left(Z < \frac{980 - 1000}{80/\sqrt{48}}\right)$$

$$\approx P(Z < -1.73) = 1 - P(Z < 1.73) = 1 - 0.9582$$

$$= 0.0418$$

نظرية (3)

إذا كان المتغير العشوائي X يتبع التوزيع الطبيعي بمتوسط μ وتباين غير معلوم ، وسحبت جميع العينات الممكنة ذات الحجم n وكان $\bar{x}$ يمثل الوسط الحسابي للعينة و S يمثل الانحراف المعياري للعينة ، فإن المتغير العشوائي $T = \frac{\bar{X} - \mu}{s/\sqrt{n}}$ يتبع توزيع t بدرجات حرية (n-1). $T \sim t_{n-1}$

* **ملحوظة: إذا كان حجم العينة كبيرا ($n \geq 30$)، يمكن استخدام التوزيع الطبيعي أو توزيع t لأنهما في هذه الحالة (التوزيع الأصلي طبيعي وتباينه غير معلوم) يعطيان نتائج متقاربة.**

مثال: إذا كانت درجات طلاب التحليل الإحصائي تأخذ شكل التوزيع الطبيعي بوسط حسابي مقداره 70 درجة. أخذت عينة حجمها 9 طلاب، ووجد أن الانحراف المعياري لعلاماتهم 11 درجات. احسب احتمال أن يزيد وسط درجاتهم عن 75 درجة.

الحل :

المتغير العشوائي X يتبع توزيع طبيعي بوسط 70 وتباين مجهول ونكتب ذلك: $X \sim N(70, \sigma^2)$

تم سحب عينة حجمها 9، وانحراف هذه العينة معلوم وهو 11، ولذلك فإن: $T \sim t_8$

حيث: $T = \dfrac{\bar{X} - 70}{11/\sqrt{9}}$

$$\begin{aligned} P(\bar{X} > 75) &= P\left(\frac{\bar{X} - \mu}{S/\sqrt{n}} > \frac{75 - \mu}{S/\sqrt{n}}\right) \\ &= P\left(T > \frac{75 - 70}{11/\sqrt{9}}\right) \qquad , T \sim t_8 \\ &= P\left(T > \frac{5}{11/3}\right) \\ &= P\left(T > \frac{15}{11}\right) \\ &\approx P(T > 1.363) \approx P(T > 1.397) \approx 10\% \end{aligned}$$

تمرين:

إذا كانت ساعات المذاكرة الأسبوعية للطالب في إحدى الجامعات تأخذ شكل التوزيع الطبيعي بوسط حسابي مقداره 20 ساعة. أخذت عينة حجمها 36 طالبا ، ووجد أن الانحراف المعياري من العينة يساوي 6 ساعات.

المطلوب: ما احتمال أن يقل متوسط عدد ساعات المذاكرة لعينة الطالب عن 18 ساعة؟

ملحوظة ختامية هناك توزيعات معاينة أخرى مثل توزيع المعاينة للنسبة في العينة ، وتوزيع المعاينة

لتباين العينة ، وتوزيع المعاينة للفرق بين متوسطين ، وتوزيع المعاينة للفرق بين نسبتين. ولكل من هذه التوزيعات. مثلها مثل المتوسط. خصائص محددة.)يمكن الرجوع للكتاب المقرر(

Tables of the Normal Distribution

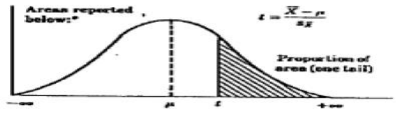
Probability Content from -oo to Z

Z	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	0.5000	0.5040	0.5080	0.5120	0.5160	0.5199	0.5239	0.5279	0.5319	0.5359
0.1	0.5398	0.5438	0.5478	0.5517	0.5557	0.5596	0.5636	0.5675	0.5714	0.5753
0.2	0.5793	0.5832	0.5871	0.5910	0.5948	0.5987	0.6026	0.6064	0.6103	0.6141
0.3	0.6179	0.6217	0.6255	0.6293	0.6331	0.6368	0.6406	0.6443	0.6480	0.6517
0.4	0.6554	0.6591	0.6628	0.6664	0.6700	0.6736	0.6772	0.6808	0.6844	0.6879
0.5	0.6915	0.6950	0.6985	0.7019	0.7054	0.7088	0.7123	0.7157	0.7190	0.7224
0.6	0.7257	0.7291	0.7324	0.7357	0.7389	0.7422	0.7454	0.7486	0.7517	0.7549
0.7	0.7580	0.7611	0.7642	0.7673	0.7704	0.7734	0.7764	0.7794	0.7823	0.7852
0.8	0.7881	0.7910	0.7939	0.7967	0.7995	0.8023	0.8051	0.8078	0.8106	0.8133
0.9	0.8159	0.8186	0.8212	0.8238	0.8264	0.8289	0.8315	0.8340	0.8365	0.8389
1.0	0.8413	0.8438	0.8461	0.8485	0.8508	0.8531	0.8554	0.8577	0.8599	0.8621
1.1	0.8643	0.8665	0.8686	0.8708	0.8729	0.8749	0.8770	0.8790	0.8810	0.8830
1.2	0.8849	0.8869	0.8888	0.8907	0.8925	0.8944	0.8962	0.8980	0.8997	0.9015
1.3	0.9032	0.9049	0.9066	0.9082	0.9099	0.9115	0.9131	0.9147	0.9162	0.9177
1.4	0.9192	0.9207	0.9222	0.9236	0.9251	0.9265	0.9279	0.9292	0.9306	0.9319
1.5	0.9332	0.9345	0.9357	0.9370	0.9382	0.9394	0.9406	0.9418	0.9429	0.9441
1.6	0.9452	0.9463	0.9474	0.9484	0.9495	0.9505	0.9515	0.9525	0.9535	0.9545
1.7	0.9554	0.9564	0.9573	0.9582	0.9591	0.9599	0.9608	0.9616	0.9625	0.9633
1.8	0.9641	0.9649	0.9656	0.9664	0.9671	0.9678	0.9686	0.9693	0.9699	0.9706
1.9	0.9713	0.9719	0.9726	0.9732	0.9738	0.9744	0.9750	0.9756	0.9761	0.9767
2.0	0.9772	0.9778	0.9783	0.9788	0.9793	0.9798	0.9803	0.9808	0.9812	0.9817
2.1	0.9821	0.9826	0.9830	0.9834	0.9838	0.9842	0.9846	0.9850	0.9854	0.9857
2.2	0.9861	0.9864	0.9868	0.9871	0.9875	0.9878	0.9881	0.9884	0.9887	0.9890
2.3	0.9893	0.9896	0.9898	0.9901	0.9904	0.9906	0.9909	0.9911	0.9913	0.9916
2.4	0.9918	0.9920	0.9922	0.9925	0.9927	0.9929	0.9931	0.9932	0.9934	0.9936
2.5	0.9938	0.9940	0.9941	0.9943	0.9945	0.9946	0.9948	0.9949	0.9951	0.9952
2.6	0.9953	0.9955	0.9956	0.9957	0.9959	0.9960	0.9961	0.9962	0.9963	0.9964
2.7	0.9965	0.9966	0.9967	0.9968	0.9969	0.9970	0.9971	0.9972	0.9973	0.9974
2.8	0.9974	0.9975	0.9976	0.9977	0.9977	0.9978	0.9979	0.9979	0.9980	0.9981
2.9	0.9981	0.9982	0.9982	0.9983	0.9984	0.9984	0.9985	0.9985	0.9986	0.9986
3.0	0.9987	0.9987	0.9987	0.9988	0.9988	0.9989	0.9989	0.9989	0.9990	0.9990

الجدول أدناه يعطي قيمة t α

المقابلة للمساحة المظللة وقيمتها α

Proportions of Area for the t Distributions



df	0.10	0.05	0.025	0.01	0.005
1	3.078	6.314	12.706	31.821	63.657
2	1.886	2.920	4.303	6.965	9.925
3	1.638	2.353	3.182	4.541	5.841
4	1.533	2.132	2.776	3.747	4.604
5	1.476	2.015	2.571	3.365	4.032
6	1.440	1.943	2.447	3.143	3.707
7	1.415	1.895	2.365	2.998	3.499
8	1.397	1.860	2.306	2.896	3.355
9	1.383	1.833	2.262	2.821	3.250
10	1.372	1.812	2.228	2.764	3.169
11	1.363	1.796	2.201	2.718	3.106
12	1.356	1.782	2.179	2.681	3.055
13	1.350	1.771	2.160	2.650	3.012
14	1.345	1.761	2.145	2.624	2.977
15	1.341	1.753	2.131	2.602	2.947
16	1.337	1.746	2.120	2.583	2.921
17	1.333	1.740	2.110	2.567	2.898

df	0.10	0.05	0.025	0.01	0.005
18	1.330	1.734	2.101	2.552	2.878
19	1.328	1.729	2.093	2.539	2.861
20	1.325	1.725	2.086	2.528	2.845
21	1.323	1.721	2.080	2.518	2.831
22	1.321	1.717	2.074	2.508	2.819
23	1.319	1.714	2.069	2.500	2.807
24	1.318	1.711	2.064	2.492	2.797
25	1.316	1.708	2.060	2.485	2.787
26	1.315	1.706	2.056	2.479	2.779
27	1.314	1.703	2.052	2.473	2.771
28	1.313	1.701	2.048	2.467	2.763
29	1.311	1.699	2.045	2.462	2.756
30	1.310	1.697	2.042	2.457	2.750
40	1.303	1.684	2.021	2.423	2.704
60	1.296	1.671	2.000	2.390	2.660
120	1.289	1.658	1.980	2.358	2.617
∞	1.282	1.645	1.960	2.326	2.576

(1) العبارة الصحيحة من بين العبارات التالية هي:

(أ) يسمى المقياس المحسوب من بيانات المجتمع إحصاءة، ويسمى المحسوب من بيانات العينة معلمة.

(ب) يسمى المقياس المحسوب من بيانات المجتمع إحصاءة، ويسمى المحسوب من بيانات العينة أيضا إحصاءة.

(ج) يسمى المقياس المحسوب من بيانات المجتمع معلمة، ويسمى المحسوب من بيانات العينة أيضا معلمة.

(د) يسمى المقياس المحسوب من بيانات المجتمع معلمة، ويسمى المحسوب من بيانات العينة إحصاءة.

(2) العبارة الصحيحة من بين العبارات التالية هي:

(أ) في توزيع المعاينة، الوسط الحسابي (الإحصائي) يتطابق مع قيمة المعلمة.

(ب) في توزيع المعاينة، الوسط الحسابي (الإحصائي) لا يتطابق مع قيمة المعلمة.

(ج) في توزيع المعاينة، الانحراف المعياري (الإحصائي) يتطابق مع قيمة المعلمة.

(د) في توزيع المعاينة، التباين (الإحصائي) يتطابق مع قيمة المعلمة.

(3) لو كان لدينا مجتمع إحصائي وتم قياس إحدى خصائصه ووجد أن قيمها هي: 1، 2، 3، 4

فإذا تم اختيار عينة – بدون إرجاع – حجمها 2 من هذا المجتمع فإن القيمة المتوقعة لكل من الوسط الحسابي للمجتمع (μ)، ومتوسط متوسطات العينات ($\bar{x}$) هما:

(أ) $\mu = 1.5 , E(\bar{x}) = 1.5$

(ب) $\mu = 1.5 , E(\bar{x}) = 2.5$

(ج) $\mu = 2.5 , E(\bar{x}) = 1.5$

(د) $\mu = 2.5 , E(\bar{x}) = 2.5$

(4) إذا كانت $X_1, X_2, X_3, \dots \dots X_n$ عينة عشوائية من مجتمع طبيعي وسطه μ وتباينه σ^2، وكان $\bar{X}$ يمثل الوسط الحسابي للعينة ذات الحجم n والمسحوبة من هذا المجتمع فإن $\bar{X}$ يتبع التوزيع الطبيعي بوسط μ وانحراف معياري $\sigma/\sqrt{n}$ أي أن:

(أ) $\bar{X} \sim N\left(\mu, \sigma^2\right)$

(ب) $\bar{X} \sim N(\mu, \sigma/n)$

(ج) $\bar{X} \sim N\left(\mu, \sigma^2/\sqrt{n}\right)$

(د) $\bar{X} \sim N\left(\mu, \sigma^2/n\right)$

(5) إذا كانت $X_1, X_2, X_3, \dots X_n$ عينة عشوائية من مجتمع وسطه μ وتباينه σ^2 وعناصره N، وكان $\bar{X}$ يمثل الوسط الحسابي للعينة ذات الحجم n والمسحوبة من هذا المجتمع فإن $\bar{X}$ يقترب من التوزيع الطبيعي بوسط μ وانحراف معياري $\sigma/\sqrt{n}$ كلما:

(أ) كبرت N

(ب) صغرت N

(ج) كبرت n

(د) صغرت n

(6) إذا كانت $X_1, X_2, X_3, \dots X_n$ عينة عشوائية من مجتمع طبيعي وسطه μ معلوم وتباينه σ^2، وكان $\bar{X}$ يمثل الوسط الحسابي للعينة ذات الحجم n والمسحوبة من هذا المجتمع فإن $\bar{X}$ يتبع توزيع طبيعي إذا كان:

(أ) σ^2 معلوما

(ب) σ^2 مجهولا

(7) إذا كانت $X_1, X_2, X_3, \dots X_n$ عينة عشوائية من مجتمع طبيعي وسطه μ معلوم وتباينه σ^2، وكان $\bar{X}$ يمثل الوسط الحسابي للعينة ذات الحجم n والمسحوبة من هذا المجتمع فإن $\bar{X}$ يتبع توزيع t إذا كان:

(أ) σ^2 معلوما

(ب) σ^2 مجهولا

(8) تخضع علامات الطلاب في أحد المقررات لتوزيع طبيعي وسطه 65 وانحرافه المعياري 18، أخذت عينة عشوائية حجمها 36، احتمال أن يزيد وسط علامات العينة على 74 هو تقريبا:

(أ) 0%

(ب) 25%

(ج) 50%

(د) 100%

(9) تخضع أوزان عبوات أحد مبيدات الحشرات المنزلية لتوزيع وسطه 135 غرام وانحرافه المعياري 14 غرام. إذا قررت وزارة التموين رفض كل صندوق من هذه العبوات إذا نقص وزنه عن 6.24، فما نسبة الصناديق المرفوضة، علما بأن عدد العبوات في كل صندوق 48 عبوة؟

(أ) 0.007

(ب) 0.07

(ج) 0.93

(د) 0.993

(10) إذا كانت ساعات المذاكرة الأسبوعية للطلاب الجامعيين في إحدى الدول تأخذ شكل التوزيع الطبيعي بوسط حسابي مقداره 20 ساعة. أخذت عينة حجمها 25 طالبا، ووجد أن الانحراف المعياري لعدد ساعات مذاكرتهم الأسبوعية 8 ساعات. احتمال أن يقل وسط عدد ساعات مذاكرتهم الأسبوعية عن 18 ساعة هو تقريبا:

(أ) 10%

(ب) 40%

(ج) 60%

(د) 90%

المحاضره التاسعة

مقدمة في التقدير الإحصائي

التقدير

التقدير هو عملية استنتاج أو تقدير أحد معالم المجتمع(مثل الوسط الحسابي أو الانحراف المعياري أو نسبة صفة معينة في المجتمع) بناء على بيانات عينة مسحوبة من المجتمع.وهناك نوعان(أو أسلوبان)للتقدير

الأول:تقدير النقطة(أو القيمة الواحدة) point Estimation

الثاني:تقدير الفترة(أو فترة التقدير أو الثقة) Interval Estimation

التقدير بنقطة يعني أن نحصل على قيمة واحدة من العينة، وتستخدم هذه القيمة الواحدة كتقريب أو كتقدير لمعلمة المجتمع المجهولة.

فمثلا لو أخذنا الوسط الحسابي للدخل في عينة من الأفراد كتقدير لمتوسط دخل الفرد في الدولة نكون قد حصلنا على تقدير نقطة لمتوسط دخل الدولة.

$$\hat{\mu} = \bar{x}$$

كمثال آخر لو أخذنا نسبة الناخبين في العينة الذين يؤيدون مرشحا معينا كتقدير لهذه النسبة في المجتمع نكون حصلنا على تقدير نقطة للنسبة في مجتمع الناخبين.

$$\hat{P} = \hat{p}$$

أما التقدير بفترة(فترة الثقة)فنحصل من خلاله على تقدير لمعلمة المجتمع المجهولة في شكل مدى أو فترة من القيم تتحدد بحدين(حد أدنى وحد أعلى).

ونلاحظ هنا أن فترة التقدير(أو تقدير الفترة)تحتوي على أكثر من قيمة بل قد يكون عدد القيم غير محدود أو لا نهائيا في كثير من الحالات.

وبصفة عامة فإن فترة التقدير(أو فترة الثقة)تكون على الصورة:

معلمه المجتمع المجهوله = الاحصاءه المناظره من العينه ± خطأ التقدير

مثلاً: إذا قدرنا الوسط الحسابي لأعمار الناخبين بالاعتماد عينة كان فيها متوسط أعمار الناخبين يساوي 40 بأنه يتراوح بين (6 - 40) و (6 + 40) سنة أي يتراوح بين 34 سنة كحد أدنى و 46 سنة كحد أعلى نكون قد حصلنا على تقدير فترة للوسط الحسابي لأعمار الناخبين في المجتمع.

ونلاحظ أن هذه الفترة (34, 46) تحتوي على عدد لا نهائي من الأعمار، بمعنى أن العدد لا يقتصر فقط على الأعداد الصحيحة والتي تشمل السنوات، ولكنها تشمل أيضا كسور السنوات، والأيام والشهور، والساعات.. الخ

وفي الجزء التالي نستعرض بإيجاز تقدير كل من متوسط المجتمع (μ) والنسبة في المجتمع (P) باستخدام بيانات عينة عشوائية.

أولا :تقدير المتوسط بفترة ثقة:

الحالة الأولى:

- **المجتمع الأصلي المسحوب منه العينة طبيعي.**
- **تباين المجتمع (σ) معلوم.**

$$\hat{\mu} = \bar{X} \pm z \times \sigma/\sqrt{n}$$
$$\left(\bar{X} - z \times \frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \bar{X} + z \times \sigma/\sqrt{n}\right)$$

حيث:

الوسط الحسابي للمجتمع: μ

الوسط الحسابي للعينة: $\bar{X}$

الانحراف المعياري للمجتمع: σ

حجم العينة: n

معامل الثقة المناظر لمستوى (درجة) الثقة: z $(z_{1-\frac{\alpha}{2}})$

حساب معامل الثقة:

إذا أردنا حساب معامل الثقة المناظر لمستوى الثقة المراد حساب فترة الثقة عنده، فيتم ذلك كما يلي:

إذا كان مستوى الثقة يساوي 95% $(1-\alpha = 95\%)$

فإن مستوى عدم الثقة (وهو ما يسمى بمستوى المعنوية) يساوي 5% $(\alpha = 5\%)$

وبالتالي فإن $\frac{\alpha}{2}$ تساوي 2.5% $(\frac{\alpha}{2} = 2.5\%)$

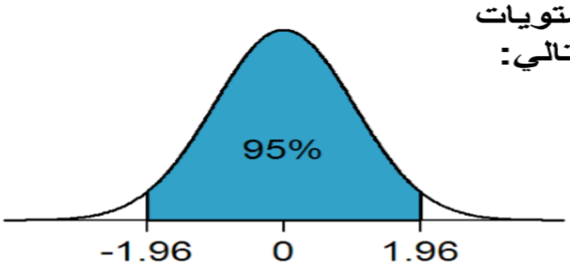
أي أن $(1 - \frac{\alpha}{2} = 1 - 2.5\% = 97.5\%)$

فنبحث في جدول Z عن النقطة التي تكون عندها قيمة الاحتمال مساوية للقيمة 0.9750

هذه القيمة هي 1.96 $(z_{1-\frac{\alpha}{2}} = 1.96)$ ويمكن ملاحظة ذلك من خلال الرسم التالي:

وباختصار يفضل حفظ معاملات الثقة لمستويات الثقة الأكثر استعمالا ، وهي على النحو التالي:

درجة الثقة	معامل الثقة Z
68.26%	1
90%	**1.65**
95 %	**1.96**
95.44%	2
99%	**2.58**



ونلخص ما سبق بإيراد النظرية التالية:

نظرية (1)

إذا أخذت عينة عشوائية حجمها n من مجتمع طبيعي $N(\mu, \sigma^2)$ وكانت σ^2 معلومة فإن فترة ثقة $(1-\alpha)\%$ للمعلمة μ هي: $\left(\bar{X} - z_{1-\frac{\alpha}{2}} \times \frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \bar{X} + z_{1-\frac{\alpha}{2}} \times \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right)$

مثال: أخذت عينة عشوائية حجمها $n = 16$ من مجتمع طبيعي $N(\mu,9)$ فوجد أن $\bar{X} = 11.3$، أوجد فترة ثقة 95% للمعلمة المجهولة μ

الحل:
المجتمع طبيعي وتباينه معلوم وقيمة الوسط الحسابي للعينة $\bar{X} = 11.3$

إذاً: فترة ثقة 95% هي:

$$\left(\bar{X} - z \times \frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \bar{X} + z \times \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) = \left(11.3 - 1.96 \times \frac{3}{4}, 11.3 + 1.96 \times \frac{3}{4}\right)$$
$$= (11.3 - 1.47, 11.3 + 1.47)$$
$$= (9.83, 12.77)$$

تمرين: عينة عشوائية حجمها $n = 25$ أخذت من مجتمع طبيعي انحرافه المعياري $\sigma = 4$، إذا كان معدل العينة $\bar{X} = 60$، أوجد فترة ثقة 99% لوسط المجتمع μ

الحالة الثانية:

- **المجتمع الأصلي المسحوب منه العينة غير معروف.**
- **تباين المجتمع (σ) معلوم.**
- **العينة كبيرة ($n \geq 30$).**

نظرية (2)

إذا أخذت عينة عشوائية حجمها n من مجتمع وسطه μ، وتباينه σ^2 معلومة فإن فترة ثقة $(1-\alpha)\%$ للمعلمة μ هي تقريبا: $\left(\bar{X} - z_{1-\frac{\alpha}{2}} \times \frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \bar{X} + z_{1-\frac{\alpha}{2}} \times \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right)$ إذا كانت n كبيرة $(n \geq 30)$

مثال: عينة عشوائية حجمها $n = 100$ من مجتمع تباينه $\sigma^2 = 25$، وجد أن $\bar{X} = 52$

(أ) أوجد فترة ثقة 90% للمعلمة المجهولة μ

الحل:
التباين معلوم وحجم العينة كبير وقيمة الوسط الحسابي للعينة $\bar{X} = 52$ فنطبق النظرية (2) لتقدير فترة ثقة 90% لوسط المجتمع المجهول μ كالتالي:

$$\left(\bar{X} - z \times \frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \bar{X} + z \times \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) = \left(52 - 1.64 \times \frac{5}{10}, 52 + 1.64 \times \frac{5}{10}\right)$$
$$= (52 - 0.82, 52 + 0.82)$$
$$= (51.18, 52.82)$$

الحالة الثالثة:

- **المجتمع الأصلي المسحوب منه العينة طبيعي.**
- **تباين المجتمع (σ) غير معلوم.**
- **العينة صغيرة ($n < 30$).**

نظرية (3)

إذا أخذت عينة عشوائية حجمها n من مجتمع طبيعي μ، فإن فترة ثقة $(1-\alpha)\%$ للمعلمة μ هي تقريبا: $\left(\bar{X} - t_{1-\frac{\alpha}{2}} \times \frac{S}{\sqrt{n}}, \bar{X} + t_{1-\frac{\alpha}{2}} \times \frac{S}{\sqrt{n}}\right)$ عند درجة حرية $(n-1)$

أي أنه إذا كانت العينة صغيرة بمعنى أن حجمها أقل من (30) مفردة، والانحراف المعياري للمجتمع الطبيعي غير معلوم، فإن التوزيع الإحصائي المتبع في مثل هذه الحالات هو " توزيع t "

مثال :- (العينة أقل من 30 والمجتمع يتبع التوزيع الطبيعي)

سحبت عينة عشوائية من 10 بطاريات وكان متوسط أعمار البطاريات في العينة 5 ساعات بانحراف المعياري مقداره ساعة واحدة. فإذا كان من المعروف أن خط الإنتاج المأخوذة منه البطاريات ينتج بطاريات عمرها موزع طبقاً للتوزيع الطبيعي،

المطلوب :

إيجاد فترة الـ 95% ثقة للمتوسط غير المعلوم لعمر البطاريات في المجتمع كله.

الحل:

لإيجاد فترة الـ 95% ثقة للمتوسط غير المعلوم لعمر البطاريات في المجتمع كله، فإننا نوجد أولا قيمة $t_{0.025}$ و التي تكون معها 2.5% من المساحة عند الأطراف لدرجات حرية n-1=9 . ونحصل على هذه القيمة من خلال الرجوع إلى جدول t بالتحرك تحت عمود 0.025 حتى درجات حرية 9 والقيمة التي سيتم التحصل عليها هي 2.262 إذن:

$$\hat{\mu} = \overline{X} \pm 2.262 \frac{s}{\sqrt{n}} = 5 \pm 2.262 \frac{1}{\sqrt{10}} \cong 5 \pm 2.262(0.316) \cong 5 \pm 0.71$$

الحالة الرابعة:

- المجتمع الأصلي المسحوب منه العينة طبيعي.
- تباين المجتمع (σ) غير معلوم.
- العينة كبيرة ($n > 30$).

في هذه الحالة يمكن استخدام التوزيع الطبيعي أو توزيع t ، وكلاهما يعطي نتائج متقاربة

مثال :- (العينة أكبر من 30 والمجتمع يتبع التوزيع الطبيعي)

سحبت عينة عشوائية من 100 مصباح كهربائي ، وكان متوسط عمر المصباح في العينة 2500 ساعة بانحراف معياري مقداره 200 ساعة. فإذا كان من المعروف أن أعمار هذا النوع من المصابيح موزعة طبقاً للتوزيع الطبيعي،

المطلوب :

إيجاد فترة ثقة 95% للمتوسط غير المعلوم لأعمار المصابيح في المجتمع كله.

الحل:

(1) باستخدام توزيع t: $t_{0.025,\,99} = 1.984$

$$\hat{\mu} = \overline{X} \pm 1.984 \frac{s}{\sqrt{n}} = 2500 \pm 1.984 \frac{200}{\sqrt{100}} \cong 2500 \pm 1.984(20) \cong 2500 \pm 39.68$$

(2) باستخدام التوزيع الطبيعي: $Z_{0.025} = 1.96$

$$\hat{\mu} = \overline{X} \pm 1.96 \frac{s}{\sqrt{n}} = 2500 \pm 1.96 \frac{200}{\sqrt{100}} \cong 2500 \pm 1.96(20) \cong 2500 \pm 39.2$$

ثانيا :تقدير النسبة بفترة ثقة

فترة تقدير النسبة للمجتمع(فترة الثقة للنسبة): إن تقدير النسبة في المجتمع تعتبر من الحالات المهمة لقياس الظواهر الإنسانية المختلفة، وبالذات الوصفية منها.

ومن أمثلة ذلك قياس اتجاهات الرأي العام وقياس بعض المؤشرات ، متمثل في نسبة المؤيدين لقرار معين أو مرشح محدد الاقتصادية والاجتماعية مثل نسبة البطالة أو نسبة المدخنين أو نسبة قتلى الحروب،...وغيرها.

ونظرا لأنه من الصعوبة بمكان في كثير من الأحيان حساب هذه النسبة مباشرة من المجتمع، فإننا غالبا ما نلجأ لتقدير هذه النسبة من عينة عشوائية مسحوبة من هذا المجتمع.

فلو افترضنا ان نسبة المؤيدين للسياسة الاقتصادية التي تنتهجها دولة ما هي P وان العينة العشوائية كبيرة بدرجة كافية وأن نسبة مؤيدي هذه السياسة في العينة هي $\hat{p}$ فإن خطوات تقدير النسبة في المجتمع تكون كما يلي:

1) حساب النسبة في العينة $\hat{p}$

2) حساب الخطأ المعياري للنسبة والتي تساوي في هذه الحالة :

$$\sigma_{\hat{p}} = \sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}$$

3) ضرب الخطأ المعياري للنسبة في معامل الثقة المناسب Z (حسب درجة الثقة المطلوبة) والتي نحصل عليها من جدول التوزيع الطبيعي المعياري (أو من الجدول الذي يحوي أهم درجات ومعاملات الثقة والذي ذكرناه آنفاً). أي نحسب:

$$Z \times \sigma_{\hat{p}} = Z \times \sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}$$

4) للحصول على الحد الأدنى لتقدير النسبة نطرح حاصل الضرب (السابق) من نسبة العينة $\hat{p}$، وللحصول على الحد الأعلى نجمع حاصل الضرب مع النسبة في العينة $\hat{p}$، فنحصل على فترة تقدير النسبة. وبالتالي فإن فترة تقدير النسبة تكون في شكلها النهائي كما يلي :

$$P = \hat{p} \pm \left(Z \times \sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}} \right)$$

مثال: عينة عشوائية حجمها 144 ناخباً سحبت من إحدى المدن فوجد أن عدد المؤيدين في العينة لمرشح معين هو 60 ناخباً، أنشئ فترة تقدير لنسبة المؤيدين لهذا المرشح في المدينة كلها بدرجة ثقة 95 %

المعطيات:

حجم العينة $(n = 144)$

نسبة المؤيدين في العينة $(\hat{p} = \frac{60}{144} \approx 0.42)$

درجة الثقة $((1-\alpha)\% = 95\%)$ مما يعني أن معامل الثقة المناظر لهذه الدرجة هو (1.96)

المطلوب:

تقدير نسبة المؤيدين لهذا المرشح في المدينة (P)

الحل:

$$P = \hat{p} \pm \left(Z \times \sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}\right) \quad = 0.42 \pm \left(1.96 \times \sqrt{\frac{0.42 \times 0.58}{144}}\right)$$

$$= 0.42 \pm (1.96 \times 0.0411)$$

$$\approx 0.42 \pm (0.08)$$

أي أن نسبة المؤيدين للمرشح في المدينة تتراوح بين 0.34 , 0.50 وذلك بدرجة ثقة % 95

بمعنى آخر أن نسبة مؤيدي هذا المرشح في هذه المدينة لا تتجاوز % 50 كحد أعلى، وبالتالي فرصته في الفوز كمرشح قد لا تكون كبيرة وذلك بدرجة ثقة 95% (أو بتعبير آخر أن هذا الحكم لا تتجاوز نسبة الخطأ فيه % 5).

تمرين: لإيجاد فترة ثقة 90% لنسبة المدخنين بين طلبة إحدى الجامعات قام باحث بمقابلة عينة عشوائية من 100 طالب، فوجد أن 30 طالبا يدخنون، أوجد فترة الثقة المطلوبة.

المعطيات:

حجم العينة $(n = 100)$

نسبة المدخنين في العينة $(\hat{p} = \frac{30}{100} = 0.30)$

درجة الثقة $((1-\alpha)\% = 90\%)$ مما يعني أن معامل الثقة المناظر لهذه الدرجة هو (1.64)

المطلوب:

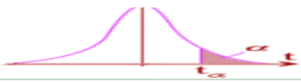
تقدير نسبة المدخنين في هذه الجامعة (P)

ملاحظة ختامية: يمكن تقدير فترات ثقة لمعالم أخرى في المجتمع، مثل التباين، وكذلك فترات ثقة تخص المقارنة بين مجتمعين مثل فترة الثقة وفترة الثقة ، للفرق بين متوسطين، وفترة الثقة للفرق بين نسبتين للنسبة بين تباين عينتين.

وقد اكتفينا فقط .في إطار هذا المقرر .بعرض فترات الثقة المتعلقة بمتوسط المجتمع والنسبة في المجتمع.

Probability Content from -oo to Z

z	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	0.5000	0.5040	0.5080	0.5120	0.5160	0.5199	0.5239	0.5279	0.5319	0.5359
0.1	0.5398	0.5438	0.5478	0.5517	0.5557	0.5596	0.5636	0.5675	0.5714	0.5753
0.2	0.5793	0.5832	0.5871	0.5910	0.5948	0.5987	0.6026	0.6064	0.6103	0.6141
0.3	0.6179	0.6217	0.6255	0.6293	0.6331	0.6368	0.6406	0.6443	0.6480	0.6517
0.4	0.6554	0.6591	0.6628	0.6664	0.6700	0.6736	0.6772	0.6808	0.6844	0.6879
0.5	0.6915	0.6950	0.6985	0.7019	0.7054	0.7088	0.7123	0.7157	0.7190	0.7224
0.6	0.7257	0.7291	0.7324	0.7357	0.7389	0.7422	0.7454	0.7486	0.7517	0.7549
0.7	0.7580	0.7611	0.7642	0.7673	0.7704	0.7734	0.7764	0.7794	0.7823	0.7852
0.8	0.7881	0.7910	0.7939	0.7967	0.7995	0.8023	0.8051	0.8078	0.8106	0.8133
0.9	0.8159	0.8186	0.8212	0.8238	0.8264	0.8289	0.8315	0.8340	0.8365	0.8389
1.0	0.8413	0.8438	0.8461	0.8485	0.8508	0.8531	0.8554	0.8577	0.8599	0.8621
1.1	0.8643	0.8665	0.8686	0.8708	0.8729	0.8749	0.8770	0.8790	0.8810	0.8830
1.2	0.8849	0.8869	0.8888	0.8907	0.8925	0.8944	0.8962	0.8980	0.8997	0.9015
1.3	0.9032	0.9049	0.9066	0.9082	0.9099	0.9115	0.9131	0.9147	0.9162	0.9177
1.4	0.9192	0.9207	0.9222	0.9236	0.9251	0.9265	0.9279	0.9292	0.9306	0.9319
1.5	0.9332	0.9345	0.9357	0.9370	0.9382	0.9394	0.9406	0.9418	0.9429	0.9441
1.6	0.9452	0.9463	0.9474	0.9484	0.9495	0.9505	0.9515	0.9525	0.9535	0.9545
1.7	0.9554	0.9564	0.9573	0.9582	0.9591	0.9599	0.9608	0.9616	0.9625	0.9633
1.8	0.9641	0.9649	0.9656	0.9664	0.9671	0.9678	0.9686	0.9693	0.9699	0.9706
1.9	0.9713	0.9719	0.9726	0.9732	0.9738	0.9744	0.9750	0.9756	0.9761	0.9767
2.0	0.9772	0.9778	0.9783	0.9788	0.9793	0.9798	0.9803	0.9808	0.9812	0.9817
2.1	0.9821	0.9826	0.9830	0.9834	0.9838	0.9842	0.9846	0.9850	0.9854	0.9857
2.2	0.9861	0.9864	0.9868	0.9871	0.9875	0.9878	0.9881	0.9884	0.9887	0.9890
2.3	0.9893	0.9896	0.9898	0.9901	0.9904	0.9906	0.9909	0.9911	0.9913	0.9916
2.4	0.9918	0.9920	0.9922	0.9925	0.9927	0.9929	0.9931	0.9932	0.9934	0.9936
2.5	0.9938	0.9940	0.9941	0.9943	0.9945	0.9946	0.9948	0.9949	0.9951	0.9952
2.6	0.9953	0.9955	0.9956	0.9957	0.9959	0.9960	0.9961	0.9962	0.9963	0.9964
2.7	0.9965	0.9966	0.9967	0.9968	0.9969	0.9970	0.9971	0.9972	0.9973	0.9974
2.8	0.9974	0.9975	0.9976	0.9977	0.9977	0.9978	0.9979	0.9979	0.9980	0.9981
2.9	0.9981	0.9982	0.9982	0.9983	0.9984	0.9984	0.9985	0.9985	0.9986	0.9986
3.0	0.9987	0.9987	0.9987	0.9988	0.9988	0.9989	0.9989	0.9989	0.9990	0.9990



جدول القيم الحرجة لتوزيع t

df | α	0.05	0.025	0.01	0.005	df | α	0.05	0.025	0.01	0.005
1	6.314	12.707	31.819	63.655	26	1.706	2.056	2.479	2.779
2	2.920	4.303	6.965	9.925	27	1.703	2.052	2.473	2.771
3	2.353	3.182	4.541	5.841	28	1.701	2.048	2.467	2.763
4	2.132	2.776	3.747	4.604	29	1.699	2.045	2.462	2.756
5	2.015	2.571	3.365	4.032	30	1.697	2.042	2.457	2.750
6	1.943	2.447	3.143	3.707	34	1.691	2.032	2.441	2.728
7	1.895	2.365	2.998	3.500	35	1.690	2.030	2.438	2.724
8	1.860	2.306	2.897	3.355	36	1.688	2.028	2.435	2.720
9	1.833	2.262	2.821	3.250	47	1.678	2.012	2.408	2.685
10	1.812	2.228	2.764	3.169	48	1.677	2.011	2.407	2.682
11	1.796	2.201	2.718	3.106	49	1.677	2.010	2.405	2.680
12	1.782	2.179	2.681	3.055	62	1.670	1.999	2.388	2.658
13	1.771	2.160	2.650	3.012	63	1.669	1.998	2.387	2.656
14	1.761	2.145	2.625	2.977	64	1.669	1.998	2.386	2.655
15	1.753	2.131	2.603	2.947	79	1.664	1.990	2.375	2.640
16	1.746	2.120	2.584	2.921	80	1.664	1.990	2.374	2.639
17	1.740	2.110	2.567	2.898	81	1.664	1.990	2.373	2.638
18	1.734	2.101	2.552	2.878	98	1.661	1.985	2.365	2.627
19	1.729	2.093	2.540	2.861	99	1.660	1.984	2.365	2.626
20	1.725	2.086	2.528	2.845	100	1.660	1.984	2.364	2.626
21	1.721	2.080	2.518	2.831	142	1.656	1.977	2.353	2.611
22	1.717	2.074	2.508	2.819	143	1.656	1.977	2.353	2.611
23	1.714	2.069	2.500	2.807	144	1.656	1.977	2.353	2.610
24	1.711	2.064	2.492	2.797	199	1.653	1.972	2.345	2.601

تمت

المحاضره العاشره

تابع . . . التقدير

ثانيا : تقدير النسبة بفترة ثقة :

فترة تقدير النسبة للمجتمع (فترة الثقة للنسبة) :

إن تقدير النسبة في المجتمع تعتبر من الحالات المهمة لقياس الظواهر الإنسانية المختلفة , وبالذات الوصيفة منها . ومن أمثلة ذلك قياس اتجاهات الرأي العام متمثلا في نسبة المؤيدين لقرار معين أو مرشح محدد , وقياس بعض المؤشرات الاقتصادية والاجتماعية مثل نسبة البطالة أو نسبة المدخنين أو نسبة قتلى الحروب ,.... وغيرها .

ونظرا لأنه من الصعوبة بمكان في كثير من الأحيان حساب هذه النسبة مباشرة من المجتمع , فإننا غالبا ما نلجأ لتقدير هذه النسبة من عينة عشوائية مسحوبة من هذا المجتمع .

فلو افترضنا أن نسبة المؤيدين لسياسة الاقتصادية التي تنتجها دوله ما هي P وأن العينة العشوائية كبيرة بدرجة كافية وأن نسبة مؤيدي هذه السياسة في العينة هي $\widehat{P}$ فإن خطوات تقدير النسبة في المجتمع تكون كما يلي :

١) حساب النسبة في العينة $\widehat{P}$

٢) حساب الخطأ المعياري للنسبة والتي تساوي في هذه الحالة :

$$\sigma_{\widehat{\mathrm{p}}} = \sqrt{\frac{\hat{p}\,(1-\,\hat{p}\,)}{n}}$$

٣) ضرب الخطأ المعياري للنسبة في معامل الثقة المناسب Z (حسب درجة الثقة المطلوبة) والتي نحصل عليها من جدول التوزيع الطبيعي المعياري (أو من الجدول الذي يحوي أهم درجات ومعاملات الثقة والذي ذكرناه أنفا) . أي نحسب :

$$Z \times \sigma_p = z \times \sqrt{\frac{\hat{p}\,(\,1-\,\hat{p}\,)}{n}}$$

٤) للحصول على الحد الأدنى لتقدير النسبة نطرح حاصل الضرب (السابق) من نسبة العينة $\widehat{\mathrm{P}}$, وللحصول على الحد الاعلى نجمع حاصل الضرب من النسبة في العينة $\hat{p}$, فنحصل على فترة تقدير النسبة . وبالتالي فإن فترة تقدير النسبة تكون في شكلها النهائي كما يلي :

$$\mathrm{p} = \hat{\mathrm{p}} \pm \left(\mathrm{z} \times \sqrt{\frac{\hat{\mathrm{p}}\,(\,1-\,\hat{\mathrm{p}}\,)}{\mathrm{n}}} \right)$$

مثال : عينة عشوائية حجمها 144 ناخبا سحبت من إحدى المدن فوجد أن عدد المؤيدين لمرشح معين هو 60 ناخبا , أنشئ فترة تقدير لنسبة المرشح في المدينة كلها بدرجة ثقة 95%

المعطيات :

حجم العينة (n = 144)

نسبة المؤيدين في العينة $\left(\hat{p} = \frac{60}{144} \approx 0.42\right)$

درجة الثقة $\left((1-\alpha)\% = 95\,\%\right)$ مما يعني أن معامل الثقة المناظر لهذه الدرجة هو (1.96)

المطلوب :

تقدير نسبة المؤيدين لهذا المرشح في المدينة (p)

الحل :

$$P = \hat{p} \pm \left(Z \times \sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}} \right)$$

$$\begin{aligned} &= 0.42 \pm \left(1.96 \times \sqrt{\frac{0.42 \times 0.58}{144}} \right) \\ &= 0.42 \pm (1.96 \times 0.0411) \\ &\approx 0.42 \pm (0.08) \end{aligned}$$

أي أن نسبة المؤيدين للمرشح في المدينة تتراوح بين 0.34 , 0.50 وذلك بدرجة ثقة 95%

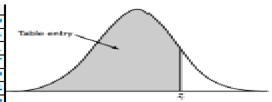
بمعنى آخر أن نسبة مؤيدي هذا المرشح في هذه المدينة لا تتجاوز 50% كحد أعلى , وبالتالي ففرصته في الفوز كمرشح قد لا تكون كبيرة وذلك بدرجة ثقة 95 % (أو بتعبير آخر أن هذا الحكم لا تتجاوز نسبة الخطأ فيه 5 %) .

ملاحظة ختامية :

يمكن تقدير فترات ثقة لمعالم أخرى في المجتمع , مثل التباين , وكذلك فترات ثقة تخص المقارنة بين مجتمعين مثل فترة الثقة للفرق بين متوسطين , وفترة الثقة للفرق بين نسبتين , وفترة الثقة للنسبة بين تباين عينتين .

وقد اكتفينا فقط - في إطار هذا المقرر – بعرض فترات الثقة المتعلقة بمتوسط المجتمع والنسبة في المجتمع .

Z	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	0.5000	0.5040	0.5080	0.5120	0.5160	0.5199	0.5239	0.5279	0.5319	0.5359
0.1	0.5398	0.5438	0.5478	0.5517	0.5557	0.5596	0.5636	0.5675	0.5714	0.5753
0.2	0.5793	0.5832	0.5871	0.5910	0.5948	0.5987	0.6026	0.6064	0.6103	0.6141
0.3	0.6179	0.6217	0.6255	0.6293	0.6331	0.6368	0.6406	0.6443	0.6480	0.6517
0.4	0.6554	0.6591	0.6628	0.6664	0.6700	0.6736	0.6772	0.6808	0.6844	0.6879
0.5	0.6915	0.6950	0.6985	0.7019	0.7054	0.7088	0.7123	0.7157	0.7190	0.7224
0.6	0.7257	0.7291	0.7324	0.7357	0.7389	0.7422	0.7454	0.7486	0.7517	0.7549
0.7	0.7580	0.7611	0.7642	0.7673	0.7704	0.7734	0.7764	0.7794	0.7823	0.7852
0.8	0.7881	0.7910	0.7939	0.7967	0.7995	0.8023	0.8051	0.8078	0.8106	0.8133
0.9	0.8159	0.8186	0.8212	0.8238	0.8264	0.8289	0.8315	0.8340	0.8365	0.8389
1.0	0.8413	0.8438	0.8461	0.8485	0.8508	0.8531	0.8554	0.8577	0.8599	0.8621
1.1	0.8643	0.8665	0.8686	0.8708	0.8729	0.8749	0.8770	0.8790	0.8810	0.8830
1.2	0.8849	0.8869	0.8888	0.8907	0.8925	0.8944	0.8962	0.8980	0.8997	0.9015
1.3	0.9032	0.9049	0.9066	0.9082	0.9099	0.9115	0.9131	0.9147	0.9162	0.9177
1.4	0.9192	0.9207	0.9222	0.9236	0.9251	0.9265	0.9279	0.9292	0.9306	0.9319
1.5	0.9332	0.9345	0.9357	0.9370	0.9382	0.9394	0.9406	0.9418	0.9429	0.9441
1.6	0.9452	0.9463	0.9474	0.9484	0.9495	0.9505	0.9515	0.9525	0.9535	0.9545
1.7	0.9554	0.9564	0.9573	0.9582	0.9591	0.9599	0.9608	0.9616	0.9625	0.9633
1.8	0.9641	0.9649	0.9656	0.9664	0.9671	0.9678	0.9686	0.9693	0.9699	0.9706
1.9	0.9713	0.9719	0.9726	0.9732	0.9738	0.9744	0.9750	0.9756	0.9761	0.9767
2.0	0.9772	0.9778	0.9783	0.9788	0.9793	0.9798	0.9803	0.9808	0.9812	0.9817
2.1	0.9821	0.9826	0.9830	0.9834	0.9838	0.9842	0.9846	0.9850	0.9854	0.9857
2.2	0.9861	0.9864	0.9868	0.9871	0.9875	0.9878	0.9881	0.9884	0.9887	0.9890
2.3	0.9893	0.9896	0.9898	0.9901	0.9904	0.9906	0.9909	0.9911	0.9913	0.9916
2.4	0.9918	0.9920	0.9922	0.9925	0.9927	0.9929	0.9931	0.9932	0.9934	0.9936
2.5	0.9938	0.9940	0.9941	0.9943	0.9945	0.9946	0.9948	0.9949	0.9951	0.9952
2.6	0.9953	0.9955	0.9956	0.9957	0.9959	0.9960	0.9961	0.9962	0.9963	0.9964
2.7	0.9965	0.9966	0.9967	0.9968	0.9969	0.9970	0.9971	0.9972	0.9973	0.9974
2.8	0.9974	0.9975	0.9976	0.9977	0.9977	0.9978	0.9979	0.9979	0.9980	0.9981
2.9	0.9981	0.9982	0.9982	0.9983	0.9984	0.9984	0.9985	0.9985	0.9986	0.9986
3.0	0.9987	0.9987	0.9987	0.9988	0.9988	0.9989	0.9989	0.9989	0.9990	0.9990



جدول المساحات أسفل التوزيع الطبيعي المعياري

((المساحة الواقعة قبل أي قيمة موجبة Z))

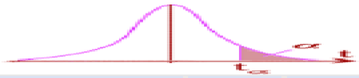
معاملات الثقة Z

درجة الثقة	معامل الثقة Z
90%	1.65
95 %	1.96
99%	2.58

جامعة الملك

sal University

جدول القيم الحرجة لتوزيع t



df | α	0.10	0.05	0.025	0.01	0.005	df | α	0.10	0.05	0.025	0.01	0.005
1	3.078	6.314	12.706	31.821	63.657	26	1.315	1.706	2.056	2.479	2.779
2	1.886	2.920	4.303	6.965	9.925	27	1.314	1.703	2.052	2.473	2.771
3	1.638	2.353	3.182	4.541	5.841	28	1.313	1.701	2.048	2.467	2.763
4	1.533	2.132	2.776	3.747	4.604	29	1.311	1.699	2.045	2.462	2.756
5	1.476	2.015	2.571	3.365	4.032	30	1.310	1.697	2.042	2.457	2.750
6	1.440	1.943	2.447	3.143	3.707	34	1.307	1.691	2.032	2.441	2.728
7	1.415	1.895	2.365	2.998	3.499	35	1.306	1.690	2.030	2.438	2.724
8	1.397	1.860	2.306	2.896	3.355	36	1.306	1.688	2.028	2.434	2.719
9	1.383	1.833	2.262	2.821	3.250	47	1.300	1.678	2.012	2.408	2.685
10	1.372	1.812	2.228	2.764	3.169	48	1.299	1.677	2.011	2.407	2.682
11	1.363	1.796	2.201	2.718	3.106	49	1.299	1.677	2.010	2.405	2.680
12	1.356	1.782	2.179	2.681	3.055	62	1.295	1.670	1.999	2.388	2.657
13	1.350	1.771	2.160	2.650	3.012	63	1.295	1.669	1.998	2.387	2.656
14	1.345	1.761	2.145	2.624	2.977	64	1.295	1.669	1.998	2.386	2.655
15	1.341	1.753	2.131	2.602	2.947	79	1.292	1.664	1.990	2.374	2.640
16	1.337	1.746	2.120	2.583	2.921	80	1.292	1.664	1.990	2.374	2.639
17	1.333	1.740	2.110	2.567	2.898	81	1.292	1.664	1.990	2.373	2.638
18	1.330	1.734	2.101	2.552	2.878	98	1.290	1.661	1.984	2.365	2.627
19	1.328	1.729	2.093	2.539	2.861	99	1.290	1.660	1.984	2.365	2.626
20	1.325	1.725	2.086	2.528	2.845	100	1.290	1.660	1.984	2.364	2.626
21	1.323	1.721	2.080	2.518	2.831	142	1.288	1.656	1.977	2.353	2.611
22	1.321	1.717	2.074	2.508	2.819	143	1.287	1.656	1.977	2.353	2.611
23	1.319	1.714	2.069	2.500	2.807	144	1.287	1.656	1.977	2.353	2.610
24	1.318	1.711	2.064	2.492	2.797	199	1.286	1.653	1.972	2.345	2.601
25	1.316	1.708	2.060	2.485	2.787	200	1.286	1.653	1.972	2.345	2.601

تمارين مراجعة :-

إذا كانت متوسط مستوى السكر في الدم لمجموعة من الافراد بمدينة الرياض تمثل ظاهرة تتبع التوزيع الطبيعي بانحراف معياري 20 درجة , فما هو حجم العينة المناسب لتقدير متوسط مستوى السكر في الدم في هذه المدينة بحيث لا يتعدى الخطأ في تقدير متوسط مستوى السكر 4 درجات , وذلك بدرجة ثقة 99% (مع تقريب الناتج للرقم الأعلى) :-

(أ) 60 مفردة
(ب) ؟؟؟ مفردة
(ت) 170 مفردة
(ث) 20 مفردة

إذا كانت متوسط درجات الطلاب في مقرر التحليل الإحصائي يمثل ظاهرة تتبع التوزيع الطبيعي بانحراف معياري 12 درجة , فما هو حجم العينة المناسب لتقدير متوسط درجات الطلاب في المقرر بحيث لا يتعدى الخطأ في تقدير المتوسط 3 درجات , وذلك بدرجة ثقة 99 % (مع تقريب الناتج للرقم الأعلى) :-

(أ) 60 مفردة
(ب) 167 مفردة
(ت) 170 مفردة
(ث) ؟؟؟ مفردة

حجم العينة المناسب لتقدير نسبة المدخنين من بين طلاب جامعة الملك فيصل إذا كنا نرغب في ألا يزيد خطأ التقدير عن 5 % وبدرجة ثقة 95 % يساوي :

(أ) 10
(ب) 100
(ت) 385
(ث) 1554

توزيعات المعاينة :-

(١) العبارة الصحيحة من بين العبارات التالية هي :

(أ) يسمى المقياس المحسوب من بيانات المجتمع إحصاءه , ويسمى المحسوب من بيانات العينة معلمة .

(ب) يسمى المقياس المحسوب من بيانات المجتمع إحصاءه , ويسمى المحسوب من بيانات العينة أيضا إحصاءه

(ت) يسمى المقياس المحسوب من بيانات المجتمع معلمة , ويسمى المحسوب من بيانات العينة أيضا معلمة.

(ث) يسمى المقياس المحسوب من بيانات المجتمع معلمة , ويسمى المحسوب من بيانات العينة إحصاءه .

(٢) العبارة الصحيحة من بين العبارات التالية هي :

(أ) في توزيع المعاينة, الوسط الحسابي (الإحصائي) يتطابق مع قيمة المعلمة .

(ب) في توزيع المعاينة , الوسط الحسابي (الإحصائي) لا يتطابق مع قيمة المعلمة .

(ت) في توزيع المعاينة , الانحراف المعياري (الإحصائي) يتطابق مع قيمة المعلمة .

(ث) في توزيع المعاينة , التباين (الإحصائي) يتطابق مع قيمة المعلمة .

(٣) لو كان لدنيا مجتمع إحصائي وتم قياس إحدى خصائصه ووجد أن قيمها هي : $4,3,2,1$ فإذا تم اختيار عينة – بدون إرجاع – حجمها 2 من هذا المجتمع فإن القيمة المتوقعة لكل من الوسط الحسابي للمجتمع (µ) , ومتوسط متوسطات العينات $(\overline{x})$هما :

(أ) $\mu = 1.5. E\ (\ \overline{x}\ ) =\ 1.5$

(ب) $\mu = 1.5\ . E\ (\overline{x}\ ) =\ 2.5$

(ت) $\mu = 2.5\ E\ (\overline{x}\ ) =\ 1.5$

(ث) $\mu = 2.5\ E\ (\ \overline{x}\ ) =\ 2.5$

(٤) إذا كانت x_n .... $x_1 . x_2 . x_3$ عينة عشوائية من مجتمع طبيعي وسطه µ وتباينه σ^2 , وكان x يمثل الوسط الحسابي للعينة ذات الحجم n والمسحوبة من هذا المجتمع فإن x يتبع التوزيع الطبيعي بوسط µ وانحراف معياري $\sigma/\sqrt{n}$ أي أن :

(أ) $X \sim N\ (\ \mu\ \ \sigma^2\ )$

(ب) $X \sim N\ (\ \mu\ \ \sigma/n\ )$

(ت) $X \sim N\ \left(\ \mu\ \ \sigma^2/\sqrt{n}\ \right)$

(ث) $X \sim N\ (\ \mu\ \ \sigma^2/n\ )$

(٥) إذا كانت X_n. . ... $X_1 . X_2 . X_3$ عينة عشوائية من مجتمع وسطه µ وتباينه σ^2 وعناصره N , وكان X يمثل الوسط الحسابي للعينة ذات الحجم n والمسحوبة من هذا المجتمع فإن x يقترب من التوزيع الطبيعي بوسط µ وانحراف معياري $\sigma/\sqrt{n}$ كلما :

(أ) كبرت N

(ب) صغرت N

(ج) كبرت n

(د) صغرت n

(٦) إذا كانت $X_1 \ . X_2 \ . X_3 \ldots \ldots \ldots X_n$ عينة عشوائية من مجتمع طبيعي وسطه μ معلوم وتباينه σ^2, وكان x يمثل الوسط الحسابي للعينة ذات الحجم n والمسحوبة من هذا المجتمع فإن $\overline{X}$ يتبع توزيع طبيعي إذا كان :

(أ) σ^2 معلوما

(ب) σ^2 مجهولا

(٧) $X_1 \ . X_2 \ \ X_3 \ldots \ldots \ X_n$ عينة عشوائية من مجتمع طبيعي وسطه μ معلوم وتباينه σ^2 , وكان $\overline{X}$ يمثل الوسط الحسابي للعينة ذات الحجم n والمسحوبة من هذا المجتمع فإن $\overline{X}$ يتبع توزيع t إذا كان :

(أ) σ^2 معلوما

(ب) σ^2 مجهولا

(٨) تخضع علامات الطلاب في أحد المقررات لتوزيع طبيعي وسطه 65 وانحرافه المعياري 18 , أخذت عينة عشوائية حجمها 36 , احتمال أن يزيد وسط علامات العينة على 74 هو تقريبا :

(أ) 0%

(ب) 25%

(ج) 50%

(د) 100%

(٩) تخضع أوزان عبوات أحد مبيدات الحشرات المنزلية لتوزيع وسطه 135 غرام وانحرافه المعياري 14غرام إذا قررت وزارة التموين رفض كل صندوق من هذه العبوات إذا نقص وزنه عن 6.24 فما نسبة الصناديق المرفوضة , علما بأن عدد العبوات في كل صندوق 48 عبوة ؟

(أ) 0.007

(ب) 0.07

(ج) 0.93

(د) 0.993

(١٠) إذا كانت ساعات المذاكرة الأسبوعية للطلاب الجامعين في أحدى الدول تأخذ شكل التوزيع الطبيعي بوسط حسابي مقداره 20 ساعة . أخذت عينة حجمها 25 طالبا , ووجد أن الانحراف المعياري لعدد ساعات مذاكرتهم الأسبوعية 8 ساعات . احتمال أن يقل وسط عدد ساعات مذاكرتهم الأسبوعية عن 18 ساعة هو تقريبا :

(أ) 10%

(ب) 40%

(ج) 60%

(د) 90%

تمارين مراجعة :-

تم سحب عينة عشوائية من مجموع مجتمع العاملين في إحدى الدوائر الحكومية بلغ حجمها 200موظف، فإذا كان الوسط الحسابي والانحراف المعياري لدرجات تقرير تقييم الأداء الخاص بهم هما على الترتيب 68 درجة و 15 درجة ،

بفرض أن توزيع درجات التقييم للعاملين هو توزيع طبيعي، فإن فترة الثقة للوسط الحسابي لدرجات تقارير تقييم الأداء الخاص بهذه الدائرة الحكومية بدرجة ثقة 95% هي :-

الحد الأدنى لفترة الثقة يساوي :-

(أ) 65.92 درجة

(ب) 68 درجة

(ج) 70.08 درجة

(د) 200 درجة

تم سحب عينة عشوائية من مجموع مجتمع العاملين في إحدى الدوائر الحكومية بلغ حجمها 200موظف، فإذا كان الوسط الحسابي والانحراف المعياري لدرجات تقرير تقييم الأداء الخاص بهم هما على الترتيب 68 درجة و 15 درجة ،

بفرض أن توزيع درجات التقييم للعاملين هو توزيع طبيعي، فإن فترة الثقة للوسط الحسابي لدرجات تقارير تقييم الأداء الخاص بهذه الدائرة الحكومية بدرجة ثقة 95% هي :-

الحد الأعلى لفترة الثقة يساوي :-

(أ) 65.92 درجة

(ب) 68 درجة

(ج) 70.08 درجة

(د) 200 درجة

تمرين: لإيجاد فترة ثقة 90% لنسبة المدخنين بين طلبة إحدى الجامعات قام باحث بمقابلة عينة عشوائية من 100 طالب، فوجد أن 30 طالبا يدخنون، أوجد فترة الثقة المطلوبة.

المعطيات:

حجم العينة $(n = 100)$

نسبة المدخنين في العينة $\left(\hat{p} = \frac{30}{100} = 0.30\right)$

درجة الثقة $((1 - \alpha)\% = 90\%)$ مما يعني أن معامل الثقة المناظر لهذه الدرجة هو (1.64)

المطلوب:

تقدير نسبة المدخنين في هذه الجامعة (P)

المحاضره الحاديه عشر

مقدمة في اختبارات الفروض الإحصائية

اختبارات الفروض الإحصائية

المقصود بالفروض هنا الفروض الإحصائية statistcal hypotheses بمعنى الفروض التي تتعلق بالمجتمع الإحصائي المسحوبة منه العينة، أو توزيع هذا المجتمع أو معالمه كالوسط الحسابي أو النسبة في المجتمع.

والفرض Hypothesis ماهو الا استنتاج أو تفسير مبدئي يتعلق بأحد المؤشرات الخاصه بالمجتمع

ويكون هذا الفرض مبنيا على حيثيات معقولة أو منطقية وليس على حسابات دقيقة خاصة بالمجتمع لأننا نفترض أنه لا يمكن دراسة المجتمع بالكامل عن طريق الحصر الشامل بل نحاول استنتاج أو الاستدلال على مقاييس المجتمع باستخدام بيانات ونتائج العينة

<u>اختبارات الفروض الاحصائية</u>

فمثل:قد يفترض باحث أن متوسط الدخل الشهري للفرد في دولة ما هو دولار(ا 200 بناء على ما يراه من مستوى المعيشة في هذا البلد وأوضاعه أو قد يفترض باحث آخر أن نسبة الناخبين في إحدى الدوائر ،)الاقتصادية الذين يؤيدون ا مرشحا ا 30 معينا لا تقل عن ويحتاج الباحث إلى اختبار ، % مدى صحة هذه الفروض بشكل علمي(إحصائي)لمعرفة مدى صحتها.أي أن يصل الباحث إلى قرار إما بقبول الفرض أو عدم قبوله(أي رفضه) وذلك باحتمال معين.

وقبل تناول كيفية إجراء الاختبارات الإحصائية نستعرض ا أولا بعض المفاهيم والتعريفات الأساسية اللزمة لهذا الموضوع حتى تكون الصورة أكثر ا وضوحا.

<u>القرار الإحصائي:</u>

القرار الإحصائي هو قرار مبني على تجربة تم القيام بها على عينة عشوائية من مجتمع الدراسة.

، مثل:لاتخاذ قرار بشأن هل يؤدي منح حوافز للموظفين إلى رفع الإنتاجية ثم ،) يتم اختيار عينة من الموظفين وتطبق عليهم تجربة(بمنحهم حوافز ويكون دور الإحصاء هو بيان هل الفرق ، تقارن إنتاجيتهم بباقي الموظفين في الإنتاجية يرجع إلى الصدفة أم ربما يرجع فعل إلى المؤثر الذي حدث (منح الحافز)وذلك بدرجة ثقة محددة.وتكون الوسيلة المساعدة في اتخاذ هذا القرار هي اختبارات الفروض الإحصائية

الفرض العدمي(أو الصفري) The Null Hypothesis

الفرض العدمي هو"الفرض الأساسي المراد اختباره".ويرمز له عاده بالرمز Ho. هذا الفرض يأخذ شكل معادلة أو مساواة – عادة –

فمثلا إذا كان الفرض العدمي المراد اختباره هو أن متوسط دخل الفرد في احدى الدول 200 دولار شهري فإن هذا الفرض يكتب بالرموز كما يلي:

$$Ho: \mu = 200$$

ويقرأ بالشكل التالي: الفرض العدمي هو أن متوسط دخل الفرد في هذه الدولة هو 200 دولار شهريا.

وكمثال آخر:إذا كان الفرض المراد اختباره هو أن نسبة المؤيدين لبرنامج اقتصادي معين بين مواطني إحدى الدول هي 30 % فإن هذا الفرض يكتب ، بالرموز كما يلي

$$Ho : P = 0.30$$

ويقرأ بالشكل التالي: 0 الفرض العدمي هو أن نسبه المؤيدين للبرنامج الاقتصادي هي 0.30

الفرض البديل The Alternative Hypothesis

في اختبارات الفروض يتحتم وضع فرض آخر غير الفرض العدمي المراد اختباره يسمى الفرض البديل.وهذا الفرض"هو المرجح قبوله في حالة رفض الفرض العدمي"أي لابد من تحديد فرض آخر بديل في الوقت الذي نحدد فيه الفرض العدمي، وبالتالي فإن الفرض البديل يعرف كما يلي:

"الفرض البديل هو الفرض الآخر الذي يرجح قبوله في حالة رفض: الفرض العدمي ويرمز له عاده بالرمز

H1

والفرض البديل له أهمية كبيرة في قياس الظواهر الاجتماعية .كما سنرى .فهو الذي يحدد نوع الاختبار المستخدم.ويتخذ الفرض البديل أحد أشكال ثلاثة هي:

أ-أن يأخذ شكل"لا يساوي".وفي هذه الحالة نستخدم ما يسمى:اختبار الطرفين

فمثلا:إذا كان الفرض العدمي هو أن متوسط الدخل الشهري لفئة معينة في المجتمع 200 ريال. $Ho : \mu \neq 200$: فإن الفرض البديل في هذه الحالة يأخذ الشكل التالي : $H1: \mu \neq 200$" بمعنى أن متوسط دخل هذه الفئه من المجتمه لايساوي 200 ريال شهريا

ب-أن يأخذ شكل"أكبر من".وفي هذه الحالة نستخدم ما يسمى:اختبار الطرف الأيمن

: فمثلا :قد يكون الفرض البديل كما يلي : $H1: \mu > 200$

أي أن متوسط الدخل لهذه الفئه من المجتمع أكبر من 200 ريال شهريا

ج- ان يأخذ شكل اقل من وفي هذه الحاله نستخدم مايسمى اختبار الطرف الايسر

فمثلا قد يكون الفرض البديلي هو $H1: \mu < 200$

أي ان متوسط الدخل لهذه الفئه من المجتمع اقل من 200 ريال شهريا

<u>وسيلة الاختبار:</u>

هي علاقة رياضية تربط بين المعلمة المطلوب اختبار فرض بشأنها والإحصاءة التي تناظرها المحسوبة من العينة.هذه العلقة ينتج عنها قيمة تسمى إحصاءة الاختبار تساعد هذه القيمة في اتخاذ قرار بشأن قبول أو عدم قبول ، الفرض العدمي.

، وفي العلاقة المشار إليها تستخدم بعض المعلومات المستخرجة من العينة مثل حجم العينة والوسط الحسابي للعينة والانحراف المعياري للعينة والنسبة في العينة وغيرها.

الخطأ في اتخاذ القرار:

في حالة قبول الباحث لفرضه العدمي، فلا مجال للبحث في الفرض البديل، أما في حالة حدوث العكس بمعنى رفض الفرض العدمي فإنه يتحتم في هذه الحالة قبول الفرض البديل، على أنه من الجدير بالذكر أن الباحث هنا عرضة للوقوع في الخطأ عند اتخاذ قراره بقبول الفرض العدمي أو ر فضه، فقد يرفض فرضا هو في الواقع صحيح، وقد يقبل فرضا هو في الواقع غير صحيح.لذلك فقد تم تصنيف هذه الأخطاء إلى نوعين هما

الخطأ من النوع الأول Type I Error

الخطأ من النوع الأول هو رفض الفرض العدمي بينما هو صحيح , أي انه على الرغم من ان الفرض العدمي في الواقع صحيح وكان من الواجب قبوله فقد تم اتخاذ قرار خاطئ برفضه وبإختصار شديد فإن الخطأ من النوع الأول هو رفض فرض صحيح

الخطأ من النوع الثاني Type II Error

وفي المقابأل فأن الخطأ من النوع الثاني يعني "قبول الفرض العدمي بينما هو خاطئ "، أي أنه على الرغم من أن الفرض العدمي خاطئ وكان من الواجب رفضه فقد تم أخذ قرار خاطئ بقبوله .وباخصار شديد فإن الخطأ من النوع الثاني هو "قبول فرض خاطئ

مستوى المعنوية (الدلالة) Level of Significznce

المقصود بمستوى المعنوية هو"احتمال حدوث الخطأ من النوع الأول"أو نسبة حدوثه، أي"احتمال رفض الفرض العدمي بينما هو صحيح".

وعاده يرمز الى مستوى المعنويه بالرمز اللاتيني a وأشهر قيمتين لمستوى المعنويه هما 5% و 1%

ولكن ليس هناك مايمنع من أحد أن يأخذ قيما أخرى

ومن الملاحظات المهمه هنا هو ان مستوى المعنويه والذي يسمى أحيانا مستوى الدلاله هو المكمل لدرجه الثقه بمعنى أن مجموعها يساوي 100 % أو واحد صحيح

فإذا كانت درجه الثقه 95 % فان مستوى المعنويه يساوي 5% والعكس صحيح اذا كان مستوى المعنويه يساوي 5% فان هذا يعني ان درجه الثقه تساوي 95 %

ولعل من اهم الملاحظات استخدام تعبير مستوى المعنويه في حالات اختبارات الفروض بينما يستخدم مصطلح درجه او مستوى الثقه في حالات التقدير

المنطقه الحرجه

المنطقة الحرجة هي باختصار التمثيل البياني لمستوى المعنوية.وتمثل هذه المنطقة في صورة مساحة تحت منحنى أحد التوزيعات الإحصائية يكون في الغالب إما التوزيع الطبيعي .أو توزيع t

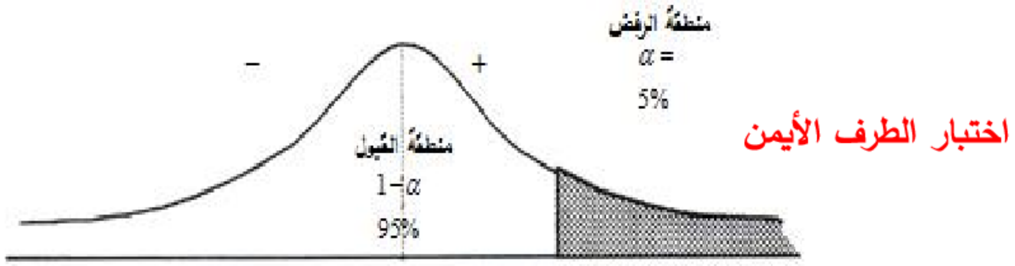
والفكرة الأساسية في اختبار الفرض هي تقسيم المساحة تحت المنحنى إلى منطقتين: أحداهما تسمى"منطقة القبول"أي منطقة قبول الفرض العدمي.والأخرى تسمى"منطقة الرفض أي منطقة رفض الفرض العدمي والتي تسمى أحيانا"بالمنطقة الحرجة ،"الرفض Critical region".

والنقطة الجديرة بالملاحظة هنا هي أن منطقة القبول تمثل درجة الثقة، بينما تمثل منطقة الرفض مستوى المعنوية.وهناك ثلث حالات مختلفة لمنطقتي القبول والرفض هي:

الأولى: إذا كان الفرض البديل يأخذ شكل " لا يساوي" كأن يكون الفرض في هذه الحالة هو أن متوسط دخل الفرد لا يساوي 200 ريال فإن منطقة الرفض تكون موزعة على طرفي المنحنى بالتساوي، ويسمى الاختبار في هذه الحالة "اختبار الطرفين"، والذي يأخذ الشكل التالي (بافتراض أن α=5%) :

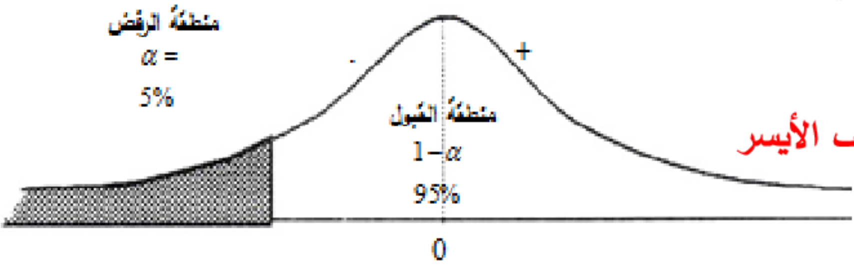
حيث تمثل المنطقة البيضاء غير المظللة منطقة القبول والتي تساوي 95% وبالتالي فمنطقة الرفض مقسمة بالتساوي على طرفي المنحنى في هذه الحالة تكون قيمة كل منهما 2.5 %.

الثانية : إذا كان الفرض البديل يأخذ شكل "أكبر من" فإن منطقة الرفض تكون مركزة بالكامل في الطرف الأيمن للمنحنى. ويسمى الاختبار في هذه الحالة اختبار الطرف الأيمن. والذي يأخذ الشكل التالي أدناه :



فالفرض العدمي هنا نفس فرض المثال السابق، بينما الفرض البديل هو $H_1 : \mu > 200$ بمعنى أن متوسط دخل الفرد أكبر من 200 ريال شهرياً. وبالتالي فإن مستوى المعنوية والذي يساوي مثلاً 5% مركز في الطرف الأيمن من المنحنى.

الثالثة : إذا كان الفرض البديل يأخذ شكل "أقل من" فإن منطقة الرفض تكون مركزة بالكامل في الطرف الأيسر للمنحنى. ويسمى الاختبار في هذه الحالة **اختبار الطرف الأيسر**.
والشكل التالي يوضح ذلك :



اختبار الطرف الأيسر

ومع افتراض ثبات الفرض العدمي كما في المثال السابق، يكون الفرض البديل هو H_1:μ<200 بمعنى أن متوسط دخل الفرد أقل من 200 ريال شهرياً، وبالتالي فإن مستوى المعنوية والذي يساوي مثلاً 5 % مركز في الطرف الأيسر من المنحنى.

خطوات الاختبار الإحصائي :

1) صياغة الفرضين العدمي والبديل:

- **وضع الفرض العدمي H_o**، والذي يأخذ – عادة – شكل " يساوي " فمثلاً إذا كان المطلوب هو اختبار ما إذا كان متوسط عمر الناخب هو 20 سنة فإن هذا الفرض يصاغ كما يلي : H_o : μ = 20

- **وضع الفرض البديل H_1**، والذي يأخذ أحد أشكال ثلاثة إما :
" لا يساوي " أو " أكبر من " أو " أقل من "

وبالرموز فإن الفرض البديل قد يأخذ شكل أحد الصيغ التالية :
"H_1: $\mu \neq 20$ " أو "H_1: $\mu > 20$ " أو "H_1: $\mu < 20$"

اختبارات الفروض الإحصائية

2) **حساب إحصائية الاختبار**: = $\dfrac{\text{قيمة الإحصاءة المناظرة للمعلمة المجهولة من العينة} - \text{قيمة المعلمة المجهولة كما حدد الفرض العدمي}}{\text{الخطأ المعياري}}$

ويختلف الخطأ المعياري من حالة لأخرى حسب المعلمة المراد اختبار الفروض حولها.

المعلمة المجهولة	رمز المعلمة المجهولة	الإحصاءة المناظرة في العينة	الخطأ المعياري
متوسط المجتمع	μ	$\bar{x}$	$\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$ أو $\frac{s}{\sqrt{n}}$
النسبة في المجتمع	P	$\hat{p}$	$\sqrt{\frac{P(1-P)}{n}}$

3 تحديد حدود منطقتي القبول والرفض : ونحصل عليها من التوزيع الطبيعي المعياري او التوزيع t وتختلف وفقا لمستوى المعنوية الخاص بالاختبار وما ، t المعياري أو توزيع إذا كان الاختبار ذو طرف واحد أو ذو طرفين

4)المقارنة والقرار:حيث تقارن قيمة الإحصائية المحسوبة من الخطوة رقم 2فإن وقعت في منطقة بحدود منطقتي القبول والرفض(من الخطوة رقم 3) فإن وقعت في منطقه القبول يقبل الفرض العدمي بينما لا نستطيع قبول الفرض العدمي ان وقعت الإحصائية المحسوبة في منطقة الرفض(أو أحد منطقتي الرفض).

أي أن خطوات اختبار الفروض تتلخص في الآتي:

١- صياغة الفروض(العدمي والبديل
٢- حساب إحصائية الاختبار
٣- تحديد منطقة القبول والرفض .
٤- اتخاذ قرار بشأن قبول او عدم قبول الفرض العدمي

اختبارات الفروض حول المتوسط μ

اختيرت عينة عشوائية حجمها 49 شخصا من أفراد دولة ما، فإذا كان الوسط الحسابي لدخول الأفراد الأسبوعية في العينة هو 75 دولار كيف يمكن اختبار الفرض الصفري بأن متوسط الدخل الأسبوعي لمواطني هذه الدوله يساوي 72 دولار مقابل الفرض البديل أنه لا يساوي 72 الدولة يساوي وذلك بمستوى معنوية 5%إذا علمت أن الانحراف المعياري لدخول الأفراد يساوي 14 دولار.

الحل :

1- الفرض العدمي : هو أن متوسط المجتمع يساوي 72 وبالرموز: $H_o : \mu = 72$

الفرض البديل : هو أن المتوسط لا يساوي 72 وبالرموز: $H_1 : \mu \neq 72$

2- الإحصائية: بما أن العينة كبيرة فإن الإحصائية في حالة اختبار الوسط تأخذ الشكل التالي:

$$Z_{\overline{x}} = \frac{\overline{x} - \mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}}$$

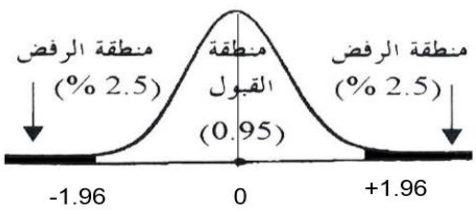
حيث: $n = 49, \sigma = 14 , \overline{x} = 75 , \mu = 72$

وبالتعويض نحصل على: $Z_{\overline{x}} = \frac{75-72}{\frac{14}{\sqrt{49}}} = 1.5$

أي أن قيمة الإحصائية تساوي 1.5

تابع الحل :

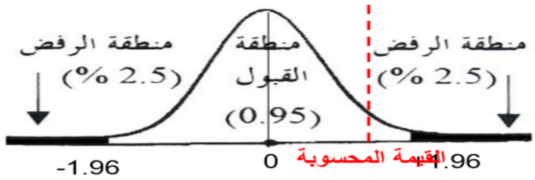
3- حدود منطقتي القبول والرفض: نحصل عليها من التوزيع الطبيعي المعياري. حيث مستوى المعنوية 5% وبما أن الفرض البديل هو: "لا يساوي" فإن ما يستخدم في هذه الحالة هو اختبار الطرفين كما في الشكل التالي :



وقد حصلنا على حدود منطقتي القبول والرفض وذلك بقسمة درجة الثقة(المكملة 0 لمستوى المعنوية)والتي تساوي 0.95 على 2 فنحصل على 0.4750 وبالكشف في جدول التوزيع الطبيعي المعياري عن Z التي تقابل المساحه 0.4570 نجد انها تساوي 1.96 وحيث انها موزعه على طرفي المنحنى بالتساوي فنضع اشاره موجبه في النصف الأيمن واشاره سالبه في النصف الايسر، أي أن منطقة القبول تبدأ من القيمة 1- وتستمر حتى القيمة 1.96 + (أي أن أي قيمة محصورة بين هاتين القيمتين تكون في منطقة القبول، وأي قيمة خارج هذه الحدود تكون في منطقة الرفض).

4- **المقارنة والقرار:** وبمقارنة قيمة الإحصائية المحسوبة من الخطوة رقم 2 (والتي تساوي 1.5) بحدود منطقتي القبول والرفض (من الخطوة رقم 3) نجد أنها تقع في منطقة القبول لذلك فإن القرار هو:

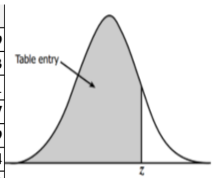
قبول الفرض الصفري بأن متوسط دخول الأفراد الأسبوعية في هذه الدولة يساوي 72 دولاراً وذلك بمستوى معنوية 5 %.



لو استخدمنا مستوى معنوية 1% بدلاً من 5% كما في المثال أعلاه فإن حدود منطقتي القبول والرفض تصبح كما يلي :

وبمقارنة قيمة الإحصائية 1.5 بحدود منطقتي القبول والرفض نجد أنها تقع في منطقة القبول أي أن القرار هو نفسه قبول الفرض الصفري ولن يتغير بل يتأكد باستخدام مستوى معنوية 1%.

Z	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	0.5000	0.5040	0.5080	0.5120	0.5160	0.5199	0.5239	0.5279	0.5319	0.5359
0.1	0.5398	0.5438	0.5478	0.5517	0.5557	0.5596	0.5636	0.5675	0.5714	0.5753
0.2	0.5793	0.5832	0.5871	0.5910	0.5948	0.5987	0.6026	0.6064	0.6103	0.6141
0.3	0.6179	0.6217	0.6255	0.6293	0.6331	0.6368	0.6406	0.6443	0.6480	0.6517
0.4	0.6554	0.6591	0.6628	0.6664	0.6700	0.6736	0.6772	0.6808	0.6844	0.6879
0.5	0.6915	0.6950	0.6985	0.7019	0.7054	0.7088	0.7123	0.7157	0.7190	0.7224
0.6	0.7257	0.7291	0.7324	0.7357	0.7389	0.7422	0.7454	0.7486	0.7517	0.7549
0.7	0.7580	0.7611	0.7642	0.7673	0.7704	0.7734	0.7764	0.7794	0.7823	0.7852
0.8	0.7881	0.7910	0.7939	0.7967	0.7995	0.8023	0.8051	0.8078	0.8106	0.8133
0.9	0.8159	0.8186	0.8212	0.8238	0.8264	0.8289	0.8315	0.8340	0.8365	0.8389
1.0	0.8413	0.8438	0.8461	0.8485	0.8508	0.8531	0.8554	0.8577	0.8599	0.8621
1.1	0.8643	0.8665	0.8686	0.8708	0.8729	0.8749	0.8770	0.8790	0.8810	0.8830
1.2	0.8849	0.8869	0.8888	0.8907	0.8925	0.8944	0.8962	0.8980	0.8997	0.9015
1.3	0.9032	0.9049	0.9066	0.9082	0.9099	0.9115	0.9131	0.9147	0.9162	0.9177
1.4	0.9192	0.9207	0.9222	0.9236	0.9251	0.9265	0.9279	0.9292	0.9306	0.9319
1.5	0.9332	0.9345	0.9357	0.9370	0.9382	0.9394	0.9406	0.9418	0.9429	0.9441
1.6	0.9452	0.9463	0.9474	0.9484	0.9495	0.9505	0.9515	0.9525	0.9535	0.9545
1.7	0.9554	0.9564	0.9573	0.9582	0.9591	0.9599	0.9608	0.9616	0.9625	0.9633
1.8	0.9641	0.9649	0.9656	0.9664	0.9671	0.9678	0.9686	0.9693	0.9699	0.9706
1.9	0.9713	0.9719	0.9726	0.9732	0.9738	0.9744	0.9750	0.9756	0.9761	0.9767
2.0	0.9772	0.9778	0.9783	0.9788	0.9793	0.9798	0.9803	0.9808	0.9812	0.9817
2.1	0.9821	0.9826	0.9830	0.9834	0.9838	0.9842	0.9846	0.9850	0.9854	0.9857
2.2	0.9861	0.9864	0.9868	0.9871	0.9875	0.9878	0.9881	0.9884	0.9887	0.9890
2.3	0.9893	0.9896	0.9898	0.9901	0.9904	0.9906	0.9909	0.9911	0.9913	0.9916
2.4	0.9918	0.9920	0.9922	0.9925	0.9927	0.9929	0.9931	0.9932	0.9934	0.9936



جدول المساحات أسفل التوزيع الطبيعي المعياري
((المساحة الواقعة قبل أي قيمة موجبة Z))

معاملات الثقة Z

درجة الثقة	معامل الثقة Z
90%	1.65
95 %	1.96
99%	2.58

المحاضره الثانيه عشر

تابع ...مقدمة في اختبارات الفروض الإحصائية

اختبارات الفروض الإحصائية

قيمة الإحصاءة المناظرة للمعلمة المجهولة من العينة

إحصائية الاختبار = قيمة المعلمة المجهولة كما حدد الفرض العدمي / الخطأ المعياري

المعلمة المجهولة	رمز المعلمة المجهولة	الإحصاءة المناظرة في العينة	الخطأ المعياري
متوسط المجتمع	μ	$\overline{x}$	$\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$ أو $\frac{s}{\sqrt{n}}$
النسبة في المجتمع	P	$\hat{p}$	$\sqrt{\frac{P(1-P)}{n}}$

خطوات اختبار الفروض:

١- صياغة الفروض العدمي والبديل
٢- حساب إحصائية الاختبار
٣- تحديد منطقة القبول والرفض
٤- . اتخاذ قرار بشان قبول او عدم قبول الفرض العدمي

مثال 2- الانحراف المعياري للمجتمع مجهول-عينة كبيرة

أفترض أن شركة ترغب في اختبار ما إذا كان يمكنها الادعاء بأن متوسط عمر المصباح من إنتاجها هو 1000 ساعه احتراق وأنها قامت بأخذ عينه عشوائيه حجمها N=100 من انتاجها فوجدت ان متوسط العينه 980=× ساعه والانحراف المعياري للعينه S= 80 ساعه

المطلوب .. اختبار هل متوسط عمر الصباح هو 1000 ساعه وذلك عند مستوى معنويه 5%

-الفرض العدمي والفرض البديل

حيث ان μ يمكن أن تساوي أو تزيد عن، أو تقل عن 1000 فإن الشركه يجب أن تضع الفرض العدمي (الصفري) والفرض البديل كالاتي

$$H0: \mu=1,000 \qquad H1 ;\mu\neq 1,000$$

2- احصائيه الاختبار

وحيث أن العينة كبيرة(n>30) فإن توزيع المعاينة للوسط يكون تقريبا

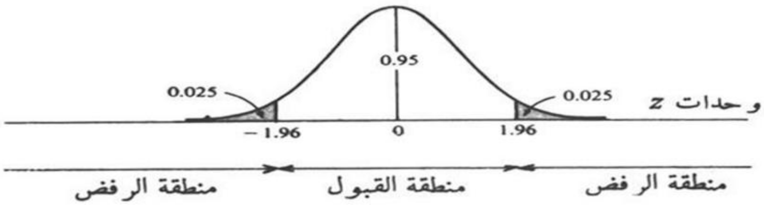
طبيعيا (ويمكن استخدام S كتقدير بدلا من σ وتكون احصائيه الاختبار

$$z = \frac{\overline{X}-\mu_0}{\sigma_{\overline{X}}} = \frac{\overline{X}-\mu_0}{s/\sqrt{n}} = \frac{\overline{X}-\mu_0}{80/\sqrt{100}} = \frac{-20}{8} = -2.5$$

-حدود منطقتي القبول والرفض

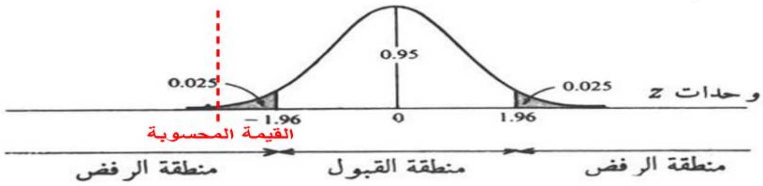
ذكرنا أن توزيع المعاينة للوسط يكون تقريبا طبيعيا طالما أن حجم العينة كبير وبالتالي تكون

وبالتالي تكون منطقة القبول للاختبار عند مستوى المعنوية 5% بين(-1.96, 1.96+)تحت التوزيع الطبيعي القياسي.وحيث أن الاختبار ذو طرفين (لأن الفرض البديل على صوره ≠) فإن منطقة الرفض تقع عند طرفي التوزيع بمساحة 2.5% في كل طرف



٤- المقارنه والقرار

بمقارنه القيمه المحسوبه (-2.5) بمناطق الرفض والقبول , نجد ان قيمه Z المحسوبه تقع داخل منطقه الرفض , وبالتالي فان على الشركه ان ترفض الفرضيه الصفريه (H0) أي ان μ=1,000 وتقبل الفرضيه البديله H1 أي أن μ≠1,000 وذلك عند مستوى معنويه 5%



مثال .. الانحراف المعياري للمجتمع مجهول-عينة صغيره

ترغب شركة أن تعرف بدرجة ثقة 95 % ما إذا كان يمكنها الادعاء بان صناديق الصابون المسحوق الذي تبيعها تحتوي على أكثر من 500 (حوالي 1.1 رطل)من الصابون.وتعرف الشركة من الخبرة الماضية أن أوزان الصابون بالصناديق تتبع التوزيع الطبيعي.وقد أخذت الشركة عينة عشوائية حجمها n=25 ووجدت ان x= 520 جرام و s=75 جرام

الحل

١- الفرض العدمي والفرض البديل

حيث ان الشركه ترغب في اختبار ما إذا كانت μ>500 فإن

$$H_0 : \mu = 500 \quad H_1 : \mu > 500$$

٢- إحصائيه الاختبار

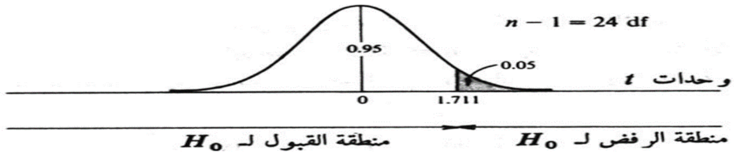
حيث ان التوزيع الأصلي الذي سحبت منه العينه طبيعي والعينه الصغيره (n<30) وكذلك قيمه σ غير معلومه (يتم تقديرها ب s) فإن التوزيع للمعاينه للوسط يكون اقرب الى توزيع t وتكون احصائيه الاختبار

$$t = \frac{\bar{X} - \mu}{s / \sqrt{n}} = \frac{520 - 500}{75 / \sqrt{25}} = \frac{20}{15} = 1.33$$

٣- حدود منطقتي القبول والرفض

ذكرنا ان توزيع المعاينه للوسط يكون في هذه الحاله هو توزيع t وبالتالي علينا ان نستخدم توزيع t (بدرجه حريه n-1=24) لتحديد المنطقه الحرجه أي ان المنطقه الرفض للاختبار بمستوى معنويه 5% ونجد ذلك في الجدول الخاص بتوزيع t

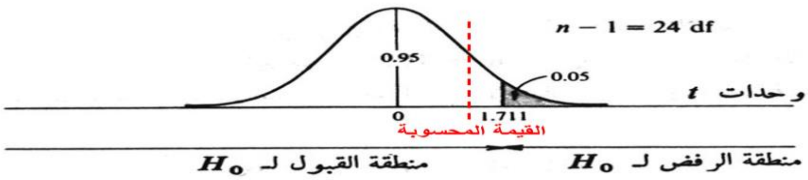
وحيث الاختبار ذو طرف واحد (أيمن) لان فرض البديل على صوره اكبر من فان منطقه الرفض تقع عند الطرف الأيمن للتوزيع بمساحه 5% وتكون قيمه t التي تحدد المنطقه الحرجه هي t0.05= 1711



٤- المقارنه والاقرار

بمقارنه القيمه المحسوبه (1.33) بمناطق الرفض والقبول , نجد ان قيمه t المحسوبه تقع داخل منطقه القبول وبالتالي يقبل الرفض العدمي H0

μ =500 عند مستوى معنويه 5% (او بدرجه ثقه 95%)



اختبارات الفروض حول النسبة p

مثال 4

يدعى أحد المرشحين في الانتخابات أنه سيحصل على نسبة ً 70% من أصوات الناخبين عندما تجري الانتخابات.ولاختبار هذا الادعاء تم اختيار عينة عشوائية من الناخبين حجمها 100 ناخب ووجد أن نسبه من يؤيدون المرشح في العينه هي 60%

اختبر مدى صحه ادعاء المرشح بأن النسبه في المجتمع هي 70% مقابل الفرض البديل ان النسبه أقل من 70% وذلك بمستوى معنويه 5%

الفرض العدمي هو أن النسبة في المجتمع(نسبة من يؤيدون المرشح في المجتمع)هي 0.07 .أي أن الفرض العدمي هو أن الادعاء صحيح و ان المرشح سيحصل على النسبة التي ادعاها وهي وبالرموز ،

$$H_0 : P = 0.70$$

الفرض البديل والمنطقي في هذه الحالة هو أن النسبة في المجتمع أقل من هذا الادعاء وبالرموز

$$H_1 : P < 0.70$$

2- الإحصائية: وتأخذ الإحصائية في حالة اختبار النسبة الشكل التالي

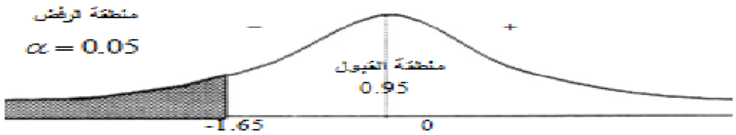
$$Z = \frac{\hat{p} - P}{\sqrt{\frac{P(1-P)}{n}}}$$

حيث: $n = 100 , \hat{p} = 0.6, P = 0.7$

$$Z = \frac{0.6 - 0.7}{\sqrt{\frac{0.7(1-0.7)}{100}}}$$

$$Z = -2.18$$

حدود منطقتي القبول والرفض نحصل عليها من التوزيع الطبيعي المعياري، حيث مستوى المعنيه 5%= α وبما أن الفرض البديل هو"أقل من"فنستخدم اختبار 5% الطرف الأيسر



-المقارنة والقرار:وبمقارنة قيمة الإحصائية التي حصلنا عليها في الخطوة رقم 3 التي تساوي 2.18 - بحدود منطقتي القبول والرفض نجد أن قيمة الإحصائية تقع في منطقة الرفض لأن 2.18 - أصغر من: 1.65 فإن القرار هو رفض الفرض العدمي بادعاء المرشح بأن نسبة مؤيديه في المجتمع هي % 70 وقبول الفرض البديل بأن النسبة أقل من 70% وذلك بمستوى معنوية % 5 (أي أن احتمال الخطأ في هذا القرار لايتعدى %5)

تمارين

1)إذا كان متوسط استهلاك الفرد السعودي من الدجاج حسب تقارير وزارة الصحة هو 12 كيلوجرامات بانحراف معياري 6 كيلو جرامات لفترة السبعينات الميلادية. أجرى أحد الباحثين دراسة في عام 2003 م من عينه قوامها 49 فردا ووجد أن متوسط الاستهلاك للفرد هو 14 كيلوجرام.هل تشير الدراسة الحالية أن متوسط الاستهلاك أرتفع عما كان عليه في السبعينات؟

2))ترغب كلية إدارة الأعمال أن تعرف بدرجة ثقة 90% ما إذا كان متوسط معدل الطلاب في السنة الأولى يقل عن 2.5 ..اختيرت عينة عشوائية حجمها n = 20 ووجد أن متوسط معدلات الطلاب في العينة يساوي 2.6 .بانحراف معياري 0.4 .ما الذي يمكن استنتاجه؟

3) ترغب جامعة الملك فيصل في دراسة نسبة غياب الطلاب عن محاضرات يوم الخميس.ولهذا الغرض تم اختيار عينة عشوائية من الطلاب حجمها 100 ووجد ان نسبه من يغيبون أيام الخميس في العينة هي 27%. اختبر مدى صحة القول بأن النسبة في المجتمع هي % 25 مقابل الفرض البديل أن النسبة أكبر من 25%وذلك بمستوى معنويه 5%

Z	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	0.5000	0.5040	0.5080	0.5120	0.5160	0.5199	0.5239	0.5279	0.5319	0.5359
0.1	0.5398	0.5438	0.5478	0.5517	0.5557	0.5596	0.5636	0.5675	0.5714	0.5753
0.2	0.5793	0.5832	0.5871	0.5910	0.5948	0.5987	0.6026	0.6064	0.6103	0.6141
0.3	0.6179	0.6217	0.6255	0.6293	0.6331	0.6368	0.6406	0.6443	0.6480	0.6517
0.4	0.6554	0.6591	0.6628	0.6664	0.6700	0.6736	0.6772	0.6808	0.6844	0.6879
0.5	0.6915	0.6950	0.6985	0.7019	0.7054	0.7088	0.7123	0.7157	0.7190	0.7224
0.6	0.7257	0.7291	0.7324	0.7357	0.7389	0.7422	0.7454	0.7486	0.7517	0.7549
0.7	0.7580	0.7611	0.7642	0.7673	0.7704	0.7734	0.7764	0.7794	0.7823	0.7852
0.8	0.7881	0.7910	0.7939	0.7967	0.7995	0.8023	0.8051	0.8078	0.8106	0.8133
0.9	0.8159	0.8186	0.8212	0.8238	0.8264	0.8289	0.8315	0.8340	0.8365	0.8389
1.0	0.8413	0.8438	0.8461	0.8485	0.8508	0.8531	0.8554	0.8577	0.8599	0.8621
1.1	0.8643	0.8665	0.8686	0.8708	0.8729	0.8749	0.8770	0.8790	0.8810	0.8830
1.2	0.8849	0.8869	0.8888	0.8907	0.8925	0.8944	0.8962	0.8980	0.8997	0.9015
1.3	0.9032	0.9049	0.9066	0.9082	0.9099	0.9115	0.9131	0.9147	0.9162	0.9177
1.4	0.9192	0.9207	0.9222	0.9236	0.9251	0.9265	0.9279	0.9292	0.9306	0.9319
1.5	0.9332	0.9345	0.9357	0.9370	0.9382	0.9394	0.9406	0.9418	0.9429	0.9441
1.6	0.9452	0.9463	0.9474	0.9484	0.9495	0.9505	0.9515	0.9525	0.9535	0.9545
1.7	0.9554	0.9564	0.9573	0.9582	0.9591	0.9599	0.9608	0.9616	0.9625	0.9633
1.8	0.9641	0.9649	0.9656	0.9664	0.9671	0.9678	0.9686	0.9693	0.9699	0.9706
1.9	0.9713	0.9719	0.9726	0.9732	0.9738	0.9744	0.9750	0.9756	0.9761	0.9767
2.0	0.9772	0.9778	0.9783	0.9788	0.9793	0.9798	0.9803	0.9808	0.9812	0.9817
2.1	0.9821	0.9826	0.9830	0.9834	0.9838	0.9842	0.9846	0.9850	0.9854	0.9857
2.2	0.9861	0.9864	0.9868	0.9871	0.9875	0.9878	0.9881	0.9884	0.9887	0.9890
2.3	0.9893	0.9896	0.9898	0.9901	0.9904	0.9906	0.9909	0.9911	0.9913	0.9916

جدول المساحات أسفل التوزيع الطبيعي المعياري

((المساحة الواقعة قبل أي قيمة موجبة Z))

معاملات الثقة Z

درجة الثقة	معامل الثقة Z
90%	1.65
95 %	1.96
99%	2.58

جدول القيم الحرجة لتوزيع t

df | α	0.10	0.05	0.025	0.01	0.005	df | α	0.10	0.05	0.025	0.01	0.005
1	3.078	6.314	12.706	31.821	63.657	26	1.315	1.706	2.056	2.479	2.779
2	1.886	2.920	4.303	6.965	9.925	27	1.314	1.703	2.052	2.473	2.771
3	1.638	2.353	3.182	4.541	5.841	28	1.313	1.701	2.048	2.467	2.763
4	1.533	2.132	2.776	3.747	4.604	29	1.311	1.699	2.045	2.462	2.756
5	1.476	2.015	2.571	3.365	4.032	30	1.310	1.697	2.042	2.457	2.750
6	1.440	1.943	2.447	3.143	3.707	34	1.307	1.691	2.032	2.441	2.728
7	1.415	1.895	2.365	2.998	3.499	35	1.306	1.690	2.030	2.438	2.724
8	1.397	1.860	2.306	2.896	3.355	36	1.306	1.688	2.028	2.434	2.719
9	1.383	1.833	2.262	2.821	3.250	47	1.300	1.678	2.012	2.408	2.685
10	1.372	1.812	2.228	2.764	3.169	48	1.299	1.677	2.011	2.407	2.682
11	1.363	1.796	2.201	2.718	3.106	49	1.299	1.677	2.010	2.405	2.680
12	1.356	1.782	2.179	2.681	3.055	62	1.295	1.670	1.999	2.388	2.657
13	1.350	1.771	2.160	2.650	3.012	63	1.295	1.669	1.998	2.387	2.656
14	1.345	1.761	2.145	2.624	2.977	64	1.295	1.669	1.998	2.386	2.655
15	1.341	1.753	2.131	2.602	2.947	79	1.292	1.664	1.990	2.374	2.640
16	1.337	1.746	2.120	2.583	2.921	80	1.292	1.664	1.990	2.374	2.639
17	1.333	1.740	2.110	2.567	2.898	81	1.292	1.664	1.990	2.373	2.638

المحاضره الثالثه عشر

مقدمة في التقدير واختبارات الفروض باستخدام برنامج SPSS

مقدمه :

يعتبر برنامج SPSS من برامج التحليل الاحصائي المعروفة المستخدمة على نطاق واسع وخاصة في مجالات العلوم الادارية والاجتماعية.

ونكتفي في سياق هذا المقرر بعرض موجز لكيفية استخدام هذا البرنامج في تقدير فترات الثقة للمتوسط وكذلك إجراء اختبارات الفروض حول المتوسط باستخدام توزيع t (وهو ما يسمى اختبار t).

<u>مثال:</u>

لتقدير متوسط ساعات المذاكرة للطالب في كلية إدارة الاعمال , أجرى أحد الباحثين دراسة على عينة قوامها (20) طالبا ووجد أن متوسط ساعات المذاكرة الاسبوعية للطالب هو (7) ساعات بانحراف معياري 1.75 ساعة.

المطلوب : تقدير متوسط ساعات المذاكرة بدرجة ثقة 95% .

الحل:

فترة الثقة للمتوسط : $\hat{\mu} = \overline{X} \pm (t_{a\backslash 2^2 n-1})\frac{s}{\sqrt{n}}$

حيث القيمة المستخرجة من جدول توزيع t هي $t_{2.5\%,19} = 2.093$

$$\hat{\mu} = \overline{X} \pm \left(t_{a\backslash 2^2 n-1}\right)\frac{s}{\sqrt{n}} = 7 \pm \frac{1.75}{\sqrt{20}} \cong 7 \pm 0.82$$

أي ان الحد الأدنى لفترة الثقة يساوي 7-0.82 = 6.18

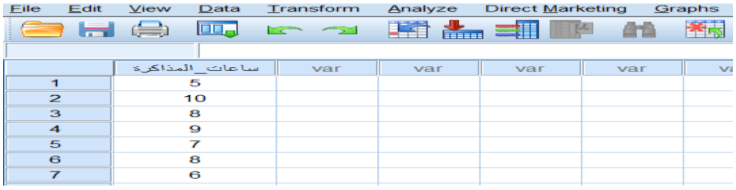
والحد الأعلى لفترة الثقة يساوي 7 + 0.82 = 7.82

<u>الحل باستخدام SPSS:</u>

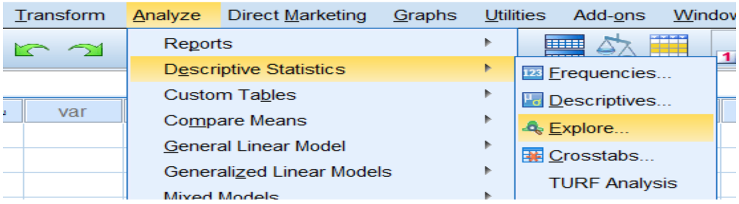
لغرض تقدير فترة الثقة لنفس المثال السابق من خلال استخدام برنامج الـ SPSS نتبع الخطوات التالية

- ✓ **إدخال البيانات المراد تحليلها من خلال شاشة تحرير البيانات Data Editor**

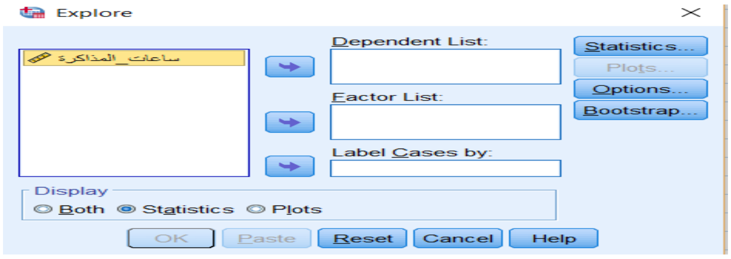
بالطريقة المناسبة كالتالي



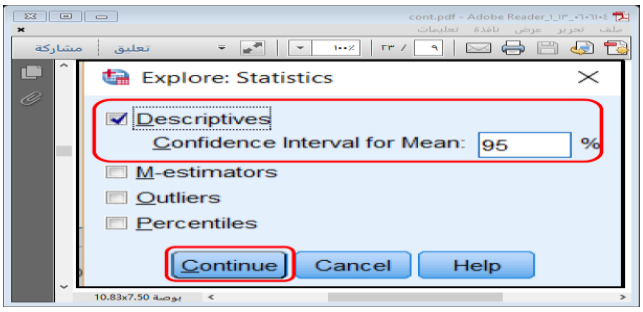
✓ من القائمة Analyze (تحليل) نختار الأمر « Descriptive Statistics» ثم Explore.



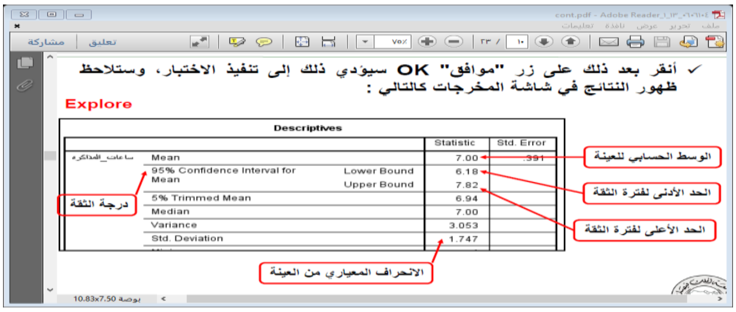
✓ بعد اختيار الامر " Explore سوف يظهر لك صندوق الحوار التالي :



بعد اختيار Statistics في صندوق الحوار السابق نحدد درجة الثقة المطلوبة في الخانة بجوار (Confidence Interval for Mean) ، ثم النقر على زر "استمرار" Continue



أنقر بعد ذلك على زر "موافق" OK سيؤدي ذلك إلى تنفيذ الاختبار ، وستلاحظ ظهور النتائج في شاشة المخرجات كالتالي



اختبار الفروض حول المتوسط باستخدام SPSS

مثال على اختبار t:

لو كانت لدينا عينة عشوائية تتكون من 250 طالب وجد ان الوسط الحسابي لأطوال طلاب العينة 155.95 سم , والانحراف المعياري = 2.94 سم , علما بأن الوسط الحسابي لأطوال طلاب الجامعة يبلغ 158 سم , اختبر أهمية الفرق المعنوي بين الوسط الحسابي لأطوال طلاب العينة والوسط الحسابي لأطوال طلاب الجامعة .

الحل :

سيتم اختبار الفرضيات التالية :

الفرضية الصفرية : لا توجد فروق ذات دلالة إحصائية بين متوسط أطوال الطلاب في العينة ومتوسط أطوال الطلاب في الجامعة

$$\mu = \mu_0$$

الفرضية البديلة : توجد فروق ذات دلالة إحصائية بين متوسط أطوال الطلاب في العينة ومتوسط أطوال الطلاب في الجامعة

$$\mu \neq \mu_0$$

مستوى الدلالة : $0.05 = a$

منطقة الرفض : قيمة (ت) الجدولية عند مستوى دلالة $a \ 0.05$ ودرجات حرية 249 = 1.960

المختبر الإحصائي :

$\bar{X}$ = 155.95 سم , 250 = n طالب , s = 2.94 سم

μ = 158 سم

$$t = \frac{\bar{X} - \mu}{S/\sqrt{n}} = \frac{155.95 - 158}{2.94/\sqrt{250}} = -11.006$$

القرار :

$0_0 0$ قيمة ت المحسوبة (- 11.006) أكبر من قيمة ت المجدولة (1.96)

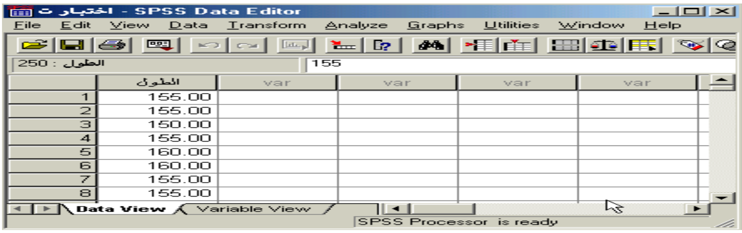
عند مستوى دلالة a = 0.05

- ❖ نرفض الفرضية الصفرية ونقبل البديلة .

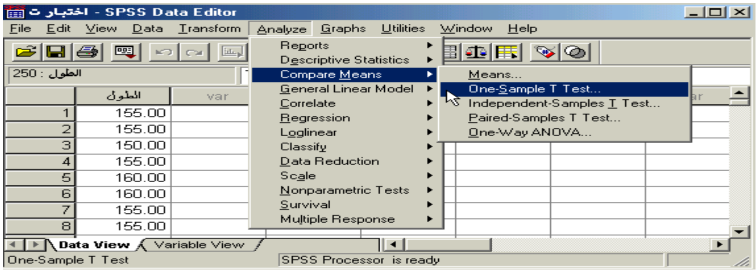
أي انه توجد فروق ذات دلالة إحصائية بين الوسط الحسابي للعينة والوسط الحسابي لمجتمع البحث .

لغرض حساب قيمة (ت) لنفس المثال السابق من خلال استخدام برنامج الـ SPSS اتبع الخطوات التالية:

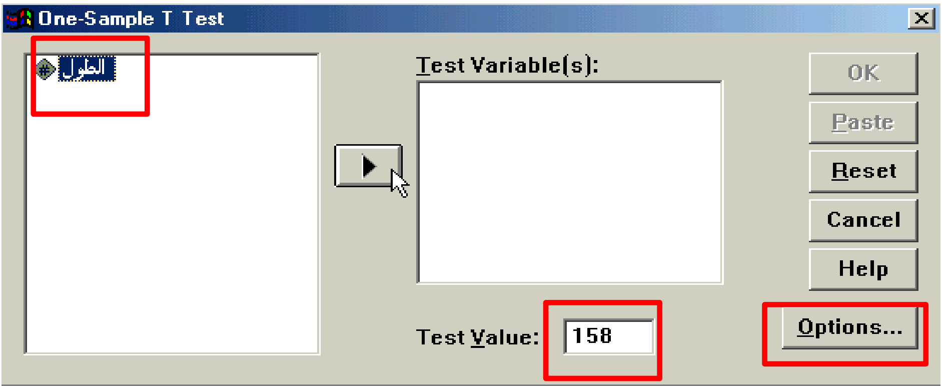
- ✓ قم بإدخال البيانات المراد تحليلها من خلال شاشة تحرير البيانات Data Editor بالطريقة المناسبة كالتالي :



✓ من القائمة "تحليل" Analyze اختر الامر "مقارنة المتوسطات" *Compare Means* فتظهر قائمة أوامر فرعية اختر منها "اختبار (ت) لعينة واحدة" *One-Sample T Test* كالتالي :



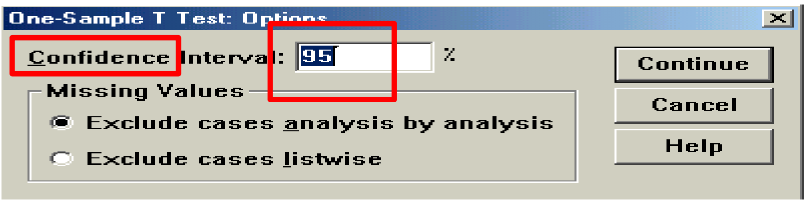
✓ بعد اختيار الأمر "اختبار (ت) لعينة واحدة" *One-Sample T Test* سوف يظهر لك صندوق الحوار التالي :



✓ من قائمة المتغيرات في الجهة اليسرى من صندوق الحوار انقر نقرا مزدوجا على المتغير "الطول" (او انقر على السهم الذي يظهر في صندوق الحوار بعد التظليل على المتغير المرغوب نقله الى الجهة الاخرى) ستلاحظ انتقاله مباشرة في المستطيل " متغيرات الاختبار" *Test Variable(s)*.

✓ في الحقل الخاص بـ"القيمة المختبرة " *Test Value* أكتب القيمة التي تريد ان تقارن بها متوسط العينة موضع الدراسة (في هذا المثال يتم كتابة الرقم 158 والذي يمثل متوسط أطوال الطلاب في الجامعة).

✓ قم بالنقر على زر "خيارات" *Options* في الجهة السفلية اليمنى من صندوق الحوار السابق وذلك عند الرغبة في تغيير قيمة "فترة الثقة" *Confidence Interval* حيث يظهر لك صندوق الحوار التالي والذي يتيح إمكانية تغيير فترة الثقة المختبرة (بشكل تلقائي سوف تظهر القيمة 95%) , وبعد الانتهاء من التعديل على هذا الصندوق الحواري أنقر على زر "استمرار" *Continue* .



✓ انقر بعد ذلك على زر "موافق" *OK* سيؤدي ذلك الى تنفيذ الاختبار , وستلاحظ ظهور النتائج في شاشة المخرجات كالتالي :

T-Test

One-Sample Statistics

	N	Mean	Std. Deviation	Std. Error Mean
الطول	250	155.9520	2.9422	.1861

One-Sample Test

	Test Value = 158					
					95% Confidence Interval of the Difference	
	t	df	Sig. (2-tailed)	Mean Difference	Lower	Upper
الطول	-11.006	249	.000	-2.0480	-2.4145	-1.6815

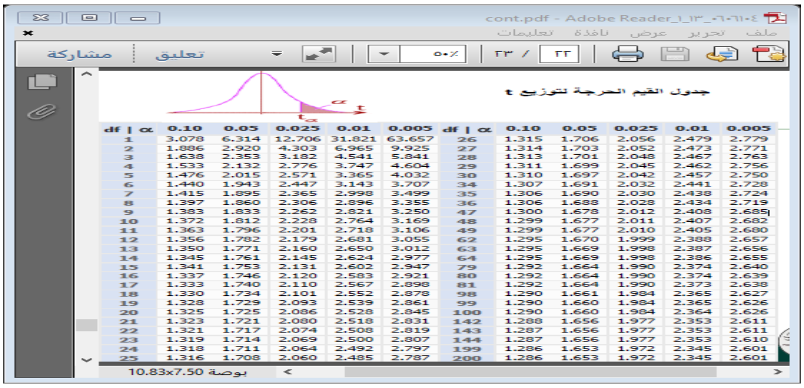
يتضح من النتائج أن قيمة (ت) المحسوبة *t-test* = - 11.006 , ودرجات الحرية *df* = 249 ,

وقيمة (*2- tailed*) . *Sig* = 0.000 , وبما أن قيمة (*2-tailed*) . *Sig* في الجدول (0.000) أصغر من قيمة

a= 0.05 فإننا بالتالي نرفض الفرضية الصفرية , أي انه توجد فروق ذات دلالة إحصائية بين متوسط أطوال العينة

ومتوسط أطوال طلاب الجامعة .

جدول القيم الحرجه لتوزيع *t*



df | α	0.10	0.05	0.025	0.01	0.005	df | α	0.10	0.05	0.025	0.01	0.005
1	3.078	6.314	12.706	31.821	63.657	26	1.315	1.706	2.056	2.479	2.779
2	1.886	2.920	4.303	6.965	9.925	27	1.314	1.703	2.052	2.473	2.771
3	1.638	2.353	3.182	4.541	5.841	28	1.313	1.701	2.048	2.467	2.763
4	1.533	2.132	2.776	3.747	4.604	29	1.311	1.699	2.045	2.462	2.756
5	1.476	2.015	2.571	3.365	4.032	30	1.310	1.697	2.042	2.457	2.750
6	1.440	1.943	2.447	3.143	3.707	34	1.307	1.691	2.032	2.441	2.728
7	1.415	1.895	2.365	2.998	3.499	35	1.306	1.690	2.030	2.438	2.724
8	1.397	1.860	2.306	2.896	3.355	36	1.306	1.688	2.028	2.434	2.719
9	1.383	1.833	2.262	2.821	3.250	47	1.300	1.678	2.012	2.408	2.685
10	1.372	1.812	2.228	2.764	3.169	48	1.299	1.677	2.011	2.407	2.682
11	1.363	1.796	2.201	2.718	3.106	49	1.299	1.677	2.010	2.405	2.680
12	1.356	1.782	2.179	2.681	3.055	62	1.295	1.670	1.999	2.388	2.657
13	1.350	1.771	2.160	2.650	3.012	63	1.295	1.669	1.998	2.387	2.656
14	1.345	1.761	2.145	2.624	2.977	64	1.295	1.669	1.998	2.386	2.655
15	1.341	1.753	2.131	2.602	2.947	79	1.292	1.664	1.990	2.374	2.640
16	1.337	1.746	2.120	2.583	2.921	80	1.292	1.664	1.990	2.374	2.639
17	1.333	1.740	2.110	2.567	2.898	81	1.292	1.664	1.990	2.373	2.638
18	1.330	1.734	2.101	2.552	2.878	98	1.290	1.661	1.984	2.365	2.627
19	1.328	1.729	2.093	2.539	2.861	99	1.290	1.660	1.984	2.365	2.626
20	1.325	1.725	2.086	2.528	2.845	100	1.290	1.660	1.984	2.364	2.626
21	1.323	1.721	2.080	2.518	2.831	142	1.288	1.656	1.977	2.353	2.611
22	1.321	1.717	2.074	2.508	2.819	143	1.287	1.656	1.977	2.353	2.611
23	1.319	1.714	2.069	2.500	2.807	144	1.287	1.656	1.977	2.353	2.610
24	1.318	1.711	2.064	2.492	2.797	199	1.286	1.653	1.972	2.345	2.601
25	1.316	1.708	2.060	2.485	2.787	200	1.286	1.653	1.972	2.345	2.601

المحاضره الرابعه عشر

مراجعه

إذا كان:

U={ 0 ,1 ,2 ,3 ,4 ,5 ,6 ,7 ,8 ,9 ,10 }

A={ 0 ,1 ,2 ,3 ,4 ,5 }

B= { ٧,٨، ٦، ٥، ٤ }

المجموعة (AUB) تساوي

أ- {8,7,6}
ب- {3,2,1,0}
ت- {5,4}
ث- <u>{8,7,6,5,4,3,2,1,0}</u>

إذا كان:

U={ 0 ,1 ,2 ,3 ,4 ,5 ,6 ,7 ,8 ,9 ,10 }

A={ 0 ,1 ,2 ,3 ,4 ,5 }

B= { ٧,٨، ٦، ٥، ٤ }

<u>**لمجموعة($A\cap B$) تساوي**</u>

أ- {8,7,6}
ب- {3,2,1,0}
ت- <u>{5,4}</u>
ث- {8,7,6,5,4,3,2,1,0}

إذا كان:

U={ 0 ,1 ,2 ,3 ,4 ,5 ,6 ,7 ,8 ,9 ,10 }

A={ 0 ,1 ,2 ,3 ,4 ,5 }

B= { ٧,٨، ٦، ٥، ٤ }

المجموعة (A-B)تساوي

أ- {8,7,6}
ب- <u>{3,2,1,0}</u>
ت- {5,4}

ث- {8,7,6,5,4,3,2,1,0}

إذا كان:

U={ 0 ,1 ,2 ,3 ,4 ,5 ,6 ,7 ,8 ,9 ,10 }

A={ 0 ,1 ,2 ,3 ,4 ,5 }

B= { ٧,٨، ٦، ٥، ٤ }

المجموعة (B-A) تساوي

أ- {8,7,6}

ب- {3,2,1,0}

ت- {5,4}

ث- {8,7,6,5,4,3,2,1,0}

يراد شراء ثلاث أنواع من الكتب الدراسيةA و b و C فإن :-

- توافر أنواع الكتب الدراسيةالثلاثة يرمز لها بالرمز :-
  - (أ) $A \cup B \cup C$
  - (ب) $\overline{A} \cap \overline{B} \cap \overline{C}$
  - (ج) $A \cap B \cap C$
  - (د) لا شيء مما سبق
- عدم توافر الكتب الدراسيةالثلاثة يرمز لها بالرمز :-
  - (أ) $A \cup B \cup C$
  - (ب) $\overline{A} \cap \overline{B} \cap \overline{C}$
  - (ج) $A \cap B \cap C$
  - (د) لا شيء مما سبق
- توافر نوع واحد من الكتب الدراسيةعلى الأقل A أو B أو C أو كلها يرمز لها بالرمز :-
  - (أ) $A \cup B \cup C$
  - (ب) $\overline{A} \cap \overline{B} \cap \overline{C}$
  - (ج) $A \cap B \cap C$
- توافر الكتاب الدراسي A فقط يمكن الرمز له بالرمز :-
  - (أ) $A \cup B \cup C$
  - (ب) $A \cap \overline{B} \cap \overline{C}$
  - (ج) $\overline{A} \cap B \cap C$
- توافر نوع واحد فقط من الكتب الدراسيةيمكن الرمز له بالرمز :-
  - (أ) $\overline{A} \cup \overline{B} \cup \overline{C}$
  - (ب) $A \cap \overline{B} \cap \overline{C}$
  - (ج) $(A \cap \overline{B} \cap \overline{C}) \cup (B \cap \overline{A} \cap \overline{C}) \cup (C \cap \overline{B} \cap \overline{A})$

- إذا علمت أن : -

$$P(A) = 0.52 \quad , \quad P(A \cap B) = 0.026$$

فإن قيمة الأحتمال $P(B|A)$ تساوي -:

(أ) 0.05

(ب) 0.5

(ج) 5

(د) 0.1

- في تجربة على نوع معين من الامراض الوراثية وجد أن إحتمال إصابة أحد الأشخاص بمرض A هو 0.45 ، واحتمال الإصابة بالمرض A و B معاً هو 0.045 ، فما هو أحتمال إصابته بالمرض B علماً بأنه قد أصيب بالمرض A من قبل -:

(أ) 0.45

(ب) 10

(ج) 0.25

(د) 0.1

الجدول التالي يمثل توزيع مجموعة من الطلاب والطالبات حسب التخصص الدقيق بكلية إدارة الأعمال -:

تم اختيار احد الدارسين من الجدول السابق بطريقة عشوائية ، أحسب الاحتمالات التالية -:

	طلاب	طالبات	المجموع
محاسبة	10	14	24
نظم	16	28	44
إدارة	20	12	32
المجموع	46	54	100

احتمال أن يكون طالب -:

(أ) 0.54

(ب) 0.46

(ج) 0.24

(د) لا شيء مما سبق

احتمال أن تكون طالبه -:

(أ) 0.54

(ب) 0.46

(ج) 0.24

(د) لا شيء مما سبق

احتمال أن يكون من قسم المحاسبة -:

(أ) 0.54

(ب) 0.46

(ج) 0.24

(د) لا شيء مما سبق

الجدول التالي يمثل توزيع مجموعة من الطلاب والطالبات حسب التخصص الدقيق بكلية إدارة الأعمال :-
تم اختيار احد الدارسين من الجدول السابق بطريقة عشوائية ، أحسب الاحتمالات التالية :-

	طلاب	طالبات	المجموع
محاسبة	10	14	24
نظم	16	28	44
إدارة	20	12	32
المجموع	46	54	100

احتمال أن يكون طالب :-

(أ) 0.54
(ب) 0.46
(ج) 0.24
(د) لا شيء مما سبق

احتمال أن تكون طالبه :-

(أ) 0.54
(ب) 0.46
(ج) 0.24
(د) لا شيء مما سبق

احتمال أن يكون من قسم المحاسبة :-

(أ) 0.54
(ب) 0.46
(ج) 0.24
(د) لا شيء مما سبق

احتمال أن يكون من قسم المحاسبة وطالب :-

(أ) 0.24
(ب) 0.10
(ج) 0.46
(د) لا شيء مما سبق

أن يكون طالبه أو من قسم المحاسبة :-

(أ) 0.64
(ب) 0.78
(ج) 0.54
(د) لا شيء مما سبق

أن يكون من قسم الإدارة أو طالب :-

(أ) 0.78
(ب) 0.32
(ج) 0.58
(د) لا شيء مما سبق

الجدول التالي يمثل توزيع مجموعة من الطلاب والطالبات حسب التخصص الدقيق بكلية إدارة الأعمال :-
تم اختيار احد الدارسين من الجدول السابق بطريقة عشوائية ، أحسب الاحتمالات التالية :-

	طلاب	طالبات	المجموع
محاسبة	10	14	24
نظم	16	28	44
إدارة	20	12	32
المجموع	46	54	100

احتمال أن يكون طالب :-

(أ) 0.54
(ب) 0.46
(ج) 0.24

احتمال أن تكون طالبه :-

(أ) 0.54
(ب) 0.46
(ج) 0.24

احتمال أن يكون من قسم المحاسبة :-

(أ) 0.54
(ب) 0.46
(ج) 0.24

احتمال أن يكون من قسم المحاسبة وطالب:

(أ) 0.24
(ب) 0.10
(ج) 0.46

أن تكون طالبة أو من قسم المحاسبة :-

(أ) 0.64
(ب) 0.78
(ج) 0.54

أن يكون من قسم الإدارة أو طالب :-

(أ) 0.78
(ب) 0.32
(ج) 0.58

أن تكون من قسم المحاسبة بشرط أن تكون طالبة:-

(أ) $\frac{7}{27}$
(ب) $\frac{24}{100}$
(ج) $\frac{54}{100}$

أن يكون طالب بشرط أنه من قسم الادارة :-

(أ) $\frac{32}{100}$
(ب) $\frac{5}{8}$
(ج) $\frac{20}{100}$

مصنع لإنتاج لعب الأطفال يمتلك ثلاث آلات A وB وC ، تنتج الآلة الأولى 25% من الإنتاج و الألة الثانية 40% من الإنتاج و الباقي من إنتاج الآلة الثالثة فإذا كانت نسبة المعيب في الآلات الثلاثة على الترتيب هو 3%و 4% و 6% ، سحبت وحدة واحدة عشوائياً من إنتاج المصنع " ، احسب الاحتمالات التالية :-

- احتمال أن تكون الوحدة المسحوبة معيبة :-

(أ) $0.25\times 0.97+0.40\times 0.96+0.35\times 0.94$

(ب) $0.25\times 0.03+0.40\times 0.04+0.35\times 0.06$

(ج) $0.75\times 0.03+0.60\times 0.04+0.65\times 0.06$

(د) لا شيء مما سبق

مصنع لإنتاج لعب الاطفال يمتلك ثلاث الات A وB وC ، تنتج الآلة الأولى 25% من الإنتاج و الألة الثانية 40% من الإنتاج و الباقي من إنتاج الآلة الثالثة فإذا كانت نسبة المعيب في الآلات الثلاثة على الترتيب هو 3%و 4% و 6% ، سحبت وحدة واحدة عشوائياً من إنتاج المصنع " ، احسب الاحتمالات التالية :-

- احتمال أن تكون الوحدة المسحوبة جيدة :-

(أ) $0.25\times 0.97+0.40\times 0.96+0.35\times 0.94$

(ب) $0.25\times 0.03+0.40\times 0.04+0.35\times 0.06$

(ج) $0.75\times 0.03+0.60\times 0.04+0.65\times 0.06$

(د) لا شيء مما سبق

إذا علمت أن "أحد أصحاب الشركات لدية ثلاث موظفين يقومون بأعمال إدارية بمكتبه و هم على الترتيب "أحمد" و "عمر" و "على" ، يقوم أحمد بإنجاز 40 % من أعمال المكتب بينما يقوم عمر بإنجاز 35% من أعمال المكتب ، أما باقى أعمال المكتب فتسند إلى " على " ، فإذا علمت أن حجم الأخطاء المطبعية للموظفين الثلاثة على الترتيب هي 4% و 6% و 8 % ، سحبت ورقة عمل إدارية واحدة عشوائياً من الأعمال الإدارية المسندة للموظفين الثلاثة " ، احسب الاحتمالات التالية :-

احتمال أن تكون الورقة المسحوبة بها أخطاء مطبعية :-

(أ) $0.40\times 0.04 + 0.35 \times 0.06 + 0.25 \times 0.08$

(ب) $0.40\times 0.96 + 0.35 \times 0.94 + 0.25 \times 0.92$

(ج) $0.60\times 0.04 + 0.65 \times 0.06 + 0.75 \times 0.08$

(د) $0.40\times 0.05 + 0.35 \times 0.07 + 0.25 \times 0.09$

احتمال أن تكون الورقة بها خطأ مطبعي و من نصيب أحمد:-

(أ) $\dfrac{0.35\times0.06}{0.40\times0.04+0.35\times0.06+0.25\times0.08}$

(ب) $\dfrac{0.40\times0.04}{0.40\times0.04+0.35\times0.06+0.25\times0.08}$

(ج) $\dfrac{0.25\times0.08}{0.40\times0.04+0.35\times0.06+0.25\times0.08}$

(د) $\dfrac{0.40\times0.96}{0.40\times0.96+0.35\times0.94+0.25\times0.92}$

أحد الكليات الجامعية وجدت أنه من بين كل 200 طالب هناك 40 طالب لا يتحدثون اللغة العربية كلغة أولى ، أخذت عينة مكونة من ستة طلاب(6 طلاب) ، فإذا علمت أن هذه الظاهرة تتبع توزيع ذو الحدين " أوجد الاحتمالات التالية :-

- احتمال أن يكون من بينهم طالب واحد لا يتحدث اللغة العربية كلغة أولى :-

(أ) 0.393216

(ب) 0.453437

(ج) 0.878352

(د) 0.492453

أحد الكليات الجامعية وجدت أنه من بين كل 200 طالب هناك 40 طالب لا يتحدثون اللغة العربية كلغة أولى ، أخذت عينة مكونة من ستة طلاب(6 طلاب) ، فإذا علمت أن هذه الظاهرة تتبع توزيع ذو الحدين " أوجد الاحتمالات التالية :-

القيمة المتوقعة للتوزيع المعبر عن عدد الطلاب الذين لا يتحدثون اللغة العربية كلغة أولى:-

(أ) 0.6

(ب) 1.2

(ج) 0.1

(د) 0.06

أحد الكليات الجامعية وجدت أنه من بين كل 200 طالب هناك 40 طالب لا يتحدثون اللغة العربية كلغة أولى ، أخذت عينة مكونة من ستة طلاب(6 طلاب) ، فإذا علمت أن هذه الظاهرة تتبع التوزيع ثنائي الحدين " أوجد الاحتمالات التالية :-

- **قيمة التباين للتوزيع المعبر عن عدد الوحدات المعيبة :-**

(أ) 0.6
(ب) 0.96
(ج) 0.79
(د) 0.73

"أحد المصانع وجد أنه من بين كل 1000 وحدة هناك 150 وحدة معيبة ، أخذت عينة مكونة من خمس وحدات ، فإذا علمت أن هذه الظاهرة تتبع توزيع ذو الحدين " أوجد الاحتمالات التالية :-

- احتمال أن تكون الوحدات المختارة كلها سليمة :-

(أ) 0.5563
(ب) 0.4437
(ج) 0.8352
(د) لا شيء مما سبق

"أحد المصانع وجد أنه من بين كل 1000 وحدة هناك 150 وحدة معيبة ، أخذت عينة مكونة من خمس وحدات ، فإذا علمت أن هذه الظاهرة تتبع توزيع ذو الحدين " أوجد الاحتمالات التالية :-

- احتمال وجود وحدة على الأكثر معيبة :-

(أ) 0.4437
(ب) 0.3915
(ج) 0.8352
(د) لا شيء مما سبق

"أحد المصانع وجد أنه من بين كل 1000 وحدة هناك 150 وحدة معيبة ، أخذت عينة مكونة من خمس وحدات ، فإذا علمت أن هذه الظاهرة تتبع التوزيع ذو الحدين " أوجد الاحتمالات التالية :-

- احتمال وجود وحدتان معيبتان على الأقل :-

(أ) 0.8325
(ب) 0.1648
(ج) 0.8500
(د) لا شيء مما سبق

"أحد المصانع وجد أنه من بين كل 1000 وحدة هناك 150 وحدة معيبة ، أخذت عينة مكونة من خمس وحدات ، فإذا علمت أن هذه الظاهرة تتبع التوزيع ثنائي الحدين "

- القيمة المتوقعة للتوزيع المعبر عن عدد الوحدات المعيبة :-

(أ) 0.15
(ب) 5
(ج) 0.75

- قيمة التباين للتوزيع المعبر عن عدد الوحدات المعيبة

(أ) 0.6375
(ب) 0.8536
(ج) 0.7984

إذا كان من المعلوم أن عدد الوحدات التي تستهلكها الأسرة من سلعة معينة خلال الشهر تتبع توزيع بواسون بمتوسط 3 وحدات شهريا، إذا عرف المتغير العشوائي x بأنه عدد الوحدات التي تستهلكها الأسرة خلال الشهر من هذه السلعة "

- ما نوع المتغير العشوائي :-

(أ) متغير وصفي .
(ب) متغير كمي متصل .
(ج) متغير كمي منفصل .
(د) لا شيء مما سبق

- احتمال أن الأسرة تستهلك وحدتين خلال الشهر يساوي :-

(أ) 0.0498
(ب) 0.2240
(ج) 0.4983
(د) لا شيء مما سبق

إذا كان من المعلوم أن عدد الوحدات التي تستهلكها الأسرة من سلعة معينة خلال الشهر تتبع توزيع بواسون بمتوسط 3 وحدات شهريا، إذا عرف المتغير العشوائي x بأنه عدد الوحدات التي تستهلكها الأسرة خلال الشهر من هذه السلعة "

- احتمال أن أسرة ما تستهلك 3 وحدات على الأكثر خلال الشهر :-

(أ) 0.4983
(ب) 0.2240
(ج) 0.6474
(د) لا شيء مما سبق

- القيمة المتوقعة للتوزيع السابق :-

(أ) 3
(ب) 9
(ج) 1
(د) لا شيء مما سبق

إذا كان من المعلوم أن عدد الوحدات التي تستهلكها الأسرة من سلعة معينة خلال الشهر تتبع توزيع بواسون بمتوسط 3 وحدات شهريا، إذا عرف المتغير العشوائي x بأنه عدد الوحدات التي تستهلكها الأسرة خلال الشهر من هذه السلعة "

قيمة الانحراف المعياري للتوزيع السابق تساوي :-

(أ) 3
(ب) 1.732
(ج) 0.0498
(د) لا شيء مما سبق

معامل الاختلاف النسبي للتوزيع السابق يساوي :-

(أ) 100%
(ب) 57.7%
(ج) 90%
(د) لا شيء مما سبق

" إذا كان من المعلوم أن عدد الوحدات التي تستهلكها الأسرة من سلعة معينة خلال الشهر تتبع توزيع بواسون بمتوسط 3 وحدات شهريا، إذا عرف المتغير العشوائي x بأنه عدد الوحدات التي تستهلكها الأسرة خلال الشهر من هذه السلعة "

- شكل التوزيع السابق :-

(أ) توزيع سالب الالتواء .
(ب) توزيع متماثل .
(ج) توزيع موجب الالتواء .
(د) لا شيء مما سبق

"في دراسة لظاهرة متوسط طول الطالب في المرحلة الجامعية ، وجد أن متوسط طول الطالب يبلغ 170 سم ، وذلك بإنحراف معياري قدره 10 سم ، تم اختيار أحد الطلاب عشوائياً فإذا علمت أن هذه الظاهرة تتبع التوزيع الطبيعي فأوجد :-

- احتمال أن يكون طول الطالب أقل من 180 سم ($p(x<180)$) :-

(أ) 0.6826
(ب) 0.9545
(ج) 0.9974
(د) 0.8413

في دراسة لظاهرة متوسط طول الطالب في المرحلة الجامعية ، وجد أن متوسط طول الطالب يبلغ 170 سم ، وذلك بإنحراف معياري قدره 10 سم ، تم اختيار أحد الطلاب عشوائياً فإذا علمت أن هذه الظاهرة تتبع التوزيع الطبيعي فأوجد :-

- احتمال أن يكون طول الطالب أكبر من 160 سم ($p(x>160)$) :-

(أ) 0.8013
(ب) 0.1587
(ج) 0.9987
(د) 0.8413

"في دراسة لظاهرة متوسط طول الطالب في المرحلة الجامعية ، وجد أن متوسط طول الطالب يبلغ 170 سم ، وذلك بإنحراف معياري قدره 10 سم ، تم اختيار أحد الطلاب عشوائياً فإذا علمت أن هذه الظاهرة تتبع التوزيع الطبيعي فأوجد :-

احتمال أن ينحصر طول الطالب بين 150 سم و 190 سم ((p(150<x<190)):-

(أ) 0.6826

(ب) 0.9545

(ج) 0.9974

(د) 0.8974

"إذا علمت أن متوسط سرعة السيارات على الطريق السريع الرياض مكة تمثل ظاهرة تتبع التوزيع الطبيعي ، وفي دراسة لهذه الظاهرة قامت هيئة الطرق بسحب عينة عشوائية من السيارات المارة في هذا الطريق و وجدت أن متوسط سرعة السيارة 120 كم في الساعة ، وذلك بإنحراف معياري قدره 15ك في الساعة ، تم اختيار أحد السيارات عشوائياً أوجد :-

- **نسبة السيارات التي سرعتها أقل من 140 كم في الساعة ((p(x<140)) :-**

(أ) 97.725%

(ب) 95.45%

(ج) 99.74%

(د) 84.13%

"إذا علمت أن متوسط سرعة السيارات على الطريق السريع الرياض مكة تمثل ظاهرة تتبع التوزيع الطبيعي ، وفي دراسة لهذه الظاهرة قامت هيئة الطرق بسحب عينة عشوائية من السيارات المارة في هذا الطريق و وجدت أن متوسط سرعة السيارة 120 كم في الساعة ، وذلك بإنحراف معياري قدره 15ك في الساعة ، تم اختيار أحد السيارات عشوائياً أوجد :-

- **من بين 100 سيارة ، عدد السيارات التي سرعتها أكثر من 110 كم في الساعة:-**

العدد المطلوب = الاحتمال × العدد الكلي

= 0.8413 × 100 = 84 سيارة تقريبا

توزيع t

إذا كان X متغير عشوائي يتبع توزيع t بدرجات حرية 15، أوجد قيمة كل من:

(أ) t(0.005 , 15)

(ب) t(0.1 , 15)

(ج) القيمة المتوقعة والتباين للمتغير العشوائي X.

الحل:

(أ) بالبحث في جدول t عند تقاطع الصف 15 والعمود 0.005 نجد القيمة 2.947

(ب) بالبحث في جدول t عند تقاطع الصف 15 والعمود 0.1 نجد القيمة 1.341

(ج) من خصائص التوزيع نعلم أن المتوسط يساوي الصفر.

حيث أن درجات الحرية = 15 ، فإن الانحراف المعياري يساوي

$$\sigma = \sqrt{\frac{\nu}{\nu-2}} = \sqrt{\frac{15}{15-2}} = 1.074$$

إذا كانت متوسط مستوى السكر في الدم لمجموعة من الافراد بمدينة الرياض تمثل ظاهرة تتبع التوزيع الطبيعي بانحراف معياري 20 درجة ، فما هو حجم العينة المناسب لتقدير متوسط مستوى السكر في الدم في هذه المدينة بحيث لا يتعدى الخطأ في تقدير متوسط مستوى السكر 4 درجات ، وذلك بدرجة ثقة 99 % (مع تقريب الناتج للرقم الأعلى):-

(أ) 60 مفردة

(ب) 167 مفردة

(ج) 170 مفردة

(د) 20 مفردة

إذا كانت متوسط درجات الطلاب في مقرر التحليل الإحصائي يمثل ظاهرة تتبع التوزيع الطبيعي بانحراف معياري 12 درجة ، فما هو حجم العينة المناسب لتقدير متوسط درجات الطلاب في هذا المقرر بحيث لا يتعدى الخطأ في تقدير المتوسط 3 درجات، وذلك بدرجة ثقة 95% (مع تقريب الناتج للرقم الأعلى):-

(أ) 20 مفردة

(ب) 167 مفردة

(ج) 384 مفردة

(د) 62 مفردة

حجم العينة المناسب لتقدير نسبة المدخنين من بين طلاب جامعة الملك فيصل إذا كنا نرغب في ألا يزيد خطأ التقدير عن 5% وبدرجة ثقة 95% يساوي:

(أ) 10

(ب) 100

(ج) 385

(د) 1554

(1) العبارة الصحيحة من بين العبارات التالية هي:

(أ) يسمى المقياس المحسوب من بيانات المجتمع إحصاءة ، ومن بيانات العينة معلمة.

(ب) يسمى المقياس المحسوب من بيانات المجتمع إحصاءة ، ومن بيانات العينة أيضا إحصاءة.

(ج) يسمى المقياس المحسوب من بيانات المجتمع معلمة، ومن بيانات العينة أيضا معلمة.

(د) يسمى المقياس المحسوب من بيانات المجتمع معلمة، ومن بيانات العينة إحصاءة.

(2) في توزيع المعاينة للوسط الحسابي:

(أ) $E(\bar{x}) = \mu$

(ب) $E(\bar{x}) \neq \mu$

(ج) $\mathrm{Var}(\bar{x}) = \sigma^2$

(د) $\mathrm{Var}(\bar{x}) = \sigma$

(3) لو كان لدينا مجتمع إحصائي وتم قياس إحدى خصائصه ووجد أن قيمها هي: 1، 2، 3، 4
فإذا تم اختيار عينة – بدون إرجاع – حجمها 2 من هذا المجتمع فإن القيمة المتوقعة لكل من الوسط الحسابي للمجتمع (μ)، ومتوسط متوسطات العينات ($\bar{x}$) هما:

(أ) $\mu = 1.5 , E(\bar{x}) = 1.5$

(ب) $\mu = 1.5 , E(\bar{x}) = 2.5$

(ج) $\mu = 2.5 , E(\bar{x}) = 1.5$

(د) $\mu = 2.5 , E(\bar{x}) = 2.5$

(4) إذا كانت $X_1, X_2, X_3, \dots \dots X_n$ عينة عشوائية من مجتمع طبيعي وسطه μ وتباينه σ^2، وكان $\bar{X}$ يمثل الوسط الحسابي للعينة ذات الحجم n والمسحوبة من هذا المجتمع فإن $\bar{X}$ يتبع التوزيع الطبيعي بوسط μ وانحراف معياري $\sigma/\sqrt{n}$ أي أن:

(أ) $\bar{X} \sim N(\mu, \sigma^2)$

(ب) $\bar{X} \sim N(\mu, \sigma/n)$

(ج) $\bar{X} \sim N(\mu, \sigma^2/\sqrt{n})$

(د) $\bar{X} \sim N(\mu, \sigma^2/n)$

(5) إذا كانت $X_1, X_2, X_3, \dots \dots X_n$ عينة عشوائية من مجتمع وسطه μ وتباينه σ^2 وعناصره N، وكان $\bar{X}$ يمثل الوسط الحسابي للعينة ذات الحجم n والمسحوبة من هذا المجتمع فإن $\bar{X}$ يقترب من التوزيع الطبيعي بوسط μ وانحراف معياري $\sigma/\sqrt{n}$ كلما:

(أ) كبرت N

(ب) صغرت N

(ج) كبرت n

(د) صغرت n

(6) إذا كانت $X_1, X_2, X_3, \dots \dots X_n$ عينة عشوائية من مجتمع طبيعي وسطه μ معلوم وتباينه σ^2، وكان $\bar{X}$ يمثل الوسط الحسابي للعينة ذات الحجم n والمسحوبة من هذا المجتمع فإن $\bar{X}$ يتبع توزيع طبيعي إذا كان:

(أ) σ^2 معلوما

(ب) σ^2 مجهولا

(7) إذا كانت $X_1, X_2, X_3, \dots X_n$ عينة عشوائية من مجتمع طبيعي وسطه μ معلوم وتباينه σ^2،
وكان $\overline{X}$ يمثل الوسط الحسابي للعينة ذات الحجم n والمسحوبة من هذا المجتمع فإن $\overline{X}$ يتبع توزيع t إذا كان:

(أ) σ^2 معلوما

(ب) σ^2 مجهولا

(8) تخضع علامات الطلاب في أحد المقررات لتوزيع طبيعي وسطه 65 وانحرافه المعياري 18، أخذت عينة عشوائية حجمها 36، احتمال أن يزيد وسط علامات العينة على 74 هو تقريبا:

(أ) 0%

(ب) 25%

(ج) 50%

(د) 100%

(9) إذا كانت ساعات المذاكرة الأسبوعية للطلاب الجامعيين في إحدى الدول تأخذ شكل التوزيع الطبيعي بوسط حسابي مقداره 20 ساعة. أخذت عينة حجمها 25 طالبا، ووجد أن الانحراف المعياري لعدد ساعات مذاكرتهم الأسبوعية 8 ساعات. احتمال أن يقل وسط عدد ساعات مذاكرتهم الأسبوعية عن 18 ساعة هو تقريبا:

(أ) 10%

(ب) 40%

(ج) 60%

(د) 90%

تم سحب عينة عشوائية من مجموع مجتمع العاملين في إحدى الدوائر الحكومية بلغ حجمها 200موظف، فإذا كان الوسط الحسابي والانحراف المعياري لدرجات تقرير تقييم الأداء الخاص بهم هما على الترتيب 68 درجة و 15 درجة ،

بفرض أن توزيع درجات التقييم للعاملين هو توزيع طبيعي، فإن فترة الثقة للوسط الحسابي لدرجات تقارير تقييم الأداء الخاص بهذه الدائرة الحكومية بدرجة ثقة 95% هي :-

الحد الأدنى لفترة الثقة يساوي :-

(أ) 65.92 درجة

(ب) 68 درجة

(ج) 70.08 درجة

(د) 200 درجة

تم سحب عينة عشوائية من مجموع مجتمع العاملين في إحدى الدوائر الحكومية بلغ حجمها 200 موظف، فإذا كان الوسط الحسابي والانحراف المعياري لدرجات تقرير تقييم الأداء الخاص بهم هما على الترتيب 68 و 15 درجة ، درجة

بفرض أن توزيع درجات التقييم للعاملين هو توزيع طبيعي، فإن فترة الثقة للوسط الحسابي لدرجات تقارير تقييم الأداء الخاص بهذه الدائرة الحكومية بدرجة ثقة 95% هي :-

الحد الأعلى لفترة الثقة يساوي :-

(أ) 65.92 درجة

(ب) 68 درجة

(ج) 70.08 درجة

(د) 200 درجة

تمرين: لإيجاد فترة ثقة 90% لنسبة المدخنين بين طلبة إحدى الجامعات قام باحث بمقابلة عينة عشوائية من 100 طالب، فوجد أن 30 طالبا يدخنون، أوجد فترة الثقة المطلوبة.

المعطيات:

حجم العينة $(n = 100)$

نسبة المدخنين في العينة $(\hat{p} = \frac{30}{100} = 0.30)$

درجة الثقة $((1-\alpha)\% = 90\%)$ مما يعني أن معامل الثقة المناظر لهذه الدرجة هو (1.64)

المطلوب:

تقدير نسبة المدخنين في هذه الجامعة (P)

"يدّعِي أحد الأساتذة أن نسبة النجاح في أحد المقررات التي يقوم بتدريسها تبلغ 80% ، ولاختبار هذا الادعاء تم اختيار عينة عشوائية من الطلاب الدارسين لهذا المقرر حجمها 50 طالب ، وبدراسة نتائج الإختبارات الخاصة بالعينة وجد أن نسبة النجاح في العينة قد بلغت هي 68%، اختبر مدى صحة ادعاء أستاذ المقرر بأن النسبة في المجتمع هي 80% مقابل الفرض البديل أن النسبة أقل من 80% وذلك بمستوى معنوية 5 %"

يمكن صياغة الفرض العدمي و الفرض البديل على الشكل :-

(أ) Ho: P = 0.80 , H1: P <0.80

(ب) Ho: P = 0.68 , H1: P >0.68

(ج) Ho: P = 0.80 , H1: P ≠0.80

(د) Ho: P = 0.68 , H1: P <0.68

يعتقد أحد الأساتذة أن نسبة النجاح في أحد المقررات التي يقوم بتدريسها تبلغ 80% ، ولاختبار صحة ذلك تم اختيار عينة عشوائية من الدارسين لهذا المقرر حجمها 50 طالبا ، فوجد أن نسبة النجاح في العينة قد بلغت 68%،

اختبر مدى صحة اعتقاد أستاذ المقرر بأن النسبة في المجتمع هي 80% مقابل الفرض البديل أن النسبة أقل من 80% وذلك بمستوى معنوية 5 %

- قيمة إحصائية الاختبار تساوي:-

(أ) 1.82 -

(ب) 1.82

(ج) 2.12 –

(د) 2.12

"يدّعي أحد الأساتذة أن نسبة النجاح في أحد المقررات التي يقوم بتدريسها تبلغ 80% ، ولاختبار هذا الادعاء تم اختيار عينة عشوائية من الطلاب الدارسين لهذا المقرر حجمها 50 طالب ، وبدراسة نتائج الإختبارات الخاصة بالعينة وجد أن نسبة النجاح في العينة قد بلغت هي 68%، اختبر مدى صحة ادعاء أستاذ المقرر بأن النسبة في المجتمع هي 80% مقابل الفرض البديل أن النسبة أقل من 80% وذلك بمستوى معنوية 5 %"

من خلال مقارنة قيمة إحصائي الاختبار بقيمة حدود منطقتي القبول والرفض يمكن (قيمة Z الجدولية -1.645)

(أ) قبول الفرض العدمي .

(ب) قبول الفرض البديل .

(ج) عدم قبول أي من الفرضين .

(د) قبول كل من الفرضين .

في عينة عشوائية من 400 عامل بأحد المصانع بمدينة القصيم وجد أن الوسط الحسابي لعدد ساعات العمل اليومية يساوي 7.5 ساعة عمل يومياً وبانحراف معياري يساوي 1.25 ساعة ، فإذا علمت بأن الوسط الحسابي لعدد ساعات العمل اليومية للعمال في هذه الصناعة عموما يبلغ 9 ساعات ، اختبر هل يوجد فرق معنوي بين الوسط الحسابي لعدد ساعات عمل العمال بالعينة والوسط الحسابي لعدد ساعات العمل للعمال في الصناعة عموماً.

- **يمكن صياغة الفرض العدمي والفرض البديل على الشكل :-**

(أ) $Ho: \mu = 9 ,\ H1: \mu < 9$

(ب) $Ho: \mu = 9 ,\ H1: \mu > 9$

(ج) $Ho: \mu > 9 ,\ H1: \mu \neq 9$

(د) $Ho: \mu = 9 ,\ H1: \mu \neq 9$

"عينة عشوائية تتكون من 400 عامل من عمال أحد المصانع بمدينة القصيم وجد أن الوسط الحسابي لعدد ساعات العمل اليومية لعمال العينة 7.5 ساعة عمل يومياً ، وبالانحراف المعياري يساوي 1.25 ساعة ، علما بأن الوسط الحسابي لعدد ساعات العمل اليومية للعمال في هذه الصناعة يبلغ 9 ساعات ، اختبر أهمية الفرق المعنوي بين الوسط الحسابي لعدد ساعات عمل العمال بالعينة والوسط الحسابي لعدد ساعات العمل للعمال في الصناعة عموماً " .

قيمة إحصائي الاختبار في هذه الحالة تساوي :-

(أ) -24

(ب) -2.94

(ج) -11.006

(د) 24

إذا كان متوسط درجات الطالب في كلية ادارة الاعمال هو (83) درجة بانحراف معياري (5) درجات وذلك خلال عام 2010. أجرى أحد الباحثين دراسة عام 2014 لعينة قوامها (100) طالب ووجد أن متوسط درجات الطالب في العينة هو (88) درجة.

هل تشير الدراسة التي قام بها الباحث أن متوسط درجات الطالب في كلية إدارة الأعمال قد ارتفع عما عليه في عام 2010 وذلك بمستوى معنوية 5 %"

- قيمة إحصائية الاختبار (Z في هذه الحالة) تساوي :-

(أ) 10
(ب) 2.33
(ج) 83
(د) 1.96

إذا كان متوسط درجات الطالب في كلية ادارة الاعمال هو (83) درجة بانحراف معياري (5) درجات وذلك خلال عام 2010. أجرى أحد الباحثين دراسة عام 2014 لعينة قوامها (100) طالب ووجد أن متوسط درجات الطالب في العينة هو (88) درجة.

هل تشير الدراسة التي قام بها الباحث أن متوسط درجات الطالب في كلية إدارة الأعمال قد ارتفع عما عليه في عام 2010 وذلك بمستوى معنوية 5 %"

- من خلال مقارنة إحصائية الاختبار بحدود منطقتي القبول والرفض (Z الجدولية 1.645)، فإنه يرجح:-

(أ) قبول الفرض العدمي .
(ب) قبول الفرض البديل .
(ج) عدم قبول أي من الفرضين .
(د) قبول كل من الفرضين .

يدّعي أحد الباحثين أن نسبة النجاح لأحد التجارب التي يقوم بها في المعمل هي 60% ، ولاختِبار هذا الادعاء تم اختيار عينة عشوائية من الحيوانات الخاضعة للتجارب في معمله حجمها 225 مفردة ، ووجد أن نسبة النجاح في العينة قد بلغت هي 72%،

اختبر مدى صحة ادعاء الباحث بأن النسبة في المجتمع هي 60% مقابل الفرض البديل أن النسبة أقل من 60% وذلك بمستوى معنوية 5 %

- يمكن صياغة الفرض العدمي والفرض البديل على الشكل :-

(أ) $Ho: P = 0.72$, $H1: P <0.72$
(ب) $Ho: P = 0.60$, $H1: P >0.60$
(ج) $Ho: P = 0.72$, $H1: P \neq 0.72$
(د) $Ho: P = 0.60$, $H1: P <0.60$

يدّعي أحد الباحثين أن نسبة النجاح لأحد التجارب التي يقوم بها في المعمل هي 60% ، ولاختبار هذا الادعاء تم اختيار عينة عشوائية من الحيوانات الخاضعة للتجارب في معمله حجمها 225 مفردة ، ووجد أن نسبة النجاح في العينة قد بلغت هي 72%،

اختبر مدى صحة ادعاء الباحث بأن النسبة في المجتمع هي 60% مقابل الفرض البديل أن النسبة أقل من 60% وذلك بمستوى معنوية 5 %

- قيمة إحصائية الاختبار تساوي :-

(أ) 3.67

(ب) 3.67 -

(ج) 4

(د) 4 -

يدّعي أحد الباحثين أن نسبة النجاح لأحد التجارب التي يقوم بها في المعمل هي 60% ، ولاختبار هذا الادعاء تم اختيار عينة عشوائية من الحيوانات الخاضعة للتجارب في معمله حجمها 225 مفردة ، ووجد أن نسبة النجاح في العينة قد بلغت هي 72%،

اختبر مدى صحة ادعاء الباحث بأن النسبة في المجتمع هي 60% مقابل الفرض البديل أن النسبة أقل من 60% وذلك بمستوى معنوية 5 %

- من خلال مقارنة إحصائية الاختبار بحدود منطقتي القبول والرفض (Z الجدولية 1.645-)، فإنه يرجح:-

(أ) قبول الفرض العدمي .

(ب) قبول الفرض البديل .

(ج) عدم قبول أي من الفرضين .

(د) قبول كل من الفرضين .

إذا كان متوسط عدد ساعات العمل اليومي في قطاع الزراعة قد بلغ 8 ساعات عمل يومياً بإنحراف معياري 4.5 ساعة وذلك خلال عام 2012 ، وقد قام أحد الباحثين بإجراء دراسة لعدد ساعات العمل اليومي للعاملين في قطاع الزراعة وذلك خلال عام 2014 اعتمادا على عينة عشوائية حجمها 40 عاملا، فوجد أن متوسط عدد ساعات العمل قد بلغ 9.1 يومياً. فهل تشير الدراسة التي قام بها الباحث أن متوسط عدد ساعات العمل في قطاع الزراعة قد ارتفع عما كان عليه في عام 2012 وذلك بمستوى معنوية 5%"

- قيمة إحصائية الاختبار تساوي :-

(أ) 9.1

(ب) 9.77

(ج) 15.811

(د) 1.546

- من خلال مقارنة إحصائية الاختبار بحدود منطقتي القبول والرفض (Z الجدولية 1.645)، فإنه يرجح:-

(أ) قبول الفرض العدمي .

(ب) قبول الفرض البديل .

(ج) عدم قبول أي من الفرضين .

(د) قبول كل من الفرضين .

إذا قدمت إليك النتائج التالية كمخرجات للبرنامج الإحصائي SPSS :-

T – TEST

One –Sample test

	Test Value = 160					
	t	df	Sig.(2-tailed)	Mean Difference	95% Confidence Interval of the Difference	
					Lower	Upper
الطول	-21.006	399	0.012	-82.0480	-80.04145	-86.6815

من خلال الجدول السابق يمكن :-

(أ) قبول الفرض العدمى .

(ب) رفض كل من الفرضين .

(ج) قبول الفرض البديل .

(د) قبول كل من الفرضين .

إذا قدمت إليك النتائج التالية كمخرجات للبرنامج الإحصائي SPSS :-

T – TEST

One –Sample test

	Test Value = 70					
	t	df	Sig.(2-tailed)	Mean Difference	95% Confidence Interval of the Difference	
					Lower	Upper
الوزن	-4.514	199	0.412	112.0480	90.04145	120.6815

من خلال الجدول السابق يمكن :-

(أ) قبول الفرض العدمى .

(ب) رفض كل من الفرضين .

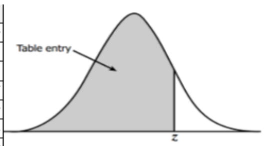
(ج) قبول الفرض البديل .

(د) قبول كل من الفرضين

جدول القيم الحرجة لتوزيع t

df | α	0.10	0.05	0.025	0.01	0.005	df | α	0.10	0.05	0.025	0.01	0.005
1	3.078	6.314	12.706	31.821	63.657	26	1.315	1.706	2.056	2.479	2.779
2	1.886	2.920	4.303	6.965	9.925	27	1.314	1.703	2.052	2.473	2.771
3	1.638	2.353	3.182	4.541	5.841	28	1.313	1.701	2.048	2.467	2.763
4	1.533	2.132	2.776	3.747	4.604	29	1.311	1.699	2.045	2.462	2.756
5	1.476	2.015	2.571	3.365	4.032	30	1.310	1.697	2.042	2.457	2.750
6	1.440	1.943	2.447	3.143	3.707	34	1.307	1.691	2.032	2.441	2.728
7	1.415	1.895	2.365	2.998	3.499	35	1.306	1.690	2.030	2.438	2.724
8	1.397	1.860	2.306	2.896	3.355	36	1.306	1.688	2.028	2.434	2.719
9	1.383	1.833	2.262	2.821	3.250	47	1.300	1.678	2.012	2.408	2.685
10	1.372	1.812	2.228	2.764	3.169	48	1.299	1.677	2.011	2.407	2.682
11	1.363	1.796	2.201	2.718	3.106	49	1.299	1.677	2.010	2.405	2.680
12	1.356	1.782	2.179	2.681	3.055	62	1.295	1.670	1.999	2.388	2.657
13	1.350	1.771	2.160	2.650	3.012	63	1.295	1.669	1.998	2.387	2.656
14	1.345	1.761	2.145	2.624	2.977	64	1.295	1.669	1.998	2.386	2.655
15	1.341	1.753	2.131	2.602	2.947	79	1.292	1.664	1.990	2.374	2.640
16	1.337	1.746	2.120	2.583	2.921	80	1.292	1.664	1.990	2.374	2.639
17	1.333	1.740	2.110	2.567	2.898	81	1.292	1.664	1.990	2.373	2.638

Z	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	0.5000	0.5040	0.5080	0.5120	0.5160	0.5199	0.5239	0.5279	0.5319	0.5359
0.1	0.5398	0.5438	0.5478	0.5517	0.5557	0.5596	0.5636	0.5675	0.5714	0.5753
0.2	0.5793	0.5832	0.5871	0.5910	0.5948	0.5987	0.6026	0.6064	0.6103	0.6141
0.3	0.6179	0.6217	0.6255	0.6293	0.6331	0.6368	0.6406	0.6443	0.6480	0.6517
0.4	0.6554	0.6591	0.6628	0.6664	0.6700	0.6736	0.6772	0.6808	0.6844	0.6879
0.5	0.6915	0.6950	0.6985	0.7019	0.7054	0.7088	0.7123	0.7157	0.7190	0.7224
0.6	0.7257	0.7291	0.7324	0.7357	0.7389	0.7422	0.7454	0.7486	0.7517	0.7549
0.7	0.7580	0.7611	0.7642	0.7673	0.7704	0.7734	0.7764	0.7794	0.7823	0.7852
0.8	0.7881	0.7910	0.7939	0.7967	0.7995	0.8023	0.8051	0.8078	0.8106	0.8133
0.9	0.8159	0.8186	0.8212	0.8238	0.8264	0.8289	0.8315	0.8340	0.8365	0.8389
1.0	0.8413	0.8438	0.8461	0.8485	0.8508	0.8531	0.8554	0.8577	0.8599	0.8621
1.1	0.8643	0.8665	0.8686	0.8708	0.8729	0.8749	0.8770	0.8790	0.8810	0.8830
1.2	0.8849	0.8869	0.8888	0.8907	0.8925	0.8944	0.8962	0.8980	0.8997	0.9015
1.3	0.9032	0.9049	0.9066	0.9082	0.9099	0.9115	0.9131	0.9147	0.9162	0.9177
1.4	0.9192	0.9207	0.9222	0.9236	0.9251	0.9265	0.9279	0.9292	0.9306	0.9319
1.5	0.9332	0.9345	0.9357	0.9370	0.9382	0.9394	0.9406	0.9418	0.9429	0.9441
1.6	0.9452	0.9463	0.9474	0.9484	0.9495	0.9505	0.9515	0.9525	0.9535	0.9545
1.7	0.9554	0.9564	0.9573	0.9582	0.9591	0.9599	0.9608	0.9616	0.9625	0.9633
1.8	0.9641	0.9649	0.9656	0.9664	0.9671	0.9678	0.9686	0.9693	0.9699	0.9706
1.9	0.9713	0.9719	0.9726	0.9732	0.9738	0.9744	0.9750	0.9756	0.9761	0.9767
2.0	0.9772	0.9778	0.9783	0.9788	0.9793	0.9798	0.9803	0.9808	0.9812	0.9817
2.1	0.9821	0.9826	0.9830	0.9834	0.9838	0.9842	0.9846	0.9850	0.9854	0.9857
2.2	0.9861	0.9864	0.9868	0.9871	0.9875	0.9878	0.9881	0.9884	0.9887	0.9890
2.3	0.9893	0.9896	0.9898	0.9901	0.9904	0.9906	0.9909	0.9911	0.9913	0.9916



جدول المساحات أسفل التوزيع الطبيعي المعياري
((المساحة الواقعة قبل أي قيمة موجبة Z))

معاملات الثقة Z

درجة الثقة	معامل الثقة Z
90%	1.65
95 %	1.96
99%	2.58

تم بحمد الله

ان أصبنا فمن الله وإن أخطأنا فمن أن انفسنا ومن الشيطان

وكل الشكر لمن ساعدني في كتابه الملخص

دعواتي لكم بالتوفيق والنجاح

ولاتنسوني من دعواتكم

لوسيندآ،،