

**اسم المقرر**  
التحليل الإحصائي

**أستاذ المقرر**  
د/ محمد زايد



**جامعة الملك فيصل**  
عمادة التعلم الإلكتروني والتعليم عن بعد

# المحاضرة (2)

## نظرية الاحتمالات



# نظرية الاحتمالات :-

## معنى الاحتمال

يمكن تعريف الاحتمال بطرق عديدة أبسطها أنه «مقياس لإمكانية وقوع حدث (Event) معين» أو «قيمة تعبر عن فرصة تحقق حدث معين».

والاحتمال هو كسر موجب تتراوح قيمته بين الصفر والواحد الصحيح، ويرمز لاحتمال تحقق الحدث  $A$  بالرمز  $P(A)$  وحدود هذا الاحتمال هي:  $0 \leq P(A) \leq 1$  ، ويحسب كالتالي:

$$\text{احتمال تحقق حدث معين} = \frac{\text{عدد حالات تحقق هذا الحدث}}{\text{عدد الحالات الكلية}}$$

# نظرية الاحتمالات :-

## الحدث والفراغ العيني والتجربة:

- افترض أننا نقوم بإجراء تجربة ما كرمي زهرة النرد مثلاً ونلاحظ كل النتائج الممكنة وهي ظهور أحد الأوجه الستة 1 أو 2 أو 3 أو 4 أو 5 أو 6.
- نفترض أننا مهتمون بحدث ظهور رقم فردي أي ظهور أحد الأرقام 1 أو 3 أو 5 على الوجه العلوي للنرد.



# نظرية الاحتمالات :-

هكذا فإن

- عملية رمي الزهرة تسمى تجربة (Experiment)
  - مجموعة جميع الحالات الممكنة الظهور تسمى بالفراغ العيني (Sample Space).
  - ظهور رقم فردي وهو محل اهتمامنا يسمى حدثاً (Event)
- ويلاحظ أن الحدث قد يكون حالة أو أكثر من الفراغ العيني.



# نظرية الاحتمالات :-

ووفقا لتعريف الاحتمال

$$\text{احتمال تحقق حدث معين} = \frac{\text{عدد حالات تحقق هذا الحدث}}{\text{عدد الحالات الكلية}}$$

وبالتالي يكون احتمال تحقق الحدث محل الاهتمام وهو ظهور رقم فردي هو:

$$\text{احتمال ظهور رقم فردي} = \frac{\text{عدد أوجه النرد التي تحمل رقما فرديا}}{\text{عدد أوجه النرد}}$$

$$\frac{1}{2} = \frac{3}{6} =$$

# نظرية الاحتمالات :-

## مثال :-

صندوق به مجموعة من الكرات مقسمة كما يلي :-

20 كرة بيضاء

30 كرة حمراء

50 كرة سوداء

فإذا سحبنا كرة واحدة عشوائياً من الصندوق احسب احتمال أن تكون هذه الكرة :-

1. حمراء

2. بيضاء

3. سوداء

4. حمراء أو سوداء

5. حمراء أو سوداء أو بيضاء



# نظرية الاحتمالات :-

## الحل

$$1- \text{أحتمال أن تكون حمراء} = \frac{\text{عدد الكرات حمراء}}{\text{العدد الكلي}} = \frac{30}{100}$$

$$2- \text{أحتمال أن تكون بيضاء} = \frac{\text{عدد الكرات بيضاء}}{\text{العدد الكلي}} = \frac{20}{100}$$

$$3- \text{أحتمال أن تكون سوداء} = \frac{\text{عدد الكرات سوداء}}{\text{العدد الكلي}} = \frac{50}{100}$$

# نظرية الاحتمالات :-

## الحل

$$4- \text{أحتمال أن تكون حمراء أو سوداء} = \frac{50+30}{100} = \frac{80}{100}$$

$$5- \text{أحتمال أن تكون حمراء أو سوداء أو بيضاء} = \frac{50+20+30}{100} = \frac{100}{100} = 1$$



# نظرية الاحتمالات :-

## مثال :-

في دراسة لتخصص مجموعة من الطلاب تبين التالي :-

60 طالب يدرسون محاسبة .

30 طالب يدرسون تسويق .

10 طلاب يدرسون مالية .

إذا تم اختيار طالب بطريقة عشوائية أحسب الاحتمالات التالية :-

(1) احتمال أن يكون تخصص تسويق .

(2) احتمال أن يكون تخصص مالية .

(3) احتمال أن يكون تخصص محاسبة أو تسويق .



# نظرية الاحتمالات :-

## الحل

(1) احتمال أن يكون تخصص تسويق =  $\frac{30}{100}$

(2) احتمال أن يكون تخصص مالية =  $\frac{10}{100}$

(3) احتمال أن يكون تخصص محاسبة أو تسويق =  $\frac{90}{100} = + \frac{30 + 60}{100}$

# نظرية الاحتمالات :-

## رموز ومفاهيم أساسية:-

$P(A)$  : هو احتمال تحقق الحدث  $A$ .

$P(\bar{A})$  : هو احتمال **عدم** تحقق الحدث  $A$ . وهو الاحتمال المكمل لاحتمال تحقق الحدث  $A$  وحيث أن مجموع الاحتمالات تساوي واحد فإن :-

$$P(\bar{A}) = 1 - P(A)$$

$P(A \cap B)$  : **التقاطع** ويشير إلى احتمال تحقق الحدثين معاً (الأول و الثاني).

$P(A \cup B)$  : **الاتحاد** ويشير إلى احتمال تحقق أحد الحدثين على الاقل (الاول أو الثاني)



# نظرية الاحتمالات :-

## أنواع الاحداث A و B :-

**1- أحداث متنافية (متعارضة):** وهي الأحداث التي لا يمكن أن تقع معاً أي أن حدوث أحدهما يمنع حدوث الآخر فعلى سبيل المثال فاحتمال تواجذك في الرياض وفي مكة في نفس الوقت هو احتمال مستحيل وفي هذه الحالة فإن:

- احتمال تحقق الحدثين معاً يساوي صفر  $P(A \cap B) = 0$
- احتمال تحقق أحدهما على الأقل :  $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$

# نظرية الاحتمالات :-

## أنواع الاحداث A و B :-

**2- أحداث مستقلة:** أي أن حدوث أحدهما لا يؤثر على حدوث الآخر فعلى سبيل المثال شراء جريدة الرياض قد لا يتعارض مع شراء جريدة المال وفي هذه الحالة فإن:

• احتمال تحقق الحدثين معاً يساوي :  $(A \cap B) = P(A) \times P(B)$



# نظرية الاحتمالات :-

## أنواع الاحداث A و B :-

**3- أحداث غير مستقلة:** وهي الأحداث التي يؤثر تحقق أحدها على تحقق الأخرى ، وكمثال على ذلك زيادة عدد ساعات مذاكرة مادة الاحصاء في الادارة يؤثر على تخفيض عدد ساعات مذاكرة مادة المحاسبة ، ومن ثم فإن:

• احتمال تحقق الحدثين معاً:  $P(A \cap B) \neq P(A) \times P(B)$

# نظرية الاحتمالات :-

## نظرية (اتحاد الأحداث):-

احتمال تحقق حادث واحد على الأقل من حادثين A أو B هو أن يتحقق أحدهما أو أن يتحقق الاثنين معاً (ويسمي الاتحاد) يساوي:-

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

حيث أن :-

P(A) هو إحتمال تحقق الحدث A .

P(B) هو إحتمال تحقق الحدث B .

P(A ∩ B) : التقاطع ويشير إلى احتمال تحقق الحدثين معاً.



# نظرية الاحتمالات :-

## مثال :-

إذا تقدم لإختبار المحاسبة و الاقتصاد 50 طالب نجح في المحاسبة 30 طالب و نجح في الاقتصاد 40 طالب فإذا علمت أن هناك 25 طالب قد نجحوا في الاثنين معاً فاحسب احتمال النجاح في أحد المقررين على الأقل ؟

## الحل :-

1- نرمر إلى إحتمال النجاح في المحاسبة بالرمز  $P(A) = \frac{30}{50} = 0.60$

2- نرمر إلى إحتمال النجاح في الاقتصاد بالرمز  $P(B) = \frac{40}{50} = 0.80$

3- احتمال النجاح في المادتين معاً يشير إلى إحتمال النجاح في المادة الاولى و إحتمال النجاح في المادة الثانية و هو ما يعني التقاطع =

$$0.50 = \frac{25}{50} = P(A \cap B)$$

4- المطلوب هو إحتمال النجاح في مادة واحدة على الأقل وهو ما يعني النجاح في المادة الاولى أو النجاح في المادة الثانية و ذلك ما نطلق عليه الاتحاد =  $P(A \cup B)$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = 0.60 + 0.80 - 0.50 = 0.90$$



# نظرية الاحتمالات :-

## مثال:

إذا علمت أن  $P(A)=0.2$  و  $P(B)=0.4$  وأن هذه الاحداث هي أحداث متنافية فاحسب كل من الاحتمالات التالية :-

$$P(A \cap B) \quad (1)$$

$$P(A \cup B) \quad (2)$$

$$P(\bar{A}) \quad (3)$$

$$P(\bar{B}) \quad (4)$$



# نظرية الاحتمالات :-

## الحل

1- حيث أن هذه الاحداث هي أحداث متنافية إذا فإن إحتمال تحققهما معاً يساوي :-

$$P(A \cap B) = 0$$

2- و من ثم فإن إحتمال تحقق أحد الحدثين على الاقل أو ما يعرف بالاتحاد يساوي :-

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) = 0.2 + 0.4 = 0.6$$

3- إحتمال  $P(\bar{A})$  هو الاحتمال المكمل لإحتمال تحقق الحدث A و حيث أن مجموع الاحتمالات تساوي واحد فإن :-

$$P(\bar{A}) = 1 - P(A)$$

$$= 1 - 0.2 = 0.8$$

$$P(\bar{B}) = 1 - P(B)$$

$$= 1 - 0.4 = 0.6$$

# نظرية الاحتمالات :-

## مثال :-

في دراسة لبيان المستوى الثقافي في المملكة العربية السعودية تم إختيار عينة عشوائية مكونة من 100 شخص وجد من بينهم 50 شخص يتصفحوا جريدة الرياض و60 شخص يتصفحون جريدة المال ، احسب احتمال تصفح أحد الجريدتين على الاقل ؟

## الحل

نرمز إلى احتمال تصفح جريدة الرياض بالرمز  $P(A)$ ، ونرمز إلى احتمال تصفح جريدة المال بالرمز  $P(B)$

احتمال تصفح أحد الجريدتين على الاقل هو ما نطلق عليه الاتحاد:  $P(A \cup B)$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = \frac{50}{100} + \frac{60}{100} - \frac{50}{100} \times \frac{60}{100} = 0.80$$

احتمال التقاطع  $P(A \cap B)$



# نظرية الاحتمالات :-

## مثال :-

تقدم إلى إختبار مقرر الاحصاء في الادارة والتحليل الاحصائي 10000 طالب نجح منهم 9000 طالب في مقرر الاحصاء في الادارة كما نجح 8000 طالب في مقرر التحليل الاحصائي المطلوب :-

- (1) حساب احتمال نجاح الطالب في مقرر الاحصاء في الادارة .
- (2) حساب احتمال رسوب الطالب في مقرر الاحصاء في الادارة .
- (3) حساب احتمال نجاح الطالب في مقرر التحليل الاحصائي .
- (4) حساب احتمال رسوب الطالب في مقرر التحليل الاحصائي .
- (5) حساب احتمال نجاح الطالب في المقررين معاً .
- (6) حساب احتمال رسوب الطالب في المقررين معاً .
- (7) حساب احتمال نجاح الطالب في احد المقررين فقط .
- (8) حساب احتمال نجاح الطالب في احد المقررين على الأقل .



# نظرية الاحتمالات :-

## الحل

1. احتمال نجاح الطالب في مقرر الاحصاء في الادارة =  $\frac{9000}{10000} = 90\%$  .

2. احتمال رسوب الطالب في مقرر الاحصاء في الادارة =  $\frac{1000}{10000} = 10\%$  .

3. احتمال نجاح الطالب في مقرر التحليل الاحصائي =  $\frac{8000}{10000} = 80\%$  .

4. احتمال رسوب الطالب في مقرر التحليل الاحصائي =  $\frac{2000}{10000} = 20\%$  .



# نظرية الاحتمالات :-

## الحل

5- بما أن النجاح في أي مقرر هو حدث مستقل عن النجاح في الآخر ، يتم تطبيق القاعدة  $P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$  ، وبالتالي فإن:

$$\text{احتمال نجاح الطالب في المقررين معاً} = \frac{8000}{10000} \times \frac{9000}{10000} = 0.72 = 72\%$$

$$\text{6- احتمال رسوب الطالب في المقررين معاً} = \frac{2000}{10000} \times \frac{1000}{10000} = 0.02 = 2\%$$

# نظرية الاحتمالات :-

## الحل

7- احتمال نجاح الطالب في احد المقررين فقط =

$$\frac{2000}{10000} \times \frac{8000}{10000} + \frac{2000}{10000} \times \frac{9000}{10000} =$$
$$0.26 = 0.1 \times 0.8 + 0.2 \times 0.9 =$$

8- احتمال نجاح الطالب في احد المقررين على الأقل =

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = \frac{8000}{10000} + \frac{9000}{10000} - 0.72 = 0.98$$

# نظرية الاحتمالات :-

## الاحتمال الشرطي Conditional Probability

### الاحتمال الشرطي

إذا كان لدينا الحادتين  $A_1$  ,  $A_2$  وكان  $P(A_2)$  لا يساوي الصفر فإن الاحتمال الشرطي للحادث  $A_1$  بشرط وقوع الحادث  $A_2$  يعطي بالمعادلة التالية:

$$P(A_1 | A_2) = \frac{P(A_1 \cap A_2)}{P(A_2)}$$

أي أن الاحتمال الشرطي للحادث  $A_1$  بشرط وقوع الحادث  $A_2$  يساوي حاصل قسمة الاحتمال المركب لـ  $A_1$  ,  $A_2$  على احتمال الحادث  $A_2$

# نظرية الاحتمالات :-

## مثال:

إذا كان احتمال نجاح طالب في مقرر الرياضيات 0.64 واحتمال نجاحه في مقرر الإحصاء ومقرر الرياضيات معا 0.32 فما هو احتمال نجاحه في مقرر الإحصاء؟ علما بأنه نجح في مقرر الرياضيات.

## الحل:

نفرض أن  $A_1 = \{\text{نجاح الطالب في مقرر الإحصاء}\}$   
 $A_2 = \{\text{نجاح الطالب في مقرر الرياضيات}\}$   
وبذلك يكون:

$$P(A_2) = 0.64$$

$$P(A_1 \cap A_2) = 0.32$$

ويكون المطلوب في هذه المسألة هو حساب  $P(A_1 | A_2)$  وبتطبيق العلاقة :

$$P(A_1 | A_2) = \frac{P(A_1 \cap A_2)}{P(A_2)} = \frac{0.32}{0.64} = 0.5$$

إذا احتمال نجاح الطالب في مقرر الإحصاء علما بأنه نجح في مقرر الرياضيات هو 0.5



## مثال:

الجدول التالي يمثل توزيع عمال أحد المصانع حسب الحالة الاجتماعية للعامل والقسم الذي يعمل به:

الحالة الاجتماعية	أعزب	متزوج	المجموع
القسم الأول	5	7	12
القسم الثاني	8	14	22
القسم الثالث	10	6	16
المجموع	23	27	50

**اختير عامل من الجدول السابق بطريقة عشوائية، احسب الاحتمالات التالية:**

- احسب احتمال أن يكون العامل من القسم الأول بشرط أنه متزوج؟
- احتمال أن يكون العامل أعزب بشرط أنه من القسم الثالث؟

## مثال:

### الحل:

نفرض أن  $A_1 = \{\text{أن يكون العامل من القسم الأول}\}$   
 $A_2 = \{\text{أن يكون العامل متزوج}\}$   
 $B_3 = \{\text{أن يكون العامل من القسم الثالث}\}$   
 $B_4 = \{\text{أن يكون العامل أعزب}\}$

### فيكون بالتالي:

1- احتمال أن يكون العامل من القسم الأول بشرط أنه متزوج هو: احتمال أن يكون من القسم الأول ومتزوج  
احتمال أن يكون متزوج

$$P(A_1 | A_2) = \frac{P(A_1 \cap A_2)}{P(A_2)} = \frac{7}{27} = \frac{7}{50}$$

إذا احتمال أن يكون العامل من القسم الأول بشرط أنه متزوج هو 0.259

## مثال:

2- احتمال أن يكون العامل أعزب بشرط أنه من القسم الثالث هو:

احتمال أن يكون العامل أعزب ومن القسم الثالث

احتمال أن يكون من القسم الثالث

$$P(B_1 | B_2) = \frac{P(B_1 \cap B_2)}{P(B_2)} = \frac{10}{16} = \frac{10}{16}$$

إذا احتمال أن يكون العامل أعزب بشرط أنه من القسم الثالث هو 0.625

# تمارين :-

## تمرين (1):

إذا أعطيت الجدول التالي :-

المجموع	B	A	
55	45	10	X
45	15	30	Y
100	60	40	المجموع

المطلوب حساب الاحتمالات التالية :-

1-  $P(A)$

2-  $P(\bar{A})$

3-  $P(X)$

4-  $P(\bar{X})$

5-  $P(A \cap X)$

6-  $P(B \cap X)$

7-  $P(A \cup Y)$

8-  $P(B \cup Y)$

9-  $P(A|Y)$

10-  $P(B|Y)$

11-  $P(X|B)$



# تمارين :-

## تمرين (2):

الجدول التالي يوضح توزيع مجموعة من الأشخاص تبعاً للنوع و تقديرات التخرج :-

النوع / المستوى التعليمي	جيد A	ممتاز B	المجموع
ذكر X	200	300	500
أنثى Y	400	100	500
المجموع	600	400	1000

من خلال الجدول السابق المطلوب :-

- 1- أحسب احتمال أن يكون ذكر أو حاصل على تقدير جيد ؟
- 2- أحسب احتمال أن تكون أنثى و حاصلة على تقدير ممتاز ؟
- 3- إذا علمت أنها أنثى فما هو احتمال أن تكون حاصلة على تقدير جيد ؟

# تمارين :-

## تمرين (3):

الجدول التالي يوضح توزيع مجموعة من الأشخاص :-

المجموع	y	x	النوع / المستوى التعليمي
15	10	5	A
15	3	12	B
30	13	17	المجموع

من خلال الجدول السابق المطلوب حساب الاحتمالات التالية :-

$$P(B \cup y)$$

$$P(x \cap A)$$

$$P(A | y)$$

$$P(y)$$

$$P(\bar{B})$$

$$P(B | x)$$



# تمارين :-

## 1- عرف المصطلحات التالية :-

(التجربة العشوائية – فراغ العينة – الحادث – الحوادث المتنافية – الحوادث المستقلة – الحوادث الشاملة ) .

## 2- الجدول التالي يمثل توزيع موظفي أحد الشركات حسب الحالة الاجتماعية للموظف والمستوى الإداري الذي يعمل به :

الحالة الاجتماعية	أعزب	متزوج	المجموع
مستوى الإدارة الدنيا	10	14	24
مستوى الإدارة المتوسطة	16	28	44
مستوى الإدارة العليا	20	12	32
المجموع	46	54	100

# تمارين :-

## أولاً :- اختر موظف من الجدول السابق بطريقة عشوائية، احسب الاحتمالات التالية:

- أن يكون أعزبا.
- أن يكون متزوجا .
- أن يكون من مستوى الادارة الدنيا.
- أن يكون من مستوى الادارة الدنيا أو المتوسطة .
- أن يكون من مستوى الادارة الدنيا وأعزب .

## ثانياً : اختر موظف من الجدول السابق بطريقة عشوائية، احسب الاحتمالات التالية:

- احسب احتمال أن يكون موظفي الادارة الدنيا بشرط أنه متزوج؟
- احتمال أن يكون الموظف أعزب بشرط أنه من موظفي الادارة العليا ؟

## ثالثاً : تم اختيار 2 موظف من الجدول السابق بطريقة عشوائية، احسب الاحتمالات التالية:

- احتمال أن يكون الموظفين من الادارة الدنيا ؟
- احتمال أن يكون الموظفين متزوجان؟
- احتمال أن يكون للموظفين نفس الحالة الاجتماعية؟
- احتمال أن يكون الموظفين من القسم نفسه؟





بِسْمِ اللَّهِ  
بِحَمْدِ اللَّهِ

