المشرف على مقرر

الإحصاء الاجتماعي

د. سعيد سيف الدين

جامعة الملك فيصل
عمادة التعلم الإلكتروني والتعليم عن بعد

كلية الآداب

المحاضرة المباشرة الثانية

مراجعة على المحاضرات (من السادسة حتى العاشرة) مع حل التمارين الخاصة بها في امتحانات سابقة

المحاضرة السادسة : مربع كاي كا2 χ^2
المحاضرة السابعة : معامل الارتباط
المحاضرة الثامنة : اختبار «ت» t-test – عينة واحدة .
المحاضرة التاسعة : اختبار «ت» لمجموعتين .
المحاضرة العاشرة : تحليل التباين

المحاضرة السادسة : مربع كاي (كا^2)

اختبار كا^2 (أو χ^2) هو أحد اختبارات الفروض ويستخدم في دراسة الفروق بين تكرارات استجابات أفراد عينة ما على سؤال أو عدة أسئلة ، وهو يُستخدم مع تكرارات البيانات الإسمية .

ويتم حساب قيمة (كا^2) من المعادلة التالية :

$$\text{كا}^2 = \text{مجـ} \frac{(\text{ت}_\text{و} - \text{ت}_\text{م})^2}{\text{ت}_\text{م}}$$

حيث :

ت$_\text{و}$ = التكرار الواقعي (أو الملاحظ أو المشاهد أو التجريبي)

ت$_\text{م}$=التكرار المتوقع (أو النظري) ويُعطى بـ

$$\text{ت}_\text{م} = \frac{\text{عدد أفراد العينة}}{\text{عدد الاستجابات}}$$

فمثلاً عند سؤال 100 طالب عن مدى حبهم لمادة الإحصاء (نعم أم لا) كانت كما هو مبين بالجدول .

نعم	لا	المجموع
20	80	100

في هذه الحالة تكون :

عدد الاستجابات = 2 (نعم/لا) ، عدد أفراد العينة = 100 (المجموع) وبالتالي يكون : ت$_\text{م}$ $= \frac{100}{2} = 50$

وتكون قيمة مربع كا (أي كا^2) هي :

$$\text{كا}^2 = \text{مجـ} \frac{(\text{ت}_\text{و} - \text{ت}_\text{م})^2}{\text{ت}_\text{م}} = \frac{(50-20)^2}{50} + \frac{(50-80)^2}{50} = \frac{900}{50} + \frac{900}{50} = 18 + 18 = \underline{\underline{36}}$$

ويمكن أيضاً استخدام الجداول في الحل كالتالي :

$ت_و$	$ت_م$	$ت_و$ - $ت_م$	$(ت_و - ت_م)^2$	$\frac{(ت_و - ت_م)^2}{ت_م}$
20	50	30-	900	18 = 50 ÷ 900
80	50	30	900	18 = 50 ÷ 900
				كا^2 = 36 = المجموع

مثال : عند سؤال 30 فرد رأيهم في قضية ما (موافق / لا أدري / معارض) كانت النتائج كما هو مبين بالجدول المقابل . المطلوب حساب قيمة مربع كاي .

الراي	موافق	لا أدري	معارض	المجموع
التكرار	**12**	**2**	**16**	**30**

الحل : عدد الاستجابات = 3 (موافق/لا أدري/معارض) وبالتالي فإن $ت_م = \frac{30}{3} = 10$ وبالتالي تُحسب قيمة مربع كاي كالتالي :

$ت_و$	$ت_م$	$ت_و$ - $ت_م$	$(ت_و - ت_م)^2$	$\frac{(ت_و - ت_م)^2}{ت_م}$
12	10	2	4	0.4
2	10	8-	64	6.4
16	10	6	36	3.6
				المجموع = كا^2 = 10.4

أو كالآتي :

$$\underline{\underline{10.4}} = 3.6 + 6.4 + 0.4 = \frac{(10-16)^2}{10} + \frac{(10-2)^2}{10} + \frac{(10-12)^2}{10} = \frac{(ت_و - ت_م)^2}{ت_م} \text{ مجـ } = \text{كا}^2$$

أسئلة اختبارات

1. **يتعامل اختبار مربع كاي مع أي نوع من البيانات التالية:**

(أ) البيانات الرتبية ✓ (ب) البيانات الاسمية (ج) البيانات النسبية (د) البيانات الفترية

1. **قيمة مربع كاي تساوي:**

الاستجابة	موافق	إلى حد ما	غير موافق
التكرار	25	30	20

(أ) 0,67 (ب) 1,76
✓ (ج) 2,00 (د) 6,00

عندما نتعامل مع بيانات يمثلها متغير [ليكن x] وبيانات أخرى يمثلها متغير آخر [ليكن y] ونريد أن نبحث في الآتي :

(1) هل هناك علاقة بين هاتين المجموعتين من البيانات أم لا : فإذا كانت هناك علاقة نقول أن المتغيرين x , y مرتبطان وإلا فهما غير مرتبطين

(2) مدى قوة هذه العلاقة [إن وُجِدت] : هل هي قوية جداً أم قوية أم متوسطة أم ضعيفة أم ضعيفة جداً

(3) نوع هذه العلاقة [إن وُجِدت] : هل هي طردية أم عكسية

العلاقة الطردية (أو موجبة) : كلما زادت قيمة x زادت أيضاً قيمة y

العلاقة العكسية (أو سالبة) : كلما زادت قيمة x نقصت قيمة y

طرق التعرف على العلاقة بين متغيرين

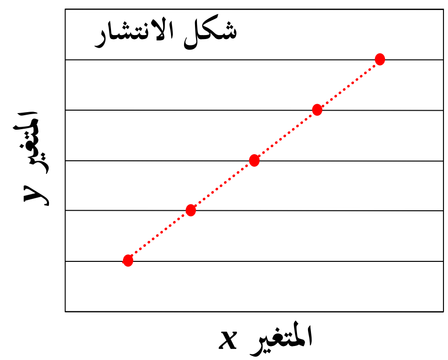
أولاً : طريقة شكل الانتشار :

هناك وسيلة مبدئية يعرف الباحث من خلالها نوع الارتباط بين المتغيرين وما إذا كان الارتباط قوياً وضعيفاً أو منعدماً ، وما إذا كانت العلاقة خطية أو غير خطية، موجبة أو سالبة. هذه الوسيلة هي "شكل الانتشار" والتي تصلح إذا كان المتغيران كميين . ويتم رسم شكل الانتشار كالتالي :

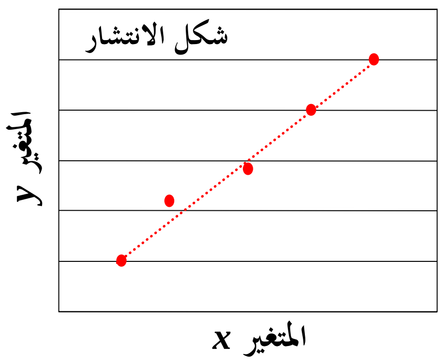
نفرض أن لدينا بيانات ... x_1 , x_2 , x_3 , عن متغير x ويناظرها بيانات ... , y_1 , y_2 , y_3 عن متغير آخر y ، وعلى ورقة رسم بياني اخترنا محورين : الأفقي (ويخص المتغير x) والرأسي (ويخص المتغير y) وقمنا بتوقيع النقاط .... , $(x_1 , y_1) , (x_2 , y_2) , (x_3 , y_3)$ فإننا نحصل بذلك على ما يُسمى بـ "شكل الانتشار" لبيانات المتغيرين . ومن شكل الانتشار يمكن بمجرد النظر تحديد ما إذا كان هناك ارتباط بين المتغيرين x , y وتحديد نوع هذه العلاقة (إن وُجِدت) وأيضاً (وإلى حدٍ ما) مدى قوة هذا الارتباط .

والأشكال التالية تظهر بعض أشكال الانتشار المعروفة .

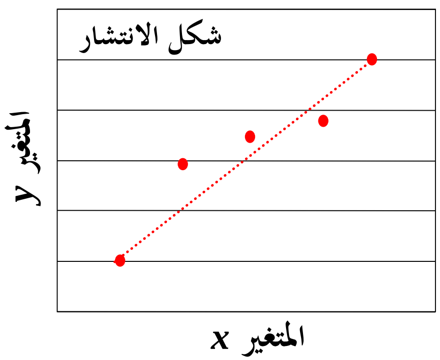
علاقات طردية (موجبة)



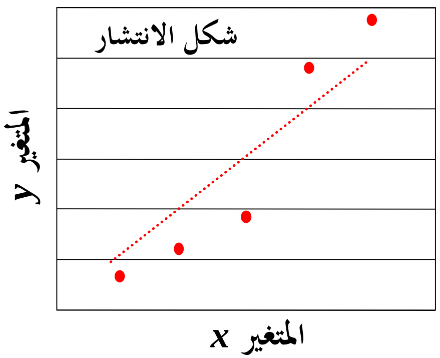
ارتباط طردي تام



ارتباط طردي قوي

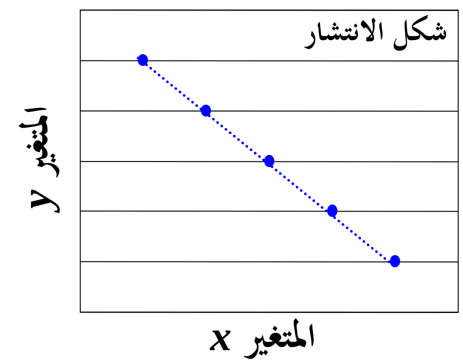


ارتباط طردي متوسط

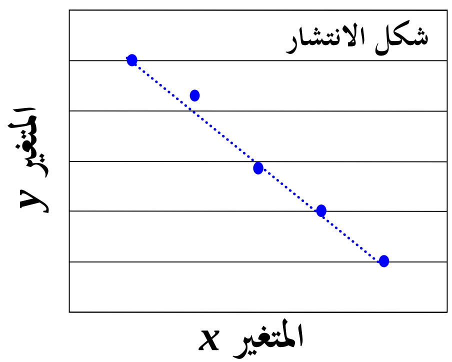


ارتباط طردي ضعيف

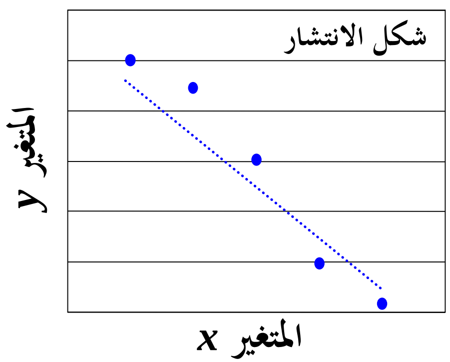
علاقات عكسية (سالبة)



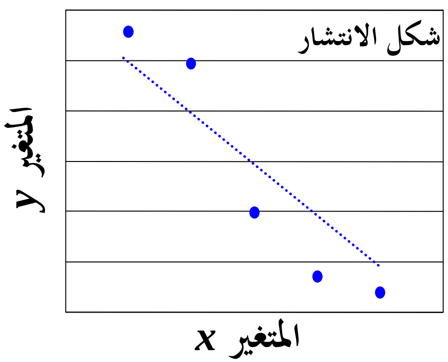
ارتباط عكسي تام



ارتباط عكسي قوي



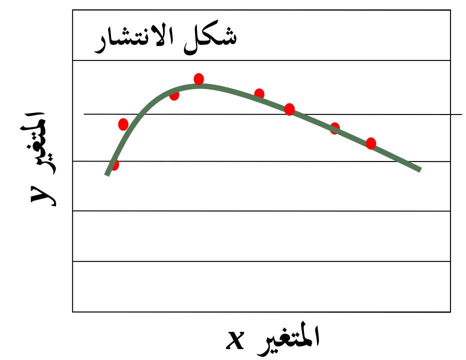
ارتباط عكسي متوسط



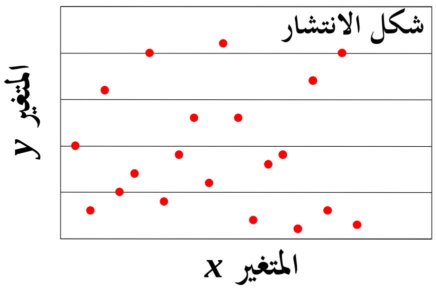
ارتباط عكسي ضعيف

أمثلة للارتباط الخطي الطردي (الموجب) والعكسي (السالب)

أما إذا كانت العلاقة تأخذ شكل منحنى فإن الارتباط لا يكون خطياً وإنما يكون «ارتباط غير خطي»



وإذا لم يكن هناك ما يشير إلى وجود علاقة بين المتغيرين ، فإننا نقول إنه لا يوجد ارتباط بينهما أو أنهم غير مرتبطين .



ثانياً : معامل الارتباط

يُقاس الارتباط بين متغيرين x , y بما يُسمى بـ "معامل الارتباط" [وسنرمز له بالرمز r] وقيمته تكون محصورة بين **1 -** ، **1 +** :

- فإذا كانت قيمته موجبه دل ذلك على أن الارتباط طردي
- وإذا كانت قيمته سالبة دل ذلك على أن الارتباط عكسي
- وإذا كانت قيمته صفراً دل ذلك على عدم وجود ارتباط

هذا بخصوص نوع الارتباط [طردي أم عكسي أم معدوم]

أما بخصوص قوة الارتباط فتحدده القيمة المطلقة لمعامل الارتباط كما يوضحه الجدول التالي :

القيمة المطلقة لمعامل الارتباط	قوة الارتباط
0	لا يوجد ارتباط
$0 < r < 0.5$	ارتباط ضعيف
$0.5 \leq r < 0.7$	ارتباط متوسط
$0.7 \leq r < 1$	ارتباط قوي
1	ارتباط تام
> 1	كلام فارغ (خطأ في الحسابات)

ونعود ونذكر أن الإشارة الموجبة لمعامل الارتباط تعني أن الارتباط طردي (أو موجب) ، والإشارة السالبة تعني أنه عكسي (أو سالب)

فمثلاً ، إذا كان :

- $r = 0.45$ ← فهذا يعني ارتباط طردي ضعيف
- $r = -0.9$ ← فهذا يعني ارتباط عكسي قوي
- $r = 1.3$ ← فهذا يعني خطأ في الحسابات

- $r = 0.84$ ← فهذا يعني ارتباط طردي قوي
- $r = -0.22$ ← فهذا يعني ارتباط عكسي ضعيف
- $r = -1$ ← فهذا يعني ارتباط عكسي تام

المحاضرة السابعة : معامل الارتباط

1. **معامل بيرسون للارتباط الخطي البسيط :** وهو يقيس قوة العلاقة واتجاهها ويُستخدم لمتغيرين كميين مثل :

x	1	3	5	6	8
y	2	7	8	10	12

ويتم حساب معامل ارتباط بيرسون من العلاقة :

$$r=\frac{\sum xy-\frac{\left(\sum x\right)\left(\sum y\right)}{n}}{\sqrt{\left[\sum x^2-\frac{\left(\sum x\right)^2}{n}\right]\left[\sum y^2-\frac{\left(\sum y\right)^2}{n}\right]}}$$

---

2. **معامل ارتباط الرتب (سبيرمان وكيندال) :**

وهو يقيس قوة العلاقة واتجاهها ويُستخدم لمتغيرين كميين أو متغيرين وصفيين ترتيبين أو متغيرين أحدهما كمي والآخر وصفي ترتيبي مثل :

درجة الطلبة في الإحصاء	x	70	75	80	90
درجة الطلبة في الحاسب	y	7	8	10	10

تقدير الطلبة في الإحصاء	x	D+	B	C	A
تقدير الطلبة في الحاسب	y	C	D	A	B

تقدير الطلبة في الإحصاء	x	D+	B	C	A
درجة الطلبة في الحاسب	y	66	73	82	76

---

3. **معامل بوينت بايسيريال للارتباط :** وهو يقيس قوة العلاقة (وليس اتجاهها) بين متغيرين أحدهما كمي والآخر إسمي مستويين (نعم/لا أو ذكر/أنثى ، ....وهكذا).

مثل حساب قيمة معامل الارتباط بين مشاركة الطلبة في المحاضرة ودرجتها في الاختبار للبيانات التالية

x (درجة الاختبار)	15	19	20	15	11
y (المشاركة)	نعم	نعم	نعم	لا	لا

4. **معامل الاقتران (معامل فاي) :** وهو يقيس قوة العلاقة (وليس اتجاهها) بين متغيرين إسميين كل منهما ثنائي التقسيم ، وإشارته لا معنى لها .

مثال حساب معامل الاقتران بين النوع (ذكر/أنثى) وبين الإصابة بمرض معين (مصاب/غير مصاب)

	مصاب	غير مصاب
ذكر	12	7
أنثى	10	5

في هذه الحالة نكمل الجدول كما هو مبين بالملحوظة المقابلة :

	مصاب	غير مصاب	مجـ
ذكر	أ = 12	ب = 7	ز = 19
أنثى	ج = 10	د = 5	ح = 15
مجـ	هـ = 22	و = 12	ن = 34

إذن معامل الاقتران أو معامل فاي

$$= \frac{10\times7-5\times12}{\sqrt{22\times12\times19\times15}} = \frac{70-60}{\sqrt{75240}} = \frac{-10}{274.3} = -0.036$$

أي أن العلاقة بين النوع (ذكر/أنثى) وبين الإصابة بالمرض ضعيفة جداً ولا معنى للإشارة السالبة .

ملحوظة هامة :

	x_1	x_2	مجموع
y_1	أ	ب	ز = أ + ب
y_2	ج	د	ح = ج + د
مجموع	هـ = أ + ج	و = ب + د	ن = أ + ب + ج + د

$$\text{معامل الاقتران} = \text{معامل فاي} = \frac{\text{أ} \times \text{د} - \text{ب} \times \text{ج}}{\sqrt{\text{هـ} \times \text{و} \times \text{ز} \times \text{ح}}}$$

أسئلة اختبارات

1. لقياس الارتباط بين متغير كمي ومتغير اسمي في مستويين، يفضل استخدام:

(أ) معامل بيرسون (ب) معامل سبيرمان ✓ (ج) معامل بيرسيريال (د) معامل فاي

2. لقياس الارتباط بين متغيرين اسميين في مستويين، يفضل استخدام:

(أ) معامل بيرسون (ب) معامل سبيرمان (ج) معامل بيرسيريال ✓ (د) معامل فاي

3. يوضح الجدول التالي تقديرات مجموعة من الطلاب في مقررين (الإحصاء، ومناهج البحث) . معامل الارتباط الذي يمكن تحديده لهذه البيانات هو :

الإحصاء الاجتماعي	A	C	D	F	A
مناهج البحث	B	C	B	D	A

(أ) معامل بيرسون ✓ (ب) معامل سبيرمان

(ج) معامل بيرسيريال (د) معامل فايال

4. لإيجاد العلاقة بين درجات الطلاب في مقررين (الاحصاء، ومناهج البحث)، يتم استخدام:

✓ (أ) معامل بيرسون أو سبيرمان (ب) معامل فاي أو معامل سبيرمان

(ج) معامل بيرسيريال أو بيرسون (د) معامل فاي أو بيرسيريال

5. عندما تكون قيمة معامل الارتباط $-0.27 < r < 0$ فهذه القيمة تشير إلى :

(أ) ارتباط عكسي كبير (ب) ارتباط عكسي متوسط ✓ (ج) ارتباط عكسي ضعيف (د) عدم وجود ارتباط

6. عندما تكون قيمة معامل الارتباط $-0.9 < r < -0.7$ فهذه القيمة تشير إلى :

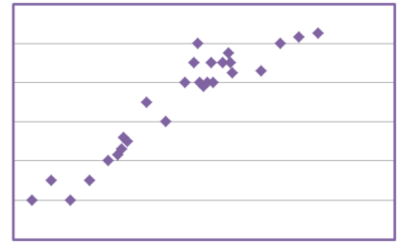
✓ (أ) ارتباط عكسي قوي (ب) ارتباط عكسي متوسط (ج) ارتباط عكسي ضعيف (د) لا يوجد ارتباط

7. عندما تكون قيمة معامل الارتباط $r = 0.81$ فهذه القيمة تشير إلى :

✓ (أ) ارتباط طردي قوي (ب) ارتباط طردي متوسط (ج) ارتباط عكسي ضعيف (د) ارتباط طردي ضعيف

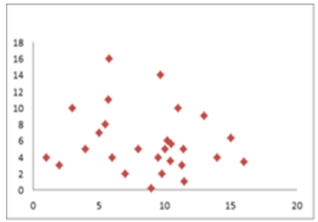
<u>في الأسئلة من (8) إلى (11) ، حدد نوع الارتباط في الشكل المعطى :</u>

.8



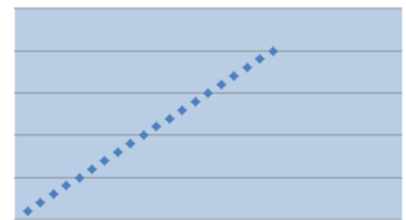
(أ) ارتباط تام
(ب) ارتباط صفري
(ج) ارتباط سالب
(د) ارتباط موجب ✓

.9



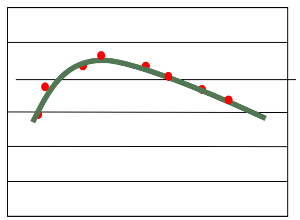
(أ) ارتباط تام
(ب) ارتباط صفري ✓
(ج) ارتباط سالب
(د) ارتباط موجب

.10



(أ) ارتباط تام ✓
(ب) ارتباط صفري
(ج) ارتباط سالب
(د) ارتباط طردي متوسط

.11



(أ) ارتباط خطي موجب
(ب) ارتباط صفري
(ج) ارتباط خطي سالب
(د) ارتباط غير خطي ✓

.12 قيمة معامل الاقتران (معامل فاي) بين النوع (ذكر/أنثى)، والاتجاه نحو التعليم الالكتروني في الجامعات (موافق/معارض) للبيانات التالية هو:

(أ) 0,690
(ب) 0,960
(ج) 0,069 ✓
(د) 6,069

	ذكر	أنثى	المجموع
موافق	18	10	28
معارض	8	6	14
المجموع	26	16	42

أمثلة لصيغة السؤال :

مثال (1) : اختيرت عينة عشوائية مكونة من درجات 25 طالب في مادة الإحصاء وكان المتوسط لها هو 7 والانحراف المعياري لها 3. اختبر الفرض العدمي القائل أن متوسط درجات الطالب في المجتمع المسحوب منه العينة (والذي يُسمى بالمحك) يساوي = 8 بافتراض أن المجتمع الذي اختيرت منه العينة يتبع توزيعاً طبيعياً.

مثال (2) : اختيرت عينة عشوائية من 16 عبوة من مشروب بارد استخدمت آلة لتعبئته ، فإذا كان متوسط العبوة 150 بانحراف معياري 60 ، اختبر فرض العدم أن متوسط العبوة هو 160 (المحك) باعتبار أن المجتمع الذي اختيرت منه العينة يتبع توزيعاً طبيعياً .

وهكذا ....

في هذه الحالة نستخدم ما يُسمى باختبار «ت» لعينة واحدة لدراسة الفرق بين متوسط عينة (مأخوذة من مجتمع ما) والوسط المثالي للمجتمع (والذي يُسمى بالمحك أو بالمعلمة) وذلك بافتراض أن حجم العينة أقل من 30 وأن المجتمع المأخوذ منه العينة يتبع توزيعاً اعتدالياً (طبيعياً) . ويتم ذلك بحساب قيمتين :

- الأولى من جداول خاصة (وتُسمى بـ «ت» الجدولية (وهي خارج نطاق دراستنا).
- والثانية محسوبة (وتُسمى بـ «ت» المحسوبة وهي تعتمد على كلٍ من قيمة المحك (القيمة المثالية لمتوسط المجتمع) وعلى متوسط العينة وعلى حجم العينة (عدد مفردات العينة n) وعلى الانحراف المعياري للعينة حيث تُعطي ت المحسوبة بـ :

$$\text{«ت» المحسوبة} = \frac{\text{متوسط العينة} - \text{المحك}}{\text{الخطأ المعياري}}$$

حيث :

$$\text{الخطأ المعياري} = \frac{\text{الانحراف المعياري}}{\sqrt{n}}$$

- وبمقارنة «ت» المحسوبة بـ «ت» الجدولية يمكننا قبول أو رفض الفرض العدمي [وهو «لا يوجد فرق بين متوسط العينة ومتوسط المجتمع».

في مثال (1) السابق : n= 25 ، متوسط العينة = 7 ، الانحراف المعياري = 3 ، المحك = 8

إذن الخطأ المعياري = 3 ÷ 5 = 0.6

«ت» المحسوبة = (8 – 7) ÷ 0.6 = 1– ÷ 0.6 = 1.67–

في مثال (2) السابق : n= 16 ، متوسط العينة = 150 ، الانحراف المعياري = 60 ، المحك = 160

إذن الخطأ المعياري = 60 ÷ 4 = 15

«ت» المحسوبة = (160 –150) ÷ 15 = 10– ÷ 15 = 0.67–

مثال (وهو نفسه آخر تمرين في المحاضرة المباشرة الأولى صفحة 26) **[وهنا تصويبات لبعض الأخطاء في ص 26]**

للدرجات : 14 7 12 17 15

أوجد : الوسط الحسابي – المنوال – المدى – الوسيط – التباين – الانحراف المتوسط – الانحراف المعياري . احسب أيضاً قيمة «ت» لهذه العينة إذا علمت أن محك الدرجات للمجتمع المأخوذة منه هذه العينة هو 12 وأن هذا المجتمع يتبع توزيعاً اعتدالياً .

الحل :

- الوسط الحسابي = (مجموع القيم) ÷ عددها = (14 + 7 + 12 + 17 + 15) ÷ 5 = **13**
- المنوال : هي القيمة الأكثر تكرارا .. ولكن لا توجد قيمة تكرارها أكبر من غيرها ، لذا فإن المنوال **غير موجود**
- المدى = أكبر قيمة – أصغر قيمة = 17 – 7 = **10**
- الوسيط : نرتب الأعداد (تصاعدياً مثلاً) أولاً : 7 12 **14** 15 17 إذن هناك قيمة واحدة في المنتصف هي **14** وهي الوسيط

وهنا كان الخطأ

- التباين : $= \frac{\sum d^2}{n} = \frac{58}{5} = 11.6$
- الانحراف المتوسط $= \frac{\sum |d|}{n} = \frac{14}{5} = 2.8$
- الانحراف المعياري = الجذر التربيعي للتباين $= \sqrt{11.6} = 3.4$
- «ت» : $n = 5$ ، متوسط العينة = 13 ، الانحراف المعياري = 3.4 ، المحك = 12

إذن الخطأ المعياري $= \frac{3.4}{\sqrt{5}} = \frac{3.4}{2.24} = 1.52$

«ت» المحسوبة = (13 – 12) ÷ 1.52 = 1 ÷ 1.52 = **0.66**

x	d	$\|d\|$	d^2
14	1	1	1
7	-6	6	36
12	-1	1	1
17	4	4	16
15	2	2	4
65		14	58

عدد القيم
$n = 5$

$\sum x = 65$ $\sum |d| = 14$ $\sum d^2 = 58$

خلاصة القول :

1. يُستخدم اختبار «ت» لعينة واحدة لمقارنة متوسط مجموعة من الأفراد بالمتوسط الفرضي أو متوسط المجتمع (المحك) .
2. صياغة الفروض عند استخدام اختبار (ت) لدى عينة واحدة تكون كالتالي :

H_0 (الفرض الصفري أو العدمي) : لا يوجد فرق بين متوسط عينة البحث والمتوسط العام (أو المحك) لدى مجتمع البحث في المتغير .

H_1 (الفرض البديل غير الموجه) : يوجد فرق بين متوسط عينة البحث والمتوسط العام (أو المثالي أو الفرضي) لدى مجتمع البحث في المتغير .

H_1 (الفرض البديل الموجه) : يوجد فرق بين متوسط عينة البحث والمتوسط العام (أو المثالي أو الفرضي) لدى مجتمع البحث في المتغير لصالح متوسط العينة أو متوسط المجتمع .

3. يُفضل استخدام اختبار (ت) لدى عينة واحدة عندما يكون حجم العينة n أقل من 30 لكن لا مانع من استخدامه للعينات الأكبر .
4. لحساب قيمة (ت) لدى عينة واحدة لابد من معرفة (للعينة) : حجمها n ، وسطها الحسابي ، انحرافها المعياري ، كما لابد من معرفة قيمة الوسط المثالي أو الفرضي (المحك) ثم نحسب الخطأ المعياري [والذي يساوي الانحراف المعياري مقسوماً على الجذر التربيعي لـ n] ، وأخيراً نستخدم المعادلة :

$$\text{«ت» المحسوبة} = \frac{\text{متوسط العينة} - \text{المحك}}{\text{الخطأ المعياري}}$$

أسئلة اختبارات

1. مقارنة متوسط مجموعة من الأفراد بالمتوسط الفرضي أو متوسط المجتمع يسمى:

(ا) اختبار "ت" لعينتين مرتبطتين ✓ (ب) اختبار "ت" لعينة واحدة

(ج) اختبار "ت" لعينتين مستقلتين (د) تحليل التباين

2. اختبرت عينة عشوائية من درجات 10 طلاب في مادة الإحصاء وكان لها :
وسط حسابي 7 ، تباينها 9
وبافتراض أن متوسط درجات الطالب في المجتمع الذي سحبت منه العينة يتبع توزيعاً طبيعياً وأن قيمة متوسط المجتمع 7.5، فإن قيمة «ت» لهذه العينة تساوي :

(ا) 0.5 (ب) -0.5

(ج) 0.53 ✓ (د) -0.53

الحل :

للعينة : $n = 10$ ، المتوسط = الوسط الحسابي = 7

الانحراف المعياري = $\sqrt{\text{التباين}} = \sqrt{9} = 3$

إذن الخطأ المعياري = $\frac{3}{\sqrt{10}} = \frac{3}{3.16} = \underline{\underline{0.95}}$

وتكون «ت» المحسوبة = $\frac{7.5-7}{0.95} = \frac{-0.5}{0.95} = \underline{\underline{-0.53}}$

3. توضح البيانات التالية درجات (5) طلاب في مقرر الاحصاء الاجتماعي:

10	12	7	2	9

إذا علمت أن محك النجاح هو (12)، فإن قيمة "ت" للمجموعة الحالية تساوي:

(ا) 2 (ب) -2

✓ (ج) 1.32 (د) -1.32

مفتاح للحل :

للعينة : $n = 5$ ، الوسط الحسابي = 14 (يُحسب)

الانحراف المعياري = 3.4 (يُحسب)

إذن الخطأ المعياري = $\frac{3.4}{\sqrt{5}} = \frac{3.4}{2.24} = \underline{\underline{1.52}}$

وتكون «ت» المحسوبة = $\frac{12-14}{1.52} = \frac{2}{1.52} = \underline{\underline{1.32}}$

أمثلة لصيغة السؤال :

مجموعتان من الدرجات لنفس المجموعة من الأفراد

مثال (1) : إذا كانت درجات 5 طلاب في مادتي الإحصاء ومشروع التخرج كالتالي :

الطالب	1	2	3	4	5
الإحصاء	78	95	73	65	90
مشروع التخرج	80	100	75	80	93

فهل تدل هذه البيانات على أنه لا يوجد فرق بين متوسطي الدرجات في المادتين ؟

عينتان مرتبطتان

مجموعتان من الدرجات لمجموعتين مستقلتين

مثال (2) : إذا كانت درجات 5 طلاب و 5 طالبات في مادة الإحصاء كلتالي :

مسلسل	1	2	3	4	5
الذكور	78	95	73	65	90
الإناث	80	100	75	80	93

فهل تدل هذه البيانات على أنه لا يوجد فرق بين متوسطي الدرجات بين الذكور والإناث ؟

عينتان مستقلتان (غير مرتبطتين) متساويتين

مجموعتان من الدرجات لمجموعتين مستقلتين

مثال (3) : إذا كانت درجات 5 طلاب و 3 طالبات في مادة الإحصاء كلتالي :

مسلسل	1	2	3	4	5
الذكور	78	95	73	65	90
الإناث	80	100	75		

فهل تدل هذه البيانات على أنه لا يوجد فرق بين متوسطي الدرجات بين الذكور والإناث ؟

عينتان مستقلتان (غير مرتبطتين) غير متساويتين

وهكذا ....

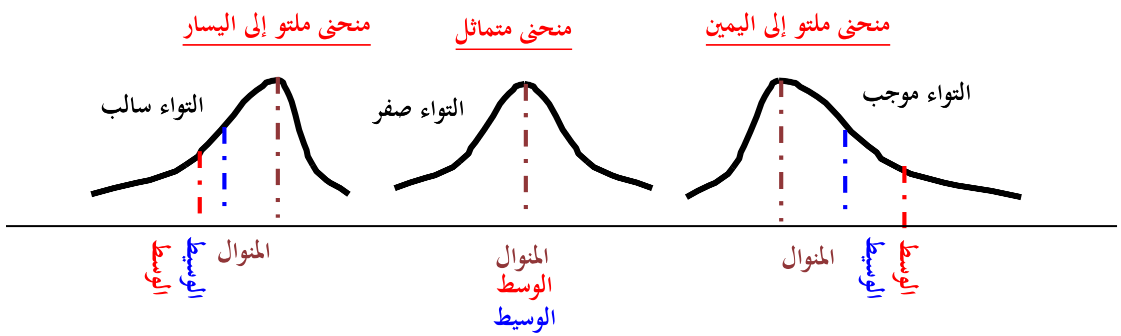
المحاضرة التاسعة : اختبار «ت» – لعينتين

في جميع الحالات السابقة يمكننا استخدام ما يُسمى باختبار «ت» لعينتين (إما مرتبطتين أو مستقلتين ومتساويتين أو مستقلتين وغير متساويتين) لدراسة الفرق بين متوسطي العينتين ، ويتم ذلك بحساب قيمتين :

- الأولى من جداول خاصة (وتُسمى بـ «ت» الجدولية (وهي خارج نطاق دراستنا).
- والثانية محسوبة (وتُسمى بـ «ت» المحسوبة .
- وبمقارنة «ت» المحسوبة بـ «ت» الجدولية يمكننا قبول أو رفض الفرض العدمي [وهو «لا يوجد فرق بين متوسطي العينتين»] .

شروط استخدام اختبار «ت» لدراسة الفروق بين المتوسطات لعينتين :

- **حجم كل عينة :** الأصل في اختبار «ت» أنه من مقاييس العينات الصغيرة (التي يقل حجمها عن 30) ولكن من الممكن استخدام الاختبار للعينات الكبيرة (التي يزيد حجمها عن 30) .
- **الفرق بين حجم العينتين :** من الأفضل أن يكون حجم العينتين متقارباً .
- **مدى تجانس العينتين :** ويُقاس التجانس بقسمة التباين الأكبر على التباين الأصغر ، ويتحقق التجانس عندما تصبح هذه النسبة مساوية للواحد الصحيح .
- **مدى اعتدالية التوزيع التكراري للعينتين :** ونعني بمدى الاعتدالية تحرر التوزيع التكرار من الالتواء السالب (جهة اليسار) أو الموجب (جهة اليمين) وهو يُقاس بما يُسمى معامل الالتواء وأشهرها :



$$\text{معامل بيرسون للالتواء} = \frac{3(\text{الوسط} - \text{الوسيط})}{\text{الانحراف المعياري}}$$

اختبار «ت» لمجموعتين مرتبطتين :

مثال : قام باحث بتطبيق اختبارين في مقرري الاحصاء ومناهج البحث على عينة من طلاب قسم علم الاجتماع بجامعة الملك فيصل ، وكانت درجاتهم كما هو مبين بالجدول المقابل ، والمطلوب حساب قيمة «ت» لدلالة الفروق بين مجموعتي الدرجات في المقررين .

الاحصاء	8	5	5	6	7
مناهج البحث	7	3	2	4	5

الحل : يتم حساب قيمة «ت» لدلالة الفروق بين متوسطى الدرجات في المقررين وذلك بإنشاء جدول يكون فيه .:

- عمود (1) $س_1$: ممثل لدرجات إحدى المواد (الإحصاء مثلاً) .
- عمود (2) $س_2$: ممثل لدرجات المادة الأخرى (مناهج البحثً) .
- عمود (3) ف : ممثل للفروقات بين الدرجات [ف تعني الفرق] . ومن هذا العمود يمكن معرفة مجموع الفروق (=10) وأيضاً متوسط الفروق $م_{ف}$ حيث :

$$م_{ف} = \text{متوسط الفروق} = \frac{\text{مجموع الفروق}}{ن} = \frac{10}{5} = 2$$

حيث ن عدد الأفراد في أي من الاختبارين .

- عمود (4) $ح_{ف} = ف - م_{ف}$ ممثل للانحرافات عن متوسط الفروقات .
- عمود (5) $(ح_{ف})^2$ = ممثل لمربعات الانحرافات عن متوسط الفروقات . ومن هذا العمود يمكن معرفة مجـ $(ح_{ف})^2$ أي مجموع مربعات الانحرافات عن متوسط الفروق = 2 هنا .

عمود (1)	عمود (2)	عمود (3)	عمود (4)	عمود (5)
$س_1$	$س_2$	ف	$ح_{ف}$	$(ح_{ف})^2$
8	7	1	1-2 = -1	1
5	3	2	2-2 = 0	0
5	2	3	3-2 = 1	1
6	4	2	2-2 = 0	0
7	5	2	2-2 = 0	0
		10 مجموع الفروق		2 مجـ $(ح_{ف})^2$ مجموع مربعات الانحرافات عن متوسط الفروق

عندئذٍ تُعطى قيمة «ت» لمجموعتين مترابطتين من العلاقة :

$$ت = \frac{م_ف}{\sqrt{\frac{مج (ح_ف)^2}{ن(ن-1)}}} = \frac{2}{\sqrt{\frac{2}{5(5-1)}}} = \frac{2}{\sqrt{\frac{2}{20}}} = \frac{2}{\sqrt{0.1}} = \underline{\underline{6.25}}$$

اختبار «ت» لمجموعتين مستقلتين (غير مرتبطتين) ومتساويتين :

مثال : أراد باحث دراسة الفروق بين متوسطي درجات الذكور والإناث في الاحصاء وكانت الدرجات كما هو موضح بالجدول المقابل ، والمطلوب حساب قيمة «ت» لدلالة الفروق بين مجموعتي درجات الذكور والإناث في هذا المقرر.

الذكور	5	3	8	6	3
الإناث	14	2	10	13	1

الحل : في هذه الحالة فإن حجم المجموعتين واحد ($ن_1 = ن_2 = ن = 5$) وبالتالي نحن أما مجموعتين مستقلتين (ذكور وإناث) ومتساويتين ($ن_1 = ن_2$) .

في هذه الحالة تكون قيمة «ت» لدراسة الفروق بين متوسطي الدرجات معطاة بالعلاقة :

$$ت = \frac{م_1 - م_2}{\sqrt{\frac{ع_1^2 + ع_2^2}{ن - 1}}}$$

$م_1$ = الوسط الحسابي للمجموعة الأولى

$م_2$ = الوسط الحسابي للمجموعة الثانية

$ع_1^2$ = تباين المجموعة الأولى

$ع_2^2$ = تباين المجموعة الثانية

ن = عدد أفراد المجموعة الأولى أو الثانية (حيث أنهما متساويتان في العدد)

إذن كأننا أمام مسألتين لمجموعتين مطلوب حساب الوسط الحسابي والتباين لكلٍ منهما :

الذكور	5	3	8	6	3
الإناث	9	4	7	7	3

م$_1$ $\bar{x} = \frac{\sum x}{n} = \frac{25}{5} = 5$

ع$_1^2$ $s^2 = \frac{\sum d^2}{n} = \frac{18}{5} = 3.6$

المجموعة الأولى (الذكور) [ن$_1$ = 5]		
x	$d = x - \bar{x}$	d^2
5	5 – 5 = 0	0
3	3 – 5 = -2	4
8	8 – 5 = 3	9
6	6 – 5 = 1	1
3	3 – 5 = -2	4
25		18
$\sum x$		$\sum d^2$

المجموعة الثانية (الإناث) [ن$_2$ = 5]		
x	$d = x - \bar{x}$	d^2
9	9 – 6 = 3	9
4	4 – 6 = -2	4
7	7 – 6 = 1	1
7	7 – 6 = 1	1
3	3 – 6 = -3	9
30		24
$\sum x$		$\sum d^2$

م$_2$ $\bar{x} = \frac{\sum x}{n} = \frac{30}{5} = 6$

ع$_2^2$ $s^2 = \frac{\sum d^2}{n} = \frac{24}{5} = 4.8$

إذن :

ت = $\frac{\text{م}_1 - \text{م}_2}{\sqrt{\frac{\text{ع}_1^2 + \text{ع}_2^2}{\text{ن} - 1}}}$ $= \frac{6-5}{\sqrt{\frac{4.8+3.6}{5-1}}} = \frac{-1}{\sqrt{\frac{8.4}{4}}} = \frac{-1}{1.45} = -0.69$

اختبار «ت» لمجموعتين مستقلتين (غير مرتبطتين) وغير متساويتين :

مثال : مجموعتان من الطلبة تتكون إحداهما من 5 أفراد والآخرى من 3 أفراد ، أُعطيت إمتحاناً واحداً ودونت النتائج كما هو مبين بالجدول التالي . المطلوب حساب قيمة «ت» لدلالة الفروق بين المجموعتين .

المجموعة الأولى	10	7	7	8	8
المجموعة الثانية	9	10	8		

الحل : في هذه الحالة فإن حجم المجموعتين مختلف ($ن_1 = 5$ ، $ن_2 = 3$) وبالتالي نحن أما مجموعتين مستقلتين وغيرومتساويتين ($ن_1 \neq ن_2$) .

في هذه الحالة تكون قيمة «ت» لدراسة الفروق بين متوسطي الدرجات معطاة بالعلاقة :

$$ت = \frac{م_1 - م_2}{\sqrt{\frac{ع_1^2}{ن_1} + \frac{ع_2^2}{ن_2}}}$$

$م_1$ = الوسط الحسابي للمجموعة الأولى

$م_2$ = الوسط الحسابي للمجموعة الثانية

$ع_1^2$ = تباين المجموعة الأولى

$ع_2^2$ = تباين المجموعة الثانية

$ن_1$ = عدد أفراد المجموعة الأولى

$ن_2$ = عدد أفراد المجموعة الثانية

وأيضاً نكون أمام مسألتين لمجموعتين مطلوب حساب الوسط الحسابي والتباين لكلٍ منهما :

المجموعة الأولى	10	7	7	8	8
المجموعة الثانية	9	10	8		

المجموعة الأولى [ن1 = 5]

x	$d = x - \bar{x}$	d^2
10	10 – 8 = 2	4
7	7 – 8 = -1	1
7	7 – 8 = -1	1
8	8 – 8 = 0	0
8	8 – 8 = 0	0
40		6
$\sum x$		$\sum d^2$

م1 $\bar{x} = \frac{\sum x}{n} = \frac{40}{5} = 8$

ع1 2 $s^2 = \frac{\sum d^2}{n} = \frac{6}{5} = 1.2$

المجموعة الثانية [ن2 = 3]

x	$d = x - \bar{x}$	d^2
9	9 – 9 = 0	0
10	10 – 9 = 1	1
8	8 – 9 = -1	1
27		2
$\sum x$		$\sum d^2$

م2 $\bar{x} = \frac{\sum x}{n} = \frac{27}{3} = 9$

ع2 2 $s^2 = \frac{\sum d^2}{n} = \frac{2}{3} = 0.67$

إذن :

$$\text{ت} = \frac{\text{م}_1 - \text{م}_2}{\sqrt{\frac{\text{ع}_1^2}{\text{ن}_1} + \frac{\text{ع}_2^2}{\text{ن}_2}}} = \frac{9-8}{\sqrt{\frac{0.67}{3} + \frac{1.2}{5}}} = \frac{-1}{\sqrt{0.22 + 0.24}} = \frac{-1}{0.68} = \underline{\underline{-1.47}}$$

صياغة الفروض عند استخدام اختبار «ت» لمجموعتين [سواء كانتا مترابطتين أو مستقلتين]

H_0 (الفرض الصفري أو العدمي) : لا يوجد فرق بين متوسطي المجموعتين .

H_1 (الفرض البديل غير الموجه) : يوجد فرق بين متوسطي المجموعتين .

H_1 (الفرض البديل الموجه) : يوجد فرق بين متوسطي المجموعتين لصالح المجموعة الأولى (مثلاً) .

أسئلة اختبارات

1. **لدراسة الفروق بين طلاب قسم علم الاجتماع في مقررى الاحصاء الاجتماعي ومشروع التخرج ، فإن الأسلوب الإحصائي المناسب للدراسة هو:**
   - (أ) تحليل التباين
   - ✓ (ب) اختبار "ت" للمجموعات المرتبطة
   - (ج) اختبار "ت" للمجموعات المستقلة
   - (د) تحليل التباين ذو القياسات المتكررة

2. **لدراسة الفروق بين متوسطي درجات الذكور والإناث يتم استخدام:**
   - (أ) اختبار "ت" لعينة واحدة
   - ✓ (ب) اختبار "ت" لعينتين مستقلتين
   - (ج) اختبار "ت" لعينتين مرتبطتين
   - (د) تحليل التباين

3. **كل ما يلي من شروط استخدام اختبار "ت" فيما عدا واحدة هي:**
   - ✓ (أ) حجم العينتين أكبر من 30
   - (ب) الفرق بين حجم العينتين صغير نسبياً
   - (ج) اعتدالية التوزيع في العينتين
   - (د) تجانس العينتين

4. في اختبار للقلق لمجموعة من الذكور والإناث تم الحصول على البيانات التالية :

الذكور : $ن_1 = 25$ $م_1 = 10$ $ع_1 = 5$

الإناث : $ن_2 = 20$ $م_2 = 9$ $ع_2 = 4.5$

للتأكد من صحة الفرض أنه لا يوجد بين متوسطي القلق عند كلٍ من الذكور والإناث ، يمكن استخدام

(أ) اختبار "ت" لعينة واحدة (ب) اختبار "ت" لعينتين مستقلتين متساويتين

(ج) اختبار "ت" لعينتين مرتبطتين ✓ (د) اختبار "ت" لعينتين مستقلتين وغير متساويتين

5. في السؤال السابق تكون قيمة «ت» المحسوبة هي :

(أ) 0.5 (ب) 1 ✓(ج) 0.7 (د) 1.54

فقط للتدريب :

6. قام باحث بتطبيق اختبارين في مقرري الاحصاء الاجتماعي ومشروع التخرج على عينة من طلاب قسم علم الاجتماع بجامعة الملك فيصل ، وكانت درجاتهم كما هو مبين بالجدول المقابل . احسب قيمة «ت» لدراسة الفروق بين متوسطي الدرجات في المادتين . [الإجابة : 3.16] .

الاحصاء الاجتماعي	10	5	6	7	10	6	7	8	6	5
مشروع التخرج	7	3	7	5	8	4	5	2	3	6

7. أراد باحث دراسة الفروق بين متوسطي درجات الذكور والإناث في الاحصاء الاجتماعي وكانت الدرجات كما هو موضح بالجدول المقابل ، والمطلوب حساب قيمة «ت» لدلالة الفروق بين مجموعتي درجات الذكور والإناث في هذا المقرر. [الإجابة : 0.88–]

الذكور	7	4	5	3	8	6	2
الإناث	3	5	15	2	10	13	1

8. أراد باحث دراسة الفروق بين متوسطي درجات الذكور والإناث في الاحصاء وكانت الدرجات كما هو موضح بالجدول المقابل ، والمطلوب حساب قيمة «ت» لدلالة الفروق بين مجموعتي درجات الذكور والإناث في هذا المقرر. [الإجابة : 4.46]

الذكور	35	17	22	32	19	48	13	19	20
الإناث	11	3	9	10	14	2	87		

المحاضرة العاشرة : تحليل التباين

تقديم :

عدد الكليات	عدد اختبارات «ت»
2	1
3	3
4	6
5	10
.....	......
10	45

افرض أننا نريد اختبار ما إذا كان هناك فرق في متوسطات الذكاء الاجتماعي بين طلبة كلية التربية وطلبة كلية الآداب ، فإنه من الممكن استخدام اختبار «ت» لمثل هذه الدراسة . لكن افترض أننا نريد دراسة الفروق في متوسطات الذكاء الاجتماعي بين كليات الجامعة (10 كليات مثلاً) ، فإذا استخدمنا اختبار «ت» لمثل هذه الدراسة فإننا سنحتاج أن نقارن كلية الآداب مع الـ 9 كليات الأخرى (كل على حده) ، وهكذا بالنسبة لكل الكليات . في هذه الحالة سيكون عدد أزواج المقارنات بين المتوسطات كبيرًا جدًا ، كما أن العمليات الحسابية ستكون كبيرة جداً [أنظر الجدول المقابل] .

في هذه الحالة (أكثر من مجموعتين) من المناسب استخدام ما يُسمى بـ «تحليل التباين» .

شروط استخدام أسلوب تحليل التباين :

- وجود مجموعتين من البيانات أو أكثر.
- اعتدالية توزيع بيانات المتغير التابع.
- أن تكون البيانات الخاصة بالمجموعات من النوع الفتري.
- وجود تجانس بين المجموعات الداخلة في التحليل.

صياغة الفروض عند استخدام أسلوب تحليل التباين :

H_0 (الفرض الصفري أو العدمي) : لا يوجد فرق بين متوسطات المجموعات.

H_1 (الفرض البديل غير الموجه) : يوجد فرق بين متوسطات المجموعات .

H_1 (الفرض البديل الموجه) : يوجد فرق بين متوسطات المجموعات لصالح المجموعة الأولى (مثلاً) .

أسئلة اختبارات

1. **عند استخدام تحليل التباين يفضل أن يكون مستوى قياس البيانات في كل مجموعة من النوع:**

(أ) الفتري (ب) الرتبي (ج) النسبي (د) الاسمي

2. **كل ما يلي يعد من شروط استخدام تحليل التباين فيما عدا واحدة هي:**

(أ) اعتدالية توزيع بيانات المتغير التابع
(ب) وجود تجانس بين المجموعات الداخلة في التحليل
(ج) وجود مجموعتين من البيانات أو أكثر
(د) أن تكون البيانات من النوع الرتبي

3. **لدراسة الفروق بين أكثر من مجموعتين من الأفراد فإن الأسلوب الإحصائي المناسب للتحليل هو:**

(أ) تحليل التباين
(ب) اختبار "ت" للمجموعات المرتبطة
(ج) اختبار "ت" للمجموعات المستقلة
(د) اختبار «ت» للمجموعات المستقلة

تمت بحمد الله