الفصل الثالث

الأسس

إذا كان n عدد صحيح موجب فإن :

(1 n من المرات $a^n = a.a.a...$

مثال : $3^5 = 3\times3\times3\times3\times3 = 243$

(2 إذا كان n=0 فإن :

$$a^0 = 1, a \neq 0$$

(3 إذا كانت n عدد صحيح سالب فإن :

$$a^n = \frac{1}{a^{-n}}, a \neq 0$$

مثال : $8^{-3} = \frac{1}{8^{-(-3)}} = \frac{1}{8^3}$

تمارين : بسط ما يلي :

$$1)(x^{3}y^{2})^{0} =$$

$$2)10^{-3} =$$

$$3)\frac{x^{-3}}{y^{-5}} =$$

$$4)\frac{u^{-7}}{v^{-2}} =$$

$$5)\frac{1}{x^{-5}} =$$

خواص الأسس الصحيحة

إذا كان m,n عددان صحيحان و a,b عددان حقيقيان فإن :

$$1)a^{m}\cdot a^{n} = a^{m+n}$$

$$2)(a^{n})^{m} = a^{n\cdot m}$$

$$3)(ab)^{m} = a^{m}\cdot b^{m}$$

$$4)(\frac{a}{b})^{m} = \frac{a^{m}}{b^{m}}, b \neq 0$$

$$5)\frac{a^{m}}{a^{n}} = \begin{Bmatrix} a^{m-n} \\ a^{n-m} \end{Bmatrix}, a \neq 0$$

تمارين

بسط ما يلي باستخدام الخواص السابقة :

$$1)\ 3x^{5}(2x^{2}) =$$

$$2)\ \frac{6x^{-3}}{8x^{-4}} =$$

$$3)\ (2a^{-3}b^{2})^{-2} =$$

$$4)\ \left(\frac{a^{3}}{b^{5}}\right)^{-2} =$$

$$5)\ \frac{4x^{-3}y^{-5}}{6x^{-4}y^{3}} =$$

$$6)\ \left(\frac{m^{-3}n^{3}}{n^{-2}}\right)^{-2} =$$

$$7)\ \left(\frac{x^{-3}}{y^{4}z^{-2}}\right)^{-3} =$$

البريد الالكتروني taalqahtani@ud.edu.sa

الأسس الكسرية

إذا كان n ,m عددان طبيعيان والعدد b أي عدد حقيقي ما عدا b لا تكون سالبة عندما n زوجية فإن :

$$1)\, b^{\frac{m}{n}} = (b^{\frac{1}{n}})^m$$

$$2)\, b^{\frac{-m}{n}} = \frac{1}{b^{\frac{m}{n}}}$$

مثال :

$$4^{\frac{3}{2}} = (4^{\frac{1}{2}})^3 = 2^3 = 8$$

مقرر مبادئ الرياضيات للإدارة
أستاذ المادة/ ثابت القحطاني
البريد الالكتروني taalqahtani@ud.edu.sa

تمارين : أوجد ما يلي :

$$1)4^{\frac{1}{2}} =$$

$$2)8^{\frac{1}{3}} =$$

$$3)8^{\frac{2}{3}} =$$

$$4)(3x^{\frac{1}{3}})(2x^{\frac{1}{2}}) =$$

$$5)\left(\frac{4x^{\frac{1}{3}}}{x^{\frac{1}{2}}}\right)^{\frac{1}{2}} =$$

$$6)(5y^{\frac{3}{4}})(2y^{\frac{1}{3}}) =$$

أيضا يمكننا استخدام الجذور لتبسيط الأسس كما يلي :

$$b^{\frac{m}{n}} = \begin{cases} (b^m)^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{b^m} \\ (b^{\frac{1}{n}})^m = (\sqrt[n]{b})^m \end{cases}$$

مثال :

$$1)\, 16^{\frac{3}{2}} = \sqrt{16^3}$$

$$2)\, x^{\frac{1}{5}} = \sqrt[5]{x}$$

$$3)\, y^{\frac{-2}{3}} = \frac{1}{y^{\frac{2}{3}}} = \frac{1}{\sqrt{y^3}}$$

تمارين :

بسط مايلي :

$$1)\sqrt{12x^3y^5z^2} =$$

$$2) 5\sqrt{3} + 4\sqrt{3} =$$

$$3) (\sqrt{x} - 3)(\sqrt{x} + 3) =$$

تمارين :

أنطق مقامات الكسور التالية (ضع في أبسط صورة)

$$1) \frac{3}{\sqrt{5}} =$$

$$2) \frac{2}{5+\sqrt{3}} =$$

$$3) \frac{\sqrt{2}+\sqrt{3}}{1-\sqrt{5}} =$$

اللوغاريتمات

تعريف اللوغاريتم :

إذا كان $a \neq 1$ و $a,b \in R^+$ فإن :

$$\log_a b = c \Leftrightarrow b = a^c$$

- الرمز $\log_a b$ يقرأ لوغاريتم b للأساس a
- الأساس $a > 0, a \neq 1$ والعدد $b > 0$ لذلك يوجد عدد وحيد c بحيث أن :
  $b = a^c$ وهذا يعني أن : $\log_a b$ لها قيمة وحيدة (واحد لواحد)

- يمكننا أن نقول أن لوغاريتم العدد الموجب b للأساس a هو الأس الذي يجب أن نرفع إليه الأساس a لنحصل على العدد b
- $\log_a b = c \Leftrightarrow b = a^c$ وبالتعويض عن قيمة c نجد أن : $b = a^c = a^{\log_a b}$
- $\log_a 1 = 0 \Leftrightarrow a^0 = 1$
- $a^1 = a \Leftrightarrow \log_a a = 1$

أمثلة

1) أكتب الصيغة اللوغاريتمية المقابلة للصيغة الأسية فيما يلي :

$A)3^4 = 81$

$B)2^{-5} = \frac{1}{32}$

$C)0.001 = 10^{-3}$

مقرر مبادئ الرياضيات للإدارة
أستاذ المادة/ ثابت القحطاني
البريد الالكتروني taalqahtani@ud.edu.sa

2) أكتب الصيغة الأسية المقابلة للصيغة اللوغاريتمية فيما يلي :

$$A)\log_{10} 1000 = 3$$

$$B)\log_{2} 64 = 6$$

$$C)\log_{\frac{1}{2}} 8 = -3$$

3) أوجد قيمة المجهول فيما يلي :

$$A)\log_{4} x = 3$$

$$B)\log_{3} x = 2$$

$$C)\log_{x} 81 = 4$$

مقرر مبادئ الرياضيات للإدارة
أستاذ المادة/ ثابت القحطاني
البريد الالكتروني taalqahtani@ud.edu.sa

<u>تمارين</u>

حل المعادلات التالية :

$$A)\log_5 125 = x$$

$$B)\log_{10}(x^2+1) = 1$$

$$C)\log_x 27 = 3$$

قوانين اللوغاريتمات

إذا كان $x \in R^{+}$ و $a \in R^{+} - \{1\}$ فإن :

$$1) \log_a (x + y) = \log_a x + \log_a y$$

$$2) \log_a \frac{x}{y} = \log_a x - \log_a y$$

$$3) \log_a x^{n} = n \log_a x$$

مثال : إذا كانت $\log_3 5 = 1.46$ و $\log_3 2 = 0.63$ فأوجد مايلي :

1) $\log_3 10 =$

2) $\log_3 15 =$

3) $\log_3 16 =$

4) $\log_3 2.5 =$

5) $\log_3 0.4 =$

6) $\log_3 \sqrt[3]{4} =$

تمرين

حل المعادلة التالية :

$$\log_4 x + \log_4 (x - y) = 2$$