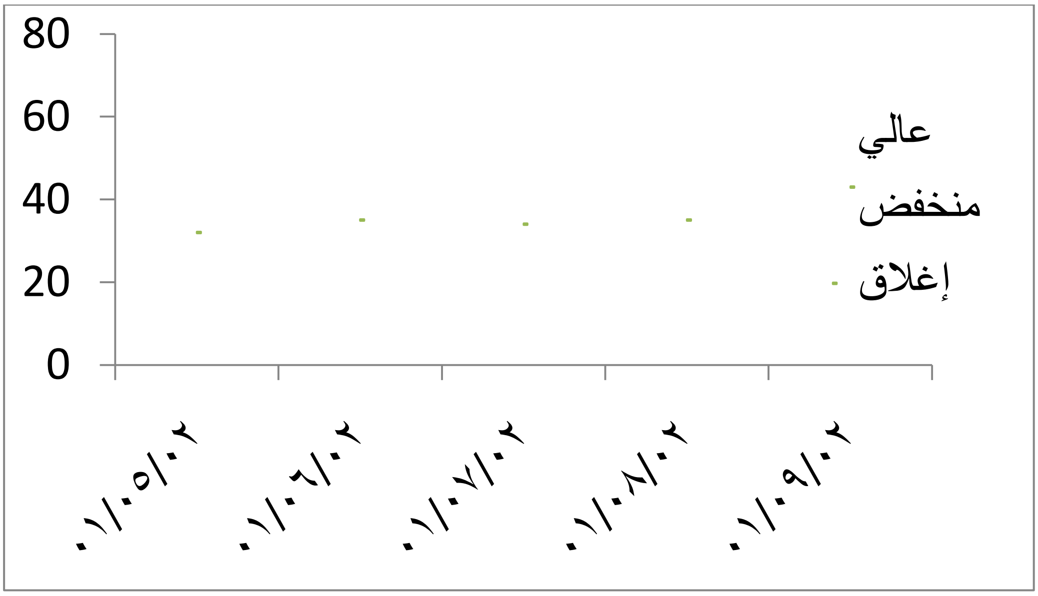
رابع١١
محاضرة١٢

الارتباط الخطي البسيط

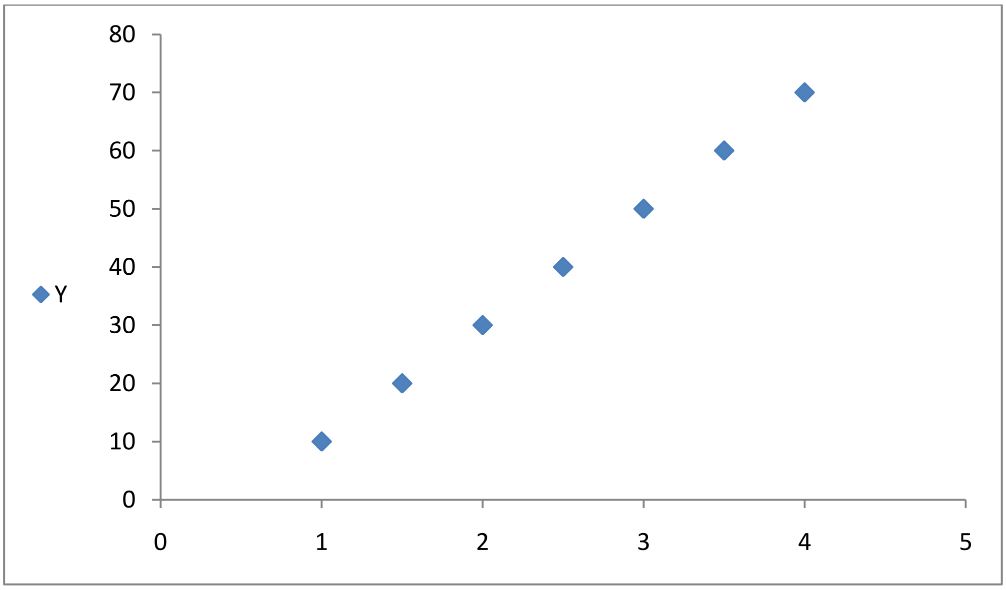
معامل ارتباط بيرسون:

- لتكن n,...,i=1,2، (xi,yi) عينة من الازواج المرتبة التي تعطي قيمتي متغيرين عشوائيين على n من العناصر . يعالج هذا البند العلاقة بين المتغيرين (x,y)
- ان هذا المعامل يصلح لقياس الارتباط الخطي أي عندما يبدوا ان النقاط في شكل الانتشار قريبة من خط مستقيم.
- الاشكال الانتشارية:

هنالك اتجاه عام نحو ازدياد yكلما زادت x



عدم وجود ارتباط



- تعريف معامل الارتباط لبيرسون على النحو التالي:

$$r = r(x , y) = \frac{SS_{xy}}{\sqrt{SS_x SS_y}}$$

$$SS_{xy} = \sum_{i=1}^{n}\left(X_i - \overline{X}\right)\left(y_i - \overline{y}\right) = \sum_{i=1}^{n}\left(x_i y_i\right) - n\overline{X}\,\overline{y}$$

$$SS_x = \sum_{i=1}^{n}\left(X_i - \overline{X}\right)^2 = \sum_{i=1}^{n} X_i^2 - n\overline{X}^2$$

$$SS_y = \sum_{i=1}^{n}\left(y_i - \overline{y}\right)^2 = \sum_{i=1}^{n} y_i^2 - n\overline{y}^2$$

ملاحظات:

يصلح هذا المعامل لقياس الارتباط الخطي أي عندما تبدوا إن النقاط في شكل خط مستقيم .

١. $-1 \leq r \leq 1$
٢. $r > 0$ ارتباط خطي طردي (تزيد y بزيادة x).
٣. $r < 0$ ارتباط خطي عكسي (تقل y بزيادة x).
٤. $r = +1$ ارتباط خطي طردي تام.
٥. $r = -1$ ارتباط خطي عكسي تام.
٦. $r = 0$ لا يوجد ارتباط خطي.
٧. كلما ابتعدت القيمة المطلقة للعامل r عن 1 كلما ضعفت العلاقة الخطية.

مثال (1)

- احسب معامل ارتباط بيرسون للبيانات في الجدول التالي:

x	y
-2	1
-1	3
0	6
1	8
2	8

رايه١١

:الحل

y	x	$x_i y_i$	x_i^2	y_i^2
1	-2	-2	4	1
3	-1	-3	1	9
6	0	0	0	36
8	1	8	1	64
8	2	8	4	64
n=26	n=0	$\sum x_i y_i =$ 19	$\sum x^2 =$ 10	$\sum y^2 =$ 246

$$\sum x_i = 0, \quad \sum x_i y_i = 19 \quad \sum x_i^2 = 10$$

$$\sum y_i = 26 \qquad \sum y_i^2 = 246$$

$$\overline{X} = \frac{\sum X_i}{n} = \frac{0}{5} = 0$$

$$\bar{y} = \frac{\sum y_i}{n} = \frac{26}{5} = 5.2$$

$$SS_{xy} = \sum_{i=1}^{n} (x_i y_i) - n\bar{x}\bar{y} = 19 - (5)(0)(5.2) = 19$$

$$SS_x = \sum x_i^2 - n\bar{x} = 10 - (5)(0)^2 = 10$$

$$SS_y = \sum y_i^2 - n\overline{y}^2 = 246 - (5)(5.2)^2 = 110.8$$

$$r = \frac{SS_{xy}}{\sqrt{SS_x SS_y}} = \frac{19}{\sqrt{(10\times 110.8)}} = 0.57$$

مثال(٢)

- أفرض إن لديك عينة حجمها n = 5 بحيث انه

$$\sum_{i=1}^{n} x_i = 30, \sum_{i=1}^{n} x_i^{\;2} = 238$$

$$\sum_{i=1}^{n} y_i = 80, \sum_{i=1}^{n} y_i^{\;2} = 1504$$

$$\sum_{i=1}^{n} x_i\, y_i = 591$$

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i}{n} = \frac{30}{5} = 6$$

$$\bar{y} = \frac{\sum y_i}{n} = \frac{80}{5} = 16$$

$$SS_{xy} = \sum x_i\, y_i - n\bar{x}\bar{y} = (591) - (5)(6)(16) = 111$$

$$SS_x = \sum x_i^{\;2} - n\bar{x}^2 = (238) - (5)(6)^2 = 58$$

$$SS_y = y_i^{\;2} - n\bar{y}^2 = (1504) - (5)(16)^2 = 226$$

$$r = \frac{SS_{xy}}{\sqrt{SS_x\, SS_y}} = \frac{(111)}{\sqrt{(58)(226)}} = 0.9$$